

# 控制与决策

Control and Decision

## 带有资源约束的模糊DEA线性生产博弈模型及分配

南江霞, 吴小勇, 李西娜, 张茂军

引用本文:

南江霞, 吴小勇, 李西娜, 张茂军. 带有资源约束的模糊DEA线性生产博弈模型及分配[J]. *控制与决策*, 2023, 38(11): 3231–3241.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.2179>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### [一种要素双模糊的限制交流结构合作博弈方法及应用](#)

An allocation model of limited communication structure cooperative game with dual fuzzy elements  
*控制与决策*. 2021, 36(2): 475–482 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1048>

#### [基于鲁棒优化的云医疗资源配置问题](#)

Robust optimization based medical resource allocation problem in cloud healthcare system  
*控制与决策*. 2021, 36(2): 469–474 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0455>

#### [基于两阶段迭代优化的空天观测资源协同任务规划方法](#)

A two-stage iterative optimization method for the coordinated task planning of space and air observation resources  
*控制与决策*. 2021, 36(5): 1147–1156 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1193>

#### [基于动态资源权重的多技能项目调度启发式算法](#)

Dynamic resource priority-based heuristics for multi-skill resource constrained project scheduling problem  
*控制与决策*. 2021, 36(10): 2553–2561 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0070>

#### [带输入饱和的不确定非线性系统自适应模糊触发式补偿控制](#)

Adaptive fuzzy trigger compensation control for uncertain nonlinear system with input saturation  
*控制与决策*. 2021, 36(12): 3007–3014 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0907>

# 带有资源约束的模糊DEA线性生产博弈模型及分配

南江霞<sup>1</sup>, 吴小勇<sup>1</sup>, 李西娜<sup>2†</sup>, 张茂军<sup>1</sup>

(1. 苏州科技大学 商学院, 江苏 苏州 215009; 2. 山东财经大学 管理科学与工程学院, 济南 250000)

**摘要:** Owen 线性生产博弈假设生产技术和资源的边际贡献固定不变,但实际上,生产技术和资源边际贡献并非固定不变而是随生产改变. 基于此,为了刻画具有模糊性和动态性的生产过程,提出模糊 DEA 线性生产博弈. 首先构建 2 种合作水平(同时共享技术和资源、仅共享资源)、3 种资源类型(最低资源、最佳资源、有效资源)和 2 种收益角度(乐观、悲观)构成的复杂生产模型,并通过上述 3 种因素解释合作生产具有互利性,资源带来的收益具有“先增后平”的变化趋势以及可能获得的最大收益区间;然后,利用  $\alpha$ -核心求解此博弈,在特定情况下无需利用对偶理论即可得到  $\alpha$ -核心分配,从而简化了计算步骤;最后,通过解决云服务虚拟机转化过程中建模和收益分配问题表明所提出模型和方法的实际意义与理论价值.

**关键词:** 模糊 DEA 线性生产博弈; 资源约束;  $\alpha$ -核心; 云服务

**中图分类号:** TP224      **文献标志码:** A

**DOI:** 10.13195/j.kzyjc.2021.2179

**引用格式:** 南江霞, 吴小勇, 李西娜, 等. 带有资源约束的模糊 DEA 线性生产博弈模型及分配[J]. 控制与决策, 2023, 38(11): 3231-3241.

## Fuzzy DEA linear production game model and allocation with resource constraints

NAN Jiang-xia<sup>1</sup>, WU Xiao-yong<sup>1</sup>, LI Xi-na<sup>2†</sup>, ZHANG Mao-jun<sup>1</sup>

(1. School of Business, Suzhou University of Science and Technology, Suzhou 215009, China; 2. School of Management Science and Engineering, Shandong University of Finance and Economics, Jinan 250000, China)

**Abstract:** Owen's linear production game makes a fixed assumption on the marginal contribution of production technology and resources. However, production technology and the marginal contribution of resources change with production all the time in fact. Based on this, in order to describe the production process with fuzziness and dynamics, this paper proposes a fuzzy DEA linear production game. Firstly, the complex production models composed of two cooperation scenarios (sharing technology and resources and sharing resources only), three resource types (the minimum resources, the optimum resources, the effective resources) and revenues from two perspectives (optimistic and pessimism) are established. This paper explains the mutual benefit of cooperative production, the change trend of “increase first and then smooth” in the revenue brought by resources, and the possible maximum revenue range by the above three factors. Secondly,  $\alpha$ -core is used to solve this game, and it is found that the  $\alpha$ -core allocation can be obtained without using duality theory in specific cases, which simplifies the calculation steps. Finally, the practical significance and theoretical value of this model and method are illustrated by solving the problems of modeling and revenue allocation in the process of cloud service virtual machine transformation.

**Keywords:** fuzzy DEA linear production games; resources constraints;  $\alpha$ -core; cloud service

## 0 引言

云计算是互联网企业的重要技术. 2019 年,阿里、美团点评和拼多多利用云计算业务实现理想收

入<sup>[1]</sup>. 云计算是一个动态可扩展的共享资源池,用户可通过网络访问并获得所需服务. 其中,基础设施服务(IaaS)是云服务供应商利用虚拟技术将有限资源

**收稿日期:** 2021-12-17; **录用日期:** 2022-05-31.

**基金项目:** 国家自然科学基金项目(72061007, 71961004); 江苏省社会科学基金项目(22GLB009); 苏州科技大学科研启动项目(332111807, 332111801); 江苏省研究生科研与实践创新计划项目(KYCX22\_3248); 山东财经大学管理科学与工程学院研究生创新计划项目(GK202102).

**责任编辑:** 唐万生.

**†**通讯作者. E-mail: LiXina1001@126.com.

\*本文附带电子附录文件,可登录本刊官网该文“资源附件”区自行下载阅览.

组建成不同类型的虚拟机并租赁给用户以获得收益. 随着用户数量的急剧增长, 线上交易不断扩大, 为了满足更高的服务需求, 云服务供应商之间更加趋向于合作模型, 从而汇集资源、共享技术形成云联盟, 共同生产以获得更多收益. 云服务供应商共享技术或汇集资源进行联合生产及收益分配问题实际上是一类合作博弈. 合作博弈理论与方法成为解决供应商合作行为和收益分配等问题的主要途径. 学者们也利用合作博弈解决云服务供应链中的各种问题. 如在网格计算下基于代理资源管理架构, 文献[2]为了解释联盟共享资源可实现运营成本最小化, 提出了联盟形成算法; 文献[3]通过Shapley值解决虚拟机资源重新分配问题; 文献[4]考虑内部随机需求的云服务供应商联盟, 研究随机合作博弈的核心分配, 并在考虑联盟成本的情况下分析了联盟结构的稳定性; 文献[5]基于演化博弈理论和遗传算法研究云联盟形成问题; 文献[6]利用非合作-合作两型博弈解决了云服务供应链中合作利益分配和非合作策略选择问题.

线性生产博弈是假设生产技术固定不变, 局中人在一定资源约束下进行生产, 最大化收益并分配给局中人的合作博弈<sup>[7-16]</sup>. 线性生产函数是线性生产博弈中的主要特征, 刻画其生产技术系数成为了研究线性生产博弈的主要问题. 文献[17]第1次将DEA(数据包络分析)方法分析范式引入线性生产函数中, 定义了DEA生产博弈. DEA生产博弈将投入-产出数据视为生产技术系数, 使得生产技术时刻随生产而发生变化, 不再固定不变, 动态地反映了生产过程. 此博弈的提出引起了学者们的广泛关注. 随后, 学者们做了关于DEA生产博弈的相关研究. 如文献[18]探究DEA生产博弈与线性生产博弈之间的关系, 证明了DEA生产博弈是广义的线性生产博弈; 文献[19]为使资源再分配后收益达到最大, 建立了用于选择最佳合作伙伴的DEA生产博弈模型; 文献[20]提出向量值DEA生产博弈并研究了其性质和核心分配; 文献[21]构建了资源共享前后的三阶段网络DEA博弈模型并利用Shapley值解决了共享所带来的利润分配问题; 文献[22]利用修正的Shapley值解决了当投入产出数据为模糊数时如何将资源在决策单元之间进行公平分配的问题.

