

控制与决策

Control and Decision

并联DC-DC变换器系统的固定时间分布式协同控制

刘建刚, 杨胜杰, 谢小良, 王仲梅, 廖云华

引用本文:

刘建刚, 杨胜杰, 谢小良, 王仲梅, 廖云华. 并联DC-DC变换器系统的固定时间分布式协同控制[J]. *控制与决策*, 2023, 38(10): 2912–2918.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.1980>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于协同控制的串联超级电容电压均衡策略

Voltage equalization strategy for series-connected ultracapacitors based on cooperative control
控制与决策. 2021, 36(8): 1997–2001 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1736>

多航天器系统分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制

Distributed fixed-time output feedback attitude coordination tracking control for multiple rigid spacecraft
控制与决策. 2021, 36(5): 1049–1058 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0968>

孤岛微电网异构电池储能系统的分布式有限时间次级控制

Distributed finite-time secondary control for heterogeneous battery energy storage systems in an islanded microgrid
控制与决策. 2021, 36(8): 2034–2041 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0012>

基于反演算法的严格反馈非线性系统固定时间跟踪控制

Fixed-time tracking control for strict-feedback nonlinear systems based on backstepping algorithm
控制与决策. 2021, 36(1): 173–179 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0658>

参数不确定离散时间系统的有限时间输出反馈预见控制器设计

Design of finite-time output feedback preview controller for discrete-time systems with parameter uncertainty
控制与决策. 2021, 36(9): 2074–2084 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1584>

并联DC-DC变换器系统的固定时间分布式协同控制

刘建刚^{1,2}, 杨胜杰³, 谢小良^{1,2†}, 王仲梅¹, 廖云华^{1,2}

(1. 湖南工商大学 理学院, 长沙 410205; 2. 统计学习与智能计算湖南省重点实验室, 长沙 410205;
3. 湖南工商大学 大数据与互联网创新研究院, 长沙 410205)

摘要: 针对负载为超级电容的并联DC-DC变换器系统,为了在固定时间内实现电流输出均衡目标,提出固定时间分布式协同控制方法.将耦合子系统之间的通信拓扑,利用无向图进行刻画.借助输入输出反馈线性化技术,将并联DC-DC变换器系统的电流均衡控制设计难题转化为固定时间内一阶多智能体系统的一致性跟踪问题.借助符号函数、拉普拉斯矩阵、牵制增益矩阵,基于最近邻原则,设计参数可调的固定时间电流均衡分布式协同控制律.利用李亚谱诺夫函数严格证明整个闭环系统的稳定性,并推导出收敛时间的上界.所提出的固定时间电流均衡分布式协同控制方法,可以克服有限时间协同控制方法对初始状态依赖性强的缺点,同时改善了系统的收敛性.借助仿真,验证了所提出方法的有效性和可行性.

关键词: 并联DC-DC变换器系统; 分布式; 电流均衡; 协同控制; 固定时间

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.1980

引用格式: 刘建刚,杨胜杰,谢小良,等.并联DC-DC变换器系统的固定时间分布式协同控制[J].控制与决策,2023,38(10): 2912-2918.

Fixed-time based distributed cooperative control for parallel DC-DC converter systems

LIU Jian-gang^{1,2}, YANG Sheng-jie³, XIE Xiao-liang^{1,2†}, WANG Zhong-mei¹, LIAO Yun-hua^{1,2}

(1. School of Science, Hunan University of Technology and Business, Changsha 410205, China; 2. Key Laboratory of Hunan Province for Statistical Learning and Intelligent Computation, Changsha 410205, China; 3. Institute of Big Data and Internet Innovation, Hunan University of Technology and Business, Changsha 410205, China)

Abstract: In this paper, one class of distributed fixed-time cooperative control scheme is proposed for parallel DC-DC converter systems with super-capacitor loads in order to achieve a current-sharing objective in a fixed time. The communication network between parallel-connected sub-systems is depicted as a undirected graph. With the aid of the input output feedback linearization technique, the difficult fixed-time current-sharing control design is converted into the consensus tracking problem of first-order multi-agent systems in a fixed horizon. Based on the nearest neighborhood rule, the fixed-time current-sharing cooperative control law with tuneable gains is designed by adopting the sign function, the Lapalican matrix and the pinning gain matrix. The closed-loop system stability is rigorously proved using the Lyapunov function and the upper bound of the convergence time is derived accordingly. The proposed fixed-time current-sharing method can overcome the strong dependence on initial system states compared with the finite time control method, which can also improve the system convergence performance. The effectiveness and applicability are verified by simulations.

Keywords: parallel DC-DC converter systems; distributed; current-sharing; cooperative control; fixed-time

0 引言

直流微电网、并联充电系统、并联模块化DC-DC变换器系统存在着输出电流不均衡的难题,为了实现负载均衡,近年来国内外学者进行了广泛研究^[1-4].

针对DC-DC变换器并联构成的模块化系统,文献[5]提出了基于信息物理融合的协同控制方案,将变换器之间的通信网络在信息层借助图来刻画,在物理层设计了PID双闭环控制回路,通过变换器之间的

收稿日期: 2021-11-14; 录用日期: 2022-05-31.

基金项目: 国家自然科学基金项目(12001186); 湖南省教育厅科研基金项目(18A309, 19C1037, 20A127, 20C0520, 20B158, 22B0612); 湖南省教育厅科研基金重点项目(21A0385); 湖南省自然科学基金面上项目(2022JJ30214).

