

控制与决策

Control and Decision

具有输入饱和的不确定非线性系统自适应渐近跟踪控制

李元新, 魏淑仪

引用本文:

李元新, 魏淑仪. 具有输入饱和的不确定非线性系统自适应渐近跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2023, 38(8): 2326–2334.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2023.0318>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[带输入饱和的不确定非线性系统自适应模糊触发式补偿控制](#)

Adaptive fuzzy trigger compensation control for uncertain nonlinear system with input saturation

控制与决策. 2021, 36(12): 3007–3014 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0907>

[航天器输入受限的鲁棒自适应姿态跟踪控制](#)

Robust adaptive attitude tracking control of spacecraft with constrained inputs

控制与决策. 2021, 36(9): 2297–2304 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0013>

[带有输出约束的柔性关节机械臂预设性能自适应控制](#)

Prescribed performance adaptive control of flexible-joint manipulators with output constraints

控制与决策. 2021, 36(2): 387–394 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0974>

[磁悬浮开关磁阻电机的自适应终端滑模控制](#)

Adaptive terminal sliding mode control of bearingless switched reluctance motor

控制与决策. 2021, 36(6): 1449–1456 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1064>

[基于数据驱动的非线性网络系统自适应迭代学习控制](#)

Data driven adaptive learning control of nonlinear network system

控制与决策. 2021, 36(6): 1523–1528 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1182>

具有输入饱和的不确定非线性系统自适应渐近跟踪控制

李元新[†], 魏淑仪

(辽宁工业大学 理学院, 辽宁 锦州 121001)

摘要: 将一类具有输入饱和的严格反馈单输入单输出非线性系统作为研究对象, 解决其自适应渐近跟踪控制问题. 与已有结果不同, 所考虑的虚拟控制参数可以是未知且增益函数的上界信息也是未知的, 这给控制器的设计带来了挑战. 通过结合光滑函数及有界估计方法, 设计一种新颖的自适应渐近跟踪控制策略; 其次, 通过引入Nussbaum函数解决由输入饱和不确定参数以及未知虚拟控制参数带来的影响; 此外, 通过利用未知增益的下界信息巧妙地构造一个特殊的李雅普诺夫函数并结合不等式技巧, 可以消除对控制增益函数上界信息的需要, 并保证系统的全局稳定性和跟踪性能; 最后, 通过实例仿真及对比如真表明所提出自适应渐近跟踪控制算法的有效性.

关键词: 自适应反步递推控制; 不确定非线性系统; 未知虚拟控制参数; 输入饱和; 渐近跟踪; 有界估计方法

中图分类号: TP13 **文献标志码:** A

DOI: 10.13195/j.kzyj.2023.0318

引用格式: 李元新, 魏淑仪. 具有输入饱和的不确定非线性系统自适应渐近跟踪控制[J]. 控制与决策, 2023, 38(8): 2326-2334.

Adaptive asymptotic tracking of uncertain nonlinear systems with input saturation

LI Yuan-xin[†], WEI Shu-yi

(College of Science, Liaoning University of Technology, Jinzhou 121001, China)

Abstract: The adaptive control problem of a class of strict feedback single-input single-output (SISO) nonlinear systems with input saturation is investigated in this paper. Different from the existing results, the considered virtual control coefficients can be unknown and the upper bound information is also unknown. A novel adaptive asymptotic tracking control scheme is developed by introducing some well-defined smooth functions and the bounded estimation approach. A Nussbaum function is introduced to compensate for the influence caused by input saturation and unknown virtual control parameters. By using the lower bound information of the unknown gain and delicately constructing a specific composite Lyapunov function for the closed-loop system as well as several useful inequalities, the need for upper bound information is eliminated and the global stability and tracking performance in the presence of input saturation can be guaranteed. Finally, the effectiveness of the proposed adaptive algorithm is illustrated with a practical simulation example and a comparative simulation.

Keywords: adaptive backstepping control; uncertain nonlinear system; unknown virtual control coefficients; input saturation; asymptotic tracking; bounded estimator method

0 引言

近年来,非线性系统的反步控制问题受到了学者们的广泛关注,并取得了一定的成果,其中包括鲁棒控制^[1]和自适应控制方法^[2-5],通过研究发现,这两种方法都可以有效解决非线性系统的稳定性以及跟踪控制问题.文献[6]针对具有不确定参数和外部干扰的非线性系统,通过设计Nussbaum函数解决了系统的鲁棒自适应控制问题.文献[7]针对具有不确定参

数及不可测状态的非线性系统,通过采用 K 滤波思想设计观测器,并利用Nussbaum增益提出自适应输出反馈控制方法.文献[8]针对具有未知控制方向及未知传感器故障的非线性系统提出事件触发自适应控制方法,消除了传感器故障和未知控制方向带来的负面影响.文献[9]针对具有输入量化的非线性系统,通过结合自适应控制及反步递推控制方法,解决了系统的稳定性问题.文献[10-12]针对具有约束的

收稿日期: 2023-03-20; 录用日期: 2023-05-19.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61973146, 62173172); 兴辽英才青年拔尖人才项目(XLYC1907077).

责任编辑: 董久祥.

[†]通讯作者. E-mail: yxinly@126.com.

非线性系统,基于有界估计方法提出了有效的自适应控制方法,在系统达到稳定的同时保证约束不被违反.在上述研究基础上,文献[13-14]进一步提出了固定时间自适应控制方法以及有限时间自适应控制方法.然而,上述文献的控制方法都假设虚拟控制系数为1,限制了其在实际应用中的应用.

输入饱和问题普遍存在于物理系统中,例如电网、化学工艺、生物系统、轧钢厂等,这种问题主要是由物理系统的有限驱动功率引起的,如果处理不当,则会导致严重的性能下降甚至不稳定.鉴于此,文献[15]提出了用于补偿输入饱和的自适应控制方法.但大多数针对输入饱和的研究是围绕线性系统展开的^[16-20].近年来,由于大部分实际系统可以用非线性系统表示,学者们又进一步探索了非线性系统的输入饱和问题^[21-24].文献[25]针对同时具有输入饱和及外部干扰的不确定严格反馈非线性系统,选用Nussbaum函数消除了输入饱和带来的不稳定影响.文献[26]针对具有输入饱和的随机系统通过使用辅助系统提出了自适应随机跟踪控制方法.文献[27]针对具有输入饱和和不可测状态的非线性系统,通过设计观测器及辅助系统提出了自适应输出反馈控制策略.文献[28]针对具有执行器故障和输入饱和的非线性系统,通过建立执行器模型设计了一种有限时间自适应容错控制方法,消除了输入饱和和执行器故障带来的负面影响.

需要指出的是,文献[25-28]中考虑的均是控制增益假设为常数1的情况,忽略了系统中非线性控制参数带来的影响.当控制参数为非线性函数时,如何在不使用上界信息的同时处理非线性控制参数且保证稳定性是一个值得深入思考的问题.而且,现有的针对不确定非线性系统的研究结果只能保证跟踪误差收敛到一个小邻域,还无法达到渐近稳定.因此,解决具有输入饱和及未知参数的不确定非线性系统的全局渐近跟踪问题具有很大的挑战.

本文以具有未知控制参数及输入饱和的未知非线性系统为研究对象,解决其自适应渐近跟踪控制问题.与现有结果^[27-29]不同的是,本文同时考虑了未知虚拟控制参数及输入饱和问题,创新点可以概括为以下两个方面:

1) 使用估计法构造一个新颖的李雅普诺夫函数,消除稳定性分析部分对控制增益函数上界的需要.不同于普通的李雅普诺夫函数构造方法,本文在函数设计中应用控制参数的下界信息,这对建立全局稳定及渐近收敛起着至关重要的作用.

