

# 控制与决策

Control and Decision

不确定机械臂系统的自适应命令滤波反步渐近跟踪控制

赵林, 徐志国

引用本文:

赵林,徐志国. 不确定机械臂系统的自适应命令滤波反步渐近跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2023, 38(9): 2701–2706.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.0045>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

[输出误差约束下四旋翼无人机预定性能反步控制](#)

Prescribed performance backstepping control for quadrotor UAV with output error constraint

*控制与决策*. 2021, 36(5): 1059–1068 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1249>

[航天器输入受限的鲁棒自适应姿态跟踪控制](#)

Robust adaptive attitude tracking control of spacecraft with constrained inputs

*控制与决策*. 2021, 36(9): 2297–2304 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0013>

[基于时间延时估计和自适应模糊滑模控制器的双机械臂协同阻抗控制](#)

Coordinated impedance control for dual–arm robots based on time delay estimation and adaptive fuzzy sliding mode controller

*控制与决策*. 2021, 36(6): 1311–1323 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1701>

[输入受限下自主水下航行器路径跟踪的级联控制](#)

Path–following control of an AUV in cascade under input saturation

*控制与决策*. 2021, 36(12): 2964–2972 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0411>

[四旋翼无人机抗干扰轨迹跟踪控制](#)

Anti–interference trajectory tracking control of quadrotor UAV

*控制与决策*. 2021, 36(2): 379–386 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0875>

# 不确定机械臂系统的自适应命令滤波反步渐近跟踪控制

赵林<sup>†</sup>, 徐志国

(青岛大学 自动化学院, 山东 青岛 266071)

**摘要:** 研究具有未知参数和外部干扰机械臂的自适应渐近跟踪控制问题, 提出一种自适应命令滤波反步策略, 利用命令滤波器避免传统反步中对虚拟控制函数的微分计算, 并建立误差补偿机制补偿滤波误差. 与现有的针对机械臂的命令滤波反步跟踪控制相比, 跟踪误差可以渐近收敛到零, 并且只需要设计一个自适应参数. 最后, 通过仿真验证该方案的有效性.

**关键词:** 机械臂; 渐近跟踪控制; 命令滤波反步; 自适应控制

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2022.0045

引用格式: 赵林, 徐志国. 不确定机械臂系统的自适应命令滤波反步渐近跟踪控制 [J]. 控制与决策, 2023, 38(9): 2701-2706.

## Adaptive command filtered backstepping asymptotic tracking control for uncertain manipulator systems

ZHAO Lin<sup>†</sup>, XU Zhi-guo

(School of Automation, Qingdao University, Qingdao 266071, China)

**Abstract:** This paper studies the adaptive asymptotic tracking control problem of robot manipulators with unknown parameters and external disturbances. A novel adaptive command filtered backstepping strategy is given, in which the command filters are used to avoid the differential calculations of virtual control functions in conventional backstepping, and the error compensation mechanism is established to compensate for filtering errors. Compared with the existing command filtered backstepping tracking control for robot manipulators, the tracking error can asymptotically converge to the origin, and only one adaptive parameter needs to be designed. Finally, the simulation example is given to verify the effectiveness of the proposed scheme.

**Keywords:** manipulator; asymptotic tracking control; command filtered backstepping; adaptive control

## 0 引言

在工业应用中, 如何实现高精度且稳定的跟踪控制一直是机器人机械臂研究的关键问题, 如何提高机械臂在模型不确定性和外部干扰下的跟踪性能和瞬态响应仍然是一个挑战<sup>[1-10]</sup>. 许多学者已利用自适应控制<sup>[1, 3-4]</sup>、滑模控制<sup>[5-7]</sup>和反步控制<sup>[8-10]</sup>等研究机械臂的跟踪控制问题.

反步法是一种有效的针对非线性系统的控制器设计方法, 可与自适应控制技术有效结合以减弱系统不确定性的影响, 并实现良好的跟踪性能<sup>[11]</sup>. 例如, 文献[8-9]分别研究了具有模型不确定性和外部扰动的机械臂自适应反步控制策略. 然而, 在反步过程中

需要对虚拟控制信号进行微分计算, 从而导致计算复杂性问题. 虽然文献[12-13]使用了神经网络(NN)和模糊逻辑系统(FLS)逼近未知的非线性函数与虚拟控制信号的微分, 但是其不可避免的学习过程会降低瞬态性能. 同时, 如果选取较大的FLS或NN节点将消耗更多的计算时间. 动态面控制(DSC)为避免虚拟控制信号的微分计算提供了另一种方案<sup>[14]</sup>, 利用一阶滤波器对虚拟控制信号滤波以避免对其直接微分. 另外, DSC也能够结合FLS或NN逼近技术进行不确定机械臂的跟踪控制器设计<sup>[15-16]</sup>. 但是怎样解决滤波过程产生的滤波误差问题并没有被考虑, 这在一定程度上会影响控制性能. 命令滤波反步(CFB)技

收稿日期: 2022-01-06; 录用日期: 2022-04-15.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61603204); 山东省高等学校青创科技计划项目(2019KJN033); 山东省自然科学基金项目(ZR2021MF046).