责任编辑: 孙宗耀.

†通讯作者. E-mail: denan2003@163.com.

局部交互,实现了内环的电流均衡及外环的电压调节目标. 不需要借助集中式控制器,针对并联 DC-DC 变换器系统,文献[6]提出了分布式负载均衡方法,基于一致性的协议调节电压设定点并且保证电流比例均衡,借助分布式电压估计器实现对局部测量电压的估计,该方法不需要事先知道参与并联的变换器数目,可以实现即插即用,具有一定的故障容错能力.

针对直流微电网,文献[7]提出了分布式协同控制方案,在二次控制层,分别借助电流调节器、电压调节器产生参考电压校正项.基于动态一致性协议,电压观测器可以估计整个微电网的平均电压,送入电压调节器产生第 1 个参考电压校正项;电流调节器通过邻居之间电流的比较,产生第 2 个参考电压校正项,并实现负载均衡.在此基础上,又提出可以实现下垂系数调整的分布式自适应下垂控制方案^[8].

为了改善系统的性能,在有限时间内实现系统调节与跟踪目标,文献[9-10]提出了有限时间分布式一致性控制方法.文章表明在控制律中引入符号函数后的分布式有限时间控制方法,可以加快微电网频率同步的速度^[11].在此基础上,借助分布式有限时间协同控制方法,文献[12]实现了孤岛微电网有限时间内电压和频率恢复.在电流内环引入有限时间协同控制律,文献[13-14]实现了并联 Buck 变换器模块的输出电流均衡,同时实现了电压调节目标.与传统一致性方法指数收敛的情形相比,有限时间控制方法加快了系统的收敛速度,并且对于输入电压和负载变化等外界扰动具有抑制能力.然而,研究表明有限时间控制方法对系统初始状态依赖性强.

为了克服有限时间控制方法的缺陷,文献[15]提出了固定时间控制方法.在有向通信拓扑下,针对一阶多智能体系统,在控制律中增添额外项,文献[16]

提出了固定时间一致性跟踪控制协议,该方法对系统存在未知扰动时,仍然可以在固定时间内实现鲁棒跟踪.为了实现孤岛微电网频率和电压的恢复,文献[17]提出了分布式固定时间二次协调控制方法,整定时间可以提前预先设置,该方法可以在固定时间内实现频率和电压恢复的目标,且不依赖系统的初始状态.

目前,所开展的研究中模块并联 DC-DC 变换器系统^[5,6-18]、直流微电网^[7-8]大多针对阻性负载.在超级电容有轨电车并联充电系统中,超级电容为充电对象.由于每个变换器模块不可避免地存在组件误差和工艺误差,使得并联充电模块电流输出不均衡.如果每个充电模块的输出电流不均衡,则模块之间就会出现环流现象,此外,具有较大输出电流的充电模块将会承担比较大的输出功率,从而产生较大的热应力,降低整个充电系统的可靠性和性能.因此,有必要设计有效的电流均衡策略来平衡每个充电模块的输出电流.

当有轨电车停靠站台时,要求必须在乘客上下车有限时间内,借助并联 DC-DC 变换器系统为超级电容负载协同充电,对系统的收敛时间要求较高,这就面临着有限时间内输出电流均衡的挑战难题.本文以此为出发点,考虑此类耦合动态互联系统,研究解决其固定时间分布式协作电流均衡难题.

1 问题描述

如图 1 所示,具有超级电容负载的并联 DC-DC 变换器系统可借助状态空间平均法统一抽象建模^[19]为

$$\begin{cases} L_i \frac{di_i}{dt} = V_{d_i} u_i - i_i r_i - v_c, \\ (C_0 + C_v v_c) \frac{dv_c}{dt} = \sum_{m=1}^n i_m. \end{cases} \quad (1)$$

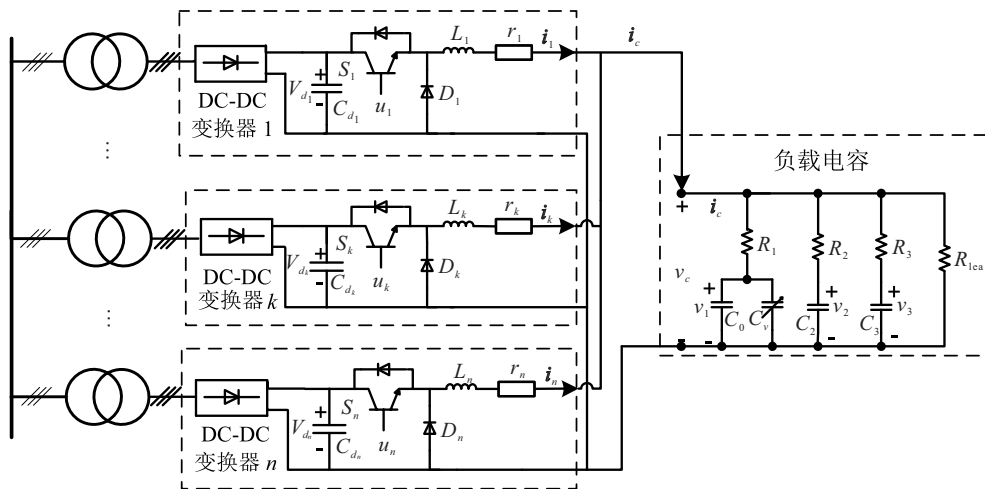


图 1 超级电容负载的并联 DC-DC 变换器系统

其中: $[i_i \ v_c]^T$ 是每个子系统的状态 x_i , 包含了每个支路的输出电流 i_i 和负载电压 v_c ; $u_i(t)$ 为占空比输入; V_{d_i} 为三相桥式整流电路获得的DC输入电压; r_i 为电路的等效内阻; L_i 为滤波电感的磁通量.