2) 结合平滑函数、Nussbaum函数和有界估计方法,成功消除不确定参数、未知虚拟控制参数和输入饱和带来的负面影响,且所提出的控制方法能够保证闭环系统所有信号都有界且跟踪误差渐近收敛到零.

1 系统描述和问题陈述

本文意在解决一类严格反馈不确定非线性系统的全局渐近跟踪问题,有

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= g_i(\underline{x}_i)x_{i+1} + \theta^T \phi_i(\underline{x}_i), \quad 1 \leq i \leq n-1; \\ \dot{x}_n &= g_n(x)u(v(t)) + \theta^T \phi_n(x); \\ y &= x_1. \end{aligned} \tag{1}$$

其中: $\underline{x}_i = [x_1, x_2, \dots, x_i]^T \in \mathbf{R}^i (i = 1, 2, \dots, n)$ 和 $x = \underline{x}_n \in \mathbf{R}^n$ 为系统状态; $y \in \mathbf{R}$ 为系统输出; $g_i(\underline{x}_i) \in \mathbf{R}$ 为虚拟控制参数,满足 $g_i(\underline{x}_i) = \mu^T \psi_i(\underline{x}_i)$; $\theta \in \mathbf{R}^l$ 和 $\mu \in \mathbf{R}^m$ 为未知且有界的时变参数向量; $\psi_i(\underline{x}_i) \in \mathbf{R}^m$ 和 $\phi_i(\underline{x}_i) \in \mathbf{R}^l$ 为已知非线性函数; v 为将要设计的控制输入, $u(v(t))$ 代表受文献[29]所述饱和影响的输入,且

$$u(v(t)) = \text{sat}(v(t)) = \begin{cases} \text{sign}(v(t))U_N, & |v(t)| \geq U_N; \\ v(t), & |v(t)| < U_N. \end{cases} \tag{2}$$

这里 U_N 为 $u(t)$ 的已知边界.与文献[29]相似,平滑的双曲正切函数

$$p(v) = U_N \tanh\left(\frac{v}{U_N}\right) = U_N \frac{e^{v/U_N} - e^{-v/U_N}}{e^{v/U_N} + e^{-v/U_N}} \tag{3}$$

用来估计式(2)的估计误差,有

$$|d(v)| = |u(v) - p(v)| \leq U_N(1 - \tanh(1)) = \bar{d}. \tag{4}$$

引理1 文献[29]提出的关于双曲正切函数(3)的性质如下:

$$\begin{aligned} |p(v)| &= U_N \left| \tanh\left(\frac{v}{U_N}\right) \right| \leq U_N, \\ 0 < \frac{\partial p(v)}{\partial v} &= \frac{4}{(e^{v/U_N} + e^{-v/U_N})^2} \leq 1, \\ \left| \frac{\partial p(v)}{\partial v} v \right| &= \left| \frac{4v}{(e^{v/U_N} + e^{-v/U_N})^2} \right| \leq \frac{U_N}{2}. \end{aligned} \tag{5}$$

通过对式(3)和(4)进行变换,初始系统(1)可以转换为

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= g_i(\underline{x}_i)x_{i+1} + \theta^T \phi_i(\underline{x}_i), \quad 1 \leq i \leq n-1; \\ \dot{x}_n &= g_n(x)p(v) + g_n(x)d(v) + \theta^T \phi_n(x); \\ \dot{v} &= -cv + \omega; \\ y &= x_1. \end{aligned} \tag{6}$$

其中: c 为一个正常数, ω 为利用反步递推方法设计的备用信号.

本文目标是为系统(6)~(8)设计一个有效的自适应跟踪控制器,以使闭环系统所有信号在 $[0, +\infty)$ 均有界,且跟踪误差 $y - y_r$ 在存在输入饱和的情况下均渐近收敛到零.为简洁起见,下文用 g_i 替代 $g_i(x_i)$.

为方便后续分析,给出以下假设.

假设1 参考信号 y_r 已知且一阶导数有界并分段连续.

假设2 为了不失一般性,假设 $g_i(x_i)$ 符号为正,且满足 $\underline{g}_i = \inf_{x \geq 0} |g_i(x_i)| > 0$.

假设3 系统是输入状态稳定的.

注1 假设1在自适应跟踪控制中是常用假设.假设2代表 $g_i(x_i)$ 在 x_i 为任意值时满足不为零的条件,这也意味着系统(6)满足可控条件.需要注意的是 \underline{g}_i 为未知常数.假设3是合理的,因为具有不稳定输入状态的系统在考虑输入饱和的情况下不能实现全局稳定,在输入饱和系统的研究中普遍采用该假设.对于所有不确定非线性系统,在没有控制器设计的情况下,都很难保证假设3.

注2 虽然文献[25]针对具有饱和的非线性系统已经提出了自适应跟踪控制问题,但该方法需要假设虚拟控制参数为1,且无法保证跟踪误差渐近收敛到一个紧集.

2 主要结果

本节在虚拟控制系数和输入饱和未知的情况下设计系统(6)的自适应渐近跟踪控制方案.

坐标转换表示为

$$\begin{aligned} z_1 &= x_1 - y_r; \\ z_i &= x_i - \alpha_{i-1}, \quad i = 2, 3, \dots, n; \\ z_{n+1} &= p(v) - \alpha_n. \end{aligned} \tag{9}$$

其中 $\alpha_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 为将要设计的连续可微的虚拟控制器.

为了简化语句,定义

$$\Theta_i = \sup_{t \geq 0} \|\vartheta_i\|, \quad i = 1, 2, \dots, n + 1. \tag{10}$$

其中: ϑ_i 为未知向量, $\tilde{\Theta}_i = \Theta_i - \hat{\Theta}_i$ 为估计误差, $\hat{\Theta}_i$ 为 Θ_i 的估计值.

step 1: 由式(1)和(9),可推导出 z_1 的时间导数为

$$\dot{z}_1 = g_1 z_2 + g_1 \alpha_1 + \theta^T \phi_1 - \dot{y}_r. \tag{11}$$

为了处理未知虚拟控制参数,构造一个新颖的李雅普诺夫函数

$$V_1 = \frac{1}{2g_1} z_1^2 + \frac{1}{2\gamma_1} \tilde{\Theta}_1^2, \tag{12}$$

其中 $\gamma_1 > 0$ 为一个已知常数.根据系统(11)的解对

V_1 求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \frac{1}{g_1} z_1 (g_1 z_2 + g_1 \alpha_1 + \theta^T \phi_1 - \dot{y}_r) - \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\Theta}_1 \dot{\tilde{\Theta}}_1 = \\ &= \frac{g_1}{g_1} z_1 z_2 + \frac{g_1}{g_1} z_1 \alpha_1 + z_1 \vartheta_1^T \Psi_1 - \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\Theta}_1 \dot{\tilde{\Theta}}_1, \end{aligned} \tag{13}$$

其中 $\vartheta_1 = [\theta^T/g_1, \dot{y}_r/g_1]^T$,且 $\Psi_1 = [\phi_1^T, -1]^T$.