虽有学者在DEA线性生产博弈方面做了相关研究, 但仍存在以下问题:

1) 资源作为DEA生产过程中不可或缺的关键要素, 未见学者在资源数量对DEA生产过程的影响方面展开详细的研究. 文献[20]虽提到资源可能造成

DEA生产方案不可行, 但并未分析资源对收益模型的具体影响, 也未得到一般性结论.

2) 文献[23]为获得简便计算方法, 仅仅考虑价格为模糊数的DEA线性生产博弈, 未全面考虑生产参数均为模糊数的情况.

3) 在特定条件下, DEA线性生产博弈求解核心分配不需要求解对偶问题即可得到, 原因在于每个局中人的产出可通过原问题求解得到, 这是与传统线性生产博弈的不同之处, 但未见已有文献研究.

4) 未见学者从乐观、悲观角度分析DEA线性生产博弈的收益值.

为解决生产参数具有模糊性、收益分配以及资源冗余或不足给生产带来的问题, 本文提出了生产技术动态变化的模糊DEA线性生产博弈, 用于解决云服务线性生产与收益分配问题.

本文贡献在于:

1) 考虑了DEA线性生产博弈中所有生产参数均为不确定性的情况, 完善模糊DEA线性生产博弈的理论研究;

2) 考虑了资源对联盟收益模型的影响, 降低 $\alpha$ -DEA线性生产博弈中联盟不可行的可能性以及避免联盟资源冗余问题;

3) 在规模收益可变且资源大于等于最佳资源的情形下, 发现了计算模糊DEA线性生产博弈的 $\alpha$ -核心的简单方法, 从而简化了繁琐的计算步骤.

本文提出的模型和方法不仅丰富了DEA理论框架, 也拓展了合作博弈在互联网行业的应用领域.

## 1 基本概念、符号

定义1<sup>[24]</sup> 令 $N = \{1, 2, \dots, n\}$ 为局中人集合,  $P(N)$ 为 $N$ 的幂集,  $\tilde{v} : P(N) \rightarrow \mathfrak{R}$ 为模糊支付函数, 若满足:

$$1) \tilde{v}(\emptyset) = 0;$$

2) 对于任意的 $S, T \in P(N)$ 且 $S \cap T = \emptyset$ , 有 $v_{\alpha}^R(S \cup T) \geq v_{\alpha}^R(S) + v_{\alpha}^R(T)$ ,  $v_{\alpha}^L(S \cup T) \geq v_{\alpha}^L(S) + v_{\alpha}^L(T)$ ,  $\alpha \in [0, 1]$ ;

则称二元数组 $(N, \tilde{v})$ 为模糊合作博弈, 其全体记为 $G = (N, \tilde{v})$ . 这里 $[v_{\alpha}^L(S), v_{\alpha}^R(S)]$ 是 $\tilde{v}(S)$ 的 $\alpha$ -截集, 表示支付值区间.

本文所使用的区间运算法则定义如下.

定义2<sup>[25]</sup> 设 $\bar{a} = [a^L, a^R]$ 和 $\bar{b} = [b^L, b^R]$ 为区间值 $\bar{R}$ 集合上的两个区间值,  $\gamma \in R$ 为任意实数, 则有:

$$1) \bar{a} = \bar{b} \text{ 当且仅当 } a_L = b_L \text{ 和 } a_R = b_R;$$

$$2) \bar{a} + \bar{b} = [a_L + b_L, a_R + b_R];$$

$$3) \gamma \bar{a} = \begin{cases} [\gamma a^R, \gamma a^L], & \gamma < 0; \\ [\gamma a^L, \gamma a^R], & \gamma \geq 0. \end{cases}$$

Lozano认为生产技术可由一组投入-产出数据表示,可与其他生产者进行共享并且考虑了两种生产合作水平,即同时共享技术和资源的合作水平(记合作水平I)与仅共享资源的合作水平(记合作水平II),从而定义了DEA线性生产博弈.因此,DEA线性生产博弈可以刻画生产者更多的合作选择问题.

在合作水平I下,  $X(S)$ 、 $Y(S)$ 和 $b(S)$ 均为联盟 $S$ 下的投入-产出数据矩阵、资源向量,除资源共享带来的收益外,还有生产技术提升带来的收益;而合作水平II仅仅存在资源 $b(S)$ 所带来的收益,因此合作水平I的收益等于或高于合作水平II.

文献[26]和文献[27]分别提出了规模收益可变和规模收益不变两种生产可能集.  $A_V = \{ \lambda(S) \in R^{D(S)} | \lambda_{ij} \geq 0, \sum_{j \in D(S)} \lambda_{ij} = 1, i \in S, j \in D(S) \}$ 是参数 $\lambda$ 在规模收益可变生产可能集中满足的条件;  $A_C = \{ \lambda(S) \in R^{D(S)} | \lambda_{ij} \geq 0, i \in S, j \in D(S) \}$ 是参数 $\lambda$ 在规模收益不变生产可能集中满足的条件.将 $A_C$ 和 $A_V$ 统记为 $A$ .

本文所涉及的参数符号和变量如表1所示.

表1 建立模型所用参数及变量

符号	解释说明
$x$	表示局中人 $i$
$y$	表示 $j$ 个观测值
$\lambda$	表示资源种类
$\eta$	表示产品种类
$X$	表示投入观测值矩阵
$Y$	表示产出观测值矩阵
$b$	表示资源向量
$c$	表示价格向量
$u$	表示分配向量
$A$	表示规模收益集合
$i$	表示预计投入向量
$j$	表示预计产出向量
$r$	表示生产强度向量
$m$	表示资源约束下的对偶问题最优解向量
$\alpha$	表示置信水平
$L$	表示区间值左端点
$R$	表示区间值右端点
$V$	表示规模收益可变
$C$	表示规模收益不变
$D(S)$	表示联盟 $S$ 观测值集合

## 2 模糊DEA线性生产博弈收益模型

本节研究模糊情况下的DEA线性生产收益模型及博弈性质. DEA线性生产博弈的基本要素是产品价格、资源和投入-产出数据.在现实市场中由于动态的供需关系导致生产出来的产品市场价格在一定范围内波动,造成一定的不确定性,并且根据市场需求的变动以及生产过程中由于外部因素造成的生产误差,使得资源储备和投入-产出数据等具有模糊性.本文假设生产过程中所涉及到参数有模糊价格、模糊资源、模糊投入-产出数据.  $\alpha$ -截集在处理模糊数时具有简单方便、易于操作,因而被学者们广泛使用<sup>[13,15,23,28]</sup>.文献[13]将模糊数通过 $\alpha$ -截集转化为区间数并且从乐观角度和悲观角度计算联盟收益,获得了区间收益值.本文引用文献[13]中计算联盟收益的方法,利用模糊数的 $\alpha$ -截集将生产参数分别表示为区间值,  $\bar{c}_\alpha = [c^L, c^R]$ ,  $\bar{b}_\alpha = [b^L, b^R]$ ,  $\bar{X}_\alpha = [X^L, X^R]$ ,  $\bar{Y}_\alpha = [Y^L, Y^R]$ .

从以下两个角度求解联盟区间收益值:

1) 乐观角度.针对投入-产出观测区间值,采取低投入-高产观测值作为参考点,即 $(X^L, Y^R)$ ,拥有最大限度的资源、乐观的市场价格,即 $(b^R, c^R)$ ,生产并出售虚拟机,乐观地估计联盟收益值,将其作为收益值上界 $v^R(S)$ <sup>[29]</sup>.

2) 悲观角度.针对投入-产出观测区间值,采取高投入-低产出观测数据作为参考点,即 $(X^R, Y^L)$ ,拥有最低限度的资源、悲观的市场价格,即 $(b^L, c^L)$ ,生产并出售虚拟机,悲观地估计联盟收益值,将其作为收益值下界 $v^L(S)$ <sup>[29]</sup>.

本文采用乐观角度和悲观角度计算联盟收益是希望能更好地涵盖所有可能的收益取值情况,使区间值最大限度地包含联盟所有可能创造的收益,能够更全面地描述联盟收益情况.

给出 $\alpha$ -DEA线性生产博弈定义.