令

$$f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = \begin{bmatrix} -\frac{r_i}{L_i} i_i - \frac{v_c}{L_i} \\ \frac{1}{C_0 + C_v v_c} \sum_{m=1}^n i_m \end{bmatrix},$$

$$g_i(x_i) = \begin{bmatrix} \frac{V_{d_i}}{L_i} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad h_i(x_i) = i_i. \quad (2)$$

进一步, 并联DC-DC变换器系统(1)可以抽象成一类非线性耦合动态互联系统

$$\begin{cases} \dot{x}_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) + g_i(x_i)u_i, \\ y_i = h_i(x_i). \end{cases} \quad (3)$$

其中: $i = 1, 2, \dots, n$, $x_i = [x_{s_i} \ x_c]^T$ 是第 i 个子系统的状态, $u_i(t) \in R$ 是控制输入.

$f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$, $g_i(x_i)$ 是有界的非线性 Lipschitz 连续函数, $f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \neq 0$, $g_i(x_i) \neq 0$ 是非等同的, 体现在 $\forall i \neq j$, $f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \neq f_j(x_1, x_2, \dots, x_n)$, $g_i(x_i) \neq g_j(x_j)$. 由式(3)可看出, 充电子系统之间具有公共的耦合变量 x_c , 每个子系统的状态 x_i 依赖于其他子系统的状态, 子系统之间是彼此耦合的. 有轨电车采用超级电容作为动力源, 利用超级电容这种高效率的储能设备, 不需要架设牵引电网, 再生制动的能量可以被吸收并重新利用. 当轻轨车辆停靠站台时, 超级电容需要在有限的时间内被充满. 为了实现大功率输出, 常常将充电机并联在一起为超级电容充电, 由于线路的不对称及元器件老化, 并联DC-DC变换器系统面临着输出电流均衡问题. 为了能够在有限时间内实现输出电流均衡, 本文针对并联DC-DC变换器系统(3), 设计协同控制器, 在固定时间 T_0 内实现如下电流均衡目标:

$$\lim_{t \rightarrow T_0} |y_i(t) - y_0| = 0, \quad (4)$$

其中 y_0 为参考目标. 式(4)意味着随着时间的推移, 每个充电子系统的输出电流 y_i 最终要在固定时间 T_0 内跟踪上参考电流目标 y_0 .

注1 容性负载并联DC-DC变换器系统广泛应用于超级电容有轨电车中, 超级电容有轨电车已在广州等城市开通运营, 电车采用超级电容供电装置技术, 不需要架设牵引电网, 告别传统接触网充电, 能够实现车辆能耗和补给动态平衡, 确保车辆全程不间断运行.

2 固定时间分布式均流控制

2.1 均流控制器设计

变换器之间的通信可以借助CAN总线协议实现^[20], 并联DC-DC变换器系统通信网络可以建模成图 $G(\nu, \varepsilon, A)$, 图中的节点代表变换器, 图中的连线代表变换器之间的通信关系, 权值 a_{ij} 的大小刻画变换器之间的通信强弱, 其构成邻接矩阵 $A = [a_{ij}]_{n \times n}$.

由于文中考虑的并联DC-DC变换器系统具有耦合、非线性、非等等特性, 电流均衡控制器的设计存在一定的难度. 文中借助输入输出反馈线性化技术来辅助控制器的设计^[21].

子系统输出 y_i 关于时间 t 求导, 可得

$$\dot{y}_i = \frac{\partial h_i(x_i)}{\partial x_i} \dot{x}_i = \frac{\partial h_i(x_i)}{\partial x_i} (f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) + g_i(x_i)u_i) = L_{f_i} h_i + L_{g_i} h_i u_i. \quad (5)$$

其中: $L_{f_i} h_i$ 为 h_i 关于 f_i 的李导数, 定义为 $L_{f_i} h_i = \nabla h_i f_i = \frac{\partial h_i(x_i)}{\partial x_i} f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$, $L_{g_i} h_i$ 为 h_i 关于 g_i 的李导数, 定义为 $L_{g_i} h_i = \nabla h_i g_i = \frac{\partial h_i(x_i)}{\partial x_i} g_i(x_i)$.

定义辅助控制如下:

$$v_i = L_{f_i} h_i + L_{g_i} h_i u_i. \quad (6)$$

将辅助控制输入(6)代入(5), 借助输入输出反馈线性化技术^[21], 并联DC-DC变换器系统可以解耦成如下积分器系统:

$$\dot{y}_i = v_i. \quad (7)$$

为了便于控制器设计及系统稳定性分析, 针对向量 $w = [w_1, w_2, \dots, w_n]^T$, 定义 $w^{[k]} = [w_1^{[k]}, w_2^{[k]}, \dots, w_n^{[k]}]^T$. 其中 $w_i^{[k]} = \text{sign}(w_i) |w_i|^k$, $\text{sign}(\cdot)$ 为符号函数, $|w_i|$ 表示实数 w_i 的绝对值.