由 Θ_i 的定义可知

$$\begin{aligned} z_i \vartheta_i^T \Psi_i &\leq \Theta_i |z_i| \|\Psi_i\| \leq \Theta_i z_i \eta_i + \sigma_i \Theta_i, \\ i &= 1, 2, \dots, n + 1. \end{aligned} \tag{14}$$

其中 $\eta_i = \frac{z_i \Psi_i^T \Psi_i}{\sqrt{z_i^2 \Psi_i^T \Psi_i + \sigma_i^2}}$ 和 σ_i 被选定,因此有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_{t_0}^t \sigma_i(s) ds \leq \bar{\sigma}_i < \infty \text{ 且 } \bar{\sigma}_i \text{ 为正常数.}$$

由式(14),可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq \\ &= \frac{g_1}{g_1} z_1 z_2 + \frac{g_1}{g_1} z_1 \alpha_1 + \Theta_1 z_1 \eta_1 + \sigma_1 \Theta_1 - \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\Theta}_1 \dot{\tilde{\Theta}}_1 = \\ &= -k_1 z_1^2 + \frac{g_1}{g_1} z_1 z_2 + \frac{g_1}{g_1} z_1 \alpha_1 + z_1 \bar{\alpha}_1 + \sigma_1 \Theta_1 + \\ &= \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\Theta}_1 (\gamma_1 z_1 \eta_1 - \dot{\tilde{\Theta}}_1). \end{aligned} \tag{15}$$

设计第1个虚拟控制输入 α_1 和第1个自适应率为

$$\alpha_1 = -\frac{z_1 \bar{\alpha}_1^2}{\sqrt{z_1^2 \bar{\alpha}_1^2 + \sigma_1^2}}, \tag{16}$$

$$\dot{\hat{\Theta}}_1 = \tau_1 = \gamma_1 z_1 \eta_1 - \gamma_1 \sigma_1 \hat{\Theta}_1. \tag{17}$$

其中: $\eta_1 = \frac{z_1 \Psi_1^T \Psi_1}{\sqrt{z_1^2 \Psi_1^T \Psi_1 + \sigma_1^2}}$, $\bar{\alpha}_1 = k_1 z_1 + \hat{\Theta}_1 \eta_1$, $k_1 > 0$

为设计参数, σ_1 为设计的正的积分函数.

由此类推,可得

$$\begin{aligned} \frac{g_1}{g_1} z_1 \alpha_1 + z_1 \bar{\alpha}_1 &= -\frac{|g_1|}{g_1} \frac{z_1^2 \bar{\alpha}_1^2}{\sqrt{z_1^2 \bar{\alpha}_1^2 + \sigma_1^2}} + z_1 \bar{\alpha}_1 \leq \\ &= -\frac{z_1^2 \bar{\alpha}_1^2}{\sqrt{z_1^2 \bar{\alpha}_1^2 + \sigma_1^2}} + z_1 \bar{\alpha}_1 \leq \sigma_1. \end{aligned} \tag{18}$$

将式(16)~(18)代入(15),可以得出

$$\dot{V}_1 \leq \frac{g_1}{g_1} z_1 z_2 + \sigma_1 (1 + \Theta_1) - k_1 z_1^2 + \sigma_1 \tilde{\Theta}_1 \hat{\Theta}_1. \tag{19}$$

step $i (2 \leq i \leq n - 1)$: 对式(9)中的 z_i 求导可得

$$\begin{aligned} \dot{z}_i &= g_i z_{i+1} + g_i \alpha_i - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j} (g_j x_{j+1} + \theta^T \phi_j) + \\ &= \theta^T \phi_i - \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_r} \dot{y}_r - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{\Theta}_j} \dot{\hat{\Theta}}_j. \end{aligned} \tag{20}$$

构造李雅普诺夫函数为

$$V_i = V_{i-1} + \frac{1}{2g_i} z_i^2 + \frac{1}{2\gamma_i} \tilde{\Theta}_i^2, \tag{21}$$

其中 $\gamma_i > 0$ 为已知常数.

根据系统(20)的解对 \$V_i\$ 求微分可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_i \leq & -\sum_{j=1}^{i-1} k_j z_j^2 + \sum_{j=1}^{i-1} \sigma_j (1 + \Theta_j) + \sum_{j=1}^{i-1} \sigma_j \tilde{\Theta}_j \hat{\Theta}_j + \\ & \frac{g_i}{g_i} z_i z_{i+1} + \frac{g_i}{g_i} z_i \alpha_i + z_i \vartheta_{i,1}^T \Psi_{i,1} + z_i \vartheta_{i,2}^T \Psi_{i,2} + \\ & z_i \vartheta_{i,3}^T \Psi_{i,3} + z_i \vartheta_{i,4}^T \Psi_{i,4} - \frac{1}{\gamma_i} \tilde{\Theta}_i \dot{\Theta}_i. \end{aligned} \quad (22)$$

其中

$$\begin{aligned} \vartheta_{i,1} &= \left[\frac{\theta^T}{g_i}, \frac{\mu^T}{g_{i-1}} \right]^T, \\ \vartheta_{i,2} &= \left[\frac{\mu^T}{g_i}, \frac{\mu^T}{g_i}, \dots, \frac{\mu^T}{g_i} \right]_{(i-1) \times 1}^T, \\ \vartheta_{i,3} &= \left[\frac{\dot{y}_r}{g_i} \right]^T, \vartheta_{i,4} = \left[\frac{1}{g_i}, \frac{1}{g_i}, \dots, \frac{1}{g_i} \right]_{(i-1) \times 1}^T, \\ \Psi_{i,1} &= \left[\phi_i^T - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j} \phi_j^T, z_{i-1} \psi_{i-1}^T \right]^T, \\ \Psi_{i,2} &= \left[-\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_1} x_2 \psi_1^T, \dots, -\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_{j-1}} x_j \psi_j^T \right]^T, \\ \Psi_{i,3} &= \left[-\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_r} \right]^T, \\ \Psi_{i,4} &= \left[-\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{\Theta}_1} \tau_1, \dots, -\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{\Theta}_{i-1}} \tau_{i-1} \right]^T. \end{aligned}$$

系统(22)可以被改写为

$$\begin{aligned} \dot{V}_i \leq & -\sum_{j=1}^{i-1} k_j z_j^2 + \sum_{j=1}^{i-1} \sigma_j (1 + \Theta_j) + \sum_{j=1}^{i-1} \sigma_j \tilde{\Theta}_j \hat{\Theta}_j + \\ & \frac{g_i}{g_i} z_i z_{i+1} + \frac{g_i}{g_i} z_i \alpha_i + z_i \vartheta_i^T \Psi_i - \frac{1}{\gamma_i} \tilde{\Theta}_i \dot{\Theta}_i. \end{aligned} \quad (23)$$

其中

$$\begin{aligned} \vartheta_i &= [\vartheta_{i,1}^T, \vartheta_{i,2}^T, \vartheta_{i,3}^T, \vartheta_{i,4}^T]^T, \\ \Psi_i &= [\Psi_{i,1}^T, \Psi_{i,2}^T, \Psi_{i,3}^T, \Psi_{i,4}^T]^T, \\ i &= 1, 2, \dots, n+1. \end{aligned} \quad (24)$$

与式(14)相似,可以直接得出

$$\frac{g_i}{g_i} z_i \alpha_i + z_i \bar{\alpha}_i \leq \sigma_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (25)$$