责任编辑: 关新平.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: zhaolin1585@163.com.

术也利用滤波器避免对虚拟控制信号的微分计算,并通过构建误差补偿机制进一步消除滤波误差的影响,从而保证更好的稳态和瞬态性能<sup>[17-21]</sup>.文献[22-23]研究了对机械臂的自适应CFB跟踪控制问题;文献[24-25]进一步研究了机械臂的自适应有限时间CFB控制问题.然而,在文献[23-25]中,跟踪误差只能收敛到零附近的邻域,即不能实现渐近跟踪.此外,文献[22-25]并没有考虑外部扰动力矩的影响,这在一定程度上限制了这些方法的实际应用.

通过上述讨论,针对具有未知参数和外部扰动的机械臂系统,本文提出一种基于CFB的自适应渐近跟踪控制方案,主要贡献如下:

1) 与文献[15-16, 23-25]中基于跟踪误差最终一致有界的DSC或CFB方案相比,本文提出一种自适应CFB方法克服不确定参数和外部扰动的影响,并且保证跟踪误差渐近收敛到零.

2) 与文献[12-13, 15-16, 23]中基于NN或FLS和文献[22, 24-25]中基于回归矩阵描述不确定动态的自适应控制方案相比,本文所提方法只需设计一个自适应参数,更利于实际应用.

## 1 问题描述

考虑如下机械臂的动力学方程:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau + d. \quad (1)$$

其中:  $q \in \mathbf{R}^n$ ,  $M(q) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ ,  $C(q, \dot{q}) \in \mathbf{R}^{n \times n}$  和  $G(q) \in \mathbf{R}^n$  分别是关节位置向量、正定对称惯性矩阵、哥氏力/离心力矩阵以及重力项;  $\tau \in \mathbf{R}^n$  和  $d \in \mathbf{R}^n$  分别是控制力矩和扰动转矩. 令式(1)满足以下假设.

**假设1**  $0 < k_{m1}I_n < M(q) < k_{m2}I_n$ , 其中  $k_{m1}$  和  $k_{m2}$  为常数.

**假设2**  $M(q)\dot{\nu} + C(q, \dot{q})\nu + G(q) = \Phi(q, \dot{q}, \nu, \dot{\nu})\phi$ . 其中:  $\phi \in \mathbf{R}^m$  是未知参数向量,  $\Phi(q, \dot{q}, \nu, \dot{\nu}) \in \mathbf{R}^{n \times m}$  是动态回归矩阵,  $\nu \in \mathbf{R}^n$  是一个可微向量.

**假设3**  $\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$  是斜对称矩阵.

**假设4**  $\|d\| \leq \bar{d}$ , 其中  $\bar{d} > 0$  是一个未知常数.

**引理1**<sup>[26]</sup> 对于任意  $\sigma \in \mathbf{R}^+$  和  $\kappa \in \mathbf{R}^+$ , 以下不等式成立:

$$|\kappa| - \frac{\kappa^2}{\sqrt{\kappa^2 + \sigma^2}} \leq \sigma. \quad (2)$$

**引理2**<sup>[27]</sup> 设  $x: [0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$  平方可积, 即  $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t x^2(\tau) d\tau < \infty$ , 则如果  $\dot{x}(t) (t \in [0, \infty))$  存在且有界, 则  $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$ .

记  $q_d \in \mathbf{R}^n$  为期望的关节位置向量, 本文将建立

一种自适应命令滤波反步跟踪控制方案, 使得关节位置向量  $q$  能够渐近跟踪期望的关节位置向量  $q_d$ , 并且闭环系统中的所有信号都有界.

## 2 自适应CFB渐近跟踪控制器设计

利用命令滤波器(3)避免反步中对虚拟控制信号  $\alpha_1 = [\alpha_{1,1}, \alpha_{1,2}, \dots, \alpha_{1,n}]^T$  的直接微分, 即

$$\begin{aligned} \varepsilon_i \dot{\omega}_{1,i} + \omega_{1,i} &= \alpha_{1,i}, \quad \omega_{1,i}(0) = \alpha_{1,i}(0), \\ i &= 1, 2, \dots, n, \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $\alpha_1$  是输入.