为了电流均衡控制策略的固定时间实现, 基于最近邻原则, 辅助控制输入 v_i 设计如下:

$$v_i = c \left[\sum_{j \in N_i} a_{ij} (y_j - y_i)^{[\beta]} + \rho_i (y_0 - y_i)^{[\beta]} \right] + \left[\sum_{j \in N_i} a_{ij} (y_j - y_i)^{[\gamma]} + \rho_i (y_0 - y_i)^{[\gamma]} \right]. \quad (8)$$

其中 $N_i = \{v_j \in \nu : (v_j, v_i) \in \varepsilon\}$ 是节点 v_i 的邻居集, $a_{ij} > 0$ 意味着对于第 i 个变换器在时刻 t , 其可以接收到第 j 个变换器的电流状态信息; 参数 $0 < \beta < 1, \gamma > 1, c > 0$ 是可调节的控制增益; ρ_i 是牵制增益, $\rho_i > 0$ 对于至少一个变换器 i , 意味着至少有一个变换器知道参考电流目标的信息. 由式(8)可知, 辅助控制输入 v_i 只依赖于第 i 个变换器的信息以及其邻居的信息.

$a_{ij} > 0$ 为通信邻接矩阵 A 中的元素, 矩阵元素求行和, 便得到节点 i 的入度 d_i , 代表第 i 个变换器可以获知多少个变换器的状态信息. 所有节点的入度作为对角元素构成入度矩阵 $D = \text{diag}\{d_i\}$, 邻接矩阵与入度矩阵作差得到通信拓扑图对应的拉普拉斯矩阵^[22], 即 $L = D - A$.

借助辅助控制输入 v_i , 真正的控制输入 u_i 实现如下:

$$u_i = \frac{v_i - L_{f_i} h_i}{L_{g_i} h_i}. \quad (9)$$

将式(9)代入(5), 得到闭环子系统状态方程

$$\dot{y}_i = c \left[\sum_{j \in N_i} a_{ij} (y_j - y_i)^{[\beta]} + \rho_i (y_0 - y_i)^{[\beta]} \right] + \left[\sum_{j \in N_i} a_{ij} (y_j - y_i)^{[\gamma]} + \rho_i (y_0 - y_i)^{[\gamma]} \right]. \quad (10)$$

图2为针对超级电容负载的并联DC-DC变换器系统提出的固定时间分布式协同控制方案, 第 i 个变换器的输出电流 y_i 分别与所有邻居节点变换器的输出电流 y_j 、参考电流 y_0 作差比较得到局部电流跟踪误差 e_i , 将此误差 e_i 进入分数幂环节通过函数映射得到占空比控制输入 u_i , 控制输入用来产生PWM信号作用在DC-DC变换器 i 上实现输出电流均衡.

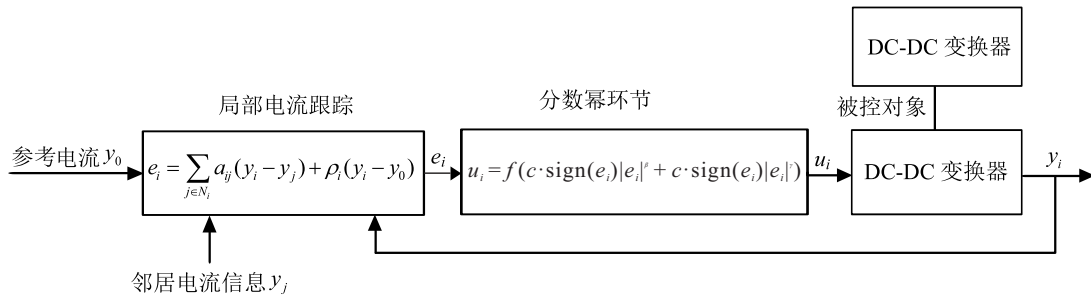


图2 并联DC-DC变换器系统固定时间分布式协同控制方案

2.2 稳定性分析

为了便于系统的稳定性分析, 定义非一致性电流偏差变量 $\delta_i = y_i - y_0$, 对其关于时间 t 求得

$$\dot{\delta}_i = -c \left[\sum_{j \in N_i} a_{ij} (\delta_i - \delta_j)^{[\beta]} + \rho_i \delta_i^{[\beta]} \right] - c \left[\sum_{j \in N_i} a_{ij} (\delta_i - \delta_j)^{[\gamma]} + \rho_i \delta_i^{[\gamma]} \right]. \quad (11)$$

于是闭环子系统(10)的稳定性分析可以转化为分析其对应的偏差变量子系统(11)的稳定性, 对应于整个系统的全局非一致性偏差变量为 $\delta = [\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n]^T$.

引理1^[10] 对于无向简单图 $G(\nu, \varepsilon, A)$, 有

$$\sum_{i,j=1}^n a_{ij} x_i (x_j - x_i)^{[k]} = -\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n a_{ij} |x_j - x_i|^{1+k}. \quad (12)$$

引理2^[23-24] 令 $x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0, 0 < p \leq 1, q > 1$, 则有

$$\sum_{i=1}^n x_i^p \geq \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^p, \quad (13)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i^q \geq n^{1-q} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^q. \quad (14)$$

引理3^[25] 对于无向简单图 $G(\nu, \varepsilon, A)$, 有以下结论:

1) 拉普拉斯矩阵 L 是半正定的, 且有 $L \cdot \mathbf{1}_n =$

$0 \cdot \mathbf{1}_n$, 0 是 L 的简单特征值, 其第2小特征值 $\lambda_2(L) > 0$, 若 $\mathbf{1}_n^T x = 0$, 则 $x^T L x \geq \lambda_2(L) x^T x$.

