

# 控制与决策

Control and Decision

## 基于自适应调节的灰色滚动预测模型及对碳排放趋势预测

徐宁, 秦邱皓, 王天宇, 丁松

引用本文:

徐宁, 秦邱皓, 王天宇, 丁松. 基于自适应调节的灰色滚动预测模型及对碳排放趋势预测[J]. 控制与决策, 2023, 38(12): 3409–3417.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.2137>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### [基于FWADE-ELM的短时交通流预测方法](#)

Short-term traffic flow forecasting based on hybrid FWADE-ELM  
控制与决策. 2021, 36(4): 925–932 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1103>

#### [基于FWADE-ELM的短时交通流预测方法](#)

Short-term traffic flow forecasting based on hybrid FWADE-ELM  
控制与决策. 2021, 36(4): 925–932 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1103>

#### [基于迁移学习灰支持向量回归机的交互式进化计算](#)

Interactive evolutionary computation based on transfer learning grey support vector regression  
控制与决策. 2021, 36(10): 2399–2408 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0420>

#### [基于深度时序特征迁移的轴承剩余寿命预测方法](#)

Remaining useful life prediction of bearing based on deep temporal feature transfer  
控制与决策. 2021, 36(7): 1699–1706 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1809>

#### [时滞累积TDAGM\( \$1, N, t\$ \)模型及其在粮食生产中的应用](#)

Time-delayed accumulative TDAGM( $1, N, t$ )  
控制与决策. 2021, 36(8): 2002–2012 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1630>

# 基于自适应调节的灰色滚动预测模型及对碳排放趋势预测

徐 宁<sup>1</sup>, 秦邱皓<sup>1</sup>, 王天宇<sup>1</sup>, 丁 松<sup>2†</sup>

(1. 南京审计大学 商学院, 南京 211815; 2. 浙江财经大学 经济学院, 杭州 310018)

**摘要:** 利用有限数据预测发展趋势是数据建模领域广泛存在的问题, 采用灰预测模型处理此类问题时会面临适应数据不规则波动特征的挑战性. 在灰预测模型基础上提出适应数据特征的滚动建模方法, 结合双参数的变权缓冲算子建立一种 AGRM(1,1) 模型, 该模型在数据的切片基础上使用优化的灰预测模型实现对不同增长系数的准确模拟, 利用缓冲算子链对数据进行调整处理, 最后设计以差分进化算法为基础的算子参数优化方法. 所提出的模型改变了传统灰预测模型响应式形式单调的结构特点, 实现对带有波动和振荡的序列的准确预测. 在算例检验中, 利用不同增长系数的检验数据验证了 AGRM(1,1) 模型同样具备无偏性, 同时将模型应用于我国宏观范围碳排放数据的发展趋势预测, 建模结果印证了该模型相对同类模型具有明显的精确度提升.

**关键词:** 灰色预测; GM(1,1); 缓冲算子; 差分进化算法; 滚动建模

中图分类号: TP273 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.2137

引用格式: 徐宁, 秦邱皓, 王天宇, 等. 基于自适应调节的灰色滚动预测模型及对碳排放趋势预测[J]. 控制与决策, 2023, 38(12): 3409-3417.

## Grey rolling model based on self-adaptive adjustment and forecasting tendency of carbon emission

XU Ning<sup>1</sup>, QIN Qiu-hao<sup>1</sup>, WANG Tian-yu<sup>1</sup>, DING Song<sup>2†</sup>

(1. Business School, Nanjing Audit University, Nanjing 211815, China; 2. College of Economics, Zhejiang University of Finance and Economics, Hangzhou 310018, China)

**Abstract:** Using limited data to predict the development trend is a widespread problem in the field of data modeling. When dealing with such problems, a grey prediction model faces the challenge of adapting to the irregular fluctuation characteristics of data. Based on the grey prediction model, this paper proposes a rolling modeling method that dynamically adapts to the data characteristics, and establishes the AGRM(1,1) model combined with the full information variable weight buffer operator that contains two parameters. The model uses the unbiased optimized grey prediction model to accurately simulate different growth coefficients on the basis of data slicing, and uses the buffer operator chain to adjust the data. Finally, an operator parameter optimization method based on the differential evolution algorithm is designed. The model changes the monotonous structure of the form of the traditional grey prediction model's time response function, and realizes the accurate prediction of the sequence with fluctuation and oscillation. In the case study, the test data of different growth coefficients are used to verify that the AGRM(1,1) model also has high unbiasedness. At the same time, the model is applied to the development trend prediction of China's macro carbon emission data. The modeling results confirm that the accuracy of the model is significantly improved compared with similar models.