基于期望关节位置向量  $q_d$  和命令滤波器输出  $\omega_2$ , 进行如下坐标转换:

$$e_1 = q - q_d, \quad e_2 = \dot{q} - \omega_2, \quad (4)$$

其中  $\omega_2 = [\omega_{1,1}, \omega_{1,2}, \dots, \omega_{1,n}]^T$  是滤波器输出. 构造新变量  $v_1$ , 即

$$v_1 = e_1 - \eta_1. \quad (5)$$

其中:  $\eta_1 = [\eta_{1,1}, \eta_{1,2}, \dots, \eta_{1,n}]^T$  是误差补偿信号, 可由如下误差补偿机制生成:

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_1 &= -\kappa_1 \eta_1 - \left( \frac{l_1 \eta_{1,1}}{\sqrt{\eta_{1,1}^2 + \sigma^2}}, \dots, \frac{l_1 \eta_{1,n}}{\sqrt{\eta_{1,n}^2 + \sigma^2}} \right)^T + \\ &(\omega_2 - \alpha_1), \end{aligned} \quad (6)$$

这里  $\eta_1(0) = 0$ ,  $\kappa_1 > 0$  和  $l_1 > 0$  都是常数. 选取  $\sigma$  来满足  $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_{t_0}^t \sigma(s) ds \leq \bar{\sigma} < \infty$ ,  $\bar{\sigma} > 0$  是一个常数. 首先, 对于误差补偿信号向量  $\eta_1$ , 取

$$U = \frac{\eta_1^T \eta_1}{2}, \quad (7)$$

那么可以得到

$$\dot{U} = -\kappa_1 \eta_1^T \eta_1 + \eta_1^T (\omega_2 - \alpha_1) - \sum_{i=1}^n \frac{l_1 \eta_{1,i}^2}{\sqrt{\eta_{1,i}^2 + \sigma^2}}. \quad (8)$$

由文献[18]可知, 对于任意小正常数  $\varpi_i$ , 存在  $\varepsilon_i > 0$  和  $T_i > 0$  使得当  $t \geq T_i$  时, 有  $|\omega_{1,i} - \alpha_{1,i}| \leq \varpi_i$ . 进一步通过引理1得到  $-\frac{\eta_{1,i}^2}{\sqrt{\eta_{1,i}^2 + \sigma^2}} \leq \sigma - |\eta_{1,i}|$ . 将它们代入到式(8), 得到

$$\dot{U} \leq -\kappa_1 \eta_1^T \eta_1 - \sum_{i=1}^n (l_1 - \varpi_i) |\eta_{1,i}| + \sigma n l_1, \quad (9)$$

其中  $l_1$  应满足  $l_1 - \varpi_i > 0$ . 对式(9)左右两侧分别在  $[t_0, t)$  积分可得

$$U \leq U(t_0) - \kappa_1 \int_{t_0}^t \eta_1^T(\epsilon) \eta_1(\epsilon) d\epsilon + n l_1 \int_{t_0}^t \sigma(\epsilon) d\epsilon. \quad (10)$$

由此可知, 补偿信号  $\eta_1$  有界. 进一步利用  $\sigma$  的性质得

到

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \kappa_1 \int_{t_0}^t \eta_1^T(\epsilon) \eta_1(\epsilon) d\epsilon \leq U(t_0) + n l_1 \bar{\sigma}. \quad (11)$$

故根据  $\eta_1$  和  $\iota_2 - \alpha_1$  的有界性, 可以得到  $\dot{\eta}_1$  有界, 那么由引理2可得  $\lim_{t \rightarrow \infty} \eta_1(t) = 0$ .

接下来, 给出具体反步控制设计.

step 1: 考虑 Lyapunov 函数

$$U_1 = \frac{v_1^T v_1}{2}, \quad (12)$$

可以得到

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= v_1^T (\dot{q} - \dot{q}_d - \dot{\eta}_1) = \\ &v_1^T (e_2 + \alpha_1 + (\iota_2 - \alpha_1) - \dot{q}_d - \dot{\eta}_1). \end{aligned} \quad (13)$$

设计虚拟控制信号  $\alpha_1$  为

$$\alpha_1 = \quad (14)$$

$$-\kappa_1 e_1 + \dot{q}_d - \left( \frac{l_1 \eta_{1,1}}{\sqrt{\eta_{1,1}^2 + \sigma^2}}, \dots, \frac{l_1 \eta_{1,n}}{\sqrt{\eta_{1,n}^2 + \sigma^2}} \right)^T. \quad (15)$$

将  $\alpha_1$  代入到式(13), 得到

$$\dot{U}_1 = v_1^T (e_2 - \kappa_1 v_1) \leq -\left(\kappa_1 - \frac{1}{2}\right) v_1^T v_1 + \frac{1}{2} e_2^T e_2. \quad (16)$$

step 2: 考虑第2个 Lyapunov 函数

$$U_2 = U_1 + \frac{e_2^T M e_2}{2}, \quad (17)$$

得到

$$\begin{aligned} \dot{U}_2 &= \dot{U}_1 + \frac{e_2^T \dot{M} e_2}{2} + e_2^T M (\ddot{q} - \ddot{i}_2) = \\ &\dot{U}_1 + \frac{e_2^T (M - 2C) e_2}{2} + \\ &e_2^T (-M i_2 - C \iota_2 - G + \tau + d). \end{aligned} \quad (18)$$

