

控制与决策

Control and Decision

网联车辆有限时间分布式轨迹优化和协同控制

郭戈, 张忍永康, 杨冬琪, 段洪君

引用本文:

郭戈, 张忍永康, 杨冬琪, 段洪君. 网联车辆有限时间分布式轨迹优化和协同控制[J]. *控制与决策*, 2023, 38(8): 2355–2363.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2023.0369>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

输入饱和的充液航天器抗干扰有限时间滑模控制

Anti-disturbance finite-time sliding mode control for liquid-filled spacecraft with input saturation

控制与决策. 2021, 36(5): 1078–1086 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0820>

参数不确定离散时间系统的有限时间输出反馈预见控制器设计

Design of finite-time output feedback preview controller for discrete-time systems with parameter uncertainty

控制与决策. 2021, 36(9): 2074–2084 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1584>

输入约束不确定系统的点对点迭代学习控制与优化

Point-to-point iterative learning control and optimization for uncertain systems with constrained input

控制与决策. 2021, 36(6): 1435–1441 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0908>

孤岛微电网异构电池储能系统的分布式有限时间次级控制

Distributed finite-time secondary control for heterogeneous battery energy storage systems in an islanded microgrid

控制与决策. 2021, 36(8): 2034–2041 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0012>

纵向速度和艏向角受限的水面艇有限时间协同路径跟踪

Finite-time cooperative path following of surface vessels with surge velocity and yaw angle constraints

控制与决策. 2021, 36(2): 363–370 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0977>

网联车辆有限时间分布式轨迹优化和协同控制

郭戈^{1,3†}, 张忍永康², 杨冬琪², 段洪君³

1. 东北大学 流程工业综合自动化国家重点实验室, 沈阳 110819;
2. 东北大学 信息科学与工程学院, 沈阳 110819;
3. 东北大学秦皇岛分校 控制工程学院, 河北 秦皇岛 066004)

摘要: 提出一种基于分层控制框架的网联车辆有限时间轨迹优化和协同控制方法. 首先, 在上层, 为了最小化车辆间的间距误差, 采用有限时间分布式优化算法构造车辆参考模型, 产生最优轨迹信号; 在下层, 设计基于终端滑模的跟踪控制器使得车辆在有限时间内跟踪最优轨迹信号, 并克服扰动等不确定因素的影响. 然后, 通过李雅普诺夫分析, 严格验证控制系统的稳定性. 最后, 通过数值仿真结果表明了所提出方法的有效性.

关键词: 分布式轨迹优化; 车辆编队; 滑模控制; 有限时间收敛

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2023.0369

引用格式: 郭戈, 张忍永康, 杨冬琪, 等. 网联车辆有限时间分布式轨迹优化和协同控制 [J]. 控制与决策, 2023, 38(8): 2355-2363.

Finite-time distributed trajectory optimization and collaborative control of connected vehicle platoon

GUO Ge^{1,3†}, ZHANG Ren-yong-kang², YANG Dong-qi², DUAN Hong-jun³

(1. State Key Laboratory of Synthetical Automation for Process Industries, Northeastern University, Shenyang 110819, China; 2. College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819, China; 3. School of Control Engineering, Northeastern University at Qinhuangdao, Qinhuangdao 066004, China)

Abstract: This paper proposes a finite-time trajectory optimization and coordinated control method for connected vehicles based on a hierarchical control framework. In the upper layer, a finite-time distributed optimization algorithm is used to construct a vehicle reference model to generate optimal trajectory signals for minimizing the spacing errors between vehicles. In the lower layer, a terminal sliding mode tracking controller is designed to enable vehicles to track the optimal trajectory signal within a finite-time while overcoming the impact of disturbances and other uncertain factors. The stability of the control system is rigorously proven through Lyapunov analysis. Finally, numerical simulation results show the effectiveness of the proposed method.

Keywords: distributed trajectory optimization; vehicular platoon; sliding mode control; finite-time convergence

0 引言

交通运输在现代社会发展过程中的作用日益显著, 但是, 也带来了交通拥堵、污染和燃油消耗等严重问题. 智能交通系统 (intelligent transportation system, ITS) 已成为缓解这些问题的重要解决方案^[1-2]. 车辆编队控制作为 ITS 的前沿技术, 采用先进的传感器、通信网络和算法来优化交通流量、减少排放并提升用户体验. 该技术控制道路上的车辆保持紧密的间距和一致的速度, 从而提升道路容量并降低能源消

耗^[3-4]. 保持编队的稳定性是确保交通安全和顺畅的必要条件, 为了使得车辆编队行驶更加平稳, 需要采用适当的通信拓扑、合理的间距策略和精度高且收敛迅速的控制算法^[5-6].

对于网联车辆的编队行驶, 保持紧凑的车间距, 尽可能减小间距误差至关重要. 因此, 实现车辆编队的轨迹优化与跟踪控制两方面互相耦合的功能需求是值得研究的课题. Wen 等^[7]提出了一种分层控制框架, 对轨迹优化和跟踪控制进行了解耦, 实现了间距

收稿日期: 2023-03-29; 录用日期: 2023-05-13.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (62173079, U1808205); 2023 年河北省博士在读研究生创新能力培养项目 (CXZZBS2023171).

责任编辑: 杨光红.

†通讯作者. E-mail: geguo@yeah.net.

误差最小化,但是,该方法存在误差收敛速度较慢和抗抖振性能较差等问题.为了解决这些问题,Guo等^[8]提出了一种改进的PID型滑模控制器,相较于传统滑模控制算法^[7],具有更好的暂态和稳态性能,同时可在道路交通容量饱和的情况下保证全局交通流稳定性.然而,上述这些方法在处理编队控制问题时只能得到渐近稳定的结果,即无限时间控制,其收敛速度较慢,且无法更好地处理系统不确定性和外部扰动.

在有限时间规划出编队的最优参考信号,且保证跟踪误差有限时间收敛,这是确保行车安全和舒适的必要条件.Kwon等^[9]设计了有限时间滑模控制器,用于车辆编队的控制,但是该方法为集中式控制方法,不能保证间距误差在有限时间内收敛至0.Zhao等^[10]提出了一种基于滑模控制器和MAS的有限时间一致跟踪控制框架.Coppola等^[11]基于积分滑模提出了一种编队的分布式控制方法,能够保证在有限时间内实现跟踪控制,且收敛时间不受车辆的初始条件影响.

基于上述研究,本文提出一种网联车辆队列有限时间轨迹优化分层控制框架,对最优轨迹的优化与跟踪控制两方面进行解耦.在上层,为了使得车辆间的间距误差最小化,采用有限时间分布式优化算法构造车辆参考模型,产生最优轨迹信号;在下层,设计基于终端滑模的跟踪控制器使得车辆在有限时间内跟踪最优轨迹信号,并克服扰动等不确定因素的影响.在本文中,有限时间体现在两个方面:1)最优的轨迹信号是有限时间获得的;2)车辆有限时间跟踪最优信号.本文主要内容如下.

