

# 控制与决策

Control and Decision

基于估值不确定度排序顺序均值采样的昂贵高维多目标进化算法

王浩, 孙超利, 张国晨

引用本文:

王浩, 孙超利, 张国晨. 基于估值不确定度排序顺序均值采样的昂贵高维多目标进化算法[J]. *控制与决策*, 2023, 38(12): 3317–3326.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.0126>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[基于向量角分解的高维多目标进化算法](#)

Many-objective evolutionary algorithm based on vector angle decomposition

*控制与决策*. 2021, 36(3): 761–768 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0925>

[基于多种群分解预测的动态多目标引力搜索算法](#)

Dynamic multi-objective gravitational searching algorithm based on multi-population decomposition prediction

*控制与决策*. 2021, 36(12): 2910–2918 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1002>

[基于R2指标和目标空间分解的高维多目标粒子群优化算法](#)

R2 indicator and objective space partition based many-objective particle swarm optimizer

*控制与决策*. 2021, 36(9): 2085–2094 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0113>

[基于复杂昂贵仿真的体系效能多目标优化](#)

Complex and expensive simulation based multi-objective optimization to system-of-system effectiveness

*控制与决策*. 2021, 36(3): 589–598 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0844>

[基于树形结构无界存档的多目标粒子群算法](#)

Multi-objective particle swarm optimization algorithm based on tree-structured unbounded archive

*控制与决策*. 2020, 35(11): 2675–2686 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0276>

# 基于估值不确定度排序顺序均值采样的 昂贵高维多目标进化算法

王浩<sup>1</sup>, 孙超利<sup>2†</sup>, 张国晨<sup>2</sup>

(1. 太原科技大学 电子信息工程学院, 太原 030024; 2. 太原科技大学 计算机科学与技术学院, 太原 030024)

**摘要:** 模型管理, 特别是训练样本的选择和填充采样准则, 是影响昂贵多目标优化算法求解性能的重要因素. 为此, 选择样本库中具有较好目标函数值的若干个体作为样本训练目标函数的代理模型, 使用基于参考向量的进化算法搜索模型的最优解集, 并提出一种基于个体目标函数估值不确定度排序顺序均值的采样策略, 从该最优解集中选择两个个体进行真实的目标函数评价. 为了验证算法的有效性, 将所提出算法在 DTLZ 和 WFG 多目标优化测试问题和两个实际工程优化问题上进行测试, 并与其他 5 种优秀的同类型算法进行结果对比. 实验结果表明, 所提出算法在求解昂贵高维多目标优化问题是有效的.

**关键词:** 昂贵高维多目标优化; 代理模型; 填充采样准则; 高斯过程模型; 不确定度

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2022.0126

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



**引用格式:** 王浩, 孙超利, 张国晨. 基于估值不确定度排序顺序均值采样的昂贵高维多目标进化算法[J]. 控制与决策, 2023, 38(12): 3317-3326.

## Sampling based on mean value of ranking on approximation uncertainties for expensive many-objective evolutionary algorithm

WANG Hao<sup>1</sup>, SUN Chao-li<sup>2†</sup>, ZHANG Guo-chen<sup>2</sup>

(1. Department of Electronic Information Engineering, Taiyuan University of Science and Technology, Taiyuan 030024, China; 2. Department of Computer Science and Technology, Taiyuan University of Science and Technology, Taiyuan 030024, China)

**Abstract:** Model management, especially the selection of samples for model training and the infill sampling criterion, plays a significant role in the expensive many-objective optimization. Therefore, a number of good solutions will be selected from the database and used as samples to train surrogate models of objectives. The optimal non-dominated solutions of the surrogate models will be searched by the reference vector based evolutionary algorithm, among which two solutions will be selected for exact objective evaluation. The sampling criterion is proposed based on the mean value of the ranking on the approximation uncertainty (SaMVRAU). To evaluate the performance of the proposed method, a number of experiments are conducted on DTLZ and WFG many-objective optimization test problems, as well as two real-world applications. The experimental results show that the proposed method is efficient to solve expensive many-objective problems.

**Keywords:** expensive many-objective optimization problem; surrogate model; infill sampling criterion; Gaussian process mode; uncertainty

## 0 引言

多目标优化问题广泛存在于工程应用和科学研究中, 例如风能预测<sup>[1]</sup>, 当待优化问题的目标数大于

3 时, 称为高维多目标优化问题. 在多目标优化问题中, 多个目标函数相互冲突, 即一个目标函数的改善往往会导致另一个目标函数的变差, 因此不存在单一

收稿日期: 2022-01-18; 录用日期: 2022-07-17.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61876123); 山西省自然科学基金项目(201901D111262, 201901D111264); 山西省优秀人才科技创新项目(201805D211028); 多模态认知计算安徽省重点实验室(安徽大学)开放课题项目(MMC202011).

责任编辑: 巩敦卫.

†通讯作者. E-mail: chaoli.sun@tyust.edu.cn.

\*本文附带电子附录文件, 可登录本刊官网该文“资源附件”区自行下载阅览.

解使得所有的目标函数值达到最优,优化所得到的往往是一组解,称为帕累托最优解集(Pareto set, PS),其所对应的目标函数值集合称为帕累托最优面(Pareto front, PF).

基于种群的进化算法在单次优化过程中能得到一组解<sup>[2]</sup>,并且在求解过程中不需要优化问题的目标函数连续可微等特点,因此被广泛用于求解多目标优化问题.到目前为止,学者们已提出了很多多目标优化算法,主要可以分为以下3类:基于非支配排序的多目标优化算法<sup>[3-4]</sup>,基于分解的多目标优化算法<sup>[5-6]</sup>以及基于指标的多目标优化算法<sup>[7]</sup>.然而,不管哪一类算法,其在获得最优解集之前通常都需要耗费较多的目标函数评价次数.但在一些工程应用中,目标函数的一次评价是昂贵的,称之为昂贵多目标优化问题<sup>[8]</sup>.在求解这类型优化问题时,通常采用计算廉价的代理模型拟合待优化的昂贵目标函数,以辅助进化优化算法,称之为代理模型辅助的进化算法(surrogate-assisted evolutionary algorithms, SAEAs).常用的代理模型包括,高斯过程(gaussian process, GP)<sup>[9]</sup>,径向基函数神经网络(radial basis function network, RBFN)<sup>[10]</sup>,多项式回归(polynomial regression, PR)<sup>[11]</sup>等.然而,基于代理模型辅助的优化算法还面临以下挑战:

1) 代理模型的适用范围:尽管有不同的代理模型可以用于拟合目标函数,但是并没有统一的规则说明每种代理模型具体适用于解决哪种类型的昂贵多目标优化问题<sup>[12]</sup>.

2) 代理模型的用途:目前根据代理模型在算法中的作用可以分为全局代理模型和局部代理模型,通常全局代理模型用于辅助算法的探索能力,而局部模型用于辅助算法的开采能力.然而,如何有效利用代理模型使得在计算资源有限的情况下找到全局最优解还亟待更多的研究<sup>[13]</sup>.

3) 填充采样准则:选择哪一个或者哪一些个体进行真实的目标函数评价是影响算法在计算资源有限情况下是否能找到最优解集的关键问题之一.因此,寻求有效的填充采样准则是学者们关注的重点.