**定义3**<sup>[29]</sup> 任意联盟 $S \subseteq N, N = \{1, 2, \dots, n\}$ ,在 $\alpha$ -截集下,由生产参数 $(X^L, Y^R, b^R, c^R)$ 和 $(X^R, Y^L, b^L, c^L)$ 产生的DEA线性生产博弈联盟的区间收益值为 $[v_\alpha^L(S), v_\alpha^R(S)]$ ,且满足 $[v_\alpha^L(\emptyset), v_\alpha^R(\emptyset)] = [0, 0]$ ,称为 $\alpha$ -DEA线性生产博弈,记为 $(N, \bar{v})$ .

### 2.1 合作水平I下 $\alpha$ -DEA线性生产收益模型

合作水平I需要局中人之间彼此信任、协调合作、互利共赢,对局中人合作要求较高,但也获得较高收益.

从乐观角度分析,局中人采取低投入-高产观测

测值、高定价、多资源,即  $(X^L, Y^R, b^R, c^R)$ , 建立如下联盟收益模型作为  $S \subseteq N$  局中人联盟区间收益值上界<sup>[29]</sup>:

$$v_{\alpha}^{IR}(S) = \max c^{Rt} \sum_{i \in S} y^R(i). \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} X^L(S)\lambda(i) \leq x^L(i), i \in S; \\ Y^R(S)\lambda(i) \geq y^R(i), i \in S; \\ x^L(S) \leq b^R(S); \\ \lambda(i) \in \Lambda^S, S \subseteq N. \end{cases}$$

其中:  $x^L(S) = \sum_{i \in S} x^L(i)$ ;  $\lambda(i)$  为  $D(S)$  维观测数据的参数向量;  $b^R(S) = \sum_{i \in S} b^R(i)$  是  $\alpha$ -截集下局中人形成联盟  $S$  汇集的资源向量. 此模型最大限度地估计局中人联盟收益值.

从悲观的角度分析,局中人采取高投入-低产出观测值、低定价、少资源,即  $(X^R, Y^L, b^L, c^L)$ , 建立如下联盟  $S \subseteq N$  收益模型作为收益值下界:

$$v_{\alpha}^{IL}(S) = \max c^{Lt} \sum_{i \in S} y^L(i). \quad (2)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} X^R(S)\lambda(i) \leq x^R(i), i \in S; \\ Y^L(S)\lambda(i) \geq y^L(i), i \in S; \\ x^R(S) \leq b^L(S); \\ \lambda(i) \in \Lambda^S, S \subseteq N. \end{cases}$$

合作水平 I 虽能够极大化收益,但它要求局中人之间具有高度信任,在实际问题中,局中人之间也存在竞争、信息不对称等问题,同时共享技术和资源往往实施起来比较困难. 因此,建立合作水平 II 下的博弈模型具有重要意义.

### 2.2 合作水平 II 下 $\alpha$ -DEA 线性生产收益模型

合作水平 II 在现实生产中更加普遍. 局中人根据自身投入-产出观测值作为生产技术进行生产. 类似 2.1 节,建立乐观收益模型如下:

$$v_{\alpha}^{IIR}(S) = \max c^{Rt} \sum_{i \in S} y^R(i). \quad (3)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} X^L(i)\lambda(i) \leq x^L(i), i \in S; \\ Y^R(i)\lambda(i) \geq y^R(i), i \in S; \\ x^L(S) \leq b^R(S); \\ \lambda(i) \in \Lambda^i, S \subseteq N. \end{cases}$$

其中:  $X^L(i)$  和  $Y^R(i)$  分别是局中人  $i$  的  $r \times D(i)$  维低投入和  $m \times D(i)$  维高产产出矩阵,  $\lambda(i)$  是  $D(i)$  维观测数据的参数向量,与式 (1) 中  $X^L(S)$  和  $Y^R(S)$  投入-产出

不同. 悲观收益模型类似,这里不再赘述.

合作水平 I 和合作水平 II 是两种相互对立、互不包含的合作情况. 单个局中人  $i$  不存在合作水平 I 和合作水平 II 之间的区别.

综上所述,  $\alpha$ -DEA 线性生产博弈  $(N, \bar{v})$  在合作水平 I 下,联盟  $S$  的收益值表示为  $\bar{v}^I(S) = [v_{\alpha}^{IL}(S), v_{\alpha}^{IR}(S)]$ ; 在合作水平 II 下,收益值表示为  $\bar{v}^{II}(S) = [v_{\alpha}^{IIL}(S), v_{\alpha}^{IIR}(S)]$ . 不作特殊说明时,  $(N, \bar{v})$  表示两种合作水平下的联盟区间收益值. 下面分析  $\alpha$ -DEA 线性生产博弈的性质.

**定义 4**  $\alpha$ -DEA 线性生产博弈  $(N, \bar{v})$ , 在任意合作水平下,若联盟  $S, T \subset N, S \cap T = \emptyset$  的特征值满足  $v_{\alpha}^L(S \cup T) \geq v_{\alpha}^L(S) + v_{\alpha}^L(T)$  和  $v_{\alpha}^R(S \cup T) \geq v_{\alpha}^R(S) + v_{\alpha}^R(T)$ , 则称  $\alpha$ -DEA 线性生产博弈具有超可加性.

**定理 1**  $\alpha$ -DEA 线性生产博弈是满足超可加性的.

**定理 2** 给定  $\alpha \in [0, 1]$ , 在规模收益不变时,局中人形成的任意联盟  $S \subseteq N$  在两种合作水平下收益相同,即  $[v_{\alpha}^{IL}(S), v_{\alpha}^{IR}(S)] = [v_{\alpha}^{IIL}(S), v_{\alpha}^{IIR}(S)]$ .

定理 1 和定理 2 的证明过程略.

### 3 不同资源类型对 $\alpha$ -DEA 线性生产博弈的影响

文献 [30-32] 分别研究了资源配置对 DEA 各个阶段效率的提升和总体收益的影响. 由于传统线性生产博弈的假设过于理想化,使其在任意的资源数量下生产都是可行的. 为弥补不足, DEA 线性生产博弈在规模收益可变假设下,考虑资源类型对该博弈收益高低以及生产可行性的影响. 文献 [20] 对博弈的收益模型可能出现无解的情况,解释为  $X\lambda$  形成的凸包  $x(S)$  不满足  $x(S) \leq b(S)$  条件,但未见文献从资源分类角度考虑对模型的影响. 本文在规模收益可变假设下,讨论资源类型来帮助决策者制定生产计划所需的资源数量,避免资源无法满足生产需求或资源过剩. 因此,本文对资源进行分类,给出如下定义.

**定义 5**<sup>[29]</sup> 在规模收益可变情况下,称使得 DEA 线性生产博弈收益模型可行的第  $r$  种资源的最低数量为最低资源,记为  $b_r^{\min}$ .

**定义 6**<sup>[29]</sup> 在规模收益可变情况下,称使得 DEA 线性生产博弈收益模型可行但收益不随第  $r$  种资源增加而增大的最小数量为最佳资源,记为  $b_r^{\text{opt}}$ .

**定义 7**<sup>[29]</sup> 若联盟收益模型可行且随着第  $r$  种资源增加而增大,则称此数量下的资源为有效资源,

记为  $b_r^{\text{eff}}$ .

记最低资源向量、最佳资源向量和有效资源向量分别为  $b^{\text{min}}$ 、 $b^{\text{opt}}$  和  $b^{\text{eff}}$ .

如何确定最低资源、最佳资源和有效资源的范围是探究收益高低和生产可行性首要解决的问题. 第 1 步先求解最低资源和最佳资源, 第 2 步再确定有效资源的范围. 通过命题 1~ 命题 3 来确定 3 种资源向量以及  $\alpha$ -DEA 线性生产博弈收益模型的影响.

**命题 1** 在两种合作水平下,  $\lambda(i) \in A_V$ , 任意联盟  $S \subseteq N$ , 最低资源为最小投入值, 即  $b^{\text{min}}(S) = x^{\text{min}}(S)$ , 这里  $x^{\text{min}}(S) = \sum_{i \in S} x^{\text{min}}(i)$ . 在无资源约束下可获得最佳资源向量为  $b^{\text{opt}}(S) = \sum_{i \in S} X(S)\lambda^*(i)$ ,  $\lambda^*(i)$  是收益模型的最优参数解, 有效资源  $b_r(S)$  满足条件  $b_r^{\text{min}}(S) \leq b_r(S) \leq b_r^{\text{opt}}(S)$ .