通过假设2和假设3得到

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_1 + e_2^T (-\Phi(q, \dot{q}, \iota_2, i_2) \phi + \tau + d). \quad (19)$$

对于  $-e_2^T \Phi \phi$  有

$$-e_2^T \Phi \phi \leq \|e_2\| \|\phi\| \|\Phi\|_F, \quad (20)$$

其中  $\|\cdot\|_F$  是 Frobenius 矩阵范数. 进一步可得

$$\|e_2\| \|\Phi\|_F - \frac{\|e_2\|^2 \|\Phi\|_F^2}{\|e_2\| \|\Phi\|_F + \sigma} = \frac{\sigma \|e_2\| \|\Phi\|_F}{\|e_2\| \|\Phi\|_F + \sigma} < \sigma, \quad (21)$$

那么

$$\|e_2\| \|\Phi\|_F \leq \frac{\|e_2\|^2 \|\Phi\|_F^2}{\|e_2\| \|\Phi\|_F + \sigma} + \sigma. \quad (22)$$

由于

$$\frac{\|e_2\|^2 \|\Phi\|_F^2}{\|e_2\| \|\Phi\|_F + \sigma} \leq \frac{\|e_2\|^2 \|\Phi\|_F^2}{\sqrt{\|e_2\|^2 \|\Phi\|_F^2 + \sigma^2}}, \quad (23)$$

可以得到

$$-e_2^T \Phi \phi \leq e_2^T \frac{e_2 \|\Phi\|_F^2}{\sqrt{\|e_2\|^2 \|\Phi\|_F^2 + \sigma^2}} \|\phi\| + \sigma \|\phi\|. \quad (24)$$

同样对于  $e_2^T d$ , 有

$$e_2^T d \leq e_2^T \frac{e_2}{\sqrt{\|e_2\|^2 + \sigma^2}} \|d\| + \sigma \|d\|. \quad (25)$$

令  $\psi = \frac{e_2 \|\Phi\|_F^2}{\sqrt{\|e_2\|^2 \|\Phi\|_F^2 + \sigma^2}} + \frac{e_2}{\sqrt{\|e_2\|^2 + \sigma^2}} = [\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n]^T, \vartheta = \max\{\|\phi\|, \|d\|\}$ , 那么

$$\dot{U}_2 \leq \dot{U}_1 + (e_2^T \psi + 2\sigma) \vartheta + e_2^T \tau. \quad (26)$$

设计控制力矩  $\tau$  为

$$\tau = -\kappa_2 e_2 - \hat{\tau}. \quad (27)$$

其中:  $\hat{\tau} = \left( \frac{e_{2,1} \psi_1^2 \hat{\vartheta}^2}{\sqrt{e_{2,1}^2 \psi_1^2 \hat{\vartheta}^2 + \sigma^2}}, \dots, \frac{e_{2,n} \psi_n^2 \hat{\vartheta}^2}{\sqrt{e_{2,n}^2 \psi_n^2 \hat{\vartheta}^2 + \sigma^2}} \right)^T$ ,

$\hat{\vartheta}$  是  $\vartheta$  的估计;  $\kappa_2 > 0$  是常数;  $e_{2,i}$  是  $e_2$  的第  $i$  个元素.

设计自适应律

$$\dot{\hat{\vartheta}} = \gamma e_2^T \psi - \gamma \sigma \hat{\vartheta}, \quad (28)$$

其中  $\gamma > 0$  是常数.

设  $\tilde{\vartheta} = \vartheta - \hat{\vartheta}$ , 并考虑 Lyapunov 函数

$$\bar{U} = U_2 + \frac{\tilde{\vartheta}^2}{2\gamma}. \quad (29)$$

将  $\tau$  代入式(25)可得

$$\begin{aligned} \dot{\bar{U}} &\leq -\left(\kappa_1 - \frac{1}{2}\right) v_1^T v_1 - \left(\kappa_2 - \frac{1}{2}\right) e_2^T e_2 + \\ &e_2^T \psi \hat{\vartheta} + \tilde{\vartheta} \left( e_2^T \psi - \frac{\dot{\hat{\vartheta}}}{\gamma} \right) + 2\sigma \vartheta - e_2^T \hat{\tau} \leq \\ &-\left(\kappa_1 - \frac{1}{2}\right) v_1^T v_1 - \left(\kappa_2 - \frac{1}{2}\right) e_2^T e_2 + \\ &e_2^T \psi \hat{\vartheta} + \sigma \tilde{\vartheta} \hat{\vartheta} + 2\sigma \vartheta - e_2^T \hat{\tau}. \end{aligned} \quad (30)$$

通过引理1得到

$$e_2^T \psi \hat{\vartheta} - e_2^T \hat{\tau} \leq n \sigma, \quad (31)$$

那么

$$\begin{aligned} \dot{\bar{U}} &\leq -\left(\kappa_1 - \frac{1}{2}\right) v_1^T v_1 - \left(\kappa_2 - \frac{1}{2}\right) e_2^T e_2 + \\ &\sigma n + \sigma \tilde{\vartheta} \hat{\vartheta} + 2\sigma \vartheta. \end{aligned} \quad (32)$$