针对以上问题,学者们提出了许多代理模型辅助多目标优化算法.由于不能事先知道待优化目标函数的数学特征,学者们提出通过对目标函数建立多个代理模型实现对每个目标的估值,从而降低由于模型选择不合适而导致估值错误.文献[14]为每个目标训练了4个模型,并选用方差最小的模型实现对目标的估值.在SAEMO<sup>[15]</sup>中,对每个昂贵目标函数

建立多项式回归模型、高斯过程模型和径向基函数神经网络模型,随后将3个模型预测值的均值作为个体在该昂贵目标函数的估值.在KTA2<sup>[16]</sup>中,为每一个目标函数使用不同样本训练3个代理模型,将样本依据适应值进行排序,分别依据全部样本,选择前 $L$ 个样本和选择后 $L$ 个样本建立3个模型,预测时,首先用全部样本建立的模型进行估值 $f$ ,分别计算后两个样本适应值的均值和估值 $f$ 的差值;然后,选择差值较小的样本训练模型对该个体进行估值.虽然为每个目标训练多个模型能降低估值错误,但其训练模型的时间会随着目标函数增多而急剧增大.在代理模型辅助的多目标进化优化算法中,填充采样准则是学者们最关注的问题.学者们根据代理模型的估值对象不同提出了不同的填充采样准则,其主要可分为3类.当代理模型用于拟合目标函数时,文献[17]依据高斯过程模型给出的估值及个体不确定度均值提出了一种填充准则.文献[18]提出基于搜索过程的自适应获取函数,以选择使用真实目标函数计算的个体.文献[19]使用高斯过程模型拟合目标函数,并且根据模型预测值计算超体积(hypervolumn, HV),选择HV值最大的解进行真实的目标函数计算.在EDNARMOEA<sup>[20]</sup>中,采用Dropout网络预测每个解的目标函数值,并提出平衡种群多样性和收敛性的模型管理策略.第2类填充采样是利用高斯过程获取函数来选择使用真实目标函数计算的解.在这一类中,通常将多目标问题转换成单目标问题,对转换后单目标问题训练代理模型.在ParEGO<sup>[21]</sup>中,通过随机给定一个参考向量后计算切比雪夫函数值,针对切比雪夫性能指标训练代理模型,并选择切比雪夫值较好的候选解进行真实的目标函数计算.填充采样的第3类是当代理模型用于对候选解进行分类筛选时,选择分类结果好的个体进行真实计算.在CPS-MOEA<sup>[22]</sup>中,使用分类模型预测候选解之间的支配关系,并选择位于第1层的候选解进行真实的目标函数计算.文献[23]提出通过前馈神经网络区分候选解和参考点之间的支配关系,并基于不确定度和支配关系选择解进行真实计算.需要注意的是,目前在昂贵多目标优化问题的求解中,还没有太多学者明确关注对多目标优化问题建立全局模型或局部模型.这是因为单目标优化中全局代理模型并不一定要求很准确,能够勾勒出昂贵优化问题的适应值轮廓就能够快速引导算法的搜索.然而,在多目标优化中,同时使用多个代理模型会导致误差累积,很有可能会导致搜索方向错误.

本文针对昂贵多目标优化问题,提出选用数据库

中若干较优个体作为初始种群以加快最优解集的搜索,选用若干较优个体作为训练样本以降低模型的训练时间,当模型进行最优解集搜索后在每个目标上对个体目标函数估值不确定度进行排序,根据个体不确定度顺序的平均值选择使用真实目标函数计算的个体,以期在评价次数有限的情况下获得较优非支配解集.

### 1 基于参考向量引导的进化算法

RVEA<sup>[17]</sup>是求解高维多目标优化问题的一种进化算法.在RVEA中,提出了依据种群进化的参考向量自适应调整策略

$$\mathbf{V}_{t+1,i} = \frac{\mathbf{V}_{0,i} \cdot (\mathbf{Z}_{t+1}^{\max} - \mathbf{Z}_{t+1}^{\min})}{\|\mathbf{V}_{0,i} \cdot (\mathbf{Z}_{t+1}^{\max} - \mathbf{Z}_{t+1}^{\min})\|}, \quad (1)$$

$$d_{t,i,j} = (1 + P(\theta_{t,i,j})) \times \|\mathbf{F}'(\mathbf{x}_i(t))\|. \quad (2)$$

其中:  $\mathbf{V}_{0,i}$  为  $t = 0$  时在目标空间中产生的第  $i$  个参考向量;  $\mathbf{Z}_{t+1}^{\max}$  和  $\mathbf{Z}_{t+1}^{\min}$  分别为种群寻优过程中寻找到的每个目标函数上的最大值和最小值构成的向量,  $t$  为种群进化的代数;  $d_{t,i,j}$  为第  $t$  代个体  $i$  在参考向量  $j$  上的APD值;  $\theta_{t,i,j}$  为第  $t$  代个体  $i$  和参考向量  $j$  的夹角;  $\mathbf{F}'(\mathbf{x}_i(t))$  为第  $t$  代经过归一化后个体  $i$  的目标函数值向量,归一化方法如下所示:

$$\mathbf{F}'(\mathbf{x}_i(t)) = \mathbf{F}(\mathbf{x}_i(t)) - \mathbf{F}^*, \quad (3)$$

$\mathbf{F}(\mathbf{x}_i(t))$  为个体  $i$  在第  $t$  代的目标函数值向量,  $\mathbf{F}^*$  为由各个目标函数最小值组成的向量;  $P(\theta_{t,i,j})$  为罚函数,其计算方式如下所示:

$$P(\theta_{t,i,j}) = M \times \left(\frac{t}{t_{\max}}\right)^\alpha \times \frac{\theta_{t,i,j}}{\gamma_{v_i,i,j}}, \quad (4)$$

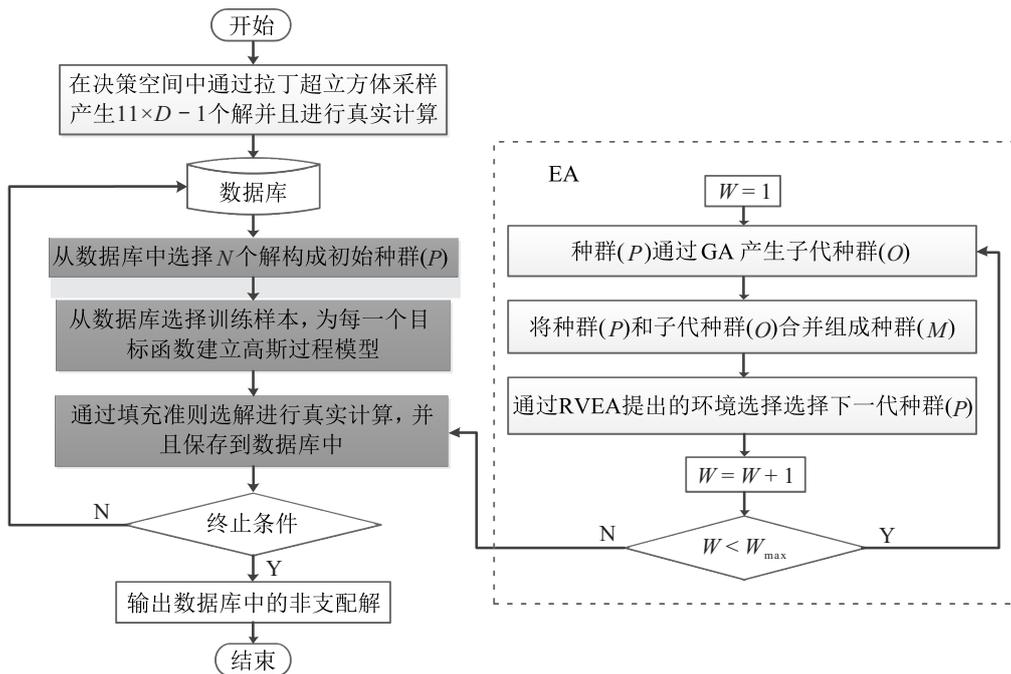


图1 SaMVRAU算法流程

$$\gamma_{v_i,j} = \min_{i \in \{1,2,\dots,N\}, i \neq j} \langle \mathbf{V}_{t,i}, \mathbf{V}_{t,j} \rangle, \quad (5)$$

$M$  为待优化问题的目标个数,  $N$  为参考向量的数目,  $t_{\max}$  为种群的最大进化代数,  $\gamma_{v_i,i,j}$  为向量  $\mathbf{V}_{t,i}$  与其他参考向量的最小角度,  $\alpha$  为执行罚函数的频率.

