

控制与决策

Control and Decision

相依多模失效下冷贮备系统最优切换及视情维护决策

张晓红, 何于港, 张剑飞, 甘婕, 石慧, 秦彦凯

引用本文:

张晓红,何于港,张剑飞,甘婕,石慧,秦彦凯. 相依多模失效下冷贮备系统最优切换及视情维护决策[J]. 控制与决策, 2023, 38(9): 2672–2680.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.2169>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[两部件系统视情维修与生产调度的联合优化模型](#)

Joint optimization model for condition-based maintenance and production scheduling of two-component systems
控制与决策. 2021, 36(6): 1377–1386 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1357>

[基于随机系数回归模型的退化过程及维修策略](#)

Degradation process and maintenance planning based on random coefficient regression model
控制与决策. 2021, 36(3): 754–760 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1087>

[基于马尔可夫过程的多部件系统劣化状态空间划分模型](#)

Multi-component system state space partition model based on Markov process
控制与决策. 2021, 36(2): 418–428 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0480>

[基于模型依赖驻留时间的异步切换控制](#)

Asynchronous switching control based on mode-dependent average dwell time
控制与决策. 2021, 36(3): 609–618 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0645>

[基于T-S模糊模型的多时滞非线性网络切换控制系统非脆弱 \$H_\infty\$ 控制](#)

Non-fragile H_∞ control for multi-delay nonlinear network switching control system based on T-S model
控制与决策. 2021, 36(5): 1087–1094 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1098>

相依多模失效下冷贮备系统最优切换及视情维护决策

张晓红^{1,2†}, 何于港², 张剑飞², 甘 婕^{1,2}, 石 慧^{1,3}, 秦彦凯^{1,4}

(1. 太原科技大学 工业与系统工程研究所, 太原 030024; 2. 太原科技大学 经济与管理学院, 太原 030024;
3. 太原科技大学 电子信息工程学院, 太原 030024; 4. 中国煤炭科工集团 太原研究院有限公司, 太原 030006)

摘要: 针对存在冲击影响的冷贮备系统, 研究其最优切换及视情维护决策问题. 首先, 在系统结构和切换式运行和维护特性分析的基础上, 制定基于周期切换和状态检测的切换式离线视情维护策略; 其次, 建立累积冲击过程影响下系统退化所致的软失效和极端冲击过程所致的硬失效竞争可靠性模型; 再次, 通过分析两类冲击过程影响下系统运行与备用设备交替使用、维修过程中的状态转移特性, 重点推导各检测周期时刻系统状态概率分布的迭代计算模型; 然后, 以系统平均费用率最小为目标, 建立解析决策模型, 以求解系统的最优切换周期和维护阈值. 最后, 以矿井主通风系统为案例验证策略及模型的有效性, 并分析模型对参数的灵敏度. 结果表明, 系统的最优维修策略随机冲击影响的不同而变化显著.

关键词: 矿井主通风系统; 冷贮备系统; 随机冲击; 竞争失效; 视情维护; 最优决策

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.2169

引用格式: 张晓红, 何于港, 张剑飞, 等. 相依多模失效下冷贮备系统最优切换及视情维护决策[J]. 控制与决策, 2023, 38(9): 2672-2680.

Optimal switching and condition based maintenance decision of cold standby system subject to dependent multimode failures

ZHANG Xiao-hong^{1,2†}, HE Yu-gang², ZHANG Jian-fei², GAN Jie^{1,2}, SHI Hui^{1,3}, QIN Yan-kai^{1,4}

(1. Division of Industrial and System Engineering, Taiyuan University of Science and Technology, Taiyuan 030024, China; 2. School of Economics and Management, Taiyuan University of Science and Technology, Taiyuan 030024, China; 3. School of Electronic Information Engineering, Taiyuan University of Science and Technology, Taiyuan 030024, China; 4. Taiyuan Research Institute Co., Ltd, China Coal Technology Engineering Group, Taiyuan 030006, China)

Abstract: In this paper, the optimal switching and condition based maintenance decision of a cold standby switching system with random shocks is studied. Firstly, an off-line condition based maintenance strategy with periodic switching and inspection is proposed, based on the analysis of the structure and maintenance characteristics of the switched operation system. Secondly, the reliability models of competitive failure, between soft failure caused by system degradation subject to cumulative shock process and hard failure caused by extreme shock process, are established. Then, the iterative model of probability distribution of system state at each inspection point is derived by analyzing the characteristics of state transition in the process of alternate use and maintenance of operation and standby equipment subject to two kinds of shock processes. Furthermore, an analytical decision model is established to minimize the average cost rate to obtain the optimal switching period and maintenance threshold. Finally, the effectiveness of the strategy and the model are verified by taking the coal mine main ventilator system as the example, and the sensitivity of the model to the parameters is analyzed. The results show that the optimal maintenance strategy of the system changes significantly with the impact of shocks.

Keywords: coal mine main ventilator system; cold standby switching system; random shock; competing failure processes; condition-based maintenance; optimal decision

收稿日期: 2021-12-15; **录用日期:** 2021-04-27.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71701140, 72071183); 山西省自然科学基金项目(20210302123206); 山西省高等学校科学研究优秀成果培育项目(2019SK028); 山西省研究生优秀创新项目(2021Y701, 2021Y680); 山西省回国留学人员科研资助项目(2021-135).

责任编辑: 刘民.

†通讯作者. E-mail: zhangxh@tyust.edu.cn.

0 引言

在工业生产应用中,为保证生产的连续性和安全性,诸如矿井主通风系统^[1]、发电机冷却系统^[2]等通常采用一用一备的冷贮备冗余结构^[3]。由于系统中两个设备交替切换使用,此类系统的运行性能由两个冗余设备的退化特性及系统的切换和维护策略共同影响和决定。因此,结合系统的结构、设备的退化以及系统的维护维修特性,研究冷贮备系统的最优切换和维护问题是保证其经济可靠运行的主要途径之一^[4]。

前期关于冷贮备系统的研究多从系统的设计可靠性出发^[2,5-6]研究系统的最优结构设计^[6-8]。而针对冷贮备系统的最优维修决策研究通常考虑各种切换因素^[9]和维修服务台^[7]等因素,采用几何过程对系统的寿命及维修时间进行建模,即基于系统的寿命分布展开研究^[7-8,10-12],而鲜有涉足基于状态的维护维修研究。然而,随着各类系统智能化程度的提升,在各类冷贮备系统的设备中同样可以监测/检测到设备的运行状态,以此作为系统切换和维护维修的依据,即采用基于状态的切换和维修,可以给出更加符合系统实际运维需求的经济合理的维护策略,提高系统可靠性和可用度的同时节约维护成本。