进一步通过  $\tilde{\vartheta} \hat{\vartheta} = \tilde{\vartheta}(\vartheta - \tilde{\vartheta}) \leq -\frac{\tilde{\vartheta}^2}{2} + \frac{\vartheta^2}{2}$  得到

$$\dot{\bar{U}} \leq -\left(\kappa_1 - \frac{1}{2}\right) v_1^T v_1 - \left(\kappa_2 - \frac{1}{2}\right) e_2^T e_2 + \sigma \varphi, \quad (33)$$

其中  $\varphi = n + \frac{\vartheta^2}{2} + 2\vartheta$ . 对式(32)两边在  $[t_0, t]$  上积分可得

$$\begin{aligned} \bar{U} &\leq \bar{U}(t_0) - \left(\kappa_1 - \frac{1}{2}\right) \int_{t_0}^t v_1^T(\epsilon) v_1(\epsilon) d\epsilon - \\ &\left(\kappa_2 - \frac{1}{2}\right) \int_{t_0}^t e_2^T(\epsilon) e_2(\epsilon) d\epsilon + \varphi \int_{t_0}^t \sigma(\epsilon) d\epsilon, \end{aligned} \quad (34)$$

那么  $v_1, e_2$  和  $\tilde{v}$  都是有界的. 通过  $v_1, e_2, \tilde{v}$  的定义得到闭环系统的全部信号都是有界的. 进一步得到

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left( \kappa_1 - \frac{1}{2} \right) \int_{t_0}^t v_1^T(\epsilon) v_1(\epsilon) d\epsilon \leq \bar{U}(t_0) + \varphi \bar{\sigma}. \quad (35)$$

考虑到所有信号及  $\dot{v}_1$  的有界性, 利用引理 2 得到  $\lim_{t \rightarrow \infty} v_1(t) = 0$ . 由于  $e_1 = v_1 + \eta_1$  以及  $v_1$  和  $\eta_1$  是渐近稳定的, 得到  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_1(t) = 0$ , 即满足渐近跟踪.

**定理 1** 对于满足假设 1~假设 4 的不确定机械臂系统, 若误差补偿机制、虚拟控制信号  $\alpha_1$ 、控制力矩  $\tau$  及自适应律分别设计为式 (6)、(14)、(27) 和 (28), 则关节位置能够渐近跟踪期望位置信号, 并且闭环系统所有信号有界.

**注 1** 在文献 [15-16, 22-25] 中, 虽然提出了不确定机械臂系统的自适应 DSC 和自适应 CFB 算法, 但外部扰动却被忽略. 虽然文献 [24-25] 设计了基于分数阶的虚拟控制信号和误差补偿机制, 可以进一步压制不确定参数的影响, 但是跟踪误差只能收敛到零附近的邻域而不能收敛到零. 本文利用辅助变量  $\sigma$  设计虚拟控制信号和误差补偿信号, 借助引理 1 与引理 2 (改进的 Barbalat 引理) 实现跟踪误差渐近跟踪分析.

**注 2** 文献 [22, 24-25] 考虑了基于假设 2 的自适应更新律设计, 然而由于  $\phi$  的维数为  $m$ , 也就意味着需要估计  $m$  个参数. 本文中, 基于引理 1 和不等式放缩技术, 只需估计一个参数, 从而实现计算简化.

### 3 仿真验证

仿真考虑一个二连杆机械臂,  $M(q) = [M_{mn}] \in \mathbf{R}^{2 \times 2}$  和  $C(q, \dot{q}) = [C_{mn}] \in \mathbf{R}^{2 \times 2}$ , 由下式给出:

$$M(q) = \begin{bmatrix} M_1 + 2M_2 \cos(q_2) & M_3 + M_2 \cos(q_2) \\ M_3 + M_2 \cos(q_2) & M_3 \end{bmatrix},$$

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} -M_2 \sin(q_2) \dot{q}_2 & -M_2 \sin(q_2) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ M_2 \sin(q_2) \dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix}.$$

其中:  $M_1 = I_1 + m_1 L_{c1}^2 + m_2 L_1^2 + I_2 + m_2 L_{c2}^2$ ,  $M_2 = m_2 L_1 L_{c2}$ ,  $M_3 = I_2 + m_2 L_{c2}^2$ ,  $m_1$  和  $m_2$  分别是连杆的质量,  $I_1$  和  $I_2$  是惯性矩,  $L_1$  是连杆长度,  $L_{c1}$  和  $L_{c2}$  是连杆重心. 为了简化, 假设  $G(q) = 0$ . 令  $\iota_2 = (\iota_{2,1}, \iota_{2,2})^T \in \mathbf{R}^2$ . 对于假设 2, 给出参数向量  $\phi = (M_1, M_2, M_3)^T \in \mathbf{R}^3$  和  $\Phi(q, \dot{q}, \iota_2, i_2) = [\Phi_{mn}] \in \mathbf{R}^{2 \times 3}$ , 且有