2) 若存在牵制增益 $\rho_i > 0$, 牵制增益矩阵 $G = \text{diag}\{\rho_i\}$, 则 $L + G$ 是正定的, 其最小特征值 $\lambda_1(L + G) > 0$, 且有 $x^T (L + G) x \geq \lambda_1(L + G) x^T x$.

引理4^[26] 考虑系统

$$\dot{x} = f(x(t)), x(0) = x_0. \quad (15)$$

其中: $x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T \in R^n, f(x) : R^n \rightarrow R^n$, 原点为系统(15)平衡点, 若存在正定函数 $V(x)$ 满足: 1) $V(0) = 0 \Leftrightarrow x = 0$. 2) 存在常数 $\mu, v, p, q, k > 0$, 且 $pk < 1, qk > 1$, 有

$$\dot{V}(x) \leq -[\mu(V(x))^p + v(V(x))^q]^k. \quad (16)$$

则系统(15)全局固定时间内稳定, 即系统(15)的解满足 $x(t) = 0, \forall t \geq T, T$ 满足

$$T \leq \frac{1}{\mu^k(1-pk)} + \frac{1}{v^k(qk-1)}. \quad (17)$$

定理1 在固定拓扑下考虑超级电容负载的并联DC-DC变换器系统(3), 假设图中具有生成树, 至少有处于根节点的子系统 $\rho_i > 0$, 若设计辅助控制(8), 选择参数 $0 < \beta < 1, \gamma > 1$, 耦合强度满足 $c > 0$, 设定的收敛时间 T_0 满足

$$T_0 \leq \frac{2}{\varsigma(1-\beta)} + \frac{2}{\zeta(\gamma-1)}. \quad (18)$$

其中

$$\begin{aligned} \varsigma &= \frac{c}{2} [4\lambda_1(L_\beta + G_\beta)]^{\frac{1+\beta}{2}}, \\ \zeta &= \frac{c}{2} n^{1-\gamma} [4\lambda_1(L_\gamma + G_\gamma)]^{\frac{1+\gamma}{2}}. \end{aligned}$$

则所有的变换器电流输出 y_i 可以在固定时间 T_0 内协同到参考电流目标 y_0 , 即在控制律(9)作用下, 可实现电流均衡控制目标, 即

$$\lim_{t \rightarrow T_0} |y_i(t) - y_0| = 0. \quad (19)$$

也就是说每个变换器的电流输出在固定时间 T_0 内最终趋于一致并跟踪期望的参考电流值, 整个闭环系统在固定时间 T_0 内渐近协同稳定.

证明 为了证明整个闭环系统的稳定性, 可以间接地分析全局非一致性电流偏差变量对应的动态系统的稳定性. 选择李亚谱诺夫候选函数如下:

$$V = \frac{1}{2} \delta^T \delta = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \delta_i^2. \quad (20)$$

将函数 V 沿偏差变量子系统轨迹关于时间 t 求导, 再将子系统对应的偏差变量状态方程(11)代入导函数, 得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sum_{i=1}^n \delta_i \dot{\delta}_i = \\ &= - \sum_{i=1}^n c \delta_i \left[\sum_{j \in N_i} a_{ij} (\delta_i - \delta_j)^{[\beta]} + \rho_i \delta_i^{[\beta]} \right] - \\ &= \sum_{i=1}^n c \delta_i \left[\sum_{j \in N_i} a_{ij} (\delta_i - \delta_j)^{[\gamma]} + \rho_i \delta_i^{[\gamma]} \right]. \end{aligned} \quad (21)$$

根据引理1, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= - \frac{c}{2} \sum_{i,j=1}^n a_{ij} |\delta_j - \delta_i|^{1+\beta} - c \sum_{i=1}^n \rho_i |\delta_i|^{1+\beta} - \\ &= \frac{c}{2} \sum_{i,j=1}^n a_{ij} |\delta_j - \delta_i|^{1+\gamma} - c \sum_{i=1}^n \rho_i |\delta_i|^{1+\gamma}. \end{aligned} \quad (22)$$

定义

$$\xi(\delta^\beta) = \frac{c}{2} \sum_{i,j=1}^n a_{ij} |\delta_j - \delta_i|^{1+\beta} + c \sum_{i=1}^n \rho_i |\delta_i|^{1+\beta}, \quad (23)$$

根据引理2和引理3, 可推出

$$\begin{aligned} \xi(\delta^\beta) &\geq \\ &= \frac{c}{2} \left[\sum_{i,j=1}^n a_{ij}^{\frac{2}{1+\beta}} (\delta_j - \delta_i)^2 + 2 \sum_{i=1}^n \rho_i^{\frac{2}{1+\beta}} (\delta_i)^2 \right]^{\frac{1+\beta}{2}} = \\ &= \frac{c}{2} [2\delta^T(L_\beta + G_\beta)\delta]^{\frac{1+\beta}{2}} \geq \frac{c}{2} [2\lambda_1(L_\beta + G_\beta)\delta^T\delta]^{\frac{1+\beta}{2}} = \\ &= \frac{c}{2} [4\lambda_1(L_\beta + G_\beta)V]^{\frac{1+\beta}{2}}. \end{aligned} \quad (24)$$