在实际中,系统不仅遭受退化型失效^[13](又称软失效),还会因外部冲击而导致突发型失效^[14](又称硬失效)。系统的失效是这两种失效模式相互竞争的结果,称之为竞争性失效^[15]。前期已有众多学者对冲击模型展开了深入研究^[16-21]。通常认为,冲击的到达会造成系统退化的激增或加速,对系统的退化产生累积效应,即软失效由连续平滑的自然退化和由累积冲击造成的突变退化损伤两部分组成^[22],而当冲击幅值大到一定程度时可能导致系统直接崩溃^[23],即认为是极端冲击。

如前所述的矿井主通风机等冷贮备系统也不例外,矿井通风机的关键部件高压电动机,其退化过程表现为绝缘系统受热、电、机械和环境等多种应力联合作用下而产生磨损和腐蚀^[1,24]。在其运行过程中,间隙或气隙中的电场强度很容易达到绝缘材料的击穿场强而发生放电现象,放电能量不仅会使绝缘进一步磨损老化,还可能引起击穿^[1],表现为一个极端冲击。考虑相依的竞争失效模式,研究此类冷贮备系统的最优切换及维修问题方能给出符合系统实际运行需求的最优维护方案。

综上,相较于通用的退化系统,冷贮备系统在视情维修决策的建模方面,存在其特殊性。在系统结构上,采用两个同型部件的冗余结构,系统内两个部件

之间相互依存、相互影响,共同决定着系统的可靠性及维修需求,致使其维修策略、退化模型及决策建模方法均不同于通用退化系统;在维修策略上,冷贮备系统采用的是周期性切换后的离线维修,运行部件的运行与缺陷部件的维修并行进行,运行部件的劣化及缺陷部件的维修时间、效果等均直接影响着系统的切换和维修需求;在退化建模上,由于两个设备在自然退化和冲击的共同作用下交替运行,需在对系统软失效、硬失效两种相依的失效模式建模的基础上,对系统整体的退化特性和维修需求进行分析,并构建维修干预下的系统状态转移概率模型,以作为维修需求概率计算及维修决策建模的主要依据。因此,需考虑以上因素,进一步研究冷贮备系统的最优切换与视情维护决策问题。

本文针对周期性切换运行且状态可检测冷贮备系统,考虑累积冲击和极端冲击作用下的竞争性失效,制定切换式离线视情维修策略;分析累积冲击对系统退化的影响关系,及软失效和硬失效的竞争关系,在此基础上推导冷贮备系统的状态转移概率特性;进一步建立系统平均费用率解析模型,以决策最优的切换周期和维护阈值,并采用遗传算法对模型进行求解。

1 系统描述及维修策略

本文针对的是一个遭受自然退化和外部随机冲击两个相互竞争、相互依赖的过程而失效的冷贮备系统,研究其最优切换及视情维护维修决策问题。

1.1 系统描述

该系统由一用一备两个独立同分布的同型设备组成。系统自然退化会导致非停机的软失效。而外部冲击不仅增加系统的退化程度,同时会因冲击强度较大而导致系统直接停机的硬失效。系统的运行状态由运行设备的退化状态表征。

1) 自然退化模型。

该系统的自然退化形成一个随机过程,任意时刻 t 的退化状态为随机变量 $D(t)$,系统初始运行 $t = 0$ 时刻,设备处于全新状态, $D(0) = 0$ 。单位时间内的退化状态变化量 ΔD 为非负独立且服从概率密度为 $f_D(x)$ 的随机变量,则 t 个单位时间内的累积退化增量的概率密度函数为 $f_D^t(x)$ 。当系统自然退化状态超过预设的阈值 H_1 时,认为系统无法正常运行,发生非停机的软失效。 Γ 过程能够模拟随时间单调增加的过程,相较于Wiener过程的非单调特性,更适合应用于矿井通风系统的自然劣化过程^[16]。

2) 冲击模型.

设冲击的到达服从速率为 λ 的泊松过程 $\{N(t), t \geq 0\}$. 单次冲击的幅值为独立同分布的正态随机变量 W , 即 $W \sim N(\mu_W, \sigma_W^2)$. 由于冲击幅值非负, 采用截断正态分布对其建模, W 的概率密度函数^[22]可表示为

$$f_W(w) = \begin{cases} 0, & w < 0; \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_W^2}} e^{-\frac{(w-\mu_W)^2}{2\sigma_W^2}} & w \geq 0. \end{cases} \quad (1)$$

3) 冲击对系统退化的影响.

在外界冲击没有造成系统突发失效的前提下, 单次冲击造成的退化状态的增加量为独立同分布的正态随机变量 $Y, Y \sim N(\mu_Y, \sigma_Y^2)$. 若在 $(0, t)$ 时间内非致命性冲击的到达个数为 $N(t)$, 则在 t 时刻由冲击造成的总退化的增加量为

$$S(t) = \begin{cases} 0, & N(t) = 0; \\ \sum_{m=1}^{N(t)} Y_m, & N(t) > 0. \end{cases} \quad (2)$$

系统累积退化量 $Z(t) = D(t) + S(t)$. 设 $f_Y^{(m)}$ 为 m 个独立同分布变量 Y 的联合概率密度函数, 则在 $(0, t)$ 时间内遭受 m 次冲击后系统在 t 时刻累积退化量 $Z(t)$ 的概率密度函数为

$$f_Z(x) = \int_0^x f_D^{(t)}(x-u) f_Y^{(m)}(u) du. \quad (3)$$

$Z(t)$ 在时刻 t 的分布函数可表示为

$$F_Z(x, t) = P(Z(t) < x) = \sum_{m=0}^{\infty} P(D(t) + S(t) < x | N(t) = m) P(N(t) = m) = \sum_{m=0}^{\infty} \left(\int_0^x f_Z(x) dx \right) \frac{\exp(-\lambda t) (\lambda t)^m}{m!}. \quad (4)$$

系统在 t 时刻不发生软失效的概率为

$$F_Z(H_1, t) = P(Z(t) < H_1). \quad (5)$$

当单次冲击的幅值超过特定的阈值 W_f , 即发生致命性冲击时系统发生极端冲击过程导致的硬失效. 则任意的第 m 次冲击不会导致系统发生硬失效的概率为

$$P(W_m < W_f) = F_W(W_f) = \Phi\left(\frac{W_f - \mu_W}{\sigma_W}\right), \quad (6)$$

其中 $m = 1, 2, \dots, \infty$.