1)相比于文献[8],所提出控制方法实现了车辆有限时间轨迹优化和跟踪控制;

2)所设计终端滑模控制器,既在有限时间内跟踪上最优信号,又具有良好的抗干扰能力.

符号说明:记 \mathbf{R}^n 为 n 维欧几里得空间; $\mathbf{1}_N = [1, 1, \dots, 1]^T \in \mathbf{R}^N$ 和 $\mathbf{0}_N = [0, 0, \dots, 0]^T \in \mathbf{R}^N$; $I_N \in \mathbf{R}^{N \times N}$ 是大小为 $N \times N$ 的单位矩阵;向量 x 的 p -范数表示为 $\|x\|_p$;对于矩阵 A , A^T 为其转置矩阵, $\lambda_{\min}(A)$ 为 A 的最小特征值;定义 $\mathcal{H} = I_N - \frac{1}{N} \mathbf{1}_N \mathbf{1}_N^T$; $\text{diag}\{\cdot\}$ 为对角矩阵;矩阵不等式 $A > B$ ($A \geq B$)表示矩阵 $A - B$ 是正定(半正定)的; \otimes 为Kronecker积; $\text{sign}(\cdot)$ 为符号函数; $\text{sig}^\alpha(\cdot) = \text{sgn}(\cdot) \cdot |\cdot|^\alpha$ ($\alpha > 0$).

1 问题陈述

考虑一组由 $N + 1$ 辆网联车组成的编队在公路上行驶(如图1所示),车队的领航车为0号车.每个跟

随车可通过以下通信拓扑与其邻居交换信息(如位置、速度和加速度等).

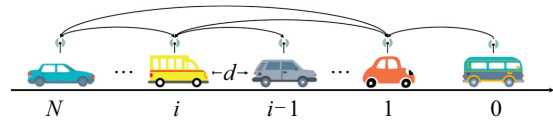


图1 网联车辆编队通信示意图

1.1 车队拓扑结构

领航车与跟随车间的通信构成了一个有向图 $\mathcal{G}_N = (\mathcal{V}_N, \mathcal{E}_N)$.其中:节点集合 $\mathcal{V}_N = \{1, 2, \dots, N\}$ 为车辆,边集合 $\mathcal{E}_N \subseteq \mathcal{V}_N \times \mathcal{V}_N$ 为通信连接.定义边 $\varepsilon_{ij} \triangleq (i, j) \in \mathcal{E}_N$,表示存在从车辆 j 到车辆 i 的信息流.图 \mathcal{G}_N 的邻接矩阵记为 $A = [a_{ij}]_{N \times N}$.其中: $a_{ii} = 0$;若 $\varepsilon_{ij} \in \mathcal{E}_N$,则 $a_{ij} = 1$,否则, $a_{ij} = 0$.图的拉普拉斯矩阵定义为 $\mathcal{L} = [l_{ij}]_{N \times N}$.其中:当 $i \neq j$ 时, $l_{ij} = -a_{ij}$, $l_{ii} = \sum_{j=1}^N a_{ij}$.关联矩阵用 $D = [d_{ij}]_{N \times |\mathcal{E}_N|}$ 表示.其中: $d_{ij} = -1$ 表示边 ε_j 离开节点 i , $d_{ij} = 1$ 表示边 ε_j 进入节点 i , $d_{ij} = 0$ 为其他情况.注意, $\mathcal{L} \triangleq DD^T$.路径指的是边的连接序列,若任意两个不同节点间均存在路径,则图 \mathcal{G}_N 是连通的.本文假设跟随者之间存在无向通信拓扑结构,节点 i 的邻居集合为

$$\mathbf{N}_i = \{j \in \mathcal{V}_N, (i, j) \in \mathcal{E}_N\}. \quad (1)$$

领航车和所有跟随者一起构成了一个带有顶点 $\mathcal{V}_{N+1} = \{0, 1, \dots, N\}$ 的增广有向图 $\mathcal{G}_{N+1} = (\mathcal{V}_{N+1}, \mathcal{E}_{N+1})$.令 $\mathcal{P} = \text{diag}\{p_1, p_2, \dots, p_N\}$ 为固定矩阵.其中: $p_i = 1$ 表示车辆 i 与领航车通信;否则, $p_i = 0$.注意,对于 \mathcal{G}_{N+1} ,有 $\mathcal{L} + \mathcal{P} \triangleq \bar{D} \bar{D}^T$,其中 $\bar{D} = [d_{ij}]_{N \times |\mathcal{E}_{N+1}|}$ 为关联矩阵.指示领航车信息流是否可达车辆 i 的集合称为

$$\mathbf{P}_i = \begin{cases} \emptyset, & p_i = 0; \\ \{0\}, & p_i = 1. \end{cases} \quad (2)$$

其中 \emptyset 为空集.因此,车辆 i 的邻居集合为 $\mathbf{I}_i = \mathbf{N}_i \cup \mathbf{P}_i$.

假设1 $\mathcal{G}_{N+1} = (\mathcal{V}_{N+1}, \mathcal{E}_{N+1})$ 为领航车与跟随车间的通信拓扑,其中至少有1棵以领航车为根节点的生成树.

引理1^[12] 若 \mathcal{L} 为一个无向连通图的拉普拉斯矩阵,则 $\lambda_{\min}(\mathcal{L}) = 0$,其中 $\mathbf{1}_N$ 为关联的特征向量.对于满足假设1的图, $\lambda_{\min}(\mathcal{L}) = 0$ 为一个简单的特征值,且 $\lambda_{\min}(\mathcal{L} + \mathcal{P}) \geq 0$.

引理2^[13] 拓扑结构为无向连通图的多智能体系统,有

$$\dot{x}_i = v_i,$$

$$\dot{v}_i = - \sum_{j \in N_i} (\text{sig}(x_i - x_j)^{\alpha_1} + \text{sig}(v_i - v_j)^{\alpha_2}) - \beta \sum_{j \in N_i} ((x_i - x_j) + (v_i - v_j)) + g_i.$$

满足

$$\|g_i - g_j\| \leq \gamma(\|x_i - x_j\| + \|v_i - v_j\|), \quad i, j \in \mathcal{V},$$

其中 γ 为已知的常数. 对于 $0 < \alpha_1, \alpha_2 < 1$ 和 $\beta \geq \max \left\{ \frac{(1 + \tau)\lambda_{\max}(\mathcal{H})}{\lambda_2(\mathcal{L})}, \frac{8(N - 1)\gamma}{N\lambda_2(\mathcal{L})} \right\}$. 式中: τ 为正常数, \mathcal{L} 为连通图的拉普拉斯矩阵. 所有智能体均将在有限时间内达成一致, 即存在正时间 T , 使得当时间 $t > T$ 时, $x_i = x_j, v_i = v_j$.