**Keywords:** grey prediction; GM(1,1); buffer operator; differential evolutionary algorithm; rolling modeling

## 0 引言

不确定系统预测对经济社会的生产计划、资源调度等活动有着至关重要的作用. 管理实践中人们始终需要面对诸多不确定性问题, 灰色预测理论尝试从事物内在规律的挖掘中探索发展规律, 充分利用有

限数据量实现系统行为的精确预测. GM(1,1) 是灰色预测模型体系中的基础模型, 由此产生一系列衍生拓展模型, 在交通、能源、环境、工程、规划等多个方面具有广泛应用<sup>[1-5]</sup>.

灰预测建模研究中主要关注的环节包括序列预

收稿日期: 2021-12-09; 录用日期: 2022-07-14.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71701101, 71901191); 江苏省研究生科研与实践创新计划项目(SJCX22\_0988, KYCX22\_2193); 浙江省软科学项目(2021C35068); 江苏高校“青蓝工程”项目.

责任编辑: 李登峰.

†通讯作者. E-mail: dingsong1129@163.com.

处理、灰方程中背景值构造以及响应式生成和还原过程等,新模型的构建主要通过改变结构设置、参数估计等方式提升模型适应能力和应用范围<sup>[6]</sup>. 序列预处理主要有数据变换以及序列生成等方法,其中分数阶生成方法是近年来关注较多的研究角度之一<sup>[7]</sup>,背景值以及响应式的构造则是目前构建自适应特性模型关注的主要环节,多数新模型需要解决背景值序列构造与模型还原之间的协调关系,以此扩展模型在更多情景下的拟合灵活性<sup>[8-9]</sup>. 新模型的构造通常还需要考虑是否具备无偏性,模型在面对高增长数据时产生明显偏差是早期灰预测模型存在的一个系统性误差,误差源主要产生于背景值离散与连续形态的转换过程以及白化方程形成响应式的过程,无偏性模型已经在许多领域的应用中得到了较深入的研究<sup>[10-11]</sup>.

近年来的研究成果从多个角度拓展了GM(1,1)衍生模型,其中包括分数阶模型<sup>[12]</sup>、离散模型<sup>[13-14]</sup>、区间数模型<sup>[15-16]</sup>、非齐次序列模型<sup>[17]</sup>等. 灰色预测模型在处理冲击扰动预测问题时出现定性定量明显偏离问题,缓冲算子可在建模前对数据进行调整,在不动点原理基础上对建模数据进行预处理. 缓冲算子已经成为灰色预测模型中重要的组成部分,关于算子作用类型和作用方式也得到较多研究,相关研究也从最初的均值弱化算子逐步改进,发展为调和缓冲算子、递归缓冲算子等多种形式.

传统灰色预测在处理快速变化的数据时往往出现与定性分析偏差较大的情况,为了改变快速变化或受外部因素冲击影响的情景预测效果,Qian等<sup>[18]</sup>研究了具有季节性自适应的灰预测模型,并用于新能源的消费水平预测. 冲击扰动理论和缓冲算子理论是从数据生成角度改善预测模型对系统的适应效果,本质上讲是与序列变换相对的回溯型序列生成方式,从多角度提高信息的利用充分性. 从作用类型上区分,缓冲算子的构造类型主要分为弱化型与强化型算子,弱化缓冲算子相对于强化类型适用范围更广. 文献[19]在弱化型缓冲算子基础上改进了变权的灵活性,用于更准确地提取序列变化过程中的外部影响;文献[20]结合缓冲算子下的GM(1,1)模型原理构建了较高精度的预测方法. 基于两种作用类型的算子构造已经有了较多成果,算子组合效应以及动态调节效应也逐步得到较为深入的研究<sup>[21]</sup>. 文献[22]考虑了与缓冲处理相似的分形法算子进行数据生成,并对模型进行精确度提升处理;文献[23]构建了一种融合强化与弱化框架的综合性全信息算子. 序列增长趋势复杂特征建模一直以来是灰色建模的一个关注点. 文献[24]基于灰色Verhulst模型构建了一种拟合序列间非线性关系的模型;而文献[25]从拟合剩余量

的二次建模入手构建了一种修正趋势的预测模型;文献[26]引入三角函数来提升灰方程对数据的适应能力;文献[27]提出了滚动灰色建模与缓冲算子组合的构建适应数据特征的建模方法,解决了灰预测模型拟合形式单调的问题;文献[28]在应用于实际问题中将算子参数的优化方法做了改进;对于适应数据特征的模型,文献[29-30]基于离散型模型从多个角度将自适应模型的建模能力做了进一步提升. 然而,传统类型缓冲算子区分为强化与弱化类型,无法完全适应序列变化过程中不同波动形式的类型,同时也影响到参数估计的局限性.