### 2 基于估值不确定度排序顺序均值采样的昂贵高维多目标进化算法

使用代理模型辅助的多目标进化优化算法是求解昂贵优化问题的一种有效方法.然而,如何快速找到最优解集一方面要求算法具有较好的探索能力,另一方面要求使用真实目标函数评价的个体具有较好收敛性.为此,本文通过借鉴贝叶斯优化的思想,通过搜索代理模型的最优解集探索不同区域,并从中选择具有较好收敛性且估值不确定度排序顺序平均值最大和最小的个体进行真实的目标函数评价.通过对收敛性好且估值不确定度排序顺序平均值最大的个体进行真实目标函数计算,其作为训练样本可提高模型在全局搜索空间的估值准确度.另一方面通过对收敛性好且估值不确定度排序顺序平均值最小的个体进行真实目标函数计算,提高局部搜索空间的估值准确度,以期获得更好的非支配解集.由于针对每个目标训练了一个模型,如何整合个体在各个目标上的估值不确定度会直接影响算法找到最优解集的性能.在本文中,综合个体每个目标估值不确定度在整个种群中的排序顺序,并依据个体每个目标估值不确定度的排序顺序的均值来选择使用真实昂贵目标函数计算的个体.算法的总体流程如图1所示.

算法的具体步骤如下:

step 1: 初始化. 在决策空间中通过拉丁超立方体采样产生  $11 \times D - 1$  个解, 并且进行真实计算后保存到数据库,  $D$  表示待优化问题的决策空间维度.

step 2: 选择初始种群. 首先, 数据库中个体依据目标函数值进行非支配排序, 然后根据排序的结果逐层选择  $N$  个解构成初始种群. 需要注意的是, 若增加选择的最后 1 层上所有解的个体数超过  $N$ , 则最后 1 层的解将随机选择直至满足  $N$  个为止. 当数据库中的解的数量小于  $N$  时, 剩余初始解在决策空间中随机产生后其目标函数值通过代理模型对其进行估计.

step 3: 建模. 依据 step 2 中的排序结果, 逐层选择  $11 \times D - 1$  个解作为代理模型的训练样本. 若增加选择的最后一层上所有解的个体数超过  $11 \times D - 1$  时, 则最后一层的解将随机选择直至满足  $11 \times D - 1$  个为止. 为每个目标训练一个高斯过程模型.

step 4: 搜索模型的最优解集. 使用 RVEA 方法搜索代理模型, 种群进化 20 代作为优化目标的非支配解集, 具体过程在后续的 2.1 节详细描述.

step 5: 填充采样. 对于搜索到的非支配解集, 在每个目标上进行不确定度的排序后, 每个个体计算其在种群中不确定度排序顺序的平均, 根据其排序顺序的平均选择个体进行真实的目标函数评价, 并添加到数据库中.

step 6: 终止条件. 当评价次数达到最大评价次数时, 终止并输出数据库中的非支配解集.

### 2.1 搜索代理模型作为优化目标的最优解集

对每个目标建立高斯过程模型之后, 种群将寻找模型的最优解, 具体过程为:

step 1: 种群 ( $P$ ) 通过模拟二进制交叉<sup>[24]</sup>(simulated binary crossover, SBX) 和多项式变异策略<sup>[25]</sup>(polynomial mutation, PM) 产生子代种群 ( $O$ ), 并对子代种群个体进行目标函数估值.

step 2: 将种群 ( $P$ ) 和子代种群 ( $O$ ) 合并, 通过算法 RVEA 提出的环境选择策略选择下一代种群 ( $P$ ).

step 3: 当种群的迭代次数  $W$  小于预先设定的最大迭代次数  $W_{max}$  时, 返回 step 1; 否则输出搜索代理模型获得非支配解集  $PS_{RVEA}$  供填充采样选择.

### 2.2 填充采样

高斯过程模型不仅可以提供估值而且还可以给出估值的不确定度, 因此在 SaMVRAU 中采用高斯过程模型作为代理模型. 在填充采样中, 选择估值表现好且不确定度小的解进行真实计算有助于找到更好的昂贵多目标优化问题最优解集, 选择估值表现好且

不确定度较大的解进行真实计算可以提高种群的全局探索能力, 并提高模型的准确度. 因此, 如何对具有多个目标的个体定义其估值不确定度是影响是否能获得较优解集的重要因素. 在其他优化算法的填充准则中, 常见的估值不确定度计算方法是将所有目标函数的估值不确定度值进行平均<sup>[17]</sup>. 然而, 由于不同模型的不确定度范围有可能差别很大, 如 3 目标优化问题, 若一个候选解在各个目标函数上的估值不确定度分别为 0.01, 1.32, 80.02, 通过对目标函数估值不确定度求平均来获得个体的整体估值不确定度, 则容易丢失第 1 个和第 2 个目标上的不确定度对使用真实目标函数的影响.

在本文提出的 SaMVRAU 算法中, 首先对 RVEA 搜索到的模型最优解集  $PS_{RVEA}$  在每个目标上进行估值不确定度的排序, 随后对每个个体每个目标上的排序序号取均值, 作为其在  $PS_{RVEA}$  中的不确定度排序位置. 选择排序位置最小和最大的个体进行真实的目标函数评价. 图 2 给出了一个具有 6 个优化目标,  $PS_{RVEA}$  共有 5 个非支配解的简单例子用于说明本文的填充采样方法. 在图 2 中, 每一行表示个体在每个目标上的估值不确定度. 相应地, 图 3 给出了每个个体每个目标的估值不确定度在解集  $PS_{RVEA}$  中的排序位置. 例如对于第 1 个目标  $M_1$ , 个体  $P_3$  的不确定度最小, 因此将其标为 1, 随后  $P_2, P_4, P_1, P_5$  的不确定度逐渐增大, 个体  $P_5$  的不确定度最大, 因此标记

	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_4$	$M_5$	$M_6$
$P_1$	0.561	1.20	56.21	123.51	0.14	201.42
$P_2$	0.125	1.52	40.12	214.32	0.09	268.12
$P_3$	0.086	5.21	45.14	186.21	0.74	314.20
$P_4$	0.510	0.92	50.21	110.21	0.45	142.01
$P_5$	0.612	3.74	62.12	301.21	0.98	541.20

图 2 搜索当前代理模型获得的最优解集  $PS_{RVEA}$

	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_4$	$M_5$	$M_6$
$P_1$	4	2	4	2	2	2
$P_2$	2	3	1	4	1	3
$P_3$	1	5	2	3	4	4
$P_4$	3	1	3	1	3	1
$P_5$	5	4	5	5	5	5

图 3 最优解集  $PS_{RVEA}$  根据不确定度进行排序

为5. 其他目标依此类推. 基于每个个体每个目标的排序, 可以获得每个个体的估值不确定度在整个PS<sub>RVEA</sub>中的排序平均, 如图4所示. 最后, 选择排序均值最大和最小的个体进行真实计算. 在该例子中,  $P_4$ 和 $P_5$ 将被选择进行真实的目标函数计算.

$P_1$	2.67
$P_2$	2.33
$P_3$	3.17
$P_4$	2.00
$P_5$	4.83

图4 最优解集PS<sub>RVEA</sub>的不确定度排序平均

### 3 实验分析

为了验证本文提出的SaMVRAU算法在求解昂贵高维多目标优化问题中的有效性, 在两个广泛使用的测试集DTLZ<sup>[26]</sup>, WFG<sup>[27]</sup>以及无功优化<sup>[28]</sup>和汽车驾驶室设计<sup>[29]</sup>两个工程实例上进行了测试, 并与近些年来提出的求解昂贵多目标优化问题的方法进行了比较, 包括基于自适应贝叶斯的代理模型辅助的进化算法(an adaptive Bayesian approach to surrogate-assisted evolutionary algorithm, ABSAEA<sup>[18]</sup>), 基于代理模型辅助的参考向量引导的进化算法(a kriging-assisted reference vector guided evolutionary algorithm, KRVEA<sup>[17]</sup>), 基于分类代理模型辅助的进化算法(a classification based surrogate-assisted evolutionary algorithm, CSEA<sup>[23]</sup>), 高效Dropout神经网络辅助的基于指标高维多目标进化算法(an efficient dropoutneural network assisted an indicator-based many objective evolutionary algorithm with reference point adaptation, EDNARMOEA<sup>[20]</sup>), 克里金模型辅助的双存档进化算法(a Kriging-assisted an improved two-archive evolutionary algorithm, KTA2<sup>[16]</sup>). 同时, 通过消融实验说明本文算法中初始种群策略和填充采样策略的合理性.