$$\Phi_{11} = i_{2,1},$$

$$\Phi_{12} = 2(\cos q_2) i_{2,1} + (\cos q_2) i_{2,2} - (\sin q_2) \dot{q}_2 \iota_{2,1} - (\sin q_2) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \iota_{2,2},$$

$$\Phi_{13} = i_{2,2}, \Phi_{21} = 0,$$

$$\Phi_{22} = (\cos q_2) i_{2,1} + (\sin q_2) \dot{q}_1 \iota_{2,1}, \Phi_{23} = i_{2,1} + i_{2,2}.$$

表 1 给出上述二连杆机械臂的参数, 初始条件选取为  $q(0) = (0.2\pi, 0.1\pi)^T$  rad. 期望关节位置向量  $q_d(t) = (\sin t, \cos t)^T$  rad. 外部扰动扭矩  $d = (2 \sin t, 2 \cos t)^T$  N·m,  $d = (4 \sin t, 4 \cos t)^T$  N·m. 控制参数  $\kappa_1 = 8, l_1 = 5, \varepsilon_i = 0.001, \gamma = 1, \sigma = 0.005e^{-0.01t}$ .

表 1 机械臂参数

参数名称	值
$I_{1,1}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.52
$I_{1,2}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.41
$m_{1,1}/\text{kg}$	1.6
$m_{1,2}/\text{kg}$	1.7
$L_{1,1}/\text{m}$	2
$L_{1,2}/\text{m}$	1.8
$L_{1,c1}/\text{m}$	1.1
$L_{1,c2}/\text{m}$	1.2

对于给定算法, 图 1 给出了不同扰动扭矩下  $q$  和  $q_d$  的响应曲线, 可以看出本文算法能够实现期望的渐近跟踪.

为了进一步验证算法有效性, 将文献 [24-25] 中的自适应有限时间 CFB 算法作为对比算法. 在文献 [24-25] 中误差补偿机制被选取为  $\dot{\eta}_1 = -\kappa_1 \eta_1 + (\iota_2 - \alpha_1) - k_1 \eta_1^\varsigma, \frac{1}{2} < \varsigma = \frac{\varsigma_1}{\varsigma_2} < 1, \varsigma_1 > 0, \varsigma_2 > 0$  是奇数整数,  $\kappa_1 > 0$  和  $k_1 > 0$  是常数,  $\iota_2$  是滤波器输出. 虚拟控制信号  $\alpha_1$  被设计为  $\alpha_1 = -\kappa_1 e_1 + \dot{q}_d - \phi_1 v_1^\gamma$ , 其中  $\phi_1 > 0$  是常数. 控制力矩  $\tau = -\kappa_2 e_2 - \phi_2 e_2^\gamma + \Phi(q, \dot{q}, \iota_2, i_2) \hat{\phi}$ , 其中  $\kappa_2 > 0$  且  $\phi_2 > 0$ . 自适应律被设计为  $\dot{\hat{\phi}} = -\Gamma \Phi^T(q, \dot{q}, \iota_2, i_2) e_2 - 2\rho \Gamma \hat{\phi}$ , 其中  $\rho > 0$  且  $\Gamma > 0$  是斜对称的. 对于文献 [24-25] 中的算法, 控制参数选取为  $\kappa_1 = \kappa_2 = 8, \phi_1 = \phi_2 = 8, \gamma = \frac{3}{5}, \Gamma = \text{diag}\{0.1, 0.1, 0.1\}, \rho = 1$ .

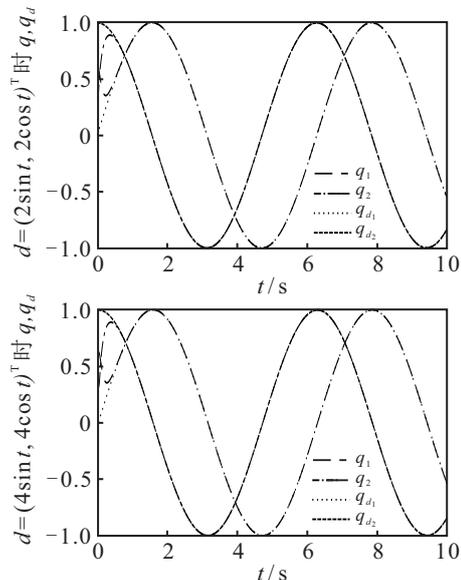


图 1 本文算法在扰动  $d = (2 \sin t, 2 \cos t)^T$  N·m 和  $d = (4 \sin t, 4 \cos t)^T$  N·m 下的  $q$  和  $q_d$

定义跟踪误差  $TE = \|v_1\|$  比较跟踪控制性能. 对于文献[24-25]中的算法,图2显示了  $q$  和  $q_d$  在不同外部扰动力矩下的响应曲线,可以看出无法完全实现渐近跟踪.