命题 1 的结论在规模收益可变且合作水平 II 下同样成立, 此时  $b^{\text{opt}}(S) = \sum_{j \in S} x^*(j) = \sum_{j \in S} X(j)\lambda^*(j)$ .

由命题 1 得到最佳资源、最低资源和有效资源后, 资源类型对收益的影响总结为如下命题.

**命题 2** 在合作水平 I 下,  $\lambda(i) \in A_V, S \subseteq N$  且  $S \neq \emptyset$ . 若  $b(S) \geq b^{\text{opt}}(S)$ , 则联盟获得最大收益; 联盟中任意局中人资源消耗相等且具有相同的产出能力, 即  $b(i) = b(j)$  且  $y(i) = y(j), i, j \in S$ . 若存在资源  $r$ , 满足  $b_r < b_r^{\text{min}}$ , 则生产不可行, 局中人将无法获得收益; 若联盟拥有有效资源  $b_r(S)$ , 则其收益随  $b_r(S)$  增加而增大.

命题 2 的意义在于, 在实际生产中可以帮助局中人预测所需资源和生产数量, 便于生产管理. 局中人可以以最佳资源  $b^{\text{opt}}(S)$  和最低资源  $b^{\text{min}}(S)$  作为阈值条件, 判断收益是否达到上限或下限, 同时  $b^{\text{min}}(S)$  也是判断生产是否可行的依据. 文献 [20] 生产不可行的原因是资源低于最低资源; 文献 [18] 在合作水平 I 下求得大联盟中每个局中人预计投入-预计产出相等, 但作者没有解释其形成原因. 本文通过命题 2 解释其原因并得到一般性结论.

然而, 在  $\lambda(i) \in A_C$  且合作水平 II 下, 命题 2 不成立. 因为每个局中人的投入-产出观测值不同, 导致形成的预计最佳资源  $b_r^{\text{opt}}(i)$  和预计产出  $y_m^*(i)$  也不同.

当  $\lambda(i) \in A_C$  时, 由于  $\lambda(i)$  仅需满足  $\lambda(i) \geq 0$ , DEA 线性生产博弈的收益模型总是可行的.

**命题 3** 在两种合作水平下,  $\lambda(i) \in A_C, S \subseteq N$  且  $S \neq \emptyset$ , DEA 线性生产博弈在任意资源向量  $b(S)$  下, 生产均可行.

命题 1、命题 2 和命题 3 的证明过程略.

本文定义的资源类型在  $\lambda(i) \in A_C$  情况下对联盟生产可行性和收益不再产生特殊影响, 即任意资源类型下, 模型均可行且收益随资源的增大而增加. 此时, DEA 生产博弈等价于线性生产博弈 [23].

为说明上述 3 个命题, 给出如下示例.

**例 1** 假设局中人 1 和局中人 2 均拥有 3 种资源生产两种产品, 他们的观测数据分别为 DMU 1、DMU 2 和 DMU 3、DMU 4, 如表 2 所示.

表 2 局中人 1 和局中人 2 的投入-产出观测数据

编号	DMU 1	DMU 2	DMU 3	DMU 4
投入				
1	74	80	88	33
2	156	156	166	66
3	14 600	16 200	17 200	6 740
产出				
1	10	15	13	11
2	10	10	12	3

产品单价分别为 0.04 元/个、0.46 元/个, 不考虑资源限制, 局中人选择合作水平 I, 假设规模收益可变, 总收益模型如下:

$$v^{1,2}(1, 2) = \max \{0.04(y_1(1) + y_1(2)) + 0.46(y_2(1) + y_2(2))\}.$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} 74\lambda_{11} + 80\lambda_{12} + 88\lambda_{13} + 33\lambda_{14} \leq x_1(1), \\ 74\lambda_{21} + 80\lambda_{22} + 88\lambda_{23} + 33\lambda_{24} \leq x_1(2); \\ 156\lambda_{11} + 156\lambda_{12} + 166\lambda_{13} + 66\lambda_{14} \leq x_2(1), \\ 156\lambda_{21} + 156\lambda_{22} + 166\lambda_{23} + 66\lambda_{24} \leq x_2(2); \\ 14\ 600\lambda_{11} + 16\ 200\lambda_{12} + 17\ 200\lambda_{13} + \\ 6\ 740\lambda_{14} \leq x_3(1), \\ 14\ 600\lambda_{21} + 16\ 200\lambda_{22} + 17\ 200\lambda_{23} + \\ 6\ 740\lambda_{24} \leq x_3(2); \\ 10\lambda_{11} + 15\lambda_{12} + 13\lambda_{13} + 11\lambda_{14} \geq y_1(1), \\ 10\lambda_{21} + 15\lambda_{22} + 13\lambda_{23} + 11\lambda_{24} \geq y_1(2); \\ 10\lambda_{11} + 10\lambda_{12} + 12\lambda_{13} + 3\lambda_{14} \geq y_2(1), \\ 10\lambda_{21} + 10\lambda_{22} + 12\lambda_{23} + 3\lambda_{24} \geq y_2(2); \\ \lambda_{11} + \lambda_{12} + \lambda_{13} + \lambda_{14} = 1, \\ v\lambda_{21} + \lambda_{22} + \lambda_{23} + \lambda_{24} = 1; \\ \lambda_{11} \geq 0, \lambda_{12} \geq 0, \lambda_{13} \geq 0, \lambda_{14} \geq 0, \\ \lambda_{21} \geq 0, \lambda_{22} \geq 0, \lambda_{23} \geq 0, \lambda_{24} \geq 0. \end{cases} \quad (4)$$

由命题 1 可知, 式 (4) 可得局中人大联盟收益值为  $v^{1,2}(1, 2) = 12.08$ , 最优解  $\lambda^*(1) = \lambda^*(2) = (0, 0,$

1, 0). 预计最优产出为  $\mathbf{y}^*(1) = \mathbf{y}^*(2) = (y_1^*, y_2^*) = (13, 12)$ , 即有  $\mathbf{y}^*(N) = (26, 24)$ , 此时收益达到最大. 预计投入向量  $\mathbf{x}^*(1) = \mathbf{x}^*(2) = (88, 166, 17\ 200)$ , 可得到大联盟  $N$  的最优投入资源向量  $\mathbf{b}^{opt}(N) = (176, 332, 34\ 400)$ , 命题2得证; 局中人1和局部人2关于3种资源的最低资源向量为  $\mathbf{x}^{min}(1) = \mathbf{x}^{min}(2) = (33, 66, 6\ 740)$ , 即有  $\mathbf{b}^{min}(N) = (66, 132, 13\ 480)$ , 结果如图1所示.

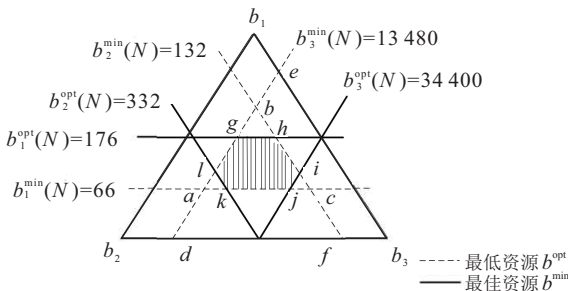


图1 最低资源、有效资源和最佳资源

由命题2可知,  $\triangle abc$  外任意一点收益模型不可行; 3种有效资源分别在  $66 < b_1^{opt}(N) < 176$ ,  $132 < b_2^{opt}(N) < 332$  和  $13\ 480 < b_3^{opt}(N) < 34\ 400$  范围内, 即由3种资源的最佳资源和最低资源围成的六边形  $ghijkl$  阴影部分中, 大联盟收益会随着每种资源数量增加而增加; 在  $\triangle bgh$  中, 冗余的第1种资源不会产生额外收益; 在  $\triangle alk$  中, 增加第2种资源数量, 收益不会增加; 同理,  $\triangle cij$  中任意数量下的第3种资源收益均相等<sup>[29]</sup>.