结合式(25),可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_i \leq & -\sum_{j=1}^i k_j z_j^2 + \sum_{j=1}^{i-1} \sigma_j (1 + \Theta_j) + \sum_{j=1}^{i-1} \sigma_j \tilde{\Theta}_j \hat{\Theta}_j + \\ & \frac{g_i}{g_i} z_i z_{i+1} + \frac{g_i}{g_i} z_i \alpha_i + z_i \bar{\alpha}_i + \sigma_i \Theta_i + \\ & \frac{1}{\gamma_i} \tilde{\Theta}_i (\gamma_i z_i \eta_i - \dot{\Theta}_i). \end{aligned} \quad (26)$$

选择如下虚拟控制器:

$$\alpha_i = -\frac{z_i \bar{\alpha}_i^2}{\sqrt{z_i^2 \bar{\alpha}_i^2 + \sigma_i^2}}, \quad (27)$$

$$\dot{\Theta}_i = \tau_i = \gamma_i z_i \eta_i - \gamma_i \sigma_i \hat{\Theta}_i. \quad (28)$$

其中: \$\eta_i = \frac{z_i \Psi_i^T \Psi_i}{\sqrt{z_i^2 \Psi_i^T \Psi_i + \sigma_i^2}}, \bar{\alpha}_i = k_i z_i + \hat{\Theta}_i \eta_i\$ 和 \$k_i\$ 为 正的设计参数. 由此可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_i \leq & -\sum_{j=1}^i k_j z_j^2 + \sum_{j=1}^i \sigma_j (1 + \Theta_j) + \sum_{j=1}^i \sigma_j \tilde{\Theta}_j \hat{\Theta}_j + \\ & \frac{g_i}{g_i} z_i z_{i+1}. \end{aligned} \quad (29)$$

step \$n\$: 由 \$z_n = x_n - \alpha_{n-1}, z_n\$ 的动态方程可写为

$$\begin{aligned} \dot{z}_n &= g_n(x) z_{n+1} + g_n(x) \alpha_n + g_n(x) d(v) + \theta^T \phi_n - \\ & \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_j} (g_j x_{j+1} + \theta^T \phi_j) - \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial y_r} \dot{y}_r - \\ & \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial \hat{\Theta}_j} \dot{\Theta}_j. \end{aligned} \quad (30)$$

构造李雅普诺夫函数为

$$V_n = V_{n-1} + \frac{1}{2g_n} z_n^2 + \frac{1}{2\gamma_n} \tilde{\Theta}_n^2, \quad (31)$$

其中 \$\gamma_n > 0\$ 为已知常数.

根据系统(30)对 \$V_n\$ 求微分可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_n \leq & -\sum_{j=1}^{n-1} k_j z_j^2 + \sum_{j=1}^{n-1} \sigma_j (1 + \Theta_j) + \sum_{j=1}^{n-1} \sigma_j \tilde{\Theta}_j \hat{\Theta}_j + \\ & \frac{g_n}{g_n} z_n z_{n+1} + \frac{g_n}{g_n} z_n \alpha_n + z_n \vartheta_{n,1}^T \Psi_{n,1} + z_n \vartheta_{n,2}^T \Psi_{n,2} + \\ & z_n \vartheta_{n,3}^T \Psi_{n,3} + z_n \vartheta_{n,4}^T \Psi_{n,4} - \frac{1}{\gamma_n} \tilde{\Theta}_n \dot{\Theta}_n. \end{aligned} \quad (32)$$

其中

$$\begin{aligned} \vartheta_{n,1} &= \left[\frac{\theta^T}{g_n}, \frac{\mu^T d(v)}{g_n}, \frac{\mu^T}{g_{n-1}} \right]^T, \\ \vartheta_{n,2} &= \left[\frac{\mu^T}{g_n}, \frac{\mu^T}{g_n}, \dots, \frac{\mu^T}{g_n} \right]_{n-1}^T, \\ \vartheta_{n,3} &= \left[\frac{\dot{y}_r}{g_n} \right]^T, \vartheta_{n,4} = \left[\frac{1}{g_n}, \frac{1}{g_n}, \dots, \frac{1}{g_n} \right]_{n-1}^T, \\ \Psi_{n,1} &= \left[\phi_n^T - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_j} \phi_j^T, \psi_n^T, z_{n-1} \psi_{n-1}^T \right]^T, \\ \Psi_{n,2} &= \left[-\frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_1} x_2 \psi_1^T, \dots, -\frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_{n-1}} x_n \psi_{n-1}^T \right]^T, \\ \Psi_{n,3} &= \left[-\frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial y_r} \right]^T, \\ \Psi_{n,4} &= \left[-\frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial \hat{\Theta}_1} \tau_1, \dots, -\frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial \hat{\Theta}_{n-1}} \tau_{n-1} \right]^T. \end{aligned}$$

由式(14),系统(32)可以改写为

$$\dot{V}_n \leq$$

$$\begin{aligned}
 & - \sum_{j=1}^n k_j z_j^2 + \sum_{j=1}^{n-1} \sigma_j (1 + \Theta_j) + \sum_{j=1}^{n-1} \sigma_j \tilde{\Theta}_j \hat{\Theta}_j + \\
 & \frac{g_n}{g_n} z_n z_{n+1} + \frac{g_n}{g_n} z_n \alpha_n + z_n \bar{\alpha}_n + \sigma_n \Theta_n + \\
 & \frac{1}{\gamma_n} \tilde{\Theta}_n (\gamma_n z_n \eta_n - \dot{\Theta}_n). \tag{33}
 \end{aligned}$$

设计第 n 个虚拟控制器

$$\alpha_n = - \frac{z_n \bar{\alpha}_n^2}{\sqrt{z_n^2 \bar{\alpha}_n^2 + \sigma_n^2}}, \tag{34}$$

$$\dot{\Theta}_n = \tau_n = \gamma_n z_n \eta_n - \gamma_n \sigma_n \hat{\Theta}_n. \tag{35}$$

其中: $\eta_n = \frac{z_n \Psi_n^T \Psi_n}{\sqrt{z_n^2 \Psi_n^T \Psi_n + \sigma_n^2}}$, $\bar{\alpha}_n = k_n z_n + \hat{\Theta}_n \eta_n$, k_n 为正的的设计参数. 由此可以直接得出

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_n \leq & - \sum_{j=1}^n k_j z_j^2 + \sum_{j=1}^n \sigma_j (1 + \Theta_j) + \sum_{j=1}^n \sigma_j \tilde{\Theta}_j \hat{\Theta}_j + \\
 & \frac{g_n}{g_n} z_n z_{n+1}. \tag{36}
 \end{aligned}$$

step $n+1$: 由 $z_{n+1} = p(v) - \alpha_n$, z_{n+1} 的动态方程可以写为

$$\begin{aligned}
 \dot{z}_{n+1} = & \xi(-cv + \omega) - \frac{\partial \alpha_n}{\partial x_n} (g_n p(v) + g_n d(v) + \theta^T \phi_n) - \\
 & \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_n}{\partial x_j} (g_j x_{j+1} + \theta^T \phi_j) - \frac{\partial \alpha_n}{\partial y_r} \dot{y}_r - \sum_{j=1}^n \frac{\partial \alpha_n}{\partial \hat{\Theta}_j} \dot{\hat{\Theta}}_j, \tag{37}
 \end{aligned}$$

其中

$$\xi = \frac{\partial p(v)}{\partial v} = \frac{4}{(e^{v/U_N} + e^{-v/U_N})^2} > 0. \tag{38}$$

构造李雅普诺夫函数

$$V_{n+1} = V_n + \frac{1}{2} z_{n+1}^2 + \frac{1}{2\gamma_{n+1}} \tilde{\Theta}_{n+1}^2, \tag{39}$$

其中 $\gamma_{n+1} > 0$ 为正常数.