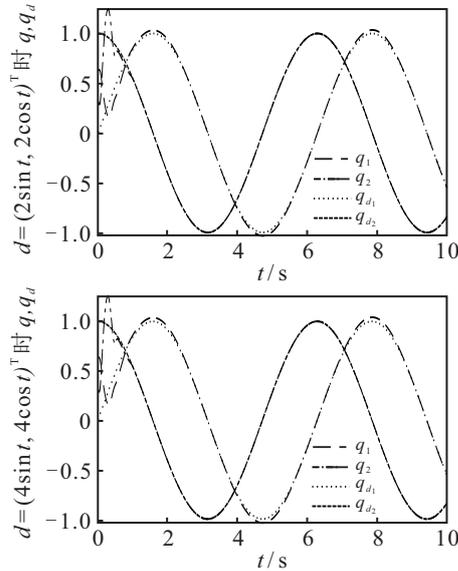


图2 文献[24-25]中算法在扰动  $d = (2 \sin t, 2 \cos t)^T \text{ N}\cdot\text{m}$  和  $d = (4 \sin t, 4 \cos t)^T \text{ N}\cdot\text{m}$  下的  $q$  和  $q_d$

图3显示了本文算法和[24-25]中算法下跟踪误差的响应曲线,可以看出在受到不同干扰时,文献[24-25]中的算法只能保证跟踪误差收敛到零附近的小邻域.此外,如果扰动的上界增大,则文献[24-25]中算法的收敛区域边界也将增大,但本文算法仍然可以达到很好的渐近跟踪性能.

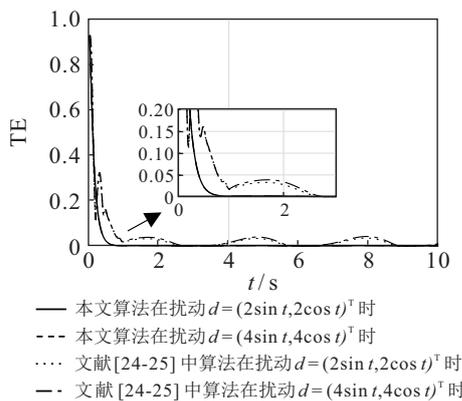


图3 不同算法下的TE

进一步,为了考虑所提出的算法对不同有界条件扰动的适应性,考虑选取干扰力矩  $d = \begin{cases} (0, 0)^T \text{ N}\cdot\text{m}, & t \leq 5; \\ (1.5, 2.5)^T \text{ N}\cdot\text{m}, & t > 5. \end{cases}$  控制参数与扰动  $d = (2 \sin t, 2 \cos t)^T \text{ N}\cdot\text{m}$  下选取的参数相同.图4显示了在虽然具有非光滑特性但仍然满足有界性扰动影响下的关节位置响应曲线.由于本文算法在抑制扰动的设计时除了利用自适应更新律对  $\vartheta$  (实际为不确定参数向

量  $\phi$  的范数和扰动  $d$  的范数最大值)进行估计,还结合了辅助变量  $\sigma$  实现最终的渐近跟踪,因此可以看出,即使在5s后加入了扰动,所提出算法仍然可以保证期望的跟踪性能.

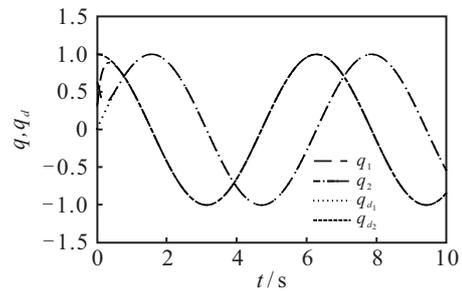


图4 本文算法在扰动  $d = \begin{cases} (0, 0)^T \text{ Nm}, & t \leq 5; \\ (1.5, 2.5)^T \text{ Nm}, & t > 5 \end{cases}$  下的  $q$  和  $q_d$

### 4 结论

本文提出了一种新的自适应渐近跟踪控制方法,用于解决具有未知参数和外部干扰的机械臂高精度跟踪控制问题.通过巧妙地结合CFB与自适应技术,建立了一种基于命令滤波器的自适应反步跟踪控制器,不仅克服了计算复杂性问题,而且保证了期望的渐近跟踪性能.此外,所提方法只需设计一个自适应参数,可以简化自适应控制结构,便于实际应用.