1.2 维修策略

切换式运行冷贮备系统的维修策略为基于周期切换式的离线检测维修. 具体策略描述如下:

1) 在无硬失效发生的情况下, 每间隔切换周期 T

对运行设备和备用设备进行切换, 并对切换下来的缺陷设备的状态进行离线检测. 切换及检测均为瞬时完成的无损活动. 单次切换的费用为 C_r , 单次检测的费用为 C_{ins} . 为系统定义预防性维修阈值 H_2 , 一般认为 $0 < H_2 \leq H_1$, 并依据检测到的状态 X 安排如下维修活动:

① 若 $0 < X < H_2$, 则无需维修, 只对切换下来的设备做简单维护处理后直接用作备用设备. 维护成本和时间通常很小, 可忽略; 维护后设备状态不变.

② 若 $H_2 < X < H_1$, 则对设备进行预防性维修, 维修后系统的状态为 Q_X , 其中 $Q(0 < Q < 1)$ 为维修效果参数, 设备维修后继续备用; 单次预防性维修费用为 C_p , 对系统的预防性维修通常是对系统可修复性故障的恢复或部分部件的更换, 因此可假设维修时间 τ_m 小于切换周期 T .

③ 若 $X > H_1$, 设备发生软失效, 则对其进行报废处理, 并订购全新设备作为新的备用设备, 该情况下报废处理的费用为 C_c^1 . 设订购时间 τ_o 为服从概率密度函数为 $g_o(t)$ 的随机量.

2) 若系统在周期内发生由极端冲击过程导致的硬失效, 而备用设备可用, 则立即切换, 并报废失效设备, 订购全新设备作为新的备用, 该情况下报废处理费用为 C_c^2 . 一般认为硬失效会造成更为严重的后果, 因而 $C_c^2 > C_c^1$. 订购时间同1)中的情况③.

3) 由于系统维修和订购的随机性, 可能会导致切换时备用设备不可用, 此时系统继续运行直至备用设备可用后再切换.

4) 若系统在继续运行的过程中发生硬失效, 则系统需停机等待直至备用设备可用后再切换, 单位时间内的停机损失费用为 C_d .

2 维修决策建模

以一个确定的运行时间范围内的系统平均费用率最小为目标, 建立系统的最优决策模型, 以决策最优 T 和最佳 H_2 . 用 R 表示建模的时间范围, $C(R)$ 表示该时间范围内的维修总成本, CR 表示单位时间内的维修费用率. 设 R 包含任意 N 个有效的运行周期. 决策模型构建如下:

$$\begin{aligned} \min_{(T, H_2)} CR &= \min \frac{E(C(R))}{E(R)}; \\ \text{s.t. } T &= 1, 2, \dots, 0 < H_2 < H_1. \end{aligned} \quad (7)$$

$E(C(R))$ 指 R 个有效周期内的期望总成本, 由维修策略可知, 单个切换周期内的费用包括 $C_r, C_{ins}, C_p, C_c^1, C_c^2$ 和 C_d . 从任意第 $S = (0, 1, 2, \dots, \infty)$ 个周期开始, 取 N 个有效运行周期, 其期望总成本可表

示为

$$E(C(R)) = NC_r + \sum_{k=S}^{N+S} (C_d E(\tau_d^k)) + \sum_{k=S}^{N+S} [(1 - P_f^k)(C_{ins} + C_p P_p^k + P_c^k C_c^1) + P_f^k C_c^2]. \quad (8)$$

其中: P_f^k 、 P_p^k 和 P_c^k 分别为第 k 个周期内发生硬失效、预防性维修和软失效的概率; $E(\tau_d^k)$ 为第 k 个周期平

均停机时长; $E(R)$ 为任意 N 个有效周期的期望长度, 用 R_k 表示第 k 个周期的实际运行长度, 则

$$E(R) = \sum_{k=S}^{N+S} E(R_k). \quad (9)$$

2.1 任意第 k 个周期平均长度 $E(R_k)$ 的计算

图1为任意第 k 个周期系统运行示意图, 共存在7种可能的运行情况.

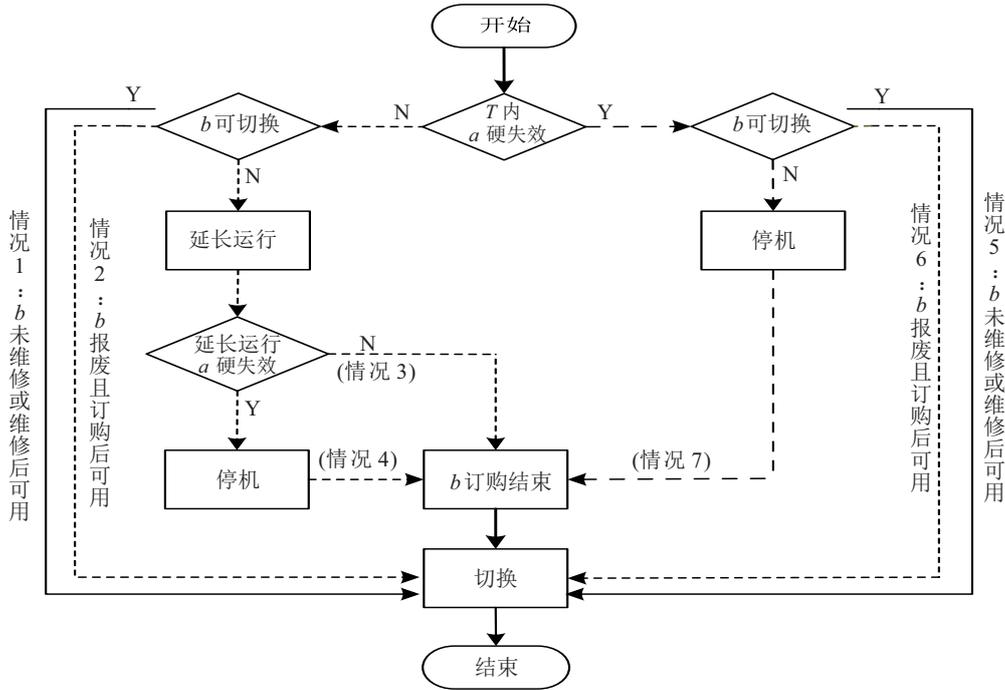


图1 任意第 k 个周期系统运行示意图

特殊地, 当 $k = 1$ 时, 由于备用设备全新, 切换时一定可用, 且上一周期不存在订购, 无停机可能, 仅包含情况1和情况5.