其中: $L_\beta = [l_{ij}^\beta]_{n \times n}$ 为基于邻接矩阵 $A_\beta = [a_{ij}^{\frac{2}{1+\beta}}]_{n \times n}$ 的图 $G(\nu, \varepsilon, A_\beta)$ 所导出的拉普拉斯矩阵, $G_\beta =$

$\text{diag}\{\rho_i^{\frac{2}{1+\beta}}\}$ 为牵制增益矩阵.

$$l_{ij}^\beta = \begin{cases} \sum_{k=1, k \neq i}^n a_{ik}^{\frac{2}{1+\beta}}, & j = i; \\ -a_{ij}^{\frac{2}{1+\beta}}, & j \neq i. \end{cases}$$

定义

$$\xi(\delta^\gamma) = \frac{c}{2} \sum_{i,j=1}^n a_{ij} |\delta_j - \delta_i|^{1+\gamma} + c \sum_{i=1}^n \rho_i |\delta_i|^{1+\gamma}. \quad (25)$$

类似地, 根据引理2和引理3, 可推出

$$\begin{aligned} \xi(\delta^\gamma) &\geq \\ &= \frac{c}{2} n^{1-\gamma} \left[\sum_{i,j=1}^n a_{ij}^{\frac{2}{1+\gamma}} (\delta_j - \delta_i)^2 + 2 \sum_{i=1}^n \rho_i^{\frac{2}{1+\gamma}} (\delta_i)^2 \right]^{\frac{1+\gamma}{2}} = \\ &= \frac{c}{2} n^{1-\gamma} [2\delta^T(L_\gamma + G_\gamma)\delta]^{\frac{1+\gamma}{2}} \geq \\ &= \frac{c}{2} n^{1-\gamma} [2\lambda_1(L_\gamma + G_\gamma)\delta^T\delta]^{\frac{1+\gamma}{2}} = \\ &= \frac{c}{2} n^{1-\gamma} [4\lambda_1(L_\gamma + G_\gamma)V]^{\frac{1+\gamma}{2}}. \end{aligned} \quad (26)$$

其中: $L_\gamma = [l_{ij}^\gamma]_{n \times n}$ 为基于邻接矩阵 $A_\gamma = [a_{ij}^{\frac{2}{1+\gamma}}]_{n \times n}$ 的图 $G(\nu, \varepsilon, A_\gamma)$ 所导出的拉普拉斯矩阵, 其中

$$l_{ij}^\gamma = \begin{cases} \sum_{k=1, k \neq i}^n a_{ik}^{\frac{2}{1+\gamma}}, & j = i; \\ -a_{ij}^{\frac{2}{1+\gamma}}, & j \neq i. \end{cases}$$

G_γ 为牵制增益矩阵, $G_\gamma = \text{diag}\{\rho_i^{\frac{2}{1+\gamma}}\}$. 于是, 导函数放缩如下:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq - \frac{c}{2} [4\lambda_1(L_\beta + G_\beta)V]^{\frac{1+\beta}{2}} - \\ &= \frac{c}{2} n^{1-\gamma} [4\lambda_1(L_\gamma + G_\gamma)V]^{\frac{1+\gamma}{2}} = \\ &= - \frac{c}{2} [4\lambda_1(L_\beta + G_\beta)]^{\frac{1+\beta}{2}} V^{\frac{1+\beta}{2}} - \\ &= \frac{c}{2} n^{1-\gamma} [4\lambda_1(L_\gamma + G_\gamma)]^{\frac{1+\gamma}{2}} V^{\frac{1+\gamma}{2}} = \\ &= -\varsigma V^{\frac{1+\beta}{2}} - \zeta V^{\frac{1+\gamma}{2}}. \end{aligned} \quad (27)$$

其中

$$\begin{aligned} \varsigma &= \frac{c}{2} [4\lambda_1(L_\beta + G_\beta)]^{\frac{1+\beta}{2}}, \\ \zeta &= \frac{c}{2} n^{1-\gamma} [4\lambda_1(L_\gamma + G_\gamma)]^{\frac{1+\gamma}{2}}. \end{aligned}$$

根据引理4可得

$$\dot{V} \leq -(\varsigma V^{\frac{1+\beta}{2}} + \zeta V^{\frac{1+\gamma}{2}})\mu, \quad (28)$$

其中 $\mu = 1$. 根据引理4, 可推出期望的收敛时间为

$$T_0 \leq \frac{2}{\varsigma(1-\beta)} + \frac{2}{\zeta(\gamma-1)}. \quad (29)$$

定理得证. \square

注2 区别于传统的协同控制方案, 固定时间协同控制方案中引入了符号函数, 增加了幂律环节, 使

得相对于传统的协同控制方案, 闭环系统稳定性分析更加困难. 固定时间协同控制方法能够改善系统的收敛速率, 且系统收敛时间满足的上界条件可以提前预知, 在满足上界条件下, 可以人为设定期望的收敛时间. 由上界条件(18)中可以看出, 收敛时间 T_0 的上界依赖于通信拓扑结构延申出的拉普拉斯矩阵 L_β 和 L_γ 、牵制增益矩阵 G_β 、 G_γ 对应的最小特征值、并联模块的数量 n 、控制器参数 β 和 γ 、耦合强度 c 等因素, 与系统初始状态无关.