引理3^[14] 若存在 Lyapunov 函数 $V(x)$, 使得

$$\dot{V}(x) \leq -\alpha V(x) - \beta V^p(x).$$

其中: $0 < \alpha, 0 < \beta, 0 < p < 1$, 则 $V(x)$ 将在如下有限时间收敛至0:

$$T_f \leq \frac{1}{\alpha(1 - p)} \ln \frac{\alpha V^{1-p}(x_0) + \beta}{\beta}.$$

引理4^[15] 对于非线性系统 $\dot{x} = f(x, t)$, 若存在 Lyapunov 函数 $V(x)$, 使得

$$\dot{V}(x) \leq -\alpha V^p(x) - \beta V^q(x).$$

其中: $0 < \alpha, 0 < \beta, 0 < p < 1, q > 1$. 则原始系统将在如下有限时间稳定:

$$T_f \leq \frac{1}{\alpha(1 - p)} + \frac{1}{\beta(q - 1)}.$$

注1 引理4中对过渡时间的估计与系统初始状态无关, 因此, 也被称为固定时间稳定.

1.2 车辆纵向动力学和间距策略

假设 $x_i(t), v_i(t)$ 和 $a_i(t)$ 分别为车辆 $0, 1, \dots, N$ 的位置、速度和加速度, 领航车以恒定车队速度轨迹行驶, 即 $a_0 = 0, x_0 = v_0 t$. 针对跟随车, 本文考虑以下纵向动力学:

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = v_i(t), \\ \dot{v}_i(t) = a_i(t), \\ \dot{a}_i(t) = -\xi_i a_i(t) + \xi_i u_{i_2}(t) + \varpi_i(t). \end{cases} \quad (3)$$

其中: $\xi_i = 1/\tau_i, \tau_i$ 为车辆 i 传动系统的时间常数; u_{i_2} 为控制输入; $\varpi_i(t)$ 为未知干扰, 这里假设不确定干扰的变化率有上界, 即 $|\dot{\varpi}_i(t)| \leq \bar{\varpi}$.

设 $d_{i,i-1}(t) > 0$ 为车辆 i 与车辆 $i - 1$ 间期望的距离. 本文采用固定间距策略, 即 $d_{i,i-1} = d$, 设计该值将考虑车辆的长度 L_i .

1.3 控制目标

为了最小化间距误差, 考虑以下优化问题:

$$\min_{x_i(t)} J(t) = \sum_{i=1}^N \delta_i^2(t); \quad (4a)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \lim_{t \rightarrow T} |v_i(t) - v_0(t)| = 0, \\ \lim_{t \rightarrow T} |\delta_i(t)| = 0. \end{cases} \quad (4b)$$

其中: $\delta_i(t)$ 为跟随车 i 的间距误差, 定义为

$$\delta_i(t) = x_{i-1}(t) - x_i(t) - d_{i,i-1}(t); \quad (5)$$

T 为有限的过渡时间; $d_{i,i-1}(t)$ 为包含车长 L_{i-1} 在内的期望车间距.

针对系统 (3), 为了解决问题 (4a) 和 (4b), 本文设计一个有限时间的分布式轨迹优化和跟踪分层控制框架 (如图2所示). 在轨迹优化层, 采用分布式有限时间优化算法为每辆跟随车构造最优轨迹信号; 在跟踪控制层, 设计跟踪控制器使得车辆在有限时间跟踪上最优信号. 所有跟随者的控制器需要满足车辆的闭环误差系统稳定性, 所有跟随车的速度和加速度均在有限时间内跟踪领航车.

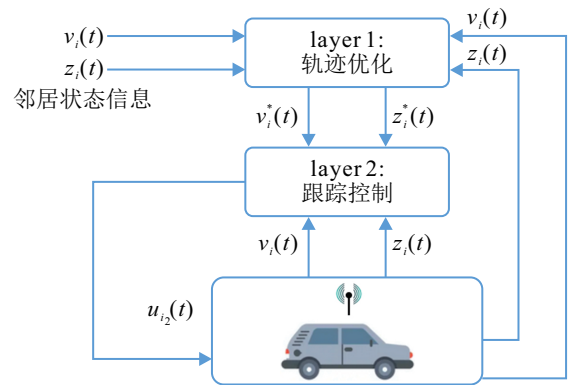


图2 本文分层控制框架

2 分布式有限时间轨迹优化

本节针对网联车辆编队系统设计分布式有限时间轨迹优化算法. 假设车辆编队的位置参考轨迹和速度参考轨迹为

$$\begin{cases} \dot{x}_i^*(t) = v_i^*(t), \\ \dot{v}_i^*(t) = u_{i_1}(t). \end{cases} \quad (6)$$

本文的目标是找到上层控制器 u_{i_1} 来生成参考轨迹 $x_i^*(t)$ 和 $v_i^*(t)$, 以解决式 (4a) 和 (4b) 中的有限时间轨迹优化问题. 为此, 本文给出以下定理.

定理1 对于拓扑结构满足假设1的车辆编队系统, 使用如下控制器 u_{i_1} 可在有限时间内解决式 (4a) 和 (4b) 的优化问题:

$$u_{i_1} = - \sum_{j \in \mathcal{I}_i} \text{sig}(x_i - x_j - d_{i,j})^{\kappa_1} + \text{sig}(v_i - v_j)^{\kappa_2} -$$

$$\rho \sum_{j \in \mathcal{I}_i} (x_i - x_j - d_{i,j}) + (v_i - v_j) + g_i, \quad (7)$$

$$g_i = v_{ri} + \dot{v}_{ri} - \omega_i - \text{sig}(\omega_i - v_{ri})^\sigma, \quad (8)$$

$$v_{ri} = -\frac{1}{2N} (N\theta_i + \text{sig}(N\theta_i)^\mu). \quad (9)$$

其中: $0 < \kappa_1, \kappa_2, \sigma, \mu < 1; \rho \geq \frac{(1 + \tau)\lambda_{\max}(\mathcal{H})}{\lambda_2(\mathcal{L})}$; ω_i 和 θ_i 均由采用分布式平均跟踪算法的估计器产生, 如下式所示:

$$\begin{cases} \omega_i = \Gamma_i + v_i, \\ \dot{\Gamma}_i(t) = r \sum_{j \in N_i} \text{sgn}(\omega_j - \omega_i), \\ \Gamma_i(0) = 0. \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} \theta_i = \Omega_i + 2x_{i-1}(t) - 2x_i(t) - 2d_{i,i-1}(t), \\ \dot{\Omega}_i(t) = p \sum_{j \in N_i} \text{sgn}(\theta_j - \theta_i), \\ \Omega_i(0) = 0. \end{cases} \quad (11)$$

式中 p 和 r 为适当的正常数.