1) 情况1: 周期内无硬失效发生, 周期长度为 T . $(0, T)$ 时间内系统无硬失效的概率为

$$P_1^1 = \sum_{m=0}^{\infty} [P(W < W_f)]^m \frac{\exp(-\lambda T)(\lambda T)^m}{m!}. \quad (10)$$

2) 情况5: 周期内发生硬失效, 周期长度为系统硬失效前的工作时长 τ_f^1 . 设第 m 个冲击导致系统硬失效, 则第 m 个冲击达到的总间隔时长 S_m 的概率密度函数为

$$f_m(t) = \frac{\lambda^m}{\Gamma(m)} t^{m-1} e^{-\lambda t}, \quad t \geq 0, \quad (11)$$

系统硬失效前的平均工作时长为

$$E(\tau_f^1) = \sum_{m=0}^{\infty} [P(W < W_f)]^{m-1} [1 - P(W < W_f)] \int_0^T t f_m(t) dt. \quad (12)$$

由式(10)和(12)可知, 第1个周期平均长度为

$$E(R_1) = P_1^1 T + E(\tau_f^1). \quad (13)$$

当 $k \geq 2$ 时, 由于第 k 个周期备用设备 b 的可用情况取决于第 $k - 1$ 个周期 b 的维修及订购情况, 用 P_{cc}^{k-1} 表示第 $k - 1$ 个周期因失效后报废而执行订购活动的概率.

在任意第 k 个周期发生失效性更换的对立事件为: 在该周期到达系统的所有冲击的大小均小于 W_f 且在周期检测时刻系统的退化水平低于 H_1 . 设系统在周期内遭受 m 次冲击且无硬失效发生, 周期末系统状态 X 的概率密度函数为 $\Omega_k(x)$, 则在第 k 个周期失效性报废总概率为

$$P_{cc}^k = \sum_{m=0}^{\infty} \left[1 - [P(W < W_f)]^m \int_0^{H_1} \Omega_k(x) dx \right] \frac{\exp(-\lambda T)(\lambda T)^m}{m!}. \quad (14)$$

由图1可知, 当 $k \geq 2$ 时, 系统运行周期长度有如下3种可能:

- 1) 情况1和情况2: 周期长度为切换周期 T . 运行设备 a 在第 k 个切换周期内未发生硬失效,

而第 $k - 1$ 个周期内无订购活动(情况1)或订购活动在一个周期内结束(情况2). 因此, 系统平均周期长度为

$$E(T_{12}^k) = \sum_{m=0}^{\infty} [P(W < W_f)]^m \frac{\exp(-\lambda T)(\lambda T)^m}{m!} \cdot \left[(1 - P_{cc}^{k-1}) + P_{cc}^{k-1} \int_0^T g_o(t) dt \right] T. \quad (15)$$

2) 情况5和情况6: 周期长度为硬失效前工作时长 τ_f^k .

系统在第 k 个切换周期内发生硬失效, 而第 $k - 1$ 个周期内无订购活动(情况5)或订购活动在硬失效发生前结束(情况6). 平均周期长度为

$$E(T_{56}^k) = \sum_{m=0}^{\infty} [P(W < W_f)]^{m-1} [1 - P(W < W_f)] \cdot \left[(1 - P_{cc}^{k-1}) \int_0^T \tau f_m(\tau) d\tau + P_{cc}^{k-1} \int_0^T \tau f_m(\tau) \int_0^{\tau} g_o(t) dt d\tau \right]. \quad (16)$$

3) 情况3、情况4和情况7: 周期长度为订购时长 τ_0 .

由图1可知, 可按是否延长运行分为:

① 情况3和情况4: 系统延长运行.

运行设备 a 在第 k 个切换周期内未发生硬失效, 而第 $k - 1$ 个周期内的订购活动在一个周期内未完成, a 在运行一个周期后继续运行至订购结束(情况3), 或在延长运行时间段内发生硬失效, 系统停机至订购结束(情况4).

情况3中的平均周期长度为

$$E(T_3^k) = \sum_{m=0}^{\infty} [P(W < W_f)]^m P_{cc}^{k-1} \int_T^{\infty} t f_m(t) g_o(t) dt. \quad (17)$$

情况4中的平均周期长度为

$$E(T_4^k) = \sum_{m=0}^{\infty} \left(\sum_{m_1=0}^m [P(W < W_f)]^{m_1} \frac{\exp(-\lambda T)(\lambda T)^{m_1}}{m_1!} \right) \cdot [P(W < W_f)]^{m-m_1-1} [1 - P(W < W_f)] P_{cc}^{k-1} \cdot \int_T^{\infty} t g_o(t) \int_0^{t-T} f_{m-m_1}(\tau) dt d\tau. \quad (18)$$

② 情况7: 系统未延长运行.

$$E(T_7^k) = \sum_{m=0}^{\infty} [P(W < W_f)]^{m-1} [1 - P(W < W_f)] \cdot P_{cc}^{k-1} \int_0^T f_m(\tau) \int_{\tau}^{\infty} t g_o(t) dt d\tau. \quad (19)$$

综上, 由式(15)~(19)可得, 任意第 $k(k \geq 2)$ 个周期平均长度为

$$E(R_k) = E(T_{12}^k) + E(T_3^k) + E(T_4^k) + E(T_{56}^k) + E(T_7^k). \quad (20)$$

2.2 系统停机时长的计算

系统停机只发生在前一周期订购未完成, 本周期运行设备发生硬失效的情况, 即情况4和情况7.

1) 情况4: 延长运行期内硬失效.

系统平均停机等待时长为

$$E(\tau_1^k) = \sum_{m=0}^{\infty} \left(\sum_{m_1=0}^m [P(W < W_f)]^{m_1} \frac{\exp(-\lambda T)(\lambda T)^{m_1}}{m_1!} \right) \cdot [P(W < W_f)]^{m-m_1-1} [1 - P(W < W_f)] P_{cc}^{k-1} \cdot \int_T^{\infty} g_o(t) \int_0^{t-T} (t - T - \tau) f_{m-m_1}(\tau) dt d\tau. \quad (21)$$

2) 情况7: 切换周期内发生硬失效.