3 实例应用

考虑具有超级电容负载的由6个DC-DC变换器并联构成的充电系统, 借助状态空间平均法^[19], 其可以建模成一类耦合动态互联系统(3).

相关参数如下: $U_{d1} = 23.8\text{ V}$, $U_{d2} = 24.3\text{ V}$, $U_{d3} = 23.5\text{ V}$, $U_{d4} = 24.6\text{ V}$, $U_{d5} = 22.9\text{ V}$, $U_{d6} = 24.1\text{ V}$; $L_1 = 98\text{ uH}$, $L_2 = 100\text{ uH}$, $L_3 = 99\text{ uH}$, $L_4 = 101\text{ uH}$, $L_5 = 96\text{ uH}$, $L_6 = 103\text{ uH}$; $r_1 = 3.0\text{ m}\Omega$, $r_2 = 2.8\text{ m}\Omega$, $r_3 = 3.3\text{ m}\Omega$, $r_4 = 2.95\text{ m}\Omega$, $r_5 = 3.1\text{ m}\Omega$, $r_6 = 3.25\text{ m}\Omega$.

参考目标 $y_0 = 4.5\text{ A}$, 初始电流为 0 A . 6个充电模块采用如图3所示的通信拓扑, 可以看出只有模块1可以直接获取参考电流的信息, 即牵制增益 $\rho_1 = 1$, 其余模块只能间接通过模块1获取参考电流的信息. 由图3可看出, 只含有一棵有向生成树, 目的是在通信条件相对较差的情况下验证控制方法的有效性.

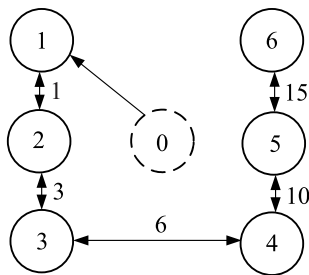


图3 6个变换器模块之间的通信拓扑

为克服有限时间协同控制方法对系统初始状态依赖性强的缺点, 采用本文提出的固定时间协同控制方案, 占空比控制输入为

$$u_i = \frac{L_i}{V_{d_i}} \left[c \left(\sum_{j \in N_i} a_{ij} (\mathbf{i}_j - \mathbf{i}_i)^{[\beta]} + \rho_i (y_0 - \mathbf{i}_i)^{[\beta]} \right) \right] + \frac{L_i}{V_{d_i}} \left[c \left(\sum_{j \in N_i} a_{ij} (\mathbf{i}_j - \mathbf{i}_i)^{[\gamma]} + \rho_i (y_0 - \mathbf{i}_i)^{[\gamma]} \right) \right] + \frac{\mathbf{i}_i r_i}{V_{d_i}} + \frac{v_c}{V_{d_i}} \quad (30)$$

其中: $\beta = 0.1$, $\gamma = 1.1$, $c = 8$. 另外, 有

$$L_\beta =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 8.37 & -7.37 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -7.37 & 33.36 & -25.99 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -25.99 & 91.78 & -65.79 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -65.79 & 203.30 & -137.51 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -137.51 & 137.51 \end{bmatrix},$$

$$L_\gamma = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 3.85 & -2.85 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2.85 & 8.36 & -5.51 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5.51 & 14.47 & -8.96 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -8.96 & 22.15 & -13.19 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -13.19 & 13.19 \end{bmatrix},$$

$$G_\beta = \text{diag}\{3.53, 0, 0, 0, 0, 0\},$$

$$G_\gamma = \text{diag}\{1.94, 0, 0, 0, 0, 0\}.$$

根据式(18)计算可得收敛时间满足的上界为 $T_0 \leq 15.37\text{ s}$.

电流均衡结果如图4所示, 可以看出, 6个变换器模块的输出电流能在有限时间 T_0 内均衡到协同目标 4.5 A , 均衡时间约为 2.6 s , 无超调现象. 与有限时间协同控制方法相比, 本文中的固定时间协同控制方法, 不仅可以在有限时间内实现电流均衡目标, 而且均衡时间明显缩短, 改善了系统的收敛性. 该方法对系统初始状态依赖性不强, 收敛时间可以提前预知, 便于控制器的设计.

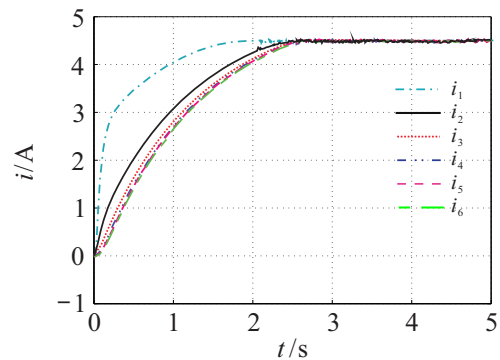


图4 采用固定时间协同控制律时的输出电流均衡曲线

4 结论

本文提出了一种固定时间电流均衡控制方法, 解决了一类超级电容负载的并联DC-DC变换器系统的电流输出均衡问题, 所提出的均流控制方法可以在固定时间内收敛, 收敛时间可以提前预知. 通过分析闭环系统的稳定性, 推导出收敛时间的上界, 该上界与控制器参数、推广的拉普拉斯矩阵及牵制增益矩阵相关. 仿真对比结果表明, 所提出的固定时间控制方法可以克服有限时间控制方法对系统初始状态

依赖性强的缺点,改善系统的收敛性.同时,仿真结果验证了所提出的控制方法的有效性和可行性.