#### 3.1 参数设定

1) 本文使用3, 6, 8, 10, 12个目标的DTLZ<sup>[26]</sup>和8, 10, 12个目标的WFG<sup>[27]</sup>测试集来验证算法的有效性. 当测试函数目标为3, 6, 8, 10时, 测试问题维度设定为10, 最大评价次数为300; 当测试函数目标数为12时, 测试问题的维度设定为15, 最大评价次数为400.

2) 在DTLZ和WFG测试函数中, 通过计算改进反转世代距离(modified inverted generational distance, IGD<sup>+</sup>)<sup>[30]</sup>的值比较不同函数在同一测试函

数的优化结果, 值越小说明得到的非支配解集多样性和收敛性越好. 在汽车驾驶室优化问题和无功优化中, 由于不存在真实的Pareto面, 通过超体积(hypervolume, HV)<sup>[31]</sup>比较不同函数在同一实例的优化结果, HV值越大说明优化结果越好.

3) 在RVEA中, 采用模拟二进制交叉策略和多项式变异策略产生子代, 其中交叉概率和交叉扩展系数分别为1和20, 变异概率和变异扩展系数分别为1/ $D$ 和20 ( $D$ 表示测试问题的维度).

4) 初始化种群数量为 $11 \times D - 1$ , 其中 $D$ 表示测试函数的维度, 种群数量 $N$ 设为50.

5) 为了实验数据的公平, 所有算法均在PlatEMO<sup>[32]</sup>平台上独立运行20次. 同时, 通过置信度为 $\sigma = 0.05$ 的Wilcoxon秩和检验方法来判断SaMVRAU与其他对比算法的差异性. 符号+, -和 $\approx$ 分别表示对比算法比SaMVRAU算法结果好、差和没有显著性差异.

#### 3.2 消融实验

为了验证SaMVRAU中各部分的有效性, 本文设定一系列的对比实验, 并且在WFG测试函数中进行测试. 实验对比结果如表1所示, 其中SaMVRAU-ND表示在填充准则中仅依据非支配排序选择出候选解, 随后在候选解中随机选择两个解进行真实计算; SaMVRAU-Min表示在填充采样准则中选择不确定度排序均值最小的两个解进行真实计算; SaMVRAU-Max表示在填充准则中选择不确定度排序均值最大的两个解进行真实计算; SaMVRAU-P表示从数据库中随机选择NP个解作为初始种群.

表1 SaMVRAU与它的变异算法之间的实验对比结果

algorithm	+	-	$\approx$
SaMVRAU-ND	0	10	17
SaMVRAU-Min	0	18	9
SaMVRAU-Max	0	12	15
SaMVRAU-P	0	19	8

表1给出了SaMVRAU与它的变异算法之间的实验对比结果. 从SaMVRAU和SaMVRAU-ND的对比实验中可以看出, SaMVRAU在昂贵高维多目标优化问题中的表现优于SaMVRAU-ND, 说明基于估值不确定度排序均值选择个体进行目标函数真实评价的方法是有效的. 通过SaMVRAU与SaMVRAU-Min和SaMVRAU-Max的对比实验结果可以看出, 依据不确定度排序均值选择最大和最小个体进行真实计算, 可以有效地平衡种群的多样性和收

敛性,因此,SaMVRAU在昂贵高维多目标优化问题中表现优于SaMVRAU-Min和SaMVRAU-Max.通过SaMVRAU与SaMVRAU-P的对比实验结果可以发现,SaMVRAU在昂贵高维多目标优化问题中表现更优,因此在SaMVRAU中采用的初始种群选择策略可以加快算法的寻优速度和效率.

### 3.3 与其他算法的实验结果对比分析

#### 3.3.1 在DTLZ测试函数集上的实验结果分析

表2给出了SaMVRAU与5个对比算法分别在DTLZ1~DTLZ7的目标3,6,8,10,12共35个测试函数的优化结果,加粗字体表示结果最好或没有显著性差异.