系统平均停机等待时长为

$$E(\tau_2^k) = \sum_{m=0}^{\infty} [P(W < W_f)]^{m-1} [1 - P(W < W_f)] \cdot P_{cc}^{k-1} \int_0^T \int_{\tau}^{\infty} (t - \tau) f_m(\tau) g_o(t) dt d\tau. \quad (22)$$

综上, 由式(21)和(22)可知, 第 $k(k \geq 2)$ 个周期系统平均停机时长为

$$E(\tau_d^k) = E(\tau_1^k) + E(\tau_2^k). \quad (23)$$

3 系统维修概率及系统状态概率模型

3.1 系统维修概率计算

分析系统各周期内系统状态演变过程, 可将维修需求分为正常维护、预防维修、软失效后报废和硬失效后报废4种.

由维修策略可知, 系统只有在周期内不发生硬失效情况下进行预防性维修和软失效导致的切换报废. 参照文献[22], 可用均值 $E(R_k)$ 近似代替 R_k .

任意第 k 个周期维修概率的计算方式如下.

1) 预防性维修: 在 $(0, R_k)$ 时间段内无致命冲击到达且系统在周期末检测到设备累积退化状态高于 H_2 但低于 H_1 . 预防性维修的概率如下所示:

$$P_p^k = \sum_{m=0}^{\infty} P(W < W_f)^m \int_{H_2}^{H_1} \Omega_k(x) dx \cdot \frac{\exp(-\lambda R_k)(\lambda R_k)^m}{m!}. \quad (24)$$

2) 软失效导致的报废: 在 $(0, R_k)$ 内无致命冲击到达且在 R_k 时刻检测到系统软失效. 由软失效引发失效性报废的概率为

$$P_c^k = \sum_{m=0}^{\infty} P(W < W_f)^m \left(1 - \int_0^{H_1} \Omega_k(x) dx\right) \frac{\exp(-\lambda R_k)(\lambda R_k)^m}{m!} \quad (25)$$

3) 硬失效导致的报废: 当 $(0, R_k)$ 内有致命冲击到达时, 系统发生硬失效. 由硬失效引发失效性更换的概率为

$$P_f^k = \sum_{m=0}^{\infty} [P(W < W_f)]^{m-1} [1 - P(W < W_f)] \frac{\exp(-\lambda R_k)(\lambda R_k)^m}{m!} \quad (26)$$

3.2 冷贮备系统状态概率模型

当 $k = 1$ 和 $k = 2$ 时, 系统使用全新设备, 故周期结束时系统状态退化特性为初始分布, 因此有

$$\Omega_1(x) = \Omega_2(x) = f_Z(x) \quad (27)$$

在离线视情维修策略下, 从第 $k (k \geq 3)$ 个周期开始, 系统是由第 $k - 2$ 个周期结束后切换下的缺陷设备经维修后再使用. 因此, 第 k 个周期结束时的系统状态概率分布可通过分析第 $k - 2$ 个周期末缺陷设备的维修方式而得到. 由维修策略可知, 第 $k - 2$ 个周期对缺陷设备的维修方式有不维修、预防性维修以及失效性更换(硬失效和软失效) 3 种.

1) 不维修: 累积退化状态保持不变, 此时还需分以下两种情况:

① 当 $X_b^{k-} < H_2$ 时, 有 $0 < X_b^{(k-2)-} < X_b^{k-}$, 第 $k - 2$ 个周期末检测时, 系统不维修的概率为 $\int_0^{X_b^{k-}} \Omega_{k-2}(X_b^{(k-2)-}) dX_b^{(k-2)-}$;

② 当 $X_b^{k-} \geq H_2$ 时, 有 $0 < X_b^{(k-2)-} < H_2 < X_b^{k-}$, 第 $k - 2$ 个周期末检测时, 系统不维修的概率为 $\int_0^{H_2} \Omega_{k-2}(X_b^{(k-2)-}) dX_b^{(k-2)-}$.

综上, 系统在第 k 个周期开始时累积退化状态是 $X_b^{(k-2)-}$ 的概率为

$$P_b^{k-2} = \sum_{m=0}^{\infty} P(W < W_f)^m \left(\int_0^{\min(X_b^{k-}, H_2)} \Omega_{k-2}(X_b^{(k-2)-}) dX_b^{(k-2)-} \right) \frac{\exp(-\lambda R_{k-2})(\lambda R_{k-2})^m}{m!} \quad (28)$$

由于退化增量非负, 在系统运行时间 R_k 后, 第 k 个周期结束时系统的累积退化状态由 $X_b^{(k-2)-}$ 退化至 X_b^{k-} 的概率为

$$f_Z^{k'}(X_b^{k-}) = \int_0^{X_b^{k-} - X_b^{(k-2)-}} f_D^{(R_k)}(X_b^{k-} - X_b^{(k-2)-} - u) f_Y^{(m)}(u) du \quad (29)$$

2) 由式(24)可知, 预防性维修的概率为

$$P_p^{k-2} = \sum_{m=0}^{\infty} P(W < W_f)^m \left(\int_{H_2}^{H_1} \Omega_{k-2}(X_b^{(k-2)-}) dX_b^{(k-2)-} \right) \frac{\exp(-\lambda R_{k-2})(\lambda R_{k-2})^m}{m!} \quad (30)$$

维修后设备退化状态降至 $QX_b^{(k-2)-}$, 运行时间 R_k 后系统退化状态由 $QX_b^{(k-2)-}$ 转移至 X_b^{k-} 的概率为

$$f_Z^{k''}(X_b^{k-}) = \int_0^{X_b^{k-} - QX_b^{(k-2)-}} f_D^{(R_k)}(X_b^{k-} - QX_b^{(k-2)-} - u) f_Y^{(m)}(u) du \quad (31)$$

3) 由式(14)可知, 报废处理的概率为

$$P_{cc}^{k-2} = \sum_{m=0}^{\infty} \left(1 - P(W < W_f)^m\right) \int_0^{H_1} \Omega_{k-2}(X_b^{(k-2)-}) dX_b^{(k-2)-} \frac{\exp(-\lambda R_{k-2})(\lambda R_{k-2})^m}{m!} \quad (32)$$