证明 根据文献 [16], 显然, 对于系统 (10), 若假设 1 成立, 则存在一个正常数 T' , 使得对于所有 $t > T'$, 有

$$\omega_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N v_k, \quad (12)$$

其中 $i \in \mathcal{V}_N$. 同样地, 存在一个正常数 T'' , 对于系统 (11), 当 $t > T''$ 时, 得到

$$\theta_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N 2x_i(t) - 2x_{i-1}(t) + 2d_{i,i-1}(t). \quad (13)$$

引入以下参考位置误差和参考速度误差:

$$\begin{cases} \hat{x}_i^*(t) = x_i^*(t) - x_0(t) + d_{i,0}(t), \\ \hat{v}_i^*(t) = v_i^*(t) - v_0(t). \end{cases} \quad (14)$$

据此, 得到

$$\begin{cases} \hat{x}_i^*(t) - \hat{x}_j^*(t) = x_i^*(t) - x_j^*(t) + d_{i,j}(t), \\ \hat{v}_i^*(t) - \hat{v}_j^*(t) = v_i^*(t) - v_j^*(t). \end{cases} \quad (15)$$

对式 (14) 求导, 得到

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_i^*(t) = \hat{v}_i^*(t), \\ \dot{\hat{v}}_i^*(t) = u_{i1}(t). \end{cases} \quad (16)$$

由式 (14) 和 (15), 式 (4a) 和 (4b) 可重写为如下形式:

$$\min_{\hat{x}_i^*(t)} J = \sum_{i=1}^N [\hat{x}_i^*(t) - \hat{x}_{i-1}^*(t)]^2; \quad (17a)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \lim_{t \rightarrow T} \hat{x}_i^*(t) = \hat{x}_j^*(t), \\ \lim_{t \rightarrow T} \hat{v}_i^*(t) = \hat{v}_j^*(t). \end{cases} \quad (17b)$$

基于上述讨论, 原问题转化为应用 $u_{i1}(t)$ 使得系统 (16) 求解优化问题 (17). 注意到, 下层使用终端滑模的跟踪控制方法, 得到 $p_i(t) = \hat{x}_i(t), v_i(t) = \hat{v}_i(t)$. 因此, 将 $x_i(t), v_i(t)$ 替换为 $\hat{x}_i(t), \hat{v}_i(t)$, 结合式 (15), 控制器 (7) 变换为

$$\begin{aligned} u_{i1}(t) = & - \sum_{j \in \mathcal{I}_i} \text{sig}(\hat{x}_i^* - \hat{x}_j^*)^{\kappa_1} + \text{sig}(\hat{v}_i^* - \hat{v}_j^*)^{\kappa_2} - \\ & \rho \sum_{j \in \mathcal{I}_i} (\hat{x}_i^* - \hat{x}_j^*) + (\hat{v}_i^* - \hat{v}_j^*) + g_i. \end{aligned} \quad (18)$$

当 $t > T_1 = \max\{T', T''\}$ 时, 结合式 (12) 和 (13), 有

$$g_i = \bar{g} = v_{ri} + \dot{v}_{ri} - \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N v_k - \text{sig}\left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N v_k - v_{ri}\right)^\sigma, \quad (19)$$

$$v_{ri} = v_r = -\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\hat{x}_k^* - \hat{x}_{k-1}^*) - \frac{1}{2N} \text{sig}\left(\sum_{k=1}^N 2(\hat{x}_k^* - \hat{x}_{k-1}^*)\right)^\mu. \quad (20)$$

对于优化问题 (17), 显然, 这个优化目标函数是凸的, 根据函数的极值原理可知, 优化问题最优解 \hat{x}_i^* 应满足

$$\nabla J(t) = \sum_{i=1}^N 2(\hat{x}_i^* - \hat{x}_{i-1}^*) = 0.$$

由引理 2 可知, 系统 (16) 使用控制器 (18) 可使在有限时间 T_2 内满足 $\hat{x}_i^* = \hat{x}_j^*, \hat{v}_i^* = \hat{v}_j^* (i, j \in \mathcal{V})$. 下面证明 $\hat{x}_i^* = \hat{x}_j^* = \hat{x}^*$ 是优化问题的解, 即

$$\nabla J(t) = \sum_{i=1}^N 2(\hat{x}^* - \hat{x}_{i-1}^*) = 0.$$

考虑如下 Lyapunov 函数:

$$V_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \hat{v}_k^* - v_r \right)^2, \quad (21)$$

V_1 的时间导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & \left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \hat{v}_k^* - v_r \right) \left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \dot{\hat{v}}_k^* - \dot{v}_r \right) = \\ & \left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \hat{v}_k^* - v_r \right) (\bar{g} - \dot{v}_r). \end{aligned} \quad (22)$$

将式 (19) 代入 (22), 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & - \left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \hat{v}_k^* - v_r \right) \left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \hat{v}_k^* - v_r \right) - \\ & \left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \hat{v}_k^* - v_r \right) \text{sig}\left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \hat{v}_k^* - v_r\right)^\sigma = \\ & - \left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \hat{v}_k^* - v_r \right)^2 - \left(\left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \hat{v}_k^* - v_r \right)^2 \right)^{\frac{\sigma+1}{2}} \leq \\ & - 2V_1 - (2V_1)^{\frac{\sigma+1}{2}}. \end{aligned} \quad (23)$$

由引理 3, 存在一个常数

$$T_3 = \frac{1}{1 - \vartheta} \ln(V_1^{\frac{1-\vartheta}{2}}(0) + 1),$$

使得对于 $\forall t \geq T_1 + T_3, V_1 = 0$, 即 $\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \hat{v}_k^* = v_r$. 因此, 对于 $\forall t \geq \max\{T_1 + T_3, T_2\}$, 有 $\hat{v}_i^* = \hat{v}_j^*$ 以及 $\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \hat{v}_k^* = v_r$ 成立, 这意味着对于 $\forall i, j \in \mathcal{V}$, 均有 $\hat{v}_i^* =$

$$\hat{v}_j^* = v_r.$$

考虑如下Lyapunov函数:

$$V_2 = \frac{1}{2} \left(\sum_{k=1}^N 2(\hat{x}_k^* - \hat{x}_{k-1}^*) \right)^2, \quad (24)$$

V_2 的时间导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \left(\sum_{k=1}^N 2(\hat{x}_k^* - \hat{x}_{k-1}^*) \right) \left(\sum_{k=1}^N 2(\hat{v}_k^* - \hat{v}_{k-1}^*) \right) = \\ & \left(\sum_{k=1}^N 2(\hat{x}_k^* - \hat{x}_{k-1}^*) \right) \left(2Nv_r - \sum_{k=1}^N 2\hat{v}_{k-1}^* \right). \end{aligned} \quad (25)$$

将式(20)代入(25),得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= - \left(\sum_{k=1}^N 2(\hat{x}_k^* - \hat{x}_{k-1}^*) \right) \left(\sum_{k=1}^N 2(\hat{x}_k^* - \hat{x}_{k-1}^*) \right) - \\ & \left(\sum_{k=1}^N 2(\hat{x}_k^* - \hat{x}_{k-1}^*) \right) (\text{sig}(2(\hat{x}_k^* - \hat{x}_{k-1}^*))^\mu) = \\ & - \left(\sum_{k=1}^N 2(\hat{x}_k^* - \hat{x}_{k-1}^*) \right)^2 - \\ & \left(\left(\sum_{k=1}^N 2(\hat{x}_k^* - \hat{x}_{k-1}^*) \right)^2 \right)^{\frac{\mu+1}{2}} \leq \\ & - 2V_2 - (2V_2)^{\frac{\mu+1}{2}}. \end{aligned} \quad (26)$$