表2 5种对比算法与SaMVRAU在3,6,8,10和12个目标DTLZ测试函数上的IGD<sup>+</sup>测试结果

problem	M	ABSAEA	CSEA	EDNARMOEA	KRVEA	KTA2	SaMVRAU
DTLZ1	3	7.977 1e+1 (1.99e+1) ≈	5.862 8e+1 (1.34e+1) +	1.022 3e+2 (2.22e+1) -	8.010 0e+1 (2.05e+1) ≈	<b>4.819 7e+1 (1.41e+1)</b> +	8.459 1e+1 (1.87e+1)
	6	2.188 2e+1 (8.76e+0) ≈	1.678 9e+1 (5.63e+0) +	3.076 3e+1 (6.08e+0) -	2.702 8e+1 (9.35e+0) ≈	<b>1.470 8e+1 (5.22e+0)</b> +	2.343 9e+1 (6.49e+0)
	8	<b>6.171 6e+0 (3.19e+0) ≈</b>	<b>4.031 9e+0 (2.37e+0) ≈</b>	9.985 2e+0 (2.81e+0) -	<b>7.006 7e+0 (2.75e+0) ≈</b>	<b>5.878 4e+0 (2.25e+0) ≈</b>	<b>5.520 4e+0 (2.78e+0)</b>
	10	<b>2.419 7e-1 (6.79e-2) ≈</b>	<b>2.816 8e-1 (8.40e-2) ≈</b>	4.194 0e-1 (1.28e-1) -	3.467 5e-1 (1.06e-1) -	3.236 1e-1 (8.38e-2) -	<b>2.443 5e-1 (4.53e-2)</b>
	12	<b>1.016 5e+1 (4.01e+0) ≈</b>	<b>9.224 1e+0 (4.09e+0) ≈</b>	2.115 3e+1 (7.24e+0) -	<b>1.343 3e+1 (6.51e+0) ≈</b>	<b>1.588 5e+1 (6.69e+0) ≈</b>	<b>1.181 1e+1 (5.93e+0)</b>
DTLZ2	3	1.107 4e-1 (1.84e-2) -	2.367 1e-1 (3.31e-2) -	3.117 5e-1 (2.28e-2) -	1.227 8e-1 (1.83e-2) -	<b>6.484 7e-2 (4.08e-3)</b> +	7.558 8e-2 (3.15e-3)
	6	3.266 8e-1 (1.92e-2) ≈	4.856 2e-1 (3.17e-2) -	4.199 7e-1 (1.58e-2) -	3.442 6e-1 (2.08e-2) -	<b>2.951 7e-1 (1.16e-2)</b> +	3.290 4e-1 (2.22e-2)
	8	4.131 5e-1 (8.65e-3) +	6.123 3e-1 (3.33e-2) -	4.450 2e-1 (1.04e-2) -	4.491 3e-1 (1.46e-2) -	<b>4.011 5e-1 (8.47e-3)</b> +	4.217 1e-1 (8.47e-3)
	10	4.872 4e-1 (1.64e-2) ≈	6.766 3e-1 (2.30e-2) -	4.823 5e-1 (2.15e-2) +	5.248 7e-1 (1.92e-2) -	<b>4.359 3e-1 (7.90e-3)</b> +	4.922 6e-1 (1.50e-2)
	12	6.134 1e-1 (3.69e-2) ≈	8.209 6e-1 (2.73e-2) -	7.075 1e-1 (3.37e-2) -	6.862 9e-1 (4.08e-2) -	<b>6.056 6e-1 (2.06e-2)</b> +	6.344 2e-1 (4.57e-2)
DTLZ3	3	1.980 1e+2 (5.83e+1) ≈	1.560 8e+2 (3.60e+1) +	3.147 2e+2 (8.16e+1) -	2.229 4e+2 (6.94e+1) ≈	<b>1.225 3e+2 (4.87e+1)</b> +	2.179 5e+2 (6.27e+1)
	6	7.635 3e+1 (1.90e+1) ≈	5.965 7e+1 (1.60e+1) +	1.258 8e+2 (3.07e+1) -	8.723 4e+1 (2.18e+1) ≈	<b>5.016 4e+1 (1.57e+1)</b> +	7.555 9e+1 (2.03e+1)
	8	<b>1.711 3e+1 (8.38e+0) ≈</b>	<b>1.455 8e+1 (5.04e+0) ≈</b>	3.067 9e+1 (1.18e+1) -	2.818 0e+1 (8.22e+0) -	<b>1.635 5e+1 (1.02e+1) ≈</b>	<b>2.014 0e+1 (1.05e+1)</b>
	10	<b>9.175 9e-1 (2.19e-1) ≈</b>	9.690 4e-1 (1.27e-1) -	1.424 9e+0 (4.86e-1) -	1.109 4e+0 (3.08e-1) -	1.125 1e+0 (3.67e-1) -	<b>9.076 6e-1 (1.67e-1)</b>
	12	<b>3.671 5e+1 (2.10e+1) ≈</b>	3.514 5e+1 (1.48e+1) ≈	7.124 8e+1 (1.62e+1) -	3.965 2e+1 (1.64e+1) ≈	5.400 6e+1 (1.86e+1) -	<b>3.485 4e+1 (1.96e+1)</b>
DTLZ4	3	3.209 0e-1 (8.65e-2) ≈	4.520 5e-1 (1.60e-1) ≈	<b>2.715 4e-1 (1.05e-1)</b> +	2.820 4e-1 (7.78e-2) +	3.425 8e-1 (2.57e-1) ≈	3.750 0e-1 (1.32e-1)
	6	5.427 5e-1 (5.90e-2) ≈	<b>4.701 9e-1 (4.66e-2)</b> +	5.036 5e-1 (4.13e-2) +	5.155 5e-1 (5.84e-2) ≈	5.536 6e-1 (1.02e-1) ≈	5.481 2e-1 (4.89e-2)
	8	6.033 6e-1 (4.09e-2) ≈	5.770 6e-1 (4.64e-2) ≈	<b>5.293 9e-1 (3.27e-2)</b> +	5.650 1e-1 (3.69e-2) +	5.883 0e-1 (8.09e-2) ≈	6.048 2e-1 (5.03e-2)
	10	6.719 6e-1 (2.94e-2) +	6.406 4e-1 (2.85e-2) +	<b>5.624 8e-1 (1.48e-2)</b> +	6.467 4e-1 (2.23e-2) +	5.916 5e-1 (4.09e-2) +	6.905 8e-1 (3.22e-2)
	12	8.270 8e-1 (2.87e-2) ≈	7.619 9e-1 (2.48e-2) +	7.907 8e-1 (1.78e-2) ≈	8.067 6e-1 (3.22e-2) ≈	<b>7.096 4e-1 (3.54e-2)</b> +	8.100 4e-1 (3.41e-2)
DTLZ5	3	6.902 0e-2 (1.71e-2) -	1.294 2e-1 (3.15e-2) -	1.711 8e-1 (2.33e-2) -	7.711 8e-2 (1.50e-2) -	<b>1.077 1e-2 (2.88e-3)</b> +	2.787 0e-2 (4.86e-3)
	6	<b>3.313 0e-2 (1.28e-2) ≈</b>	8.059 3e-2 (2.01e-2) -	1.191 0e-1 (1.68e-2) -	3.918 5e-2 (1.17e-2) ≈	6.788 5e-2 (1.91e-2) -	<b>3.304 4e-2 (9.29e-3)</b>
	8	<b>2.290 8e-2 (9.63e-3) ≈</b>	4.679 8e-2 (9.28e-3) -	5.639 2e-2 (7.90e-3) -	2.332 1e-2 (4.33e-3) ≈	6.311 3e-2 (1.37e-2) -	<b>2.117 8e-2 (6.13e-3)</b>
	10	<b>7.820 0e-3 (1.17e-3) +</b>	1.436 7e-2 (1.34e-3) -	1.440 9e-2 (1.76e-3) -	1.178 0e-2 (1.38e-3) ≈	1.966 7e-2 (3.37e-3) -	1.163 8e-2 (1.54e-3)
	12	<b>4.677 7e-2 (1.59e-2) ≈</b>	7.163 6e-2 (7.84e-3) -	9.097 6e-2 (1.14e-2) -	5.626 0e-2 (8.15e-3) -	9.477 2e-2 (9.39e-3) -	<b>4.344 1e-2 (1.20e-2)</b>
DTLZ6	3	3.036 2e+0 (5.48e-1) -	5.856 0e+0 (4.79e-1) -	5.671 0e+0 (3.35e-1) -	2.739 0e+0 (5.07e-1) -	<b>1.767 9e+0 (5.03e-1) ≈</b>	<b>1.686 2e+0 (5.51e-1)</b>
	6	1.753 4e+0 (3.56e-1) -	3.056 5e+0 (4.92e-1) -	3.316 1e+0 (3.37e-1) -	1.412 1e+0 (3.50e-1) -	1.415 2e+0 (5.07e-1) -	<b>7.849 6e-1 (1.62e-1)</b>
	8	8.326 8e-1 (2.44e-1) -	1.298 4e+0 (4.49e-1) -	1.845 4e+0 (2.23e-1) -	4.279 1e-1 (1.68e-1) -	9.973 9e-1 (4.33e-1) -	<b>3.083 6e-1 (8.44e-2)</b>
	10	1.665 5e-1 (1.02e-1) -	<b>1.869 8e-1 (2.40e-1) ≈</b>	3.220 0e-1 (1.22e-1) -	1.030 7e-1 (4.09e-2) -	9.605 7e-2 (3.86e-2) -	<b>6.940 1e-2 (4.54e-2)</b>
	12	1.740 0e+0 (5.47e-1) -	2.139 8e+0 (3.79e-1) -	2.793 9e+0 (1.37e-1) -	<b>1.374 1e+0 (4.29e-1) ≈</b>	2.886 4e+0 (1.81e-1) -	<b>1.283 9e+0 (4.44e-1)</b>
DTLZ7	3	2.802 8e-1 (2.35e-1) -	1.550 4e+0 (5.02e-1) -	1.310 1e+0 (4.77e-1) -	<b>1.111 6e-1 (2.04e-2) ≈</b>	<b>4.226 6e-1 (2.78e-1) ≈</b>	<b>2.222 7e-1 (2.32e-1)</b>
	6	1.221 3e+0 (3.70e-1) -	8.483 6e+0 (2.38e+0) -	1.987 9e+0 (8.40e-1) -	<b>5.393 6e-1 (5.07e-2) ≈</b>	<b>6.709 9e-1 (2.09e-1) ≈</b>	<b>6.405 8e-1 (2.09e-1)</b>
	8	1.584 7e+0 (2.97e-1) -	7.874 6e+0 (2.96e+0) -	1.875 0e+0 (5.74e-1) -	<b>8.530 5e-1 (3.66e-2) +</b>	1.083 7e+0 (3.42e-1) ≈	1.207 2e+0 (2.99e-1)
	10	1.483 7e+0 (2.26e-1) -	2.102 7e+0 (2.98e-1) -	1.475 1e+0 (2.42e-1) -	<b>1.020 3e+0 (3.77e-2) +</b>	1.345 7e+0 (3.41e-1) -	1.121 0e+0 (1.11e-1)
	12	1.963 3e+0 (4.43e-1) ≈	1.505 9e+1 (4.75e+0) -	2.700 0e+0 (8.09e-1) ≈	<b>1.550 8e+0 (2.07e-1) +</b>	7.274 0e+0 (2.35e+0) -	2.356 8e+0 (8.16e-1)
+ / - / ≈		3/11/21	7/20/8	5/28/2	6/14/15	12/13/10	

从表2可以看出, SaMVRAU 相较于 ABSAEA, KRVEA, CSEA, EDNARMOEA, KTA2 分别有 11, 20, 28, 14, 13 个函数获得了更好的优化结果, 有 3, 7, 5, 6, 12 个函数表现较差, 有 21, 8, 2, 15, 10 个函数没有显著性差异. 从统计结果可以看出, 本文提出的 SaMVRAU 方法更适合于求解昂贵高维多目标优化问题. 究其原因, 在其他算法的填充准则中, 一般将个体所有不确定度的均值作为填充采样标准, 然而, 由于不同模型的不确定度范围有可能差别很大, 通过对目标函数估值不确定度求平均来获得个体的整体估值不确定度, 容易丢失某些目标上的不确定度对使用真实目标函数的影响. 随着待优化问题的目标函数数量的增多, 基于不确定度均值的劣势会越来越明显. 本文提出的基于模型不确定度排序顺序均值的选择方

式可以视作将每个目标估值不确定统一到同一个范围之内, 使得在选择个体进行真实目标函数评价时更好地考虑每个目标函数的估值不确定度.