由于报废后订购了新设备替代该设备, 退化状态恢复全新, 运行时间 R_k 后系统退化状态由 0 转移至 X_b^{k-} 的概率为

$$f_Z^{k'''}(X_b^{k-}) = \int_0^{X_b^{k-}} f_D^{(R_k)}(X_b^{k-} - u) f_Y^{(m)}(u) du \quad (33)$$

总之, 系统在第 $k (k \geq 3)$ 个周期结束时累积退化状态为 X_b^{k-} 的概率密度函数可表示如下:

$$\Omega_k(X_b^{k-}) = P_b^{k-2} f_X^{k'}(X_b^{k-}) + P_p^{k-2} f_X^{k''}(X_b^{k-}) + P_{cc}^{k-2} f_X^{k'''}(X_b^{k-}) \quad (34)$$

4 实验验证

本文以矿井通风系统为例, 进行维修决策模型的验证. 高压电动机作为矿井通风机的关键部件, 其检测手段通常为离线检测, 可采用绝缘电阻值和局部放电次数等基本参数综合判断绝缘系统状态^[1]. 以系统绝缘部件的磨损退化为例, 将间隙电场强度导致的放电现象建模为外部冲击, 放电能量对绝缘系统的磨损老化为冲击对退化的影响, 击穿现象则为系统硬失效.

依据文献[1]对矿井通风机主要部件高压电动机的实测数据, 可近似估计该系统因自然退化导致的退化增量服从 $\alpha = 0.261$ 、 $\beta = 0.231$ 的 $\Gamma(\alpha, \beta)$ 分布, 系统的软失效阈值为 $H_1 = 1.64$ mm, 冲击参数为 $\lambda = 0.617$, $\mu_W = 29.3$, $\sigma_W = 17.51$, 击穿电压 $W_f = 63.7$ kV, $Q = 0.54$. 取 $N = 200$ 周, 作为系统建模周期范围. 假设冲击对自然退化的增加量与冲击的幅值大小呈如下所示的线性关系:

$$Y = \frac{(W - W_{\min})}{(W_{\max} - W_{\min})}p + q. \quad (35)$$

其中

$$\mu_Y = \frac{(\mu_W - W_{\min})}{(W_{\max} - W_{\min})}p + q,$$

$$\sigma_Y = \frac{p}{(W_{\max} - W_{\min})}\sigma_w,$$

$$W_{\max} = 65.5, W_{\min} = 2.1.$$

4.1 系统状态概率密度函数的数值求解

在给定 $T = 4$ 周、 $H_2 = 0.64$ mm 时,通过数值求解非线性方程可得系统状态概率密度函数 $\Omega_k(x)$ 近似数值解,以分析其有效性.

1) 系统状态概率密度函数求解结果分析.

图2显示了 $\Omega_k(x)$ 随不同参数变化的近似解,其中图2(a)显示了随周期 k 的变化,而图2(b)~图2(d)分别显示了在 $k = 5$ 时不同随机冲击参数和自然退化参数(包含 α 和 β)下 $\Omega_k(x)$ 的结果.

由图2(a)可知,随系统运行周期 k 的增大,维修次数增多,系统的整体运行性能下降,发生故障的概率增大, $\Omega_k(x)$ 曲线明显右移.如图2(b)所示,当 $\lambda =$

0时,随机冲击不会对设备的自然退化产生影响,故系统整体退化较慢.而随着 λ 取值的增大,随机冲击对自然退化量的影响增大,使得系统退化速率增大, $\Omega_k(x)$ 曲线右移.由图2(c)和图2(d)可知,随着 α 和 β 的增大,设备单位时间内因自然退化导致的退化增量的均值不断增大,系统故障概率增大, $\Omega_k(x)$ 曲线右移.

2) 有效性分析.

基于制定的离线视情维修策略,分析 T 和 H_2 对 $\Omega_k(x)$ 的影响程度,每次仅改变某一个参数以分析该参数对 $\Omega_k(x)$ 的影响.

图3中(a)和(b)分别显示了 $\Omega_k(x)$ 的近似数值解随不同 T 和 H_2 的变化.随着 T 的增加,一方面系统在 T 时间内遭受随机冲击的次数会增加;另一方面,自然退化的退化增量分布 $\Gamma(t\alpha, \beta)$ 的形状参数也会增大.综合两种因素,系统单位时间内累积退化增量均值不断增大.而随着 H_2 的增加,系统进行预防性维修的概率减小,而导致切换周期内发生软失效的概率增大,故 $\Omega_k(x)$ 曲线右移.