由引理3,得到 $\sum_{k=1}^N 2(\hat{x}_k^* - \hat{x}_{k-1}^*)$ 可在有限时间内收敛于0,这意味着对于所有的 $i, j \in \mathcal{V}$,有 $\hat{v}_i^* = \hat{v}_j^* = v_r = 0$,且优化问题(4a)和(4b)得到了解决.值得注意的是,使用控制器 u_{i_1} 的系统可在有限时间完成轨迹优化,其上界不超过

$$\max\{T_1 + T_3, T_2\} + \frac{1}{1-\mu} \ln(V_2^{\frac{1-\mu}{2}}(0) + 1). \quad (27)$$

由此定理1得证. □

注2 本文求解轨迹优化时,使用了有限时间分布式凸优化技术^[17],收敛速度更快,保证了上层的最优轨迹信号在有限时间内获得;而文献[7-8]采用的是渐近收敛的分布式凸优化算法^[18],严格意义上讲只有在时间趋于无穷时,才能获得最优轨迹信号.

3 有限时间滑模跟踪控制器

本节的目的是设计有限时间滑模控制器对上层求解的优化参考信号进行跟踪控制.定义跟踪误差如下式所示:

$$\begin{aligned} \tilde{x}_i(t) &= x_i(t) - x_i^*(t), \\ \tilde{v}_i(t) &= v_i(t) - v_i^*(t), \\ \tilde{a}_i(t) &= a_i(t) - u_{i_1}(t). \end{aligned} \quad (28)$$

结合车辆编队的纵向动力学(3),对误差系统(28)求时间导数,得到

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_i(t) &= \tilde{v}_i(t), \\ \dot{\tilde{v}}_i(t) &= \tilde{a}_i(t), \\ \dot{\tilde{a}}_i(t) &= -\xi_i a_i(t) + \xi_i u_{i_2}(t) + \varpi_i(t) - \dot{u}_{i_1}(t). \end{aligned} \quad (29)$$

为了提高误差系统的快速收敛性和鲁棒性,设计如下有限时间滑模面:

$$\begin{aligned} s_i &= \\ \dot{\tilde{a}}_i(t) &+ h_1 \text{sig}(\tilde{x}_i)^{\alpha_1} + h_2 \text{sig}(\tilde{v}_i)^{\beta_1} + h_3 \text{sig}(\tilde{a}_i)^{\gamma_1} + \\ & b_1 \text{sig}(\tilde{x}_i)^{\alpha_2} + b_2 \text{sig}(\tilde{v}_i)^{\beta_2} + b_3 \text{sig}(\tilde{a}_i)^{\gamma_2}. \end{aligned} \quad (30)$$

其中: $0 < \alpha_1, \beta_1, \gamma_1 < 1, \alpha_2, \beta_2, \gamma_2 > 1$,且 $s^3 + h_3 s^2 + h_2 s + h_1 = 0$ 是Hurwitz的, $s^3 + b_3 s^2 + b_2 s + b_1 = 0$ 是Hurwitz的.下面给出有限时间跟踪控制器的设计结果.

定理2 对于如式(3)所示的编队纵向动力学系统,采用基于式(30)所示的滑模面 $s_i(t)$ 构造跟踪控制器 u_{i_2} ,若满足 $k_0 > \bar{\omega}, k_1, k_2 > 0, 0 < \eta < 1, \lambda > 1$,则跟踪误差 $\tilde{x}_i(t), \tilde{v}_i(t)$ 和 $\tilde{a}_i(t)$ 可在有限时间 T_{lim} 内收敛至0,使得编队系统在有限时间稳定,有

$$u_{i_2} = a_i + \xi_i^{-1}(\tilde{u}_{i_2} + \tilde{u}_{i_2}), \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \tilde{u}_{i_2} &= \\ & z_2 - h_1 \text{sig}(\tilde{x}_i)^{\alpha_1} - h_2 \text{sig}(\tilde{v}_i)^{\beta_1} - h_3 \text{sig}(\tilde{a}_i)^{\gamma_1} - \\ & b_1 \text{sig}(\tilde{x}_i)^{\alpha_2} - b_2 \text{sig}(\tilde{v}_i)^{\beta_2} - b_3 \text{sig}(\tilde{a}_i)^{\gamma_2}, \end{aligned} \quad (32)$$

$$\dot{\tilde{u}}_{i_2} = -k_0 \text{sign}(s_i) - k_1 \text{sig}(s_i)^\eta - k_2 \text{sig}(s_i)^\lambda. \quad (33)$$

其中 z_2 由如下前置滤波器给出:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2, \\ \dot{z}_2 &= -c_1(z_1 - u_{i_1}) - c_2 z_2. \end{aligned} \quad (34)$$

式中 c_1 和 c_2 需要满足 $s^2 + c_2 s + c_1 = 0$ 是Hurwitz的.

证明 由文献[19]可知,前置滤波器可估计出 $\dot{u}_{i_1}(t)$,即 $z_2 = \dot{u}_{i_1}(t)$.

下面证明滑模面 $s_i(t)$ 将会在有限时间收敛于原点.由式(29)、(30)、(32)和(33)可知

$$\begin{aligned} \dot{s}_i &= \tilde{u}_{i_2} + \tilde{u}_{i_2} + \varpi_i(t) - \dot{u}_{i_1} + h_1 \text{sig}(\tilde{x}_i)^{\alpha_1} + \\ & h_2 \text{sig}(\tilde{v}_i)^{\beta_1} + h_3 \text{sig}(\tilde{a}_i)^{\gamma_1} + b_1 \text{sig}(\tilde{x}_i)^{\alpha_2} + \\ & b_2 \text{sig}(\tilde{v}_i)^{\beta_2} + b_3 \text{sig}(\tilde{a}_i)^{\gamma_2} = \\ & z_2 + \tilde{u}_{i_2} + \varpi_i(t) - \dot{u}_{i_1}. \end{aligned} \quad (35)$$

滑模面 $s_i(t)$ 的时间导数为

$$\dot{s}_i = -k_0 \text{sign}(s_i) - k_1 \text{sig}(s_i)^\eta - k_2 \text{sig}(s_i)^\lambda + \dot{\varpi}_i. \quad (36)$$

考虑如下 Lyapunov 函数:

$$V_3 = \frac{1}{2} s_i^2, \quad (37)$$

其时间导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 = s_i \dot{s}_i = & \\ & - (k_0 - \bar{\omega}) |s_i| - k_1 |s_i|^{\frac{\eta+1}{2}} - k_2 |s_i|^{\frac{\lambda+1}{2}}. \end{aligned} \quad (38)$$

由于 $k_0 > \bar{\omega}$, 有

$$\dot{V}_3 \leq -k_1 2^{\frac{\eta+1}{2}} V^{\frac{\eta+1}{2}} - k_2 2^{\frac{\lambda+1}{2}} V^{\frac{\lambda+1}{2}},$$

由引理4, 系统将在有限时间内稳定.