根据系统(37)的解对 V_{n+1} 求导, 可得

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_{n+1} \leq & - \sum_{j=1}^n k_j z_j^2 + \sum_{j=1}^n \sigma_j (1 + \Theta_j) + \sum_{j=1}^n \sigma_j \tilde{\Theta}_j \hat{\Theta}_j + \\
 & z_{n+1} \xi (-cv + \omega) + z_{n+1} \vartheta_{n+1,1}^T \Psi_{n,1} + \\
 & z_{n+1} \vartheta_{n+1,2}^T \Psi_{n,2} + z_{n+1} \vartheta_{n+1,3}^T \Psi_{n,3} + \\
 & z_{n+1} \vartheta_{n+1,4}^T \Psi_{n+1,4} - \frac{1}{\gamma_{n+1}} \tilde{\Theta}_{n+1} \dot{\Theta}_{n+1}, \tag{40}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \vartheta_{n+1,1} &= \left[\theta^T, \mu^T d(v), \frac{\mu^T}{g_n} \right]^T, \\
 \vartheta_{n+1,2} &= [\mu^T, \mu^T, \dots, \mu^T]_n^T, \\
 \vartheta_{n+1,3} &= [\dot{y}_r]^T, \vartheta_{n+1,4} = \left[\frac{1}{g_n}, \frac{1}{g_n}, \dots, \frac{1}{g_n} \right]_n^T,
 \end{aligned}$$

$$\Psi_{n+1,1} = \left[- \sum_{j=1}^n \frac{\partial \alpha_n}{\partial x_j} \phi_j^T, \frac{\partial \alpha_n}{\partial x_n} \psi_n^T, z_n \psi_n^T \right]^T,$$

$$\Psi_{n+1,2} = \left[- \frac{\partial \alpha_n}{\partial x_1} x_2 \psi_1^T, \dots, - \frac{\partial \alpha_n}{\partial x_n} \psi_n^T p(v) \right]^T,$$

$$\Psi_{n+1,3} = \left[- \frac{\partial \alpha_n}{\partial y_r} \right]^T,$$

$$\Psi_{n+1,4} = \left[- \frac{\partial \alpha_n}{\partial \hat{\Theta}_1} \tau_1, \dots, - \frac{\partial \alpha_n}{\partial \hat{\Theta}_n} \tau_n \right]^T.$$

与 step n 相似, V_{n+1} 的导数满足

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_{n+1} \leq & - \sum_{j=1}^n k_j z_j^2 + \sum_{j=1}^n \sigma_j (1 + \Theta_j) + \sum_{j=1}^n \sigma_j \tilde{\Theta}_j \hat{\Theta}_j + \\
 & z_{n+1} \xi (-cv + \omega) + z_{n+1} \Theta_{n+1} \eta_{n+1} + \sigma_{n+1} \Theta_{n+1} - \\
 & \frac{1}{\gamma_{n+1}} \tilde{\Theta}_{n+1} \dot{\Theta}_{n+1}. \tag{41}
 \end{aligned}$$

由于 ξ 是变化的, 这给控制器设计带来了很大困难. 为了解决该问题, 必须设计一个 Nussbaum 增益调和法则以减轻 ξ 带来的影响. 首先, 定义中间变量 $\bar{\alpha}_{n+1}$ 为

$$\bar{\alpha}_{n+1} = -c\xi v + k_{n+1} z_{n+1} + \hat{\Theta}_{n+1} \eta_{n+1}, \tag{42}$$

其中 k_{n+1} 为正的的设计参数. 由此可得

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_{n+1} \leq & - \sum_{j=1}^{n+1} k_j z_j^2 + \sum_{j=1}^n \sigma_j (1 + \Theta_j) + \sum_{j=1}^n \sigma_j \tilde{\Theta}_j \hat{\Theta}_j + \\
 & z_{n+1} \xi \omega + z_{n+1} \bar{\alpha}_{n+1} + \sigma_{n+1} \Theta_{n+1} + \\
 & \frac{1}{\gamma_{n+1}} \tilde{\Theta}_{n+1} (\gamma_{n+1} z_{n+1} \eta_{n+1} - \dot{\Theta}_{n+1}). \tag{43}
 \end{aligned}$$

为了避免出现高增益问题, 选用 Nussbaum 函数

$$N(\zeta) = \begin{cases} \vdots & \vdots \\ (-1)^{q+1} a \sin[b^q(\zeta + \zeta_{q-1})], & (-\zeta_q, -\zeta_{q-1}); \\ \vdots & \vdots \\ -a \sin \left[b^2 \left(\zeta + \pi + \frac{\pi}{b} \right) \right], & \left(-\pi - \frac{\pi}{b} - \frac{\pi}{b^2}, -\pi - \frac{\pi}{b} \right); \\ a \sin[b(\zeta + \pi)], & \left(-\pi - \frac{\pi}{b}, -\pi \right); \\ a \sin \zeta, & (-\pi, \pi); \\ a \sin[b(\zeta - \pi)], & \left[\pi, \pi + \frac{\pi}{b} \right); \\ -a \sin \left[b^2 \left(\zeta - \pi - \frac{\pi}{b} \right) \right], & \left[\pi + \frac{\pi}{b}, \pi + \frac{\pi}{b} + \frac{\pi}{b^2} \right); \\ \vdots & \vdots \\ (-1)^{q+1} a \sin[b^q(\zeta - \zeta_{q-1})], & [\zeta_{q-1}, \zeta_q). \end{cases} \tag{44}$$

其中: a, b 为正常数且 $0 < b < 1$; q 为正整数; $\zeta_{q-1} =$

$\sum_{j=0}^{q-1} (\pi/b^j)$, $\zeta_q = \sum_{j=0}^q (\pi/b^j)$. 同时满足以下性质:

$$\limsup_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \int_0^k N(s) ds = +\infty,$$

$$\liminf_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \int_0^k N(s) ds = -\infty.$$

因此, 控制输入和自适应率设计为

$$\omega = N(\chi)\bar{\alpha}_{n+1}, \dot{\chi} = z_{n+1}\bar{\alpha}_{n+1},$$

$$\dot{\Theta}_{n+1} = \tau_{n+1} = \gamma_{n+1}z_{n+1}\eta_{n+1} - \gamma_{n+1}\sigma_{n+1}\hat{\Theta}_{n+1}. \quad (45)$$

其中: $\bar{\alpha}_{n+1}$ 已经在式 (42) 中被定义, $\eta_{n+1} = \frac{z_{n+1}\Psi_{n+1}^T\Psi_{n+1}}{\sqrt{z_{n+1}^2\Psi_{n+1}^T\Psi_{n+1} + \sigma_{n+1}^2}}$. 由此可得

$$\dot{V}_{n+1} \leq - \sum_{j=1}^{n+1} k_j z_j^2 + \sum_{j=1}^{n+1} \sigma_j (1 + \Theta_j) + \sum_{j=1}^{n+1} \sigma_j \tilde{\Theta}_j \hat{\Theta}_j + (\xi N(\chi) + 1)\dot{\chi}. \quad (46)$$

通过应用与前一节相同的方法, 可得

$$\dot{V}_{n+1} \leq - \sum_{j=1}^{n+1} k_j z_j^2 + (\xi N(\chi) + 1)\dot{\chi} + \sum_{j=1}^{n+1} \sigma_j \nu_j. \quad (47)$$

其中: $\nu_j = 1 + \Theta_j + \Theta_j^2/4$, $j = 1, 2, \dots, n + 1$.