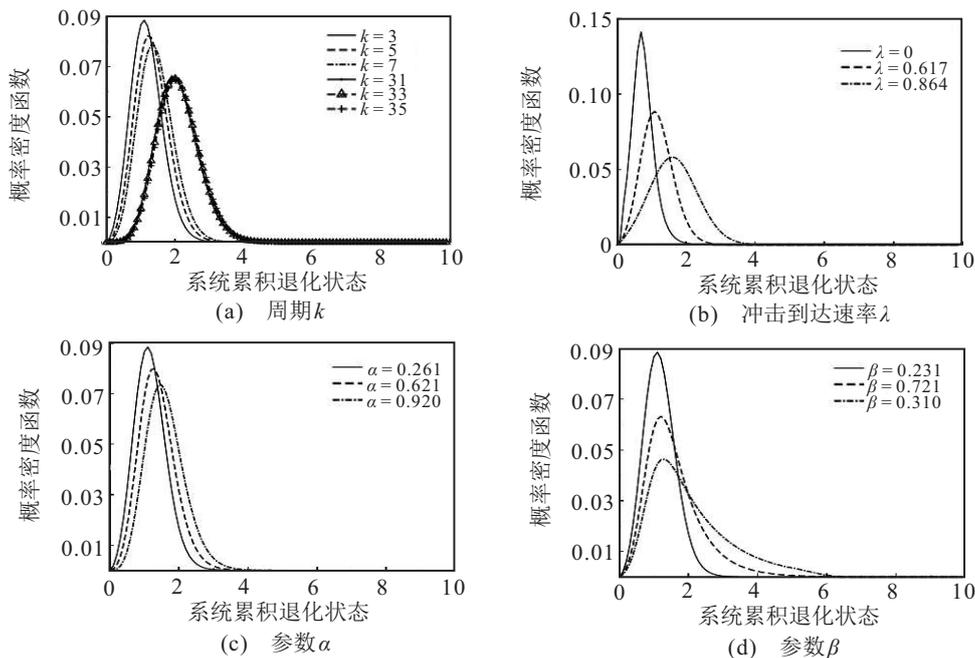


图2 随不同参数变化的 $\Omega_k(x)$ 近似解

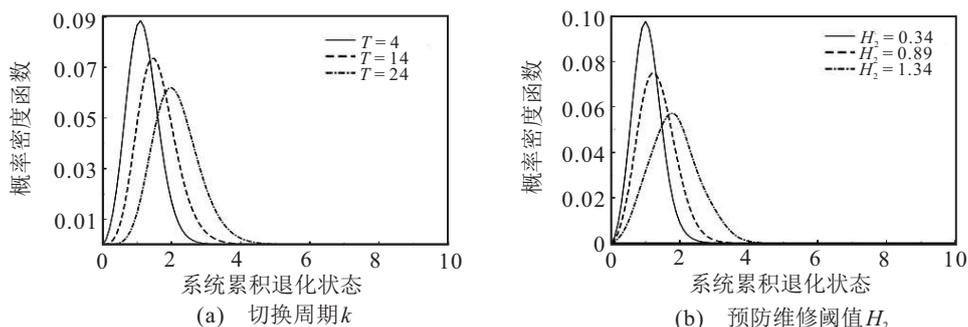


图3 决策变量对 $\Omega_k(x)$ 的影响

由此可见, T 及 H_2 的改变均会对 $\Omega_k(x)$ 的数值解产生正确的影响, 进而导致维修需求的概率发生改变, 进一步影响系统的费用率。

4.2 维修决策模型求解及对比分析

设定 $C_{ins} = 50, C_r = 50, C_p = 120, C_d = 1000, C_c^1 = 1000, C_c^2 = 1200, \tau_o$ 为服从参数 $\lambda_0 = 30$ 的指数分布, $N = 200$. 采用遗传算法^[25]对模型进行求解. 设置优化参数为种群大小20, 最大遗传代数50, 代沟0.8, 交叉概率0.8, 变异概率0.2, 并取20次优化的最好值. 依据 R 取值范围的不同, 可得到不同时间区间内的系统的最优平均费用率及相应的最优策略参数, 具体如表1所示. 由表1可知, 当系统从完好状态开始运行 N 个周期时, 其平均费用率较低, 随着系统运行一段时间后, 由于整体运行性能的下降, N 个周期内的平均费用率出现较大上升, 当系统运行到后期时, 系统整体状态趋于平稳, N 个周期内的平均费用率变动幅度较小.

表1 不同时间区间内最优平均费用率及最优策略

S 的取值	平均费用率及决策变量
$S = 0$	CR = 385.805 163, $T = 5, H_2 = 1.509 071$
$S = 80$	CR = 420.967 691, $T = 4, H_2 = 1.511 166$
$S = 160$	CR = 428.193 153, $T = 4, H_2 = 1.574 464$

4.3 灵敏度分析

分别对成本参数 $C_{ins}, C_r, C_p, C_c^1, C_c^2$ 进行适当倍数的增加或缩小, 分析参数对最优维修策略参数的影响, 结果如表2所示.

表2 系统维修成本参数对最优维修策略的影响

参数	值	最小费用率	最优决策变量值
C_{ins}	5	383.166 313	$T = 5, H_2 = 1.586 302$
	50	385.805 163	$T = 5, H_2 = 1.509 071$
	500	407.748 943	$T = 6, H_2 = 1.466 736$
C_r	5	382.698 969	$T = 5, H_2 = 1.585 539$
	50	385.805 163	$T = 5, H_2 = 1.509 071$
	500	411.173 260	$T = 6, H_2 = 1.443 945$
C_p	12	368.694 344	$T = 5, H_2 = 1.415 491$
	120	385.805 163	$T = 5, H_2 = 1.509 071$
	900	388.540 508	$T = 5, H_2 = 1.540 329$
C_c^1	100	378.523 152	$T = 5, H_2 = 1.526 546$
	1000	385.805 163	$T = 5, H_2 = 1.509 071$
	10000	477.442 183	$T = 4, H_2 = 1.360 402$
C_c^2	120	372.720 312	$T = 5, H_2 = 1.429 054$
	1200	385.805 163	$T = 5, H_2 = 1.509 071$
	12000	404.350 961	$T = 4, H_2 = 1.538 564$
C_d	500	205.329 026	$T = 5, H_2 = 1.452 776$
	1000	385.805 163	$T = 5, H_2 = 1.509 071$
	3000	1097.211 114	$T = 4, H_2 = 1.538 697$

由表2可知, 随着 C_r 和 C_{ins} 的增加, T 随之增大, 以减少系统的切换和检测次数, 从而降低总的费用

率. 然而 T 的增大设备发生失效的概率也会随之增大, 因此权衡后优化得到的设备的最优 H_2 有所下降, 以增加设备的预防维修概率.

随着 C_p 的增大, H_2 增加, 以降低预防性维修的概率的方式缩减维修成本, 而 C_p 的变化对 T 的影响较小. 随着 C_c^1 的增大, H_2 和 T 均减小, 以通过更频繁的预防性维修保证较低的失效概率, 从而降低系统的故障的维修费用. 随着 C_c^2 增大, T 随之减小, 以降低周期内发生硬失效的概率, 同时增加 H_2 以降低维修成本. 随着 C_d 的增大, H_2 和 T 均减小, 以通过更频繁的预防性维修保证系统的可靠运行.

5 结论

本文针对竞争失效冷贮备系统, 制定了离线视情维修策略, 推导了系统状态概率密度函数的计算模型, 建立了以最小费用率为目标的决策模型. 以冲击影响下矿井通风机的退化与维修为案例进行了数值实验, 验证了系统状态概率密度函数和所建立的维修优化模型的有效性. 结果表明, 冲击对最优决策变量值以及最小的期望费用率有较大影响, 所提出的离线视情维修策略能有效地降低系统的维修成本.

后续的研究中, 需要进一步考虑更为切合工程实际条件的复杂冲击模型, 如当系统退化程度较为严重时, 相同幅值大小的冲击可能对自然退化产生更大的损伤量, 且更容易发生硬失效. 此外, 也可将冷贮备系统的研究思路和方法推广至结构相似的温贮备或热贮备系统展开研究.