图5给出了所有算法在10个目标DTLZ3测试函数上的优化结果, 横坐标表示待优化问题的目标, 纵坐标表示相应目标上的值. 可以看出, 本文提出的 SaMVRAU 算法的收敛性优于其他对比算法. 从表2中可以看出, 相较于其他对比算法, SaMVRAU 在 DTLZ2 和 DTLZ4 测试函数上表现较差, 主要原因是 DTLZ4 测试函数主要用于考察算法优化结果的均匀性, 而在本文 SaMVRAU 方法更多地是考虑收敛速度. 此外, 由于该算法的种群多样性表现较差, 该算法在 DTLZ7 上相较于其他对比算法表现较差.

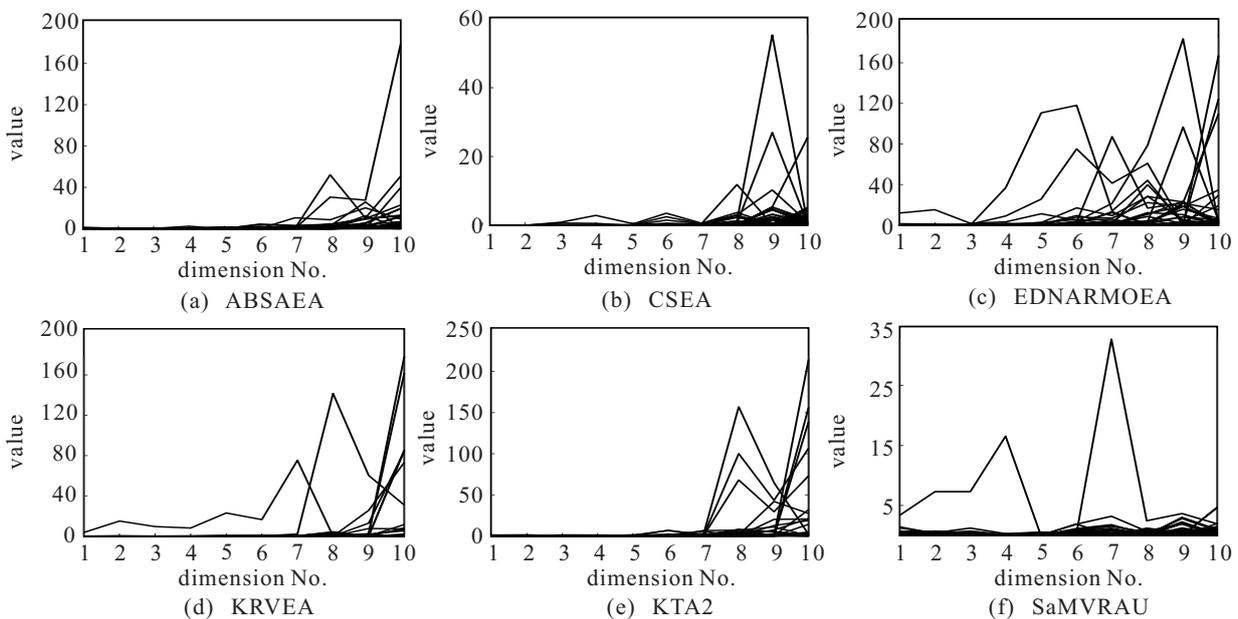


图5 算法在10个目标DTLZ3函数上的优化结果

### 3.3.2 在WFG测试函数集上的实验结果分析

表3给出了 SaMVRAU 和5种对比算法在WFG 1~WFG 9的目标8, 10和12共27个测试函数实验结果, 加粗字体表示结果最好或没有显著性差异.

从表3中可以看出, SaMVRAU 相比于 ABSAEA, CSEA, EDNARMOEA, KRVEA 和 KTA2 有 17, 26, 26, 19, 16 个函数获得了较好解, 特别地, SaMVRAU 没有获得比 EDNARMOEA 更差的解, 且仅仅比 ABSAEA 和 KRVEA 的实验结果差 1 个, 比 KTA2 差 1 个. 通过实验结果可以看出, SaMVRAU 相较于其他算法在求解昂贵高维多目标优化问题上具有一定的优势, 再一次验证了本文所提出的填充准则可以更好地兼顾每个目标上的估值不确定度. 当选择出不确定度排序顺序均值最小的候选解时, 该解在每个模型的不

确定度较小, 极大可能就是当前所找到的好解. 当选择不确定度排序顺序均值最大的解进行真实计算时, 能够更好地改善模型在搜索空间的拟合准确度.

### 3.3.3 时间复杂度分析

在代理模型辅助的进化算法中, 每次迭代包含训练代理模型和基于模型的寻优搜索两部分. 表4给出了各个对比算法的计算复杂度. 可以清晰地看出, CSEA 的计算复杂度最低, 这是因为 CSEA 中只有训练代理模型的时间, 没有对模型的搜索部分, 因为训练的模型只是用来估计产生的解与参考点之间的支配关系. 除了 CSEA 之外, 本文方法和 KRVEA 在所有剩余对比算法中的计算复杂度最小, 而 EDNARMOEA 由于采用了包含较多神经元的 Dropout 网络和复杂度较高的进化算法 ARMOEA