由命题3可知, 在规模收益不变下, 仅需  $\lambda_{ij} \geq 0, i, j = 1, 2$ , 收益模型在任意资源数量下可行且随之正向变化.

## 4 模糊DEA线性生产博弈的收益分配

### 4.1 模糊DEA线性生产博弈的 $\alpha$ -核心

上述是从乐观和悲观角度分析联盟的区间收益值. 如何合理地分配大联盟创造的收益是本节需要解决的重要问题. 文献[13]定义了 $\alpha$ -核心, 其收益分配使得联盟稳定, 即任意局中人离开大联盟, 所获收益均不会高于在大联盟中得到的收益<sup>[29]</sup>.

**定义8**<sup>[13]</sup> 给定  $\alpha \in [0, 1]$ , 任意联盟  $S \subseteq N$ , 若  $\alpha$ -转归向量  $\mathbf{u}$  满足  $v_\alpha^L(S) \leq u(S)$  和  $v_\alpha^L(N) \leq u(N) \leq v_\alpha^R(N)$ , 则称由这种向量组成的集合为 $\alpha$ -核心.

由 $\alpha$ -核心定义可知, 从乐观角度和悲观角度分析的优点是可以获得联盟收益值使得 $\alpha$ -核心包含更多的分配向量. 要证 $\alpha$ -DEA线性生产博弈 $\alpha$ -核心非空, 即证该博弈为 $\alpha$ -平衡博弈.

**定义9** 给定  $\alpha \in [0, 1]$ , 若 $\alpha$ -DEA线性生产博弈,

对于任意  $i \in N$  每组向量  $\{\gamma_S\}_{S \subseteq N}$  满足  $\sum_{S \subseteq N, i \in S} \gamma_S = 1$  和  $\gamma_S \geq 0$  都有  $\sum_{S \subseteq N, i \in S} \gamma_S v_\alpha^L(S) \leq v_\alpha^R(N)$  成立,

则称 $\alpha$ -DEA线性生产博弈是 $\alpha$ -平衡博弈.

**定理3** 任意  $\alpha \in [0, 1]$ ,  $\alpha$ -DEA线性生产博弈  $(N, \bar{v})$  是 $\alpha$ -核心非空当且仅当该博弈是 $\alpha$ -平衡博弈.

### 4.2 求解 $\alpha$ -核心

经典线性生产博弈通过求解大联盟对偶问题得到核心中稳定分配的一个子集, 称为Owen集. 如何求 $\alpha$ -核心是本节需要解决的问题. 本节根据不同资源类型, 通过两种方式求解: 一是在规模收益可变、资源向量大于等于最佳资源向量时, 直接求解大联盟原问题得到 $\alpha$ -核心分配; 二是在规模收益可变且资源为有效资源的情形和规模收益不变且资源为任意数量的情形, 通过求解大联盟收益模型的对偶问题, 得到各个局中人的收益分配区间值<sup>[29]</sup>.

1) 规模收益可变且资源大于等于最佳资源的情形.

相比于线性生产博弈收益模型仅能获得大联盟的总产出, DEA线性生产博弈收益模型可求出各个局中人产出数量. 因此线性生产博弈在求解核心分配时, 需要求解对偶问题获得每个局中人的产出并以此分配利润. 而当局中人汇集的每种资源达到最佳资源或超过最佳资源时, 局中人在合作水平I下可直接通过式(1)和式(2)获得 $\alpha$ -核心中的收益分配区间值; 合作水平II类似. 因此, 在规模收益可变且资源大于等于最佳资源的情形下, 局中人分配可通过求解原问题得到, 无需求解对偶问题, 大大简化了计算步骤.

**定理4** 在资源充足、规模收益可变条件下, 若  $\mathbf{y}^{*R}(i)$  为大联盟收益值  $v_\alpha^{LR}(N)$  的最优产出,  $\mathbf{y}^{*L}(i)$  为大联盟收益值  $v_\alpha^{LL}(N)$  的最优产出, 令  $\mathbf{u}$  为合作水平I下局中人  $i \in N$  的收益分配区间值向量, 则  $\bar{u}_i^I = [c^{Lt} \mathbf{y}^{*L}(i), c^{Rt} \mathbf{y}^{*R}(i)]$  为 $\alpha$ -核心中的分配.

2) 规模收益可变且资源为有效资源的情形.

有效资源数量下, 生产收益受到资源约束的影响时, 直接求解原问题模型无法得到 $\alpha$ -核心分配区间值, 需要通过求解对偶问题获得<sup>[29]</sup>.

**定理5** 在规模收益可变情况下, 局中人拥有有效资源情况, 合作水平I下的 $\alpha$ -核心收益分配向量  $\mathbf{u}$  满足

$$\bar{u}_i^I = [u_\alpha^L(i), u_\alpha^R(i)] = \sum_{r=1}^3 [b_r^L(i) \eta_r^{*L} + \xi_i^{*L}, b_r^R(i) \eta_r^{*R} + \xi_i^{*R}].$$

$(\eta_r^{*R}, \xi_i^{*R})$  和  $(\eta_r^{*L}, \xi_i^{*L})$  是式 (1) 和式 (2) 对偶问题的最优解. 这里  $\xi$  表示约束  $\sum_{j \in D(S)} \lambda_{ij} = 1$  在对偶问题中最优解向量.

3) 规模收益不变且资源为任意数量的情形.

生产在规模收益不变下, 任意资源向量均可行.  $\alpha$ -核心收益分配区间类似定理 5.

**定理 6** 在规模收益不变、任意资源向量下, 合作水平 I 局中人  $i \in N$  的  $\alpha$ -核心收益分配区间值向量  $u$  满足

$$\bar{u}_i^I = [u_\alpha^L(i), u_\alpha^R(i)] = \sum_{r=1}^3 [b_r^L(i)\eta_r^{*L}, b_r^R(i)\eta_r^{*R}].$$

此时,  $\eta_r^{*R}$  和  $\eta_r^{*L}$  是对偶问题的最优解. 合作水平 II 局中人收益分配区间值类似表示.

定理 4、定理 5 和定理 6 在合作水平 II 下结论也成立. 限于篇幅, 定理 3~定理 6 证明略.

### 5 数值实例

云服务供应商利用虚拟化技术将一台物理服务器虚拟成多台虚拟机提供给用户, 有效提高了资源利用率. 假设 3 个云服务供应商进行合作, 他们均拥有 3 种资源: CPU、内存、存储; 产出以 Amazon EC2 为例, 分为 small、medium、large、extra-large 四种类型, 其余参数设置参考 Amazon EC2 (<https://amazonaws.com/cn/ec2/pricing/on-demand/2020-05-08>). 假设每种虚拟机的价格、云服务供应商所拥有 CPU、内存、存储数量均为三角模糊数, 如表 3 所示.

每个云服务供应商都有 3 组投入-产出的观测数据, 记为 DMU 1、DMU 2、DMU 3. 云服务供应商模糊生产参数、观测记录见表 3~表 6<sup>[29]</sup>. 本文用双轴图描述资源数量刻度差异过大的情况, 其中  $y$  轴-上轴表示存储数量与大联盟收益构成的平面;  $y$  轴-下轴表示 CPU 或内存数量与大联盟收益构成的平面<sup>[29]</sup>.