3 稳定性分析

基于以上控制器设计过程, 可以证明关于闭环系统收敛的主要结果.

定理 1 针对不确定非线性系统 (6), 在假设 1 ~ 假设 3 下, 如果将自适应控制器设计为式 (44), 且参数自适应率设计为式 (28) 和 (44), 则闭环系统的所有信号均有界, 且输出 y 均能渐近跟踪上给定的有界参考信号 y_r .

证明 将闭环系统改写为 $\dot{\eta}(t) = h(\eta(t), u)$, $\eta(t) = [x(t)^T, \chi(t), \tilde{\Theta}_n(t)^T]^T$, $\tilde{\Theta}_n(t) = [\tilde{\Theta}_1(t), \dots, \tilde{\Theta}_n(t)]^T$. 观察到闭环系统的右边部分在 $\eta(t)$ 是局部利普席茨. 因此, 对于所有 $T_f > 0$, 闭环系统在右侧最大的时间间隔 $[0, T_f]$ 都有独一无二的解 $\eta(t)$.

对式 (46) 两边积分, 可得

$$V_{n+1}(t) \leq - \sum_{j=1}^{n+1} k_j \int_0^t z_j^2(s) ds + \sum_{j=1}^{n+1} \nu_j \int_0^t \sigma_j(s) ds + V_{n+1}(t_0) + \int_{\chi(0)}^{\chi(t)} (\xi N(s) + 1) ds \leq - \sum_{j=1}^{n+1} k_j \int_0^t z_j^2(s) ds + L(t) + \zeta_0. \quad (48)$$

其中

$$L(t) = \int_{\chi(0)}^{\chi(t)} (\xi N(s) + 1) ds, \quad (49)$$

$$\zeta_0 = V_{n+1}(0) + \sum_{j=1}^{n+1} \nu_j \bar{\sigma}_j. \quad (50)$$

由式 (47), 为了证明闭环系统的稳定性, 首先证明 $\chi(t)$ 在 $[0, T_f]$ 的有界性.

命题 1 当 $T_f \leq +\infty$ 时, $\chi(t)$ 在 $[0, T_f]$ 是有界的.

命题 1 证明过程如下. 使用反证法, 假设 $\chi(t)$ 是无界的, 则只需要考虑两种情况:

1) $\chi(t)$ 在 $[0, T_f]$ 无界. 由于 $\chi(t)$ 是连续的, 存在一个单调递增时间序列 $t_i (i = 1, 2, \dots)$, 因此 $\chi(t_i) = (2i_0 + i - 0.5)\pi$, 其中 i_0 是满足 $i_0 \geq (\chi(0)/2\pi)$, $\lim_{i \rightarrow +\infty} t_i = t_f$ 的最小整数. 由 $\{t_i\}$ 提取两个子序列 $\{t_{2l}\}$ 和 $\{t_{2l+1}\}$, $l = 1, 2, \dots$. 注意到 $0 < \xi \leq 1$ 且 $N(s) = e^{s^2} \cos(s) \geq 0$, 当 $s \in [\kappa(t_{2l}), \kappa(t_{2l+1})]$ 时, 有

$$\int_{\chi(0)}^{\chi(t_{2l})} \xi N(s) ds \leq |\chi(t_{2l-1}) - \chi(0)| \xi \sup_{s \in [\chi(0), \chi(t_{2l-1})]} |N(s)| \leq [(2i_0 + 2l - 0.5)\pi - \chi(0)] e^{(2i_0+2l-0.5)^2 \pi^2}, \quad (51)$$

$$\int_{\chi(t_{2l})}^{\chi(t_{2l+1})} \xi N(s) ds \leq \int_{(2i_0+2l-0.5+\epsilon)\pi}^{(2i_0+2l+0.5-\epsilon)\pi} \xi_{\min} N(s) ds \leq (1-2\epsilon)\pi \xi_{\min} \sup_{s \in [(2i_0+2l-0.5+\epsilon)\pi, (2i_0+2l+0.5-\epsilon)\pi]} N(s) \leq - (1-2\epsilon)\pi \xi_{\min} \sin(\epsilon\pi) e^{(2i_0+2l-0.5+\epsilon)^2 \pi^2}, \quad (52)$$

其中 $\epsilon \in (0, 0.5)$ 为常数且 $1 - 2\epsilon > 0$.

结合式 (47) 可以得到

$$L(t_{2l+1}) \leq - (1-2\epsilon)\pi \xi_{\min} \sin(\epsilon\pi) e^{(2i_0+2l-0.5)^2 \pi^2} \times [e^{[2\epsilon(2i_0+2l-0.5)+\epsilon^2]\pi^2} - \varrho_1 - \varrho_2]. \quad (53)$$

其中

$$\varrho_1 = \frac{(2i_0 + 2l - 0.5)\pi - \chi(0)}{(1 - 2\epsilon)\pi \xi_{\min} \sin(\epsilon\pi)}$$

在 l 中是线性的, 且 $\varrho_2 = [(2i_0 + 2l + 0.5)\pi - \chi(0)] / [(1 - 2\epsilon)\pi \xi_{\min} \sin(\epsilon\pi)] e^{-(2i_0+2l-0.5)^2 \pi^2}$ 随着 $l \rightarrow +\infty$ 指数收敛到零. 当 $e^{[2\epsilon(2i_0+2l-0.5)+\epsilon^2]\pi^2}$ 比 ϱ_1 增长更快时, 由式 (52) 可得 $L(t_{2l+1}) \rightarrow -\infty$ as $l \rightarrow +\infty$, 因为 $V_{n+1}(t) \geq 0$, 所以与式 (47) 矛盾, 因此有 $\chi(t)$ 必须在 $[0, T_f]$ 内.

2) $\chi(t)$ 在 $[0, t_f]$ 没有下界. 由于 $\chi(t)$ 的连续性, 一定存在一个单调递增的数列 $\{t_i\} (i = 1, 2, \dots)$, 因此 $\chi(t_i) = (2i_0 - i + 0.5)\pi$, 其中 i_0 是满足 $i_0 \leq (\chi(0)/2\pi)$ 的最大常数, 且 $\lim_{i \rightarrow +\infty} t_i = t_f$. 与情况 1) 分析类似并稍作修改, 可以得到在 $l \rightarrow +\infty$ 时 $L(t_{2l+1})$ 收敛到

$-\infty$,这与式(47)相矛盾.

综上所述,可以得到 $\chi(t)$ 在 $[0, t_f)$ 是有界的. 命题1成立.

下面证明闭环系统所有信号在 $[0, +\infty)$ 均有界.

命题2 由式(6)、(9)、(27)、(28)、(34)、(35)和(44)形成的闭环系统所有状态在 $[0, t_f)$ 均是有界的.