### 参考文献(References)

- [1] Liang Y W, Xu S D, Liaw D C, et al. A study of T-S model-based SMC scheme with application to robot control[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2008, 55(11): 3964-3971.
- [2] 陈强, 丁科新, 南余荣. 带有输出约束的柔性关节机械臂预设性能自适应控制[J]. 控制与决策, 2021, 36(2): 387-394. (Chen Q, Ding K X, Nan Y R. Prescribed performance adaptive control of flexible-joint manipulators with output constraints[J]. Control and Decision, 2021, 36(2): 387-394.)
- [3] Feng Y, Yu X H, Man Z H. Non-singular terminal sliding mode control of rigid manipulators[J]. Automatica, 2002, 38(12): 2159-2167.
- [4] Yu S H, Yu X H, Shirinzadeh B, et al. Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode[J]. Automatica, 2005, 41(11): 1957-1964.
- [5] Villani L, de Wit C C, Brogliato B. An exponentially stable adaptive control for force and position tracking of robot manipulators[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1999, 44(4): 798-802.
- [6] Wang H L, Xie Y C. Passivity based adaptive Jacobian tracking for free-floating space manipulators without

- using spacecraft acceleration[J]. *Automatica*, 2009, 45(6): 1510-1517.
- [7] Zhang B, Jia Y M, Matsuno F, et al. Task-space synchronization of networked mechanical systems with uncertain parameters and communication delays[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, 47(8): 2288-2298.
- [8] Wai R J, Muthusamy R. Design of fuzzy-neural-network-inherited backstepping control for robot manipulator including actuator dynamics[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2014, 22(4): 709-722.
- [9] Nikdel N, Badamchizadeh M, Azimirad V, et al. Fractional-order adaptive backstepping control of robotic manipulators in the presence of model uncertainties and external disturbances[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2016, 63(10): 6249-6256.
- [10] He W, Huang H F, Ge S S. Adaptive neural network control of a robotic manipulator with time-varying output constraints[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, 47(10): 3136-3147.
- [11] Krstic M, Kanellakopoulos I, Kokotovic P. *Nonlinear and Adaptive Control Design*[M]. New York: Wiley, 1995: 1-288.
- [12] Zhou Q, Zhao S Y, Li H Y, et al. Adaptive neural network tracking control for robotic manipulators with dead zone[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2019, 30(12): 3611-3620.
- [13] Chen Z, Huang F H, Yang C N, et al. Adaptive fuzzy backstepping control for stable nonlinear bilateral teleoperation manipulators with enhanced transparency performance[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2020, 67(1): 746-756.
- [14] Yoo S J. Distributed adaptive containment control of uncertain nonlinear multi-agent systems in strict-feedback form[J]. *Automatica*, 2013, 49(7): 2145-2153.
- [15] Ling S, Wang H Q, Liu P X. Adaptive fuzzy dynamic surface control of flexible-joint robot systems with input saturation[J]. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2019, 6(1): 97-107.
- [16] Yoo S J. Distributed adaptive containment control of networked flexible-joint robots using neural networks[J]. *Expert Systems With Applications*, 2014, 41(2): 470-477.
- [17] Farrell J A, Polycarpou M, Sharma M, et al. Command filtered backstepping[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(6): 1391-1395.
- [18] Dong W J, Farrell J A, Polycarpou M M, et al. Command filtered adaptive backstepping[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2012, 20(3): 566-580.
- [19] Ma J L, Park J H, Xu S Y. Command-filter-based finite-time adaptive control for nonlinear systems with quantized input[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2021, 66(5): 2339-2344.
- [20] 刘加朋, 于金鹏, 林崇. 一类不确定非线性系统的事件驱动命令滤波反步控制[J]. *控制与决策*, 2022, 37(10): 2733-2737.  
(Liu J P, Yu J P, Lin C. Event-triggered and command-filter-based backstepping control for a class of uncertainty nonlinear systems[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(10): 2733-2737.)
- [21] Li Y X. Command filter adaptive asymptotic tracking of uncertain nonlinear systems with time-varying parameters and disturbances[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2022, 67(6): 2973-2980.
- [22] Pan Y P, Wang H M, Li X, et al. Adaptive command-filtered backstepping control of robot arms with compliant actuators[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2018, 26(3): 1149-1156.
- [23] Ling S, Wang H Q, Liu P X. Adaptive fuzzy tracking control of flexible-joint robots based on command filtering[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2020, 67(5): 4046-4055.
- [24] Meng F F, Zhao L, Yu J P. Backstepping based adaptive finite-time tracking control of manipulator systems with uncertain parameters and unknown backlash[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2020, 357(16): 11281-11297.
- [25] Zhao L, Yu J P, Wang Q G. Adaptive finite-time containment control of uncertain multiple manipulator systems[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, 52(1): 556-567.
- [26] Li Y X, Yang G H. Adaptive asymptotic tracking control of uncertain nonlinear systems with input quantization and actuator faults[J]. *Automatica*, 2016, 72: 177-185.
- [27] Tao G. A simple alternative to the Barbalat lemma[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1997, 42(5): 698.

### 作者简介

赵林(1985—), 男, 教授, 博士, 从事多智能体系统协同控制、非线性系统智能控制等研究, E-mail: zhaolin1585@163.com;

徐志国(1997—), 男, 硕士生, 从事非线性系统控制、多智能体系统控制等研究, E-mail: xuzhiguo1921@163.com.