表 3 云服务供应商的模糊资源数量和虚拟机的模糊价格

	云服务供应商 1	云服务供应商 2	云服务供应商 3	大联盟
CPU	(50, 75, 100)	(320, 340, 360)	(58, 79, 100)	(428, 494, 560)
内存	(100, 134, 168)	(660, 763, 866)	(119, 125, 131)	(879, 1 022, 1 165)
存储	(9 800, 9 850, 9 900)	(86 400, 86 500, 86 600)	(10 800, 15 350, 19 900)	(107 000, 11 170, 116 400)
	small	medium	large	extra-large
\$/h	(0.038, 0.04, 0.042)	(0.225, 0.312 5, 0.4)	(0.37, 0.515, 0.66)	(0.5, 0.7, 0.9)

表 4 云服务供应商 1 的资源投入-虚拟机产出模糊观测数据

参数	DMU 1	DMU 2	DMU 3
投入-CPU	(60, 69.5, 79)	(75, 95.5, 116)	(15, 31.5, 48)
投入-内存	(110, 138, 166)	(130, 184, 238)	(35, 87, 99)
投入-存储	(10 286, 13 468, 16 650)	(7 988, 15 794, 23 600)	(3 688, 6 644, 9 600)
产出-small	(1, 2, 3)	(2, 3, 4)	(4, 5, 6)
产出-medium	(1, 1.5, 2)	(2, 3.5, 5)	(2, 3, 4)
产出-large	(1, 2.5, 4)	(10, 12.5, 15)	(1, 2, 3)
产出-extra-large	(6, 7, 8)	(2, 4, 6)	(1, 2, 3)

表 5 云服务供应商 2 的资源投入-虚拟机产出模糊观测数据

参数	DMU 1	DMU 2	DMU 3
投入-CPU	(264, 290.5, 317)	(328, 348.5, 369)	(521, 550.5, 580)
投入-内存	(547, 602, 657)	(679, 722.5, 766)	(1 073, 1 136, 1 199)
投入-存储	(51 600, 57 900, 64 200)	(66 600, 70 600, 74 600)	(104 800, 110 775, 116 750)
产出-small	(27, 28.5, 30)	(35, 37.5, 40)	(50, 52.5, 55)
产出-medium	(20, 21.5, 23)	(20, 22.5, 25)	(47, 48.5, 50)
产出-large	(16, 18, 20)	(23, 24.5, 26)	(40, 42.5, 45)
产出-extra-large	(19, 21, 23)	(23, 24, 25)	(31, 33, 35)

表6 云服务供应商3的资源投入-虚拟机产出模糊观测数据

参数	DMU 1	DMU 2	DMU 3
投入-CPU	(39, 60.5, 82)	(49, 68.5, 88)	(16, 36, 56)
投入-内存	(82, 101.5, 171)	(101, 143.5, 186)	(33, 72, 111)
投入-存储	(8 150, 12 555, 16 960)	(10000, 13 950, 17 900)	(3 260, 7 010, 10 760)
产出-small	(1, 2, 3)	(2, 4, 6)	(1, 4, 7)
产出-mmLarge	(2, 4, 6)	(6, 7, 8)	(1, 2, 3)
产出-extra-large	(4, 5.5, 7)	(3, 4.5, 6)	(1, 2, 3)

首先验证本文划分资源类型对生产收益的影响.

1) 两种规模收益假设下,不同资源下的收益变化趋势.

以  $\alpha = 0.2$  时收益值  $v_{0.2}^L(N)$  为例,在合作水平 I 中,假设规模收益可变,考虑一种资源(其余资源趋于  $\infty$ ) 变化对大联盟收益产生的影响.这里令曲线  $f_1$ 、 $f_2$ 、 $f_3$  分别表示 CPU、内存、存储与收益的关系,如图 2 所示.通过计算,  $f_1$  中 CPU 数量小于最低资源 277.8 (即空心方形处) 时,生产无法进行;在有效资源 [277.8, 1 722.3] 之间时,大联盟收益随着其数量增加而增大,当达到最佳资源 1 722.3 (即灰色方形处) 时,获得最大收益 145.43 美元,之后收益不会随资源数量增大;  $f_2$  中内存存在 3 559.2 GB (即灰色圆形处) 时为最佳投入资源,此时获得最佳收益 145.46 美元,介于有效资源 [134.1, 3 559.2] 之间时,收益不断增加;  $f_3$  同样在 [27 026.4, 346 665] 中,大联盟收益始终增加,在 346 665 GB 之后,收益保持 139.57 美元不变,验证了命题 2. 3 条曲线展示了资源变化带来的收益“先增后平”的变化趋势 [29].

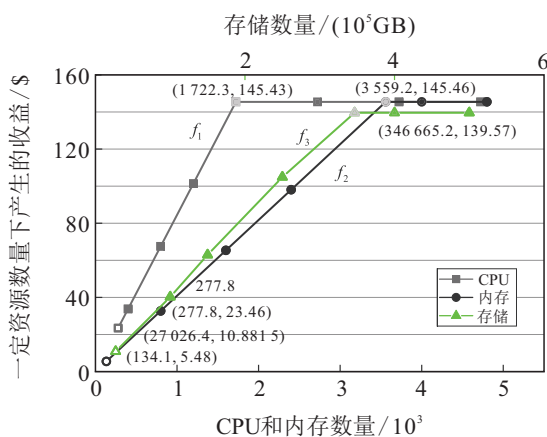


图2 规模收益可变,3种资源对联盟收益值影响趋势

由此可知,通过本文提出的资源分类,明确了3种资源的最佳资源数量.当3种资源均达到最佳资源时,云服务供应商可获得最大收益.云服务供应商也掌握了生产可行的最低资源数量,避免CPU、内存和存储数量低于各自资源的最低数量,使得资源不匹

配,无法进行虚拟化过程.因此,命题 2 为云服务供应商带来的管理作用是便于对资源的储备和利用,以便获得最大的收益.

图3中,  $l_1$ 、 $l_2$  和  $l_3$  分别表示 CPU、内存和存储数量与收益的线性函数,其中 CPU 每增加 100 核,收益增加 8.1 美元;内存每增加 100 GB,收益增大 3.92 美元;存储每增加 10 000 GB,收益增加 4.02 美元;因此, CPU 边际贡献大于内存边际贡献,大于存储边际贡献.收益模型在任意 3 种资源数量下均可行,故命题 3 被验证.云服务供应商在这种规模假设下应尽可能地配置充足的资源.图 2 和图 3 展示了本文资源分类的作用和意义,即帮助云服务供应商明确投入最佳资源数量和预计获得的最大收益状况.若在规模收益可变时,不存在资源分类,云服务供应商无法明确使得虚拟化可进行的资源配置,可能会导致资源配置不足无法产生虚拟机或资源配置冗余,造成资源浪费,并且云服务供应商无法预知其收益状况 [29].

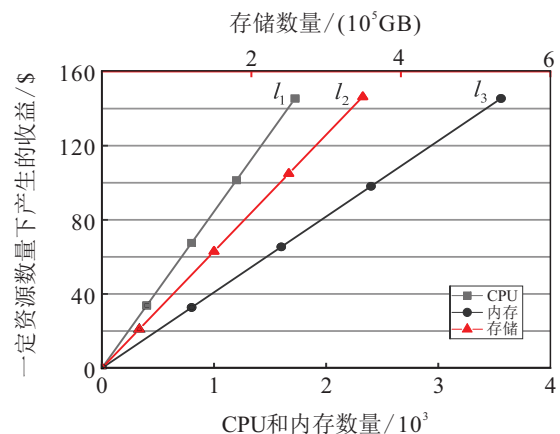


图3 规模收益不变,3种资源对联盟收益值影响趋势

2) 云服务供应商收益及分配.

通过计算得到的收益值和核心分配见表 7~表 11 [29]. 单个云服务供应商不存在共享技术、共享资源的情况,因此,表 7 和表 8 中单个云服务供应商的收益相同,即  $v^I(i) = v^{II}(i)$ . 其余联盟在合作水平 I 下的收益总是比合作水平 II 下得到的收益要高  $v^I(S) > v^{II}(S)$ ,说明若云服务供应商在不考虑合作成本、竞争

等因素时进行生产技术和资源共享, 则对所有的云服务供应商都是有利的. 这与实际生产情况相吻合, 因为高度合作意味着利益互利, 促进合作方“双赢”. 在实际虚拟化过程中, 若云服务供应商仅提供资源支持, 则对于合作联盟来说, 只能弥补因资源缺失所造成的收益损失, 无法补偿因生产技术落后导致的收益损失, 而同时共享技术和资源可以弥补这两种因素造成的收益损失, 故合作水平 I 下的收益是优于合作水平 II 下的收益, 云服务供应商应尽力促使更深层次的合作<sup>[29]</sup>.