命题2证明过程如下. 由于 $\chi(t)$ 的有界性,可以由式(47)和(48)得到 $V_{n+1}(t)$ 和 $L(t)$ 在 $[0, T_f)$ 有界,因此 z_j 和 $\tilde{\Theta}_j(j = 1, 2, \dots, n + 1)$ 在 $[0, T_f)$ 也是一致有界的. 同时,由于 Θ_j 的有界性以及 $\tilde{\Theta}_j = \Theta_j - \hat{\Theta}_j$,可以推理得到 $\hat{\Theta}_j(j = 1, 2, \dots, n + 1)$ 在 $[0, T_f)$ 是有界的. 此外,考虑 $z_1 = x_1 - y_r$ 以及 y_r 的有界性,可以得到 x_1 也是有界的. 注意到虚拟控制信号 α_1 是关于有界信号 $x_1, y_r, \dot{y}_r, \hat{\Theta}_1$ 的一个函数,这也直接证明了 α_1 在 $[0, T_f)$ 一致有界,根据 $z_2 = x_2 - \alpha$ 可以得到 x_2 的界. 通过递推方法, $x_i(i = 2, 3, \dots, n)$ 在 $[0, T_f)$ 是有界的. 由 $\xi = \frac{\partial p(v)}{\partial v} = \frac{4}{(e^{v/U_N} + e^{-v/U_N})^2}$ 可知 $0 < \xi < 1$,因此 ξ 也是有界的. 由引理1、式(39)、 z_i 的界、 $\hat{\Theta}_{n+1}$ 和 η_{n+1} ,可知 $\bar{\alpha}_{n+1}$ 也是有界的. 进一步证明了 ω 也是有界的,因为 χ 是有界的. 因此,闭环系统的所有信号在 $[0, T_f)$ 均是有界的. 其次证明 $T_f = +\infty$. 基于上述闭环系统状态的有界性,通过反证法假设 $T_f < +\infty$,可知 $\lim_{t \rightarrow T_f} \|\eta(t)\| = +\infty$,这明显与闭环系统在右侧最大区间 $[0, T_f)$ 有界这一事实矛盾,由于常微分方程解轨迹的连续性在 $t = T_f$ 也有界,可证 $T_f = +\infty$.

下面证明定理1的剩余部分,即 $\lim_{t \rightarrow \infty} z_1 = 0$.

命题3 跟踪误差 z_1 渐近收敛到零,即 $\lim_{t \rightarrow \infty} z_1 = 0$.

由命题2,存在正常数 $\bar{L} < +\infty$,因此 $|L(t)| \leq \bar{L}$. 结合式(47),可得

$$\sum_{j=1}^{n+1} k_j \int_{t_0}^t z_j^2(s) ds \leq \bar{L} + \zeta_0 < +\infty. \quad (54)$$

由于 $T_f = +\infty$,可得

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \sum_{j=1}^{n+1} k_j \int_{t_0}^t z_j^2(s) ds \leq \bar{L} + \zeta_0 < +\infty. \quad (55)$$

由闭环系统所有信号均有界可知 \dot{z}_j 是有界的,因此 $z_j(t)$ 在时间 t 也是一直连续的. 通过运用芭芭拉引理可得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} z_j = 0, j = 1, 2, \dots, n. \quad (56)$$

即输出 y 达到渐近跟踪. \square

注3 通过在式(39)构造一个新颖的李雅普诺夫函数,解决了不确定控制参数常常导致的奇异问

题. 此外,本文考虑了控制参数为未知非线性函数的情况,不再需要对控制参数进行假设.

注4 对比文献[25]的自适应控制器,本文创新点在于构造转换(如式(34)和(45))作为虚拟控制器和实际控制信号,而不是应用信号 $\bar{\alpha}_n$,其中 $\bar{\alpha}_n$ 是根据传统反步递推设计的. 上述所提出控制方案能够在保持闭环系统(1)有界的同时实现系统的全局渐近跟踪.

4 仿真结果

运用仿真结果证明所提出自适应控制方法的有效性. 考虑下述二阶非线性系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -x_1^2 + (1 + 0.1 \cos(x_1))x_2, \\ \dot{x}_2 &= x_2 \sin(x_1) + (2 + 0.1 \cos(x_1 x_2))u. \end{aligned} \quad (57)$$

其中: $g_1 = 1 + 0.1 \cos(x_1), g_2 = 2 + 0.1 \cos(x_1 x_2), f_1 = -x_1^2, f_2 = x_2 \sin(x_1)$.

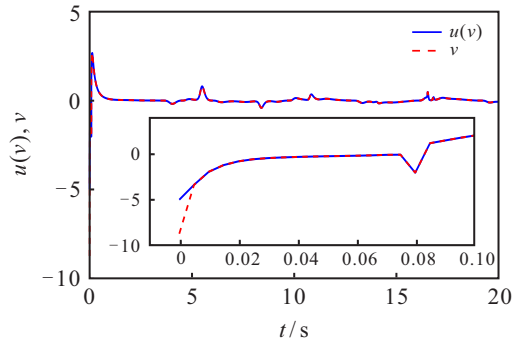


图1 实际控制输入 v 和饱和控制输入 $u(v)$

仿真中控制参数设为: $k_1 = 10, k_2 = 20, k_3 = 20, \gamma_1 = 0.2, \gamma_2 = 0.2, \gamma_3 = 0.1, \sigma_1 = 60e^{-0.9t}, \sigma_2 = 15e^{-0.05t}, \sigma_3 = 10e^{-5t}, \sigma = 2e^{-0.2t}, c = 2$. 输入饱和和极限设为 $U_N = 5$. 参考信号设为 $y_r = 0.25 \sin(t)$, 初始条件设为 $x(0) = [1, -1]^T, v(0) = 0, \chi(0) = 0, \hat{\theta}_1(0) = 1, \hat{\theta}_2(0) = 1$.

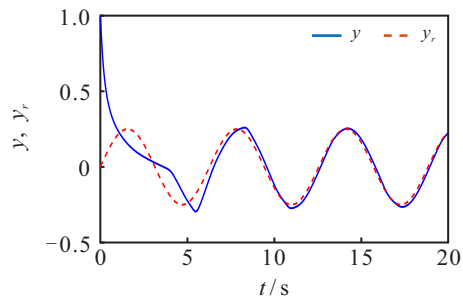


图2 跟踪结果 y 和 y_r

图1展示了实际控制输入 v 和饱和控制输入 $u(v)$. 图2给出了 y 和 y_r 的轨迹,可以看出输出状态 y 可以很好地跟踪上参考信号 y_r . 通过观察图3可知 x_1, x_2 的状态轨迹,进而可知系统状态均是有界

的. 如图4所示, 自适应律可以保证参数收敛到一些特定常数. 跟踪结果如图5所示.

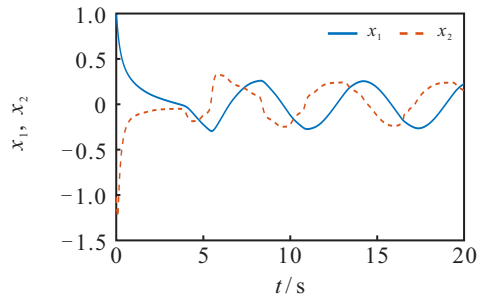


图3 状态轨迹 x_1 和 x_2

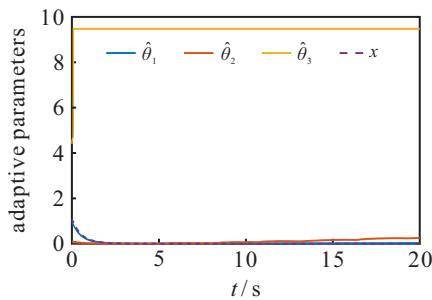


图4 自适应律

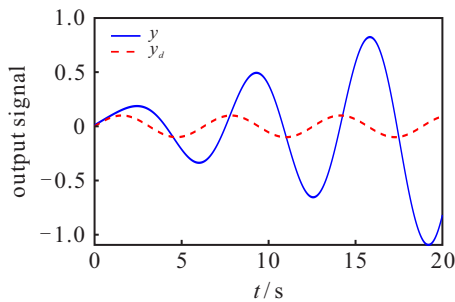


图5 跟踪结果 y 和 y_d

通过进行对比仿真实验, 将文献[7]所提出控制方法代入系统中发现无法保证具有输入饱和的非线性系统达到稳定, 进一步表明了所提出控制策略的有效性.