表3 5种对比算法与SaMVRAU在8, 10和12个目标WFG测试函数上的IGD<sup>+</sup>测试结果

problem	<i>M</i>	ABSAEA	CSEA	EDNARMOEA	KRVEA	KTA2	SaMVRAU
WFG1	8	<b>2.636 6e+0 (8.28e-2)</b> ≈	2.617 2e+0 (2.30e-1) −	2.713 5e+0 (2.99e-2) −	2.680 1e+0 (7.95e-2) −	<b>2.563 8e+0 (1.61e-1)</b> ≈	<b>2.601 5e+0 (8.23e-2)</b>
	10	2.696 9e+0 (5.08e-1) −	2.803 6e+0 (1.19e-1) −	2.914 2e+0 (4.90e-2) −	2.753 2e+0 (4.64e-1) −	<b>2.173 0e+0 (8.13e-1)</b> ≈	<b>2.446 7e+0 (6.28e-1)</b>
	12	3.274 0e+0 (6.17e-2) −	3.257 7e+0 (1.55e-1) −	3.304 3e+0 (2.64e-2) −	3.287 5e+0 (5.00e-2) −	<b>3.184 5e+0 (5.15e-2)</b> ≈	<b>3.190 8e+0 (5.59e-2)</b>
WFG2	8	4.846 4e-1 (1.48e-1) −	1.995 1e+0 (9.78e-1) −	1.299 3e+0 (2.64e-1) −	3.791 2e-1 (7.63e-2) −	7.363 2e-1 (5.66e-1) −	<b>2.390 3e-1 (4.19e-2)</b>
	10	4.013 5e-1 (1.19e-1) −	3.036 9e+0 (1.06e+0) −	1.479 0e+0 (4.73e-1) −	3.538 8e-1 (1.39e-1) −	6.170 6e-1 (1.81e-1) −	<b>2.749 9e-1 (9.56e-2)</b>
	12	1.014 7e+0 (4.31e-1) −	4.102 5e+0 (1.20e+0) −	3.080 0e+0 (8.71e-1) −	8.861 4e-1 (2.69e-1) −	1.922 0e+0 (3.53e-1) −	<b>3.606 0e-1 (1.34e-1)</b>
WFG3	8	<b>5.956 8e-1 (9.55e-2)</b> +	7.232 4e-1 (9.24e-2) ≈	1.003 4e+0 (8.02e-2) −	7.470 8e-1 (1.05e-1) −	6.377 2e-1 (1.32e-1) ≈	6.667 7e-1 (1.01e-1)
	10	<b>5.343 5e-1 (1.48e-1)</b> ≈	5.340 9e-1 (1.13e-1) −	6.388 5e-1 (9.77e-2) −	6.543 5e-1 (1.13e-1) −	<b>5.184 7e-1 (1.03e-1)</b> ≈	<b>4.611 2e-1 (6.45e-2)</b>
	12	1.129 6e+0 (1.69e-1) −	9.982 5e-1 (7.59e-2) −	1.280 0e+0 (1.01e-1) −	1.179 3e+0 (1.43e-1) −	1.034 0e+0 (1.36e-1) −	<b>8.602 1e-1 (1.89e-1)</b>
WFG4	8	2.069 7e+0 (8.76e-1) −	5.296 4e+0 (6.73e-1) −	2.542 4e+0 (2.09e-1) −	1.850 4e+0 (5.09e-1) −	2.150 2e+0 (4.84e-1) −	<b>1.399 9e+0 (6.99e-1)</b>
	10	<b>3.961 3e+0 (1.42e+0)</b> ≈	7.808 5e+0 (9.96e-1) −	4.315 4e+0 (3.16e-1) −	<b>3.929 8e+0 (9.44e-1)</b> ≈	<b>3.196 2e+0 (5.18e-1)</b> ≈	<b>3.783 5e+0 (1.17e+0)</b>
	12	<b>7.162 3e+0 (8.66e-1)</b> ≈	1.068 6e+1 (5.55e-1) −	7.679 3e+0 (3.68e-1) −	<b>7.702 4e+0 (1.05e+0)</b> ≈	<b>7.403 2e+0 (6.02e-1)</b> ≈	<b>7.083 6e+0 (1.13e+0)</b>
WFG5	8	<b>1.717 3e+0 (3.31e-1)</b> ≈	4.040 1e+0 (4.03e-1) −	2.826 1e+0 (2.39e-1) −	<b>1.617 7e+0 (3.71e-1)</b> ≈	1.857 7e+0 (2.06e-1) −	<b>1.769 3e+0 (5.49e-1)</b>
	10	<b>2.713 4e+0 (1.12e+0)</b> ≈	6.167 4e+0 (4.24e-1) −	3.940 3e+0 (3.37e-1) −	<b>2.133 6e+0 (6.83e-1)</b> ≈	<b>2.624 8e+0 (4.28e-1)</b> ≈	<b>2.613 6e+0 (1.17e+0)</b>
	12	4.935 2e+0 (1.01e+0) −	8.766 6e+0 (5.23e-1) −	6.977 6e+0 (4.13e-1) −	5.138 2e+0 (1.19e+0) −	5.622 4e+0 (4.09e-1) −	<b>4.038 0e+0 (1.29e+0)</b>
WFG6	8	2.078 0e+0 (2.90e-1) −	4.461 9e+0 (4.85e-1) −	2.283 7e+0 (2.29e-1) −	1.400 8e+0 (2.50e-1) −	2.095 8e+0 (2.42e-1) −	<b>1.273 5e+0 (2.93e-1)</b>
	10	2.920 1e+0 (6.18e-1) −	5.551 3e+0 (6.35e-1) −	3.149 4e+0 (4.62e-1) −	1.242 9e+0 (8.95e-2) −	2.822 5e+0 (5.07e-1) −	<b>1.083 e+0 (2.37e-2)</b>
	12	6.569 4e+0 (1.09e+0) −	9.089 4e+0 (6.65e-1) −	5.290 8e+0 (3.82e-1) −	2.443 9e+0 (6.39e-1) −	5.715 2e+0 (2.85e-1) −	<b>1.648 9e+0 (1.74e-1)</b>
WFG7	8	3.432 3e+0 (4.68e-1) −	4.869 9e+0 (5.71e-1) −	2.755 5e+0 (8.95e-2) −	1.986 3e+0 (1.70e-1) −	2.234 8e+0 (2.91e-1) −	<b>1.400 8e+0 (2.18e-1)</b>
	10	4.939 6e+0 (7.18e-1) −	7.001 4e+0 (5.50e-1) −	4.016 1e+0 (1.98e-1) −	3.563 8e+0 (7.17e-1) −	3.417 8e+0 (3.27e-1) −	<b>3.301 7e+0 (9.96e-1)</b>
	12	7.548 6e+0 (9.11e-1) −	9.860 6e+0 (4.93e-1) −	6.312 7e+0 (4.34e-1) −	5.788 6e+0 (1.14e+0) −	6.457 9e+0 (3.97e-1) −	<b>3.631 5e+0 (3.25e-1)</b>
WFG8	8	3.290 7e+0 (5.26e-1) −	5.203 1e+0 (3.22e-1) −	3.085 4e+0 (1.94e-1) −	<b>1.966 6e+0 (2.04e-1)</b> +	3.096 8e+0 (2.25e-1) −	2.061 9e+0 (1.57e-1)
	10	4.614 0e+0 (8.01e-1) −	7.358 6e+0 (3.74e-1) −	4.361 6e+0 (3.73e-1) −	<b>1.809 1e+0 (5.01e-1)</b> ≈	3.735 4e+0 (6.37e-1) −	<b>1.694 0e+0 (2.96e-1)</b>
	12	7.333 8e+0 (8.65e-1) −	9.755 4e+0 (4.11e-1) −	6.433 1e+0 (6.66e-1) −	4.691 6e+0 (8.66e-1) −	6.440 7e+0 (3.44e-1) −	<b>2.612 8e+0 (5.47e-1)</b>
WFG9	8	<b>2.718 9e+0 (5.54e-1)</b> ≈	4.643 6e+0 (5.44e-1) −	3.415 8e+0 (3.39e-1) −	<b>2.892 8e+0 (6.29e-1)</b> ≈	<b>2.815 8e+0 (5.61e-1)</b> ≈	<b>2.729 4e+0 (7.10e-1)</b>
	10	4.097 2e+0 (1.18e+0) ≈	6.605 2e+0 (5.71e-1) −	4.984 9e+0 (4.16e-1) ≈	4.754 7e+0 (1.02e+0) ≈	<b>3.702 7e+0 (6.00e-1)</b> +	4.912 1e+0 (1.13e+0)
	12	<b>7.172 2e+0 (1.04e+0)</b> ≈	9.443 1e+0 (7.78e-1) −	8.189 1e+0 (5.67e-1) −	7.788 2e+0 (1.05e+0) −	<b>6.614 3e+0 (8.97e-1)</b> ≈	<b>6.676 2e+0 (9.50e-1)</b>
+ / - / ≈		1/17/9	0/26/1	0/26/1	1/19/7	1/16/10	

表4 5种对比算法与SaMVRAU的复杂度

	构建模型	基于模型的优化搜索复杂度
ABSAEA	$O(MN_t^3)$	$O(MN_t^3 + MN^2)$
KRVEA	$O(MN_t^3)$	$O(MN_t^3 + MN^2)$
SaMVRAU	$O(MN_t^3)$	$O(MN_t^3 + MN^2)$
KTA2	$O(M(N_n^3 + 2(0.75N_n^3)))$ $2(0.75N_n^3))$	$O(M(N_n^3 + 2(0.75N_n^3))) +$ $\max((N \log^{M-2} N), (MN^2))$
EDNARMOEA	$O(TJKD)$	$O(TJKD + MN^3)$
CSEA	$O(TLD)$	$O(TLD + MN^2)$

对模型进行寻优搜索,复杂度最大。

表4中,  $M$  为目标数目;  $N$  为种群数量;  $D$  为决策空间维度;  $N_t$  为训练样本数量, 在 KRVEA, SaMVRAU 中,  $N_t = 11 \times D - 1$ , 在 ABSAEA 中,  $N_t =$

$11 \times D + 24$ ;  $N_n$  为所有经过真实计算的样本数量;  $T$  为网络模型训练代数; 在 EDNARMOEA 和 CSEA 中  $T$  分别为  $8 \times 10^3$  和 500;  $J, k, L$  表示神经元个数,  $J = k = 40, L = 10$ 。

### 3.3.4 工程实例优化

为了验证 SaMVRAU 在解决实际问题中的有效性, 本文在汽车驾驶室优化设计问题<sup>[29]</sup> 和无功优化问题<sup>[28]</sup> 上进行了实验测试, 并与其他算法做了对比。汽车驾驶室优化问题包含 11 个决策变量和 9 个目标。无功优化问题包含 3 个目标函数和 11 个决策变量。通过表 5 所示的实验统计结果可以看出, SaMVRAU 可以有效地解决一些实际应用中的优化问题, 加粗字体表示结果最好或没有显著性差异。