收益, 得到表 9, 验证了定理 2 在规模收益不变下, 两种合作水平收益相等的结论, 即  $\bar{v}^I(S) = \bar{v}^{II}(S)$ , 说明两种合作水平等价. 与规模收益可变假设不同, 由于生产强度变量  $\lambda \geq 0$ , 云供应商的单位资源所产生的收益不变, 即任意资源数量下供应商可获得相同规模收益. 此时, 云供应商对资源筹备应“多多益善”, 资源越多形成收益越大. 当合作水平 I 与合作水平 II 的收益无差距时, 对云服务供应商而言, 应该更倾向于合作水平 II, 因为合作水平 II 的合作难度要比合作水平 I 的难度小, 更容易实现<sup>[29]</sup>.

通过计算在规模收益不变时两种合作水平下的

表 7 在规模收益可变和合作水平 I 下, 不同  $\alpha$  水平得到的联盟区间收益值

特征值	$\alpha = 0$	$\alpha = 0.2$	$\alpha = 0.4$	$\alpha = 0.6$	$\alpha = 0.8$
$\bar{v}_\alpha(1)$	[1.50, 17.47]	[1.95, 15.92]	[2.78, 12.63]	[3.62, 9.78]	[4.67, 7.64]
$\bar{v}_\alpha(2)$	[21.08, 58.98]	[22.48, 54.31]	[27.26, 49.83]	[30.47, 45.56]	[33.95, 41.49]
$\bar{v}_\alpha(3)$	[1.37, 12.53]	[2.28, 11.47]	[3.36, 10.46]	[4.38, 9.49]	[5.50, 8.08]
$\bar{v}_\alpha(1, 2)$	[24.05, 80.84]	[28.10, 73.16]	[32.31, 65.88]	[36.84, 58.92]	[41.71, 52.50]
$\bar{v}_\alpha(1, 3)$	[3.37, 34.94]	[4.87, 31.84]	[6.69, 27.26]	[8.91, 22.15]	[11.47, 18.29]
$\bar{v}_\alpha(2, 3)$	[23.81, 80.17]	[27.90, 72.79]	[32.29, 65.80]	[37.39, 59.18]	[41.95, 53.03]
$\bar{v}_\alpha(N)$	[26.27, 102.01]	[31.20, 91.44]	[36.62, 81.46]	[45.73, 72.05]	[48.88, 63.47]

表 8 在规模收益可变和合作水平 II 下, 不同  $\alpha$  水平得到的联盟区间收益值

特征值	$\alpha = 0$	$\alpha = 0.2$	$\alpha = 0.4$	$\alpha = 0.6$	$\alpha = 0.8$
$\bar{v}_\alpha(1)$	[1.50, 17.47]	[1.95, 15.92]	[2.78, 12.63]	[3.62, 9.78]	[4.67, 7.64]
$\bar{v}_\alpha(2)$	[21.08, 58.98]	[22.48, 54.31]	[27.26, 49.83]	[30.47, 45.56]	[33.95, 41.49]
$\bar{v}_\alpha(3)$	[1.37, 12.53]	[2.28, 11.47]	[3.36, 10.46]	[4.38, 9.49]	[5.50, 8.08]
$\bar{v}_\alpha(1, 2)$	[22.60, 80.26]	[27.01, 72.54]	[30.75, 65.22]	[35.87, 58.30]	[40.90, 52.00]
$\bar{v}_\alpha(1, 3)$	[2.90, 30]	[4.63, 27.39]	[6.56, 24.90]	[8.80, 21.72]	[11.44, 18.01]
$\bar{v}_\alpha(2, 3)$	[22.77, 79.86]	[27.90, 72.41]	[31.98, 65.34]	[37.64, 58.71]	[41.15, 52.50]
$\bar{v}_\alpha(N)$	[24.31, 101.14]	[29.66, 90.64]	[35.31, 80.73]	[42.71, 71.45]	[48.11, 63.01]

表 9 在规模收益可变、合作水平 I 和合作水平 II 下, 不同  $\alpha$  水平得到的联盟区间收益值

特征值	$\alpha = 0$	$\alpha = 0.2$	$\alpha = 0.4$	$\alpha = 0.6$	$\alpha = 0.8$
$\bar{v}_\alpha(1)$	[2.17, 21.65]	[2.53, 16.49]	[3.41, 12.85]	[4.23, 10.16]	[5.25, 8.11]
$\bar{v}_\alpha(2)$	[23.55, 60.49]	[24.41, 55.15]	[29.06, 50.18]	[32.03, 45.57]	[35.15, 41.91]
$\bar{v}_\alpha(3)$	[2.43, 30.86]	[2.93, 22.04]	[3.84, 16.21]	[4.65, 12.13]	[5.59, 9.16]
$\bar{v}_\alpha(1, 2)$	[27.11, 176.19]	[30.71, 135.16]	[34.39, 104.84]	[38.30, 80.84]	[42.47, 61.51]
$\bar{v}_\alpha(1, 3)$	[4.63, 70.44]	[5.98, 49.41]	[10.84, 35.67]	[9.63, 26.19]	[11.94, 19.38]
$\bar{v}_\alpha(2, 3)$	[27.79, 223.50]	[31.30, 156.49]	[34.96, 113.23]	[40.83, 83.51]	[42.97, 62.22]
$\bar{v}_\alpha(N)$	[31.36, 272.09]	[35.59, 189.39]	[40.17, 136.20]	[46.65, 99.82]	[50.30, 73.87]

表 10 在规模收益可变和两种合作水平下, 云服务供应商在  $\alpha$ -核心中的分配

参数水平	合作水平 I					合作水平 II				
	$\alpha = 0$	$\alpha = 0.2$	$\alpha = 0.4$	$\alpha = 0.6$	$\alpha = 0.8$	$\alpha = 0$	$\alpha = 0.2$	$\alpha = 0.4$	$\alpha = 0.6$	$\alpha = 0.8$
供应商 1	[1.51, 21.17]	[2.40, 18.17]	[3.42, 15.36]	[5.90, 12.75]	[5.84, 10.44]	[1.52, 21.28]	[2.48, 18.23]	[3.12, 13.67]	[4.66, 11.12]	[4.67, 8.77]
供应商 2	[22.54, 59.67]	[25.85, 55.00]	[29.44, 50.52]	[33.83, 46.25]	[37.3, 42.21]	[21.08, 58.98]	[24.60, 54.31]	[28.34, 51.45]	[32.19, 47.28]	[35.96, 43.33]
供应商 3	[2.22, 21.17]	[2.95, 18.28]	[3.76, 15.57]	[6.00, 13.06]	[5.66, 10.82]	[1.72, 20.88]	[2.58, 18.10]	[3.85, 15.61]	[5.86, 13.06]	[7.48, 10.91]

表11 在规模收益不变下,云服务供应商在 $\alpha$ -核心中的分配

参数水平	$\alpha = 0$	$\alpha = 0.2$	$\alpha = 0.4$	$\alpha = 0.6$	$\alpha = 0.8$
云服务供应商1	[3.57, 48.59]	[4.19, 32.90]	[4.87, 22.97]	[5.82, 16.30]	[7.32, 11.65]
云服务供应商2	[23.55, 174.92]	[26.69, 123.31]	[30.09, 89.86]	[34.91, 66.75]	[35.15, 50.10]
云服务供应商3	[4.25, 48.59]	[4.71, 33.18]	[5.21, 23.38]	[5.93, 16.76]	[7.82, 12.12]

在本例中假设任意联盟 $S$ 所拥有的资源数量均为有效资源数量,因此,定理4对此例不适用.基于有效资源数量,求解合作水平I和合作水平II下的两种规模收益假设的区间收益值可利用定理5和定理6,获得了每个云服务供应商在 $\alpha$ -DEA核心中的收益分配区间值,见表10和表11<sup>[29]</sup>.

## 6 结论

实际生产中诸多不确定性导致生产参数带有模糊性.针对这类问题,本文研究了模糊DEA生产博弈,分析了不同资源类型对生产的影响,解决了云服务供应商联合生产虚拟机收益分配问题.具体贡献在于:1)从乐观和悲观角度分析收益区间值,从而更好地涵盖所有可能的取值情况;2)在规模收益可变下定义了3种资源类型,分析其对联盟收益模型可行性和最优性的影响;3)在规模收益可变且资源为最佳资源情况下,发现可直接求解原问题得到 $\alpha$ -核心分配,极大简化了计算步骤.本文提出的模型和方法具有一定理论价值和实用性,其模型和结论等可以直接应用到区间值DEA线性生产博弈中<sup>[29]</sup>.