参考文献(References)

- [1] 吝伶俐. 矿井主通风机高压电动机故障机理及预警方法研究[D]. 太原: 太原理工大学, 2014.
(Lin L Y. Research on the mechanism and warning method of fault to mine main ventilation HV motor[D]. Taiyuan: Taiyuan University of Technology, 2014.)
- [2] Behboudi Z, Mohtashami Borzadaran G R, Asadi M. Reliability modeling of two-unit cold standby systems: A periodic switching approach[J]. Applied Mathematical Modelling, 2021, 92: 176-195.
- [3] Levitin G, Finkelstein M, Dai Y S. Optimal preventive replacement policy for homogeneous cold standby systems with reusable elements[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2020, 204: 107135.
- [4] 刘勤明, 李永朋, 叶春明. 基于三阶段时间延迟模型的设备预防维修策略[J]. 控制与决策, 2020, 35(7): 1780-1786.
(Liu Q M, Li Y P, Ye C M. Preventive maintenance plan of equipment based on three-stage time delay model[J]. Control and Decision, 2020, 35(7): 1780-1786.)
- [5] 陈童, 谢经伟, 狄鹏, 等. 考虑两种失效竞争的多状态冷贮备系统可靠性模型[J]. 航空学报, 2019, 40(3):

222339.
(Chen T, Xie J W, Di P, et al. Reliability analysis of multi-state cold standby system with two competing failures[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2019, 40(3): 222339.)
- [6] Wang C N, Wang X L, Xing L D, et al. A fast and accurate reliability approximation method for heterogeneous cold standby sparing systems[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2021, 212: 107596.
- [7] Zhang Y L, Wang G J. A geometric process repair model for a repairable cold standby system with priority in use and repair[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2009, 94(11): 1782-1787.
- [8] Wang W, Wu Z Y, Xiong J L, et al. Redundancy optimization of cold-standby systems under periodic inspection and maintenance[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2018, 180: 394-402.
- [9] Mahmoud M A W. On a two-unit cold standby redundant system with random switching time[J]. *Microelectronics Reliability*, 1988, 28(6): 897-900.
- [10] 杨天枢, 高文科. 基于拓展几何过程的冷贮备系统维修策略优化[J]. *计算机集成制造系统*, 2022, 28(1): 84-92.
(Yang T S, Gao W K. Optimization of maintenance policy for cold standby system based on extended geometric process[J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2022, 28(1): 84-92.)
- [11] Wang G J, Zhang Y L. Geometric process model for a system with inspections and preventive repair[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2014, 75: 13-19.
- [12] Wang J Y, Ye J M. A new repair model and its optimization for cold standby system[J]. *Operational Research*, 2022, 22(1): 105-122.
- [13] Hao S H, Yang J, Ma X B, et al. Reliability modeling for mutually dependent competing failure processes due to degradation and random shocks[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2017, 51: 232-249.
- [14] Bian L N, Wang G J, Liu P. Reliability analysis for multi-component systems with interdependent competing failure processes[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2021, 94: 446-459.
- [15] 常春波, 曾建潮. 极端冲击下系统竞争性失效过程的可靠性建模[J]. *系统工程理论与实践*, 2015, 35(5): 1332-1338.
(Chang C B, Zeng J C. Reliability modeling for dependent competing failure process under extreme shock[J]. *Systems Engineering—Theory & Practice*, 2015, 35(5): 1332-1338.)
- [16] Yousefi N, Coit D W, Zhu X Y. Dynamic maintenance policy for systems with repairable components subject to mutually dependent competing failure processes[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2020, 143: 106398.
- [17] Dong W J, Liu S F, Bae S J, et al. Reliability modelling for multi-component systems subject to stochastic deterioration and generalized cumulative shock damages[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2021, 205: 107260.
- [18] Eryilmaz S. δ -shock model based on Polya process and its optimal replacement policy[J]. *European Journal of Operational Research*, 2017, 263(2): 690-697.
- [19] Jiang L, Feng Q M, Coit D W. Reliability and maintenance modeling for dependent competing failure processes with shifting failure thresholds[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2012, 61(4): 932-948.
- [20] Gong M, Xie M, Yang Y N. Reliability assessment of system under a generalized run shock model[J]. *Journal of Applied Probability*, 2018, 55(4): 1249-1260.
- [21] Shen J Y, Cui L R, Yi H. System performance of damage self-healing systems under random shocks by using discrete state method[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2018, 125: 124-134.
- [22] Yousefi N, Coit D W, Song S L, et al. Optimization of on-condition thresholds for a system of degrading components with competing dependent failure processes[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2019, 192: 106547.
- [23] Castro I T, Caballé N C, Pérez C J. A condition-based maintenance for a system subject to multiple degradation processes and external shocks[J]. *International Journal of Systems Science*, 2015, 46(9): 1692-1704.
- [24] 毕小玉, 田慕琴, 宋建成, 等. 主通风机电动机绝缘状态监测及故障诊断方法研究[J]. *工矿自动化*, 2013, 39(9): 31-36.
(Bi X Y, Tian M Q, Song J C, et al. Research of insulation condition monitoring and fault diagnosing method of motor of mine main ventilator[J]. *Industry and Mine Automation*, 2013, 39(9): 31-36.)
- [25] 张晓红, 曾建潮. 基于状态空间分割的两部件系统机会维修优化[J]. *系统工程理论与实践*, 2015, 35(6): 1547-1560.
(Zhang X H, Zeng J C. State space partition based optimization of the opportunistic preventive maintenance of two-unit systems[J]. *Systems Engineering—Theory & Practice*, 2015, 35(6): 1547-1560.)

作者简介

张晓红(1980—), 女, 教授, 博士, 从事复杂系统维修决策与健康管理及其应用等研究, E-mail: zhangxh@tyust.edu.cn;

何于港(1997—), 男, 硕士生, 从事复杂系统维修决策与健康管理的研 究, E-mail: s20190725@stu.tyust.edu.cn;

张剑飞(1993—), 男, 硕士生, 从事复杂系统维修决策与健康管理及其应用的研究, E-mail: S20190730@stu.tyust.edu.cn;

甘婕(1976—), 女, 副教授, 博士, 从事智能优化、复杂系统的优化调度与健康管理等研究, E-mail: ganj@tyust.edu.cn;

石慧(1979—), 女, 副教授, 博士, 从复杂系统故障预测与健康管 理、智能信息处理等研究, E-mail: huishi@tyust.edu.cn;

秦彦凯(1986—), 男, 助理研究员, 博士生, 从事采掘装备故障诊断、健康管理与维修决策等研究, E-mail: B20180007@stu.tyust.edu.cn.