5 结论

本文针对具有不确定虚拟控制参数及输入饱和的参数非线性系统的全局跟踪问题提出了一种自适应反步控制策略. 通过应用边界估计的思想和光滑函数, 设计了一种自适应状态反馈补偿器, 能够用于具有输入饱和的重要非线性系统. 特别地, 通过引入控制增益的下界, 提出一种新的李雅普诺夫函数, 证明了闭环系统的稳定性. 与已有结果相比, 所考虑的虚拟控制系数可以是未知的非线性函数. 最后通过仿真实例验证了所提出方法的有效性.

参考文献(References)

[1] Ioannou P A, Sun J. Robust adaptive control[M]. Upper SaddleRiver: PTR Prentice Hall, 1996.

[2] Krstic M, Kokotovic P V, Kanellakopoulos I. Nonlinear and adaptive control design[M]. New York: John Wiley & Sons, 1995.

[3] Narendra K S, Annaswamy A M. Stable adaptive systems[M]. New York: Dover Publications, 2005.

[4] Tao G. Adaptive control design and analysis[M]. New York: John Wiley & Sons, 2003.

[5] 温长云, 周靖, 王薇, 等. 一种统一的鲁棒自适应控制方法及近期自适应控制结果综述[J]. 控制与决策, 2018, 33(5): 782-808.
(Wen C Y, Zhou J, Wang W, et al. A unified conventional approach for robust adaptive control systems and some reviews on recent developments in adaptive control[J]. Control and Decision, 2018, 33(5): 782-808.)

[6] Zhang X, Lin W. A K -filter-based adaptive control for nonlinear systems with unknown parameters in state and output equations[J]. Automatica, 2019, 105: 186-197.

[7] Huang J S, Wang W, Wen C Y, et al. Adaptive control of a class of strict-feedback time-varying nonlinear systems with unknown control coefficients[J]. Automatica, 2018, 93: 98-105.

[8] Wang C, Wen C, Hu Q. Event-triggered adaptive control for a class of nonlinear systems with unknown control direction and sensor faults[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2019, 65(2): 763-770.

[9] Zhou J, Wen C Y, Yang G H. Adaptive backstepping stabilization of nonlinear uncertain systems with quantized input signal[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2014, 59(2): 460-464.

[10] Liu L, Gao T, Liu Y J, Tong S, et al. Time-varying IBLFs-based adaptive control of uncertain nonlinear systems with full state constraints[J]. Automatica, 2021, 129: 109595.

[11] 孙丽颖, 王新, 白锐. 考虑输入约束的半主动悬架非线性自适应控制[J]. 控制与决策, 2018, 33(11): 2099-2103.
(Sun L Y, Wang X, Bai R. Nonlinear adaptive control for semi-active suspension with input constraints[J]. Control and Decision, 2018, 33(11): 2099-2103.)

[12] Wang Y M, Li Y X. Adaptive security control of time-varying constraints nonlinear cyber-physical systems with false data injection attacks[J]. Journal of Control and Decision, DOI: 10.1080/23307706.2022.2136274.

[13] Li Y X. Finite time command filtered adaptive fault tolerant control for a class of uncertain nonlinear systems[J]. Automatica, 2019, 106: 117-123.

[14] Bechlioulis C P, Rovithakis G A. Adaptive control with guaranteed transient and steady state tracking error bounds for strict feedback systems[J]. Automatica, 2009, 45(2): 532-538.

[15] Kapila V, Grigoriadis K M. Actuator saturation control[M]. New York: M. Dekker, 2002.

[16] Hu T, Lin Z. Control systems with actuator saturation: Analysis and design[M]. Berlin: Springer Science &

- Business Media, 2001.
- [17] Sussmann H J, Sontag E D, Yang Y. A general result on the stabilization of linear systems using bounded controls[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1994, 39(12): 2411-2425.
- [18] Karason S P, Annaswamy A M. Adaptive control in the presence of input constraints[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1994, 39(11): 2325-2330.
- [19] Chaoui F Z, Giri F, Dugard L, et al. Adaptive tracking with saturating input and controller integral action[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1998, 43(11): 1638-1643.
- [20] Zhou B, Duan G, Lin Z. A parametric Lyapunov equation approach to the design of low gain feedback[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2008, 53(6): 1548-1554.
- [21] Mazenc F, de Queiroz M S, Malisoff M, et al. Further results on active magnetic bearing control with input saturation[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2006, 14(5): 914-919.
- [22] Yong K N, Chen M, Shi Y, et al. Flexible performance-based robust control for a class of nonlinear systems with input saturation[J]. Automatica, 2020, 122: 109268.
- [23] Yang J Z, Li Y X, Tong S. Adaptive asymptotic fault-tolerant tracking of uncertain nonlinear systems with unknown control directions[J]. Journal of Control and Decision, 2022, 9(3): 301-310.
- [24] Shi S N, Li Y X. Event-based adaptive asymptotic tracking control of nonlinear time-varying systems with prescribed performance[J]. Journal of Control and Decision, DOI: 10.1080/23307706.2022.2078434.
- [25] Wen C Y, Zhou J, Liu Z T, et al. Robust adaptive control of uncertain nonlinear systems in the presence of input saturation and external disturbance[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2011, 56(7): 1672-1678.
- [26] Gao Y F, Sun X M, Wen C Y, et al. Adaptive tracking control for a class of stochastic uncertain nonlinear systems with input saturation[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2017, 62(5): 2498-2504.
- [27] Min H, Xu S, Zhang B, Ma Q. Output-feedback control for stochastic nonlinear systems subject to input saturation and time-varying delay[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2018, 64(1): 359-364.
- [28] Fang X, Fan H, Wang W, et al. Adaptive finite-time fault-tolerant control of uncertain systems with input saturation[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 2022, 53(1): 165-177.
- [29] Slotine J J E, Li W P. Applied nonlinear control[M]. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1991.

作者简介

李元新(1981—),男,教授,博士生导师,从事自适应模糊/神经网络控制、容错控制、事件触发控制和信息物理系统的自适应控制等研究, E-mail: yxinly@126.com;

魏淑仪(1998—),女,硕士生,从事非线性系统自适应控制的研究, E-mail: sywei0528@126.com.



特邀专家 李元新,教授,博士生导师. 2013年9月至2017年7月在东北大学控制科学与工程专业师从杨光红教授攻读工学博士,现任中国自动化学会数据驱动控制、学习与优化专业委员会委员,被评为国家教育部青年长江学者,入选辽宁省“兴辽英才”青年拔尖人才,辽宁省百万人才工程百层次,辽宁省优秀科技工作者. 先后主持国家自然科学基金2项,省部级项目4项,曾获辽宁省自然科学三等奖、辽宁省优秀博士论文、CAA优秀博士论文提名奖. 近5年来,以第1作者在控制领域的国际权威期刊《Automatica》《IEEE Trans》等发表SCI检索论文70余篇,高被引论文7篇.

专家寄语 百年沧桑砥砺,百年薪火相传,百年砥砺前行,百年春华秋实;忆往昔,恩师言传身教,人而不倦;看今朝,母校桃李满园五湖四海. 祝控制与工程专业光辉历程更辉煌,人才辈出代代强,也祝我亲爱的母校生日快乐,越办越好!