## 参考文献(References)

- [1] 任文婧. 2019年云计算行业深度报告[N]. 中国信息化周报, 2019-12-09(12).  
(Ren W J. In depth report on cloud computing industry in 2019[J]. China Informatization Weekly, 2019-12-09(12).)
- [2] Guo J, Liu F M, Zeng D, et al. A cooperative game based allocation for sharing data center networks[C]. Proceedings IEEE INFOCOM. Turin, 2013: 2139-2147.
- [3] Kim S. Cooperative game-based virtual machine resource allocation algorithms in cloud data centers[J]. Mobile Information Systems, 2020, 2020: 1-11.
- [4] Niyato D, Vasilakos A V, Kun Z. Resource and revenue sharing with coalition formation of cloud providers: Game theoretic approach[C]. The 11th IEEE/ACM International Symposium on Cluster, Cloud and Grid Computing. Newport Beach, 2011: 215-224.
- [5] Hammoud A, Mourad A, Otrouk H, et al. Cloud federation formation using genetic and evolutionary game theoretical models[J]. Future Generation Computer Systems, 2020, 104: 92-104.
- [6] 南江霞, 张莉, 张茂军, 等. 云服务供应链多人合作与技术创新决策的两型博弈模型[J]. 系统工程理论与实践, 2021, 41(7): 1771-1783.  
(Nan J X, Zhang L, Zhang M J, et al. Biform game for the cloud service supply chain with multi-person cooperation and technology innovation decision[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2021, 41(7): 1771-1783.)
- [7] Owen G. On the core of linear production games[J]. Mathematical Programming, 1975, 9(1): 358-370.
- [8] Granot D. A generalized linear production model: A unifying model[J]. Mathematical Programming, 1986, 34(2): 212-222.
- [9] Feltkamp V, Nouweland A, Borm P, et al. Linear production with transport of products, resources and technology[J]. Zeitschrift Für Operations Research, 1993, 38(2): 153-162.
- [10] van Gellekom J R G, Potters J A M, Reijnierse J H, et al. Characterization of the Owen set of linear production processes[J]. Games and Economic Behavior, 2000, 32(1): 139-156.
- [11] Timmer J, Borm P, Suijs J. Linear transformation of products: Games and economies[J]. Journal of Optimization Theory and Applications, 2000, 105(3): 677-706.
- [12] Fernández F R, Fiestras-Janeiro M G, García-Jurado I, et al. Competition and cooperation in non-centralized linear production games[J]. Annals of Operations Research, 2005, 137(1): 91-100.
- [13] Nishizaki I, Sakawa M. Fuzzy cooperative games arising from linear production programming problems with fuzzy parameters[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2000, 114(1): 11-21.
- [14] Fernández F R, Hinojosa M A, Puerto J. Set-valued TU-games[J]. European Journal of Operational Research, 2004, 159(1): 181-195.
- [15] Hinojosa M A, Mármol A M, Monroy L, et al. A multi-objective approach to fuzzy linear production games[J]. International Journal of Information Technology & Decision Making, 2013, 12(5): 927-943.
- [16] 李泉林, 段灿, 鄂成国, 等. 云资源提供商的合作博弈模型与收益分配研究[J]. 运筹与管理, 2014, 23(4): 274-279.  
(Li Q L, Duan C, E C G, et al. Research on cooperative game and revenue allocation in cloud federation platform[J]. Operations Research and Management Science, 2014, 23(4): 274-279.)

- [17] Lozano S. DEA production games[J]. *European Journal of Operational Research*, 2013, 231(2): 405-413.
- [18] Borrero D V, Hinojosa M A, Mármol A M. DEA production games and Owen allocations[J]. *European Journal of Operational Research*, 2016, 252(3): 921-930.
- [19] Wu J, Zhu Q Y, Cook W D, et al. Best cooperative partner selection and input resource reallocation using DEA[J]. *Journal of the Operational Research Society*, 2016, 67(9): 1221-1237.
- [20] Lozano S, Hinojosa M A, Mármol A M. Set-valued DEA production games[J]. *Omega*, 2015, 52: 92-100.
- [21] An Q X, Wen Y, Ding T, et al. Resource sharing and payoff allocation in a three-stage system: Integrating network DEA with the Shapley value method[J]. *Omega*, 2019, 85: 16-25.
- [22] 杨志华, 张倩伟. 含模糊数据决策单元间的资源分配问题——基于DEA和Shapley值的研究[J]. *系统工程理论与实践*, 2016, 36(3): 719-725.  
(Yang Z H, Zhang Q W. Resource allocation among decision making units with fuzzy data—Based on DEA and Shapley value[J]. *Systems Engineering—Theory & Practice*, 2016, 36(3): 719-725.)
- [23] Hinojosa M A, Lozano S, Mármol A M. DEA production games with fuzzy output prices[J]. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 2018, 17(4): 401-419.
- [24] 于晓辉, 周鸿, 邹正兴, 等. 基于区间与模糊Shapley值的合作收益分配策略[J]. *运筹与管理*, 2018, 27(8): 149-154.  
(Yu X H, Zhou H, Zou Z X, et al. Allocation scheme based on interval and fuzzy shapley value[J]. *Operations Research and Management Science*, 2018, 27(8): 149-154.)
- [25] Li D F, Ye Y F. Interval-valued least square prenucleolus of interval-valued cooperative games and a simplified method[J]. *Operational Research*, 2018, 18(1): 205-220.
- [26] Banker R D, Charnes A, Cooper W W. Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis[J]. *Management Science*, 1984, 30(9): 1078-1092.
- [27] Charnes A, Cooper W W, Rhodes E. Measuring the efficiency of decision making units[J]. *European Journal of Operational Research*, 1978, 2(6): 429-444.
- [28] 木仁, 唐格斯, 曹莉, 等. 基于博弈理论的广义模糊数据包络分析方法[J]. *内蒙古大学学报: 自然科学版*, 2020, 51(3): 268-278.  
(Mu R, Tang G S, Cao L, et al. Generalized fuzzy data envelopment analysis method based on game theory[J]. *Journal of Inner Mongolia University: Natural Science Edition*, 2020, 51(3): 268-278.)
- [29] 李西娜. 基于DEA的生产合作博弈理论研究及应用[D]. 桂林: 桂林电子科技大学, 2021.  
(Li X N. The research and application of production cooperation game theory based on DEA[D]. Guilin: Guilin University of Electronic Technology, 2021.)
- [30] 冯志军, 陈伟. 中国高技术产业研发创新效率研究——基于资源约束型两阶段DEA模型的新视角[J]. *系统工程理论与实践*, 2014, 34(5): 1202-1212.  
(Feng Z J, Chen W. R & D innovation efficiency of Chinese high-tech industries—Based on two-stage network DEA model with constrained resources[J]. *Systems Engineering—Theory & Practice*, 2014, 34(5): 1202-1212.)
- [31] 杨敏, 费锡玥, 魏宇琪, 等. 基于资源共享与子系统交互的两阶段DEA评价方法——兼对我国“一流大学”科研绩效的评价[J]. *中国管理科学*, 2022, 30(2): 256-263.  
(Yang M, Fei X Y, Wei Y Q, et al. Two-stage DEA evaluation method based on resource sharing and subsystem interaction—Evaluation of scientific research performance for “first-class” universities in China[J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2022, 30(2): 256-263.)
- [32] Ang S, Liu P, Yang F. Intra-Organizational and inter-organizational resource allocation in two-stage network systems[J]. *Omega*, 2020, 91: 102009.

## 作者简介

南江霞(1978—), 女, 教授, 博士, 从事博弈论多属性决策、决策理论等研究, E-mail: jiangxia1107@163.com;

吴小勇(1997—), 男, 硕士生, 从事博弈论及其应用的研究, E-mail: wxycharl@163.com;

李西娜(1995—), 女, 博士生, 从事博弈论及其应用的研究, E-mail: LiXina1001@126.com;

张茂军(1977—), 男, 教授, 博士, 从事博弈论、金融工程研究, E-mail: 2721@mail.usts.edu.cn.