参考文献(References)

- [1] Gu W, Xue S, Wang Y, et al. Finite-time consensus based distributed cooperative control for DC microgrids[J]. *Automation of Electric Power Systems*, 2016, 40(24): 49-55.
- [2] Jiang C R, Du H B, Wen G H. Current sharing control for parallel DC-DC buck converters based on consensus theory[C]. *The 13th IEEE International Conference on Control & Automation*. Ohrid, 2017: 536-540.
- [3] Belhaj F Z, El Fadil H, Rachid A, et al. Output feedback control of supercapacitors parallel charging system for EV applications: Theoretical design and experimental validation[J]. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2019, 33(9): 1374-1394.
- [4] Dai X R, Liu G P, Deng Q J, et al. Global optimal cooperative control of multiple DC-DC converter systems for dynamic consensus[J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2021, 36(12): 14340-14352.
- [5] Behjati H, Davoudi A, Lewis F. Modular DC-DC converters on graphs: Cooperative control[J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2014, 29(12): 6725-6741.
- [6] Moayedi S, Nasirian V, Lewis F L, et al. Team-oriented load sharing in parallel DC-DC converters[J]. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2015, 51(1): 479-490.
- [7] Nasirian V, Moayedi S, Davoudi A, et al. Distributed cooperative control of DC microgrids[J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2015, 30(4): 2288-2303.
- [8] Nasirian V, Davoudi A, Lewis F L, et al. Distributed adaptive droop control for DC distribution systems[J]. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 2014, 29(4): 944-956.
- [9] Chen G, Lewis F L, Xie L H. Finite-time distributed consensus via binary control protocols[J]. *Automatica*, 2011, 47(9): 1962-1968.
- [10] Wang L, Xiao F. Finite-time consensus problems for networks of dynamic agents[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(4): 950-955.
- [11] Bidram A, Davoudi A, Lewis F L. Finite-time frequency synchronization in microgrids[C]. *2014 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*. Pittsburgh, 2014: 2648-2654.
- [12] Zuo S, Davoudi A, Song Y D, et al. Distributed finite-time voltage and frequency restoration in islanded AC microgrids[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2016, 63(10): 5988-5997.
- [13] Du H B, Jiang C R, Wen G H, et al. Current sharing control for parallel DC-DC buck converters based on finite-time control technique[J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2019, 15(4): 2186-2198.
- [14] Zhu M, Wang H, Cheng Y Y, et al. Distributed cooperative control for parallel direct current-direct current buck converters based on multi-agent consensus theory[J]. *Asian Journal of Control*, 2022, 24(2): 702-711.
- [15] Zuo Z Y, Han Q L, Ning B D, et al. An overview of recent advances in fixed-time cooperative control of multiagent systems[J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2018, 14(6): 2322-2334.
- [16] Wang H, Yu W W, Wen G H, et al. Fixed-time consensus tracking of multi-agent systems under a directed communication topology[C]. *The 12th IEEE International Conference on Control and Automation*. Kathmandu, 2016: 186-191.
- [17] Chen G, Li Z Y, Wei M L. Distributed fixed-time secondary coordination control of islanded microgrids[J]. *Control and Decision*, 2019, 34(1): 205-212.
- [18] Sadabadi M S, Mijatovic N, Trégouët J F, et al. Distributed control of parallel DC-DC converters under FDI attacks on actuators[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2022, 69(10): 10478-10488.
- [19] Erickson R W, Maksimovi D. *Fundamentals of power electronics*[M]. London: Kluwer Academic Publishers, 2004: 1-883.
- [20] Bassi E, Benzi F, Lusetti L, et al. Communication protocols for electrical drives[C]. *Proceedings of the 21st International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation*. Orlando, 1995: 706-711.
- [21] Behjati H, Davoudi A, Lewis F. Distributed multi-agent control of parallel Cúk converters using feedback linearization[C]. *Proceedings of the 29th IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition*. Fort Worth, 2014: 1979-1985.
- [22] Olfati-Saber R, Fax J A, Murray R M. Consensus and cooperation in networked multi-agent systems[J]. *Proceedings of the IEEE*, 2007, 95(1): 215-233.
- [23] Hardy G H, Littlewood J E, Polya G. *Inequalities*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1952: 1-314.
- [24] Bhat S P, Bernstein D S. Finite-time stability of continuous autonomous systems[J]. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2000, 38(3): 751-766.
- [25] Zhang H W, Lewis F L, Qu Z H. Lyapunov, adaptive, and optimal design techniques for cooperative systems on directed communication graphs[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2012, 59(7): 3026-3041.
- [26] Polyakov A. Nonlinear feedback design for fixed-time stabilization of linear control systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(8): 2106-2110.

作者简介

刘建刚(1984—),男,副教授,博士,从事协同控制理论及其应用的研究, E-mail: jgangliu@hutb.edu.cn;

杨胜杰(1987—),男,讲师,博士,从事智能电网优化的研究, E-mail: 1078800805@qq.com;

谢小良(1964—),男,教授,博士,从事系统优化、运筹与控制等研究, E-mail: denan2003@163.com;

王仲梅(1979—),女,讲师,硕士,从事运筹优化的研究, E-mail: 573340539@163.com;

廖云华(1989—),男,副教授,博士,从事图论及优化的研究, E-mail: 307156168@qq.com.