下面证明跟踪误差将会在有限时间收敛至0.

由 $s_i \rightarrow 0$ 可知, $s_i = \dot{s}_i = 0$, 得到以下滑动模式:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_i(t) &= \tilde{v}_i(t), \\ \dot{\tilde{v}}_i(t) &= \tilde{a}_i(t), \\ \dot{\tilde{a}}_i(t) &= -h_1 \text{sig}(\tilde{x}_i)^{\alpha_1} - h_2 \text{sig}(\tilde{v}_i)^{\beta_1} - h_3 \text{sig}(\tilde{a}_i)^{\gamma_1} - \\ & b_1 \text{sig}(\tilde{x}_i)^{\alpha_2} - b_2 \text{sig}(\tilde{v}_i)^{\beta_2} - b_3 \text{sig}(\tilde{a}_i)^{\gamma_2}. \end{aligned} \quad (39)$$

由文献[20]可知, 系统(39)将于有限时间收敛. \square

注3 本文所关注的主要内容是有限时间控制, 即车辆间距误差在有限时间内收敛为0. 然而, 具有实际背景的车辆编队问题, 车辆的速度、加速度以及急动度应在一个合理的范围. 如何在理论上实现对速度、加速度、急动度的约束值得进一步考虑. 将有限时间与模型预测控制、预设性能控制或带有输入饱和的控制方法相结合, 是未来可行的研究方向.

4 数值仿真

本节提供了数值仿真实验来验证所提出编队控制方法的有效性和优越性, 采用如图3所示的3种通信拓扑进行实验. 在实验中, 考虑了5辆车, 包括1辆领航车和5辆跟随车, 参数如表1所示.

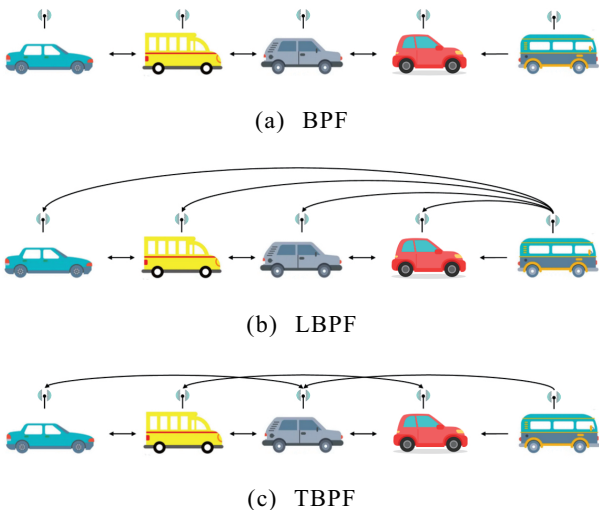


图3 网联车辆编队通信示意图

表1 在仿真实验中使用的车辆参数

车辆序号	1	2	3	4
$\xi_i (s^{-1})$	0.50	0.45	0.60	0.40
$L_i (m)$	3.37	3.55	3.54	3.89
$d_{i,i-1} (m)$	5.00	5.00	5.00	5.00

在仿真中, 5辆车的初始位置为 $x(0) = [0, -5, -12, -17, -22] m$. 领航车的速度和加速度信息如图4和图5所示, 在行驶过程中设置了加速度突变情形. 为了验证所提出控制方法处理初始误差的能力, 跟随车设置了非0的初始误差. 仿真实验中重点考虑的通信拓扑包括双向前车-跟随通信拓扑(BPF)(如图3(a)所示), 本文设计了分布式的优化和控制框架, 不需要获取全局信息, 因此, 该通信拓扑更能体现方法的稳定性和快速收敛性能. 通信拓扑结构满足假设1, 由定理1和定理2, 控制器 $u_{i_1}(t)$ 和跟踪控制器 $u_{i_2}(t)$ 的参数如表2所示.

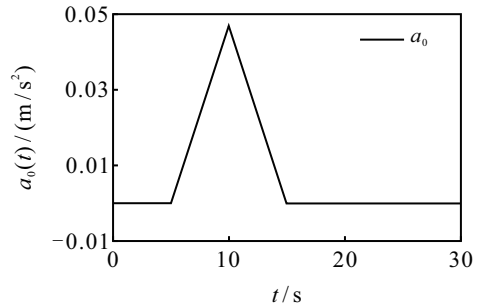


图4 仿真实验中领航车采取的加速度

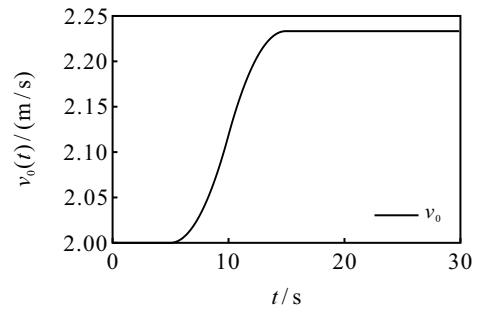


图5 仿真实验中领航车采取的速度

表2 在仿真实验中使用的控制器参数

参数	数值	参数	数值
κ_1	1	b_2	66
κ_2	1	b_3	15
ρ	2	α_1	7/16
σ	1	β_1	7/13
μ	0.5	γ_1	7/10
r	9	α_2	21/18
p	9	β_2	21/19
h_1	80	γ_2	21/20
h_2	66	k_1	45
h_3	15	k_2	55
b_1	80	η	4/5
-	-	λ	21/19

图6~图12展示了所提出有限时间分布式控制框架的有效性. 由图6和图7可见,所有车辆的参考位置轨迹和参考速度轨迹均可在有限时间内与领航车的设定参考轨迹达到一致;图8和图9表示采用所提出方法,所有车辆均能够在有限时间内跟踪由轨迹优化层提供的参考轨迹;图10和图11表示相邻车辆间的间距误差和速度误差均可在有限时间内收敛至0;车辆的实时位置如图12所示. 从这些结果可以看出,编队系统的稳定性得到了很好地保证.