表5 5种对比算法与SaMVRAU的HV测试结果

problem	驾驶室优化设计	无功优化
ABSAEA	3.150 2e-3 (2.86e-4) –	1.683 9e-1 (2.37e-3) –
CSEA	3.812 0e-3 (3.57e-4) ≈	1.710 4e-1 (1.50e-3) –
EDNARMOEA	3.196 3e-3 (2.19e-4) –	1.712 5e-1 (1.42e-3) –
KRVEA	2.945 1e-3 (2.43e-4) –	1.722 5e-1 (8.87e-4) –
KTA2	3.947 7e-3(2.26e-4)≈	1.694 0e-1 (2.65e-3) –
SaMVRAU	<b>3.961 5e-3 (2.92e-4)</b>	<b>1.732 3e-1 (9.14e-4)</b>

## 4 结论

本文提出了一种基于估值不确定度排序顺序均值采样的昂贵高维多目标优化算法. 通过对每个目标建模, 使用参考向量引导的进化算法搜索模型的最优解集, 在每个目标上对最优解集进行估值不确定度的排序, 并对任意一个个体计算其排序序号的平均, 选择均值最大和最小的解进行真实的目标函数评价. 在DTLZ和WFG测试函数上的实验结果表明, 本文提出的方法比近年来提出的5种代理模型辅助的优化算法在求解昂贵高维多目标优化问题上具有更好的求解能力, 能够获得更好的最优解集. 然而, 在实际的应用问题中, 还有一些优化问题不仅目标函数评价昂贵, 而且含有大量优化变量, 导致训练模型耗时很长. 此外, 高斯过程模型虽然能提供估值不确定度, 但其训练时间会随着决策空间维度的增加而快速增长, 故今后将考虑使用其他代理模型并提出合适的估值不确定度计算方法.

## 参考文献(References)

- [1] Dong Y C, Zhang H L, Wang C, et al. Wind power forecasting based on stacking ensemble model, decomposition and intelligent optimization algorithm[J]. *Neurocomputing*, 2021, 462: 169-184.
- [2] Cheng R, Jin Y C, Olhofer M, et al. A reference vector guided evolutionary algorithm for many-objective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2016, 20(5): 773-791.
- [3] Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002, 6(2): 182-197.
- [4] Deb K, Jain H. An evolutionary many-objective optimization algorithm using reference-point-based nondominated sorting approach—Part I: Solving problems with box constraints[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2013, 18(4): 577-601.
- [5] Zhang Q F, Li H. MOEA/D: A multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2007, 11(6): 712-731.
- [6] 邓武, 蔡幸, 周永权, 等. 一种基于多策略差分进化的分解多目标进化算法[J]. *控制与决策*, 2022, 37(2): 387-392.  
(Deng W, Cai X, Zhou Y Q, et al. A novel decomposition multi-objective evolutionary algorithm based on differential evolution model with multi-strategy[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(2): 387-392.)
- [7] Bringmann K, Friedrich T. Approximation quality of the hypervolume indicator[J]. *Artificial Intelligence*, 2013, 195: 265-290.
- [8] Rashidi S, Ranjitkar P. Bus dwell time modeling using gene expression programming[J]. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 2015, 30(6): 478-489.
- [9] Krige D G. A statistical approach to some mine valuation and allied problems on the Witwatersrand [D]. Joburg: University of the Witwatersrand, 1951.
- [10] Broomhead D, Lowe D. Radial basis functions, multi-variable functional interpolation and adaptive networks[R]. Malvern: Royal Signals and Radar Establishment Malvern (United Kingdom), 1988.
- [11] Box G E P, Draper N R. Empirical model building and response surfaces[M]. New Jersey: Wiley-Blackwell, 1986: 229-231.
- [12] Allmendinger R, Emmerich M T M, Hakanen J, et al. Surrogate-assisted multicriteria optimization: Complexities, prospective solutions, and business case[J]. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 2017, 24(1/2): 5-24.
- [13] Gong W Y, Zhou A M, Cai Z H. A multioperator search strategy based on cheap surrogate models for evolutionary optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2015, 19(5): 746-758.
- [14] Habib A, Singh H K, Chugh T, et al. A multiple surrogate assisted decomposition-based evolutionary algorithm for expensive multi/many-objective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2019, 23(6): 1000-1014.
- [15] Zhao Y, Sun C L, Zeng J C, et al. A surrogate-ensemble assisted expensive many-objective optimization[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2021, 211: 106520.
- [16] Song Z S, Wang H D, He C, et al. A kriging-assisted two-archive evolutionary algorithm for expensive many-objective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2021, 25(6): 1013-1027.
- [17] Chugh T, Jin Y C, Miettinen K, et al. A surrogate-assisted reference vector guided evolutionary algorithm for computationally expensive many-objective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2019, 23(6): 1000-1014.

- Computation, 2018, 22(1): 129-142.
- [18] Wang X L, Jin Y C, Schmitt S, et al. An adaptive Bayesian approach to surrogate-assisted evolutionary multi-objective optimization[J]. *Information Sciences*, 2020, 519: 317-331.
- [19] Ponweiser W, Wagner T, Vincze M. Clustered multiple generalized expected improvement: A novel infill sampling criterion for surrogate models[C]. 2008 IEEE Congress on Evolutionary Computation. Hong Kong, 2008: 3515-3522.
- [20] Guo D, Wang X L, Gao K L, et al. Evolutionary optimization of high-dimensional multiobjective and many-objective expensive problems assisted by a dropout neural network[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2022, 52(4): 2084-2097.
- [21] Knowles J. ParEGO: A hybrid algorithm with on-line landscape approximation for expensive multiobjective optimization problems[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2006, 10(1): 50-66.
- [22] Zhang J Y, Zhou A M, Zhang G X. A classification and Pareto domination based multiobjective evolutionary algorithm[C]. 2015 IEEE Congress on Evolutionary Computation. Sendai, 2015: 2883-2890.
- [23] Pan L Q, He C, Tian Y, et al. A classification-based surrogate-assisted evolutionary algorithm for expensive many-objective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2019, 23(1): 74-88.
- [24] Sbalzarini I F, Mullery S, Koumoutsakosyz P. Multiobjective optimization using evolutionary algorithms[C]. *Proceedings of the Summer Program*. Stanford, 2000: 63-74.
- [25] Deb K, Goyal M. A combined genetic adaptive search (GeneAS) for engineering design[J]. *Computer Science and Informatics*, 1996, 26: 30-45.
- [26] Deb K, Thiele L, Laumanns M, et al. Scalable multi-objective optimization test problems[C]. *Proceedings of the 2002 Congress on Evolutionary Computation*. Honolulu, 2002: 825-830.
- [27] Huband S, Hingston P, Barone L, et al. A review of multiobjective test problems and a scalable test problem toolkit[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2006, 10(5): 477-506.
- [28] Kavasseri R, Srinivasan S K. Joint placement of phasor and power flow measurements for observability of power systems[J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2011, 26(4): 1929-1936.
- [29] Deb K, Gupta S, Daum D, et al. Reliability-based optimization using evolutionary algorithms[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2009, 13(5): 1054-1074.
- [30] Ishibuchi H, Masuda H, Tanigaki Y, et al. Modified distance calculation in generational distance and inverted generational distance[C]. *International Conference on Evolutionary Multi-criterion Optimization*. Cham: Springer International Publishing, 2015: 110-125.
- [31] Coello Coello C A, Cortés N C. Solving multiobjective optimization problems using an artificial immune system[J]. *Genetic Programming and Evolvable Machines*, 2005, 6(2): 163-190.
- [32] Tian Y, Cheng R, Zhang X Y, et al. PlatEMO: A MATLAB platform for evolutionary multi-objective optimization[educational forum][J]. *IEEE Computational Intelligence Magazine*, 2017, 12(4): 73-87.

### 作者简介

王浩(1993—), 男, 博士生, 从事多目标优化、代理模型辅助的进化算法等研究, E-mail: haowang@stu.tyust.edu.cn;

孙超利(1978—), 女, 教授, 博士生导师, 从事计算智能、机器学习等研究, E-mail: chaoli.sun@tyust.edu.cn;

张国晨(1980—), 男, 副教授, 博士, 从事计算智能、机器学习等研究, E-mail: imzgc@hotmail.com.