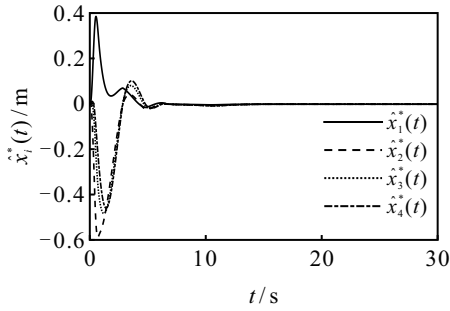


图6 参考位置误差 $\hat{x}_i^*(t)$

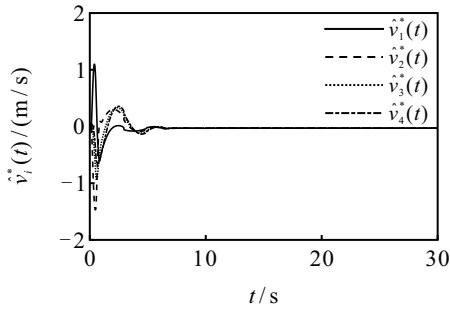


图7 参考速度误差 $\hat{v}_i^*(t)$

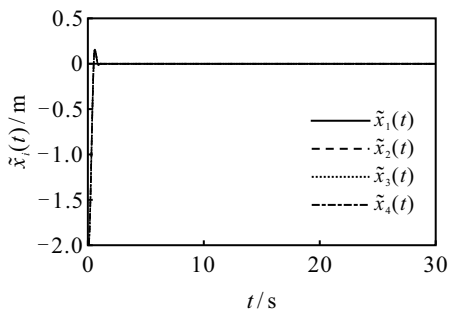


图8 位置跟踪误差 $\tilde{x}_i(t)$

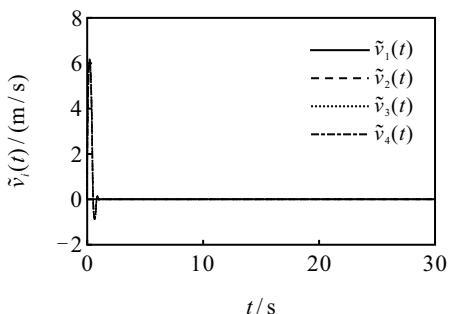


图9 速度跟踪误差 $\tilde{v}_i(t)$

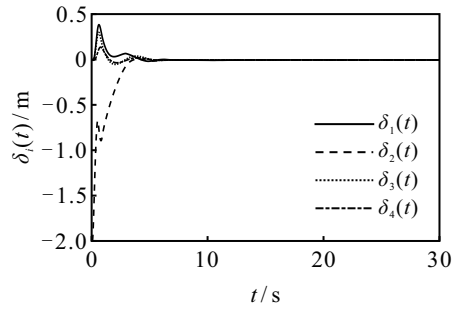


图10 间距误差 $\delta_i(t)$

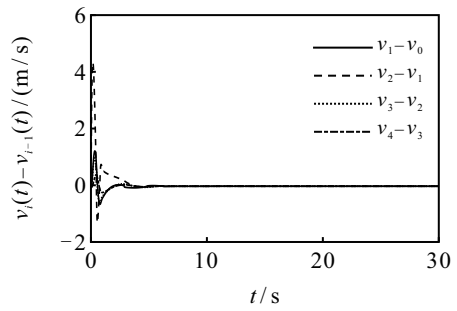


图11 速度误差 $v_i - v_{i-1}$

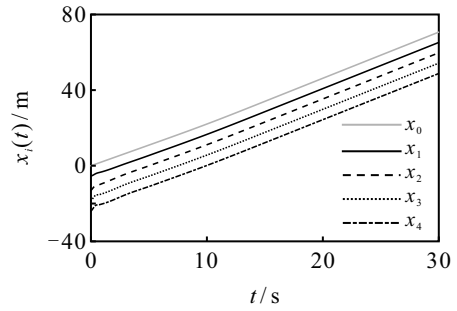


图12 编队实时位置

图13为所提出方法与滑模控制方法和经典的PID控制方法对比实验的结果. 其中:图13(a)~图13(c)为速度 $v_i(t)$ 的比较,图13(d)~图13(f)为间距误差 $\delta_i(t)$ 的比较,图13(g)~图13(i)为速度误差 $v_i(t) - v_{i-1}(t)$ 的性能比较. 实验结果表明,所提出方法的间距误差和速度跟踪误差较小,收敛速度较快,且无明显抖振.

5 结论

本文结合有限时间凸优化技术和分布式有限时间滑模跟踪控制方法,提出了一种编队分层控制框架. 首先,利用间距误差构造代价函数,给出每个跟随车辆的间距误差最小化最优轨迹;然后,设计了一种分布式有限时间滑模跟踪控制器,用于车辆跟踪最优轨迹. 所提出方法可实现稳定的编队控制.

针对网联车辆系统,所提出方法需要用到已知的参数和车辆动力学. 由于车辆建模的复杂性,无模型的车辆协同控制方法是值得研究的. 此外,本文假设通信状况是完善的,但是实际情况中,通信的可靠性很难保证,这也是未来需要进一步研究的问题.

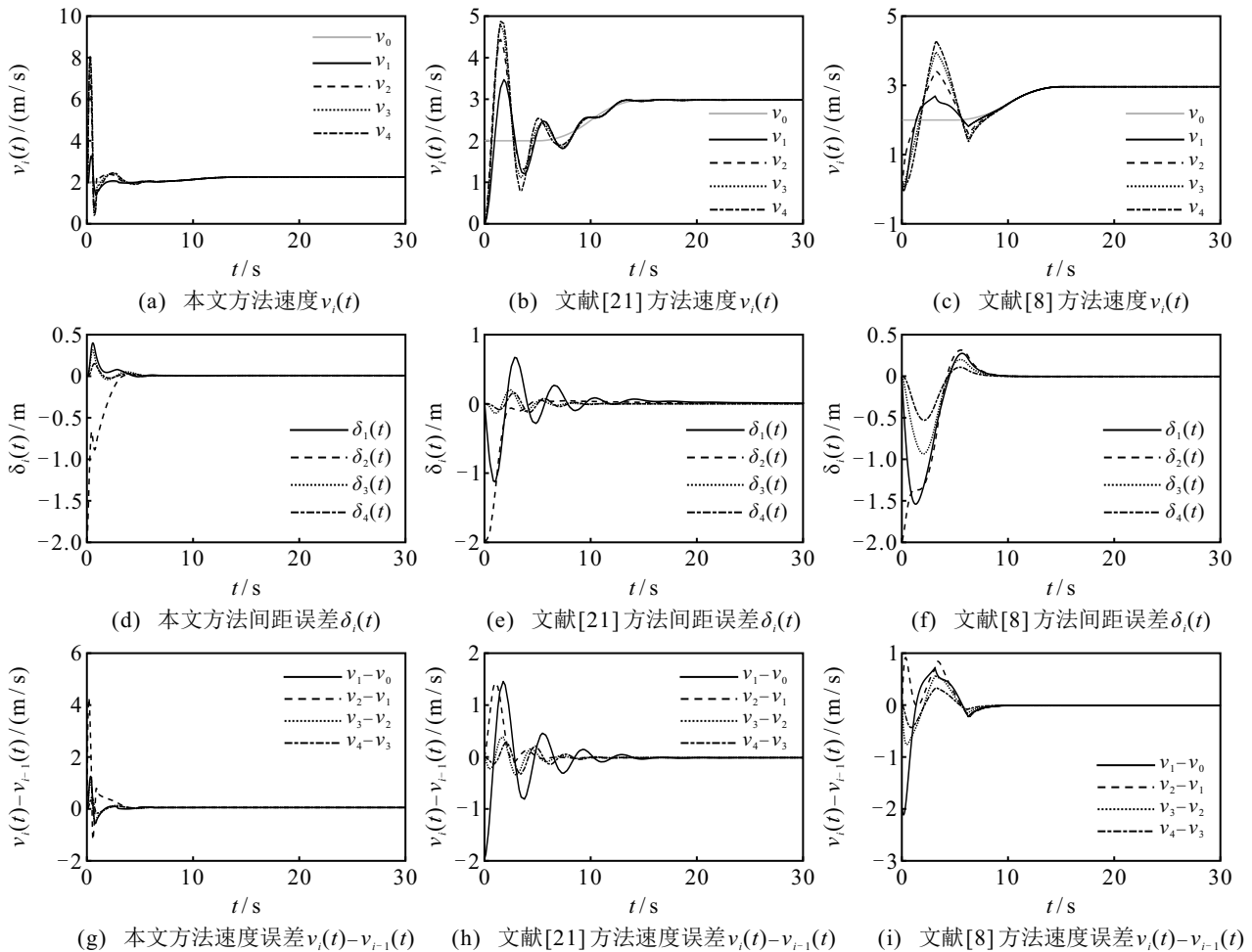


图13 使用本文方法、文献[21]方法与文献[8]方法的编队控制性能比较

参考文献(References)

- [1] Guo G, Wang Q. Fuel-efficient en route speed planning and tracking control of truck platoons[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2019, 20(8): 3091-3103.
- [2] 郭戈, 许阳光, 徐涛, 等. 网联共享车路协同智能交通系统综述[J]. 控制与决策, 2019, 34(11): 2375-2389. (Guo G, Xu Y G, Xu T, et al. A survey of connected shared vehicle-road cooperative intelligent transportation systems[J]. Control and Decision, 2019, 34(11): 2375-2389.)
- [3] Liu Y, Yao D Y, Li H Y, et al. Distributed cooperative compound tracking control for a platoon of vehicles with adaptive NN[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52(7): 7039-7048.
- [4] 陈龙, 何德峰, 李壮. 约束非线性车辆队列分布式多目标模型预测控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(12): 3122-3128. (Chen L, He D F, Li Z. Distributed multi-objective model predictive control for constrained nonlinear vehicle platoons[J]. Control and Decision, 2022, 37(12): 3122-3128.)
- [5] Guo G, Li D D. Adaptive sliding mode control of vehicular platoons with prescribed tracking performance[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2019, 68(8): 7511-7520.
- [6] 雷鸿博, 郭戈, 高原. 通信中断时的网联车辆协作自适应巡航控制[J]. 控制与决策, 2021, 36(4): 933-939. (Lei H B, Guo G, Gao Y. Cooperative adaptive cruise control of connected vehicles under communication interruption[J]. Control and Decision, 2021, 36(4): 933-939.)
- [7] Wen S X, Guo G. Distributed trajectory optimization and sliding mode control of heterogenous vehicular platoons[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2022, 23(7): 7096-7111.
- [8] Guo G, Yang D Q, Zhang R. Distributed trajectory optimization and platooning of vehicles to guarantee smooth traffic flow[J]. IEEE Transactions on Intelligent Vehicles, 2023, 8(1): 684-695.
- [9] Kwon J W, Chwa D. Adaptive bidirectional platoon control using a coupled sliding mode control method[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2014, 15(5): 2040-2048.
- [10] Zhao L W, Hua C C. Finite-time consensus tracking of second-order multi-agent systems via nonsingular TSM[J]. Nonlinear Dynamics, 2014, 75(1): 311-318.
- [11] Coppola A, Lui D G, Petrillo A, et al. Distributed fixed-time leader-tracking control for heterogeneous

- uncertain autonomous connected vehicles platoons[C]. The 29th Mediterranean Conference on Control and Automation. Puglia, 2021: 554-559.
- [12] Olfati-Saber R, Murray R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2004, 49(9): 1520-1533.
- [13] Cao Y C, Ren W. Finite-time consensus for second-order multi-agent networks with inherent nonlinear dynamics under an undirected fixed graph[C]. The 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference. Orlando, 2012: 3452-3457.
- [14] Bhat S P, Bernstein D S. Finite-time stability of continuous autonomous systems[J]. SIAM Journal on Control and Optimization, 2000, 38(3): 751-766.
- [15] Polyakov A. Nonlinear feedback design for fixed-time stabilization of linear control systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 57(8): 2106-2110.
- [16] Chen F, Cao Y C, Ren W. Distributed average tracking of multiple time-varying reference signals with bounded derivatives[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 57(12): 3169-3174.
- [17] Hu Z L, Yang J Y. Distributed finite-time optimization for second order continuous-time multiple agents systems with time-varying cost function[J]. Neurocomputing, 2018, 287: 173-184.
- [18] Rahili S, Ren W. Distributed continuous-time convex optimization with time-varying cost functions[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2017, 62(4): 1590-1605.
- [19] Farrell J A, Polycarpou M, Sharma M, et al. Command filtered backstepping[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(6): 1391-1395.
- [20] Mishra J P, Yu X H, Jalili M. Arbitrary-order continuous finite-time sliding mode controller for fixed-time convergence[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2018, 65(12): 1988-1992.
- [21] Fiengo G, Lui D G, Petrillo A, et al. Distributed robust PID control for leader tracking in uncertain connected ground vehicles with V2V communication delay[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2019, 24(3): 1153-1165.

作者简介

郭戈(1972—), 男, 教授, 博士生导师, 从事信息物理融合系统、智能交通出行系统等研究, E-mail: geguo@yeah.net;

张忍永康(1998—), 男, 博士生, 从事多智能体分布式优化与控制、智能交通系统等研究, E-mail: zryk1998@163.com;

杨冬琪(1997—), 男, 硕士生, 从事编队控制、智能交通系统和分布式优化等研究, E-mail: ydq97@qq.com;

段洪君(1971—), 男, 副教授, 博士, 从事复杂系统建模优化与控制、电机系统及其智能控制等研究, E-mail: dhjday@126.com.



特邀专家 郭戈, 1990年~1994年就读于东北工学院自动化仪表及装置专业, 1994年~1998年在东北大学控制理论与控制工程学科攻读博士(导师柴天佑、王伟)。2018年起, 任东北大学二级教授、博士生导师、流程工业综合自动化国家重点实验室骨干, 先后任东北大学秦皇岛分校科技处处长、控制工程学院院长。从事信息物理融合系统、智能交通出行系统研究, 发表国际期刊论文200余篇、中英文专著6部, 入选斯坦福全球顶尖科学家, 获河北省自然科学一等奖等6项省部级科技奖励。任《IEEE智能交通系统汇刊》《IEEE智能车辆汇刊》等期刊副主编, 《自动化学报》《中国公路学报》《控制与决策》编委, 辽宁省学位委员会第六届学科评议组成员、IEEE高级会员、国际自动机工程师学会智能网联车技术局成员。

专家寄语 一百年来, 东北大学在争取民族独立、培养尖端人才、推动科技进步、促进经济发展等方面做出了不可磨灭的历史性贡献。当前, 中华民族正处在伟大复兴的关键时期, 更要弘扬“自强不息, 知行合一”的校训精神, 继续奋斗, 砥砺前行。感恩母校培养, 祝东北大学一百周年生日快乐!