本文利用缓冲算子组合灰预测模型的滚动建模机制,提出缓冲适应性建模方法. 建立适应数据变化能力的优化GM(1,1)模型,最大化消除系统性误差,避免误差传递,利用双参数的全信息缓冲算子将优化模型在逐段数据上进行组合,实现作用强度的准确调整和对发展规律的合理挖掘. 首先介绍用于单序列建模的无偏优化GM(1,1)模型的构建;然后对数据逐段使用全信息缓冲算子进行处理,得到滚动预测机制下的拟合和预测序列生成方法,介绍差分进化算法搜索新模型的算子参数方法;最后,使用一组成序列检验模型无偏性,并将模型应用到我国碳排放数据序列的预测问题中,与其他同类模型建模结果对比分析.

## 1 优化的GM(1,1)模型构建方法

本文在GM(1,1)模型原理基础上构建一种优化的灰预测模型(下文称OGM(1,1)模型),用于在滚动建模机制中降低模型系统性误差、防止误差传递并提高响应式拟合能力.

根据灰色预测原理,建模数据要求满足准指数规律,原始数据经过累加生成后呈现趋于准指数增长的规律,逐步弱化数据间的随机性. 设原始序列为 $X^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n))$ . 其中: $x^{(0)}(k) > 0, k = 1, 2, \dots, n$ . 若序列满足灰色建模的准指数率检验,则可以对序列建立灰模型预测.

**定义1** 设原始序列为 $X^{(0)}$ ,其一阶累加生成(AGO)所得的序列为 $X^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n))$ ,其中 $x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i), i = 1, 2, \dots, n$ ;相对的, $X^{(0)}$ 是序列 $X^{(1)}$ 经过累减生成(IAGO)过程还原序列,其中 $x^{(0)}(k) = x^{(1)}(k) - x^{(1)}(k-1)$ .

**定义2** 设原始序列 $X^{(0)}$ 及其AGO序列为 $X^{(1)}$ ,序列 $Z^{(1)} = \{z^{(1)}(2), z^{(1)}(3), \dots, z^{(1)}(n)\}$ 为组合紧邻生成序列,其中 $z^{(1)}(k) = \alpha x^{(1)}(k-1) + (1-\alpha)x^{(1)}(k), k = 2, 3, \dots, n, \alpha \in [0, 1]$ 为紧邻生成组合系数.

滚动建模中,局部可能存在增长系数的较大幅度变化,灰色模型须尽可能消除系统性误差. 因此,利用定义1和定义2给出的序列生成方法构造 OGM(1,1) 模型.

**定义3** 设原始序列为  $X^{(0)}$ , 序列长度为  $n$ , 其 AGO 序列为  $X^{(1)}$ , 背景值采用如定义2所示含  $\alpha$  的紧邻组合生成方法生成, 设背景值序列为  $Z^{(1)}$ , 其中  $z^{(1)}(k) = \alpha x^{(1)}(k-1) + (1-\alpha)x^{(1)}(k)$ . 建立 OGM(1,1) 模型的灰方程

$$x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b. \tag{1}$$

其中:  $k = 2, 3, \dots, n$ ,  $a$  和  $b$  分别为发展系数和灰作用量. 对应的白化方程为

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)}(t) = b, \tag{2}$$

其中  $x^{(1)}$  为关于时间项  $t$  的连续变量.

由于参数  $\alpha$  用于矫正随着数据变化幅度的改变带来的背景值误差,  $\alpha$  与序列增长速率即发展系数之间存在一定关系.

**定理1**<sup>[31]</sup> 当原始序列  $X^{(0)}$  满足灰预测建模的基本要求时, 序列发展系数  $a$  与背景值组合参数  $\alpha$  之间的关系趋于

$$\alpha = \frac{1}{a} - \frac{1}{e^{a-1}}. \tag{3}$$

将背景值生成公式代入灰方程(1)中, 得到

$$x^{(0)}(k) + a \cdot \alpha [x^{(1)}(k-1) - x^{(1)}(k)] = b - ax^{(1)}(k).$$

同时引入辅助参数简化过程, 令  $a^* = \frac{a}{1-a\alpha}$  和  $b^* = \frac{b}{1-a\alpha}$ , 对式(1)整理得到灰方程的转化形式

$$x^{(0)}(k) = -a^*x^{(1)}(k) + b^*. \tag{4}$$

为了获得灰色模型参数的最优估计值, 将灰方程式(4)中的序列记为

$$Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -x^{(1)}(2) & 1 \\ -x^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -x^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}.$$

利用最小二乘法得到辅助参数的估计值  $[a^*, b^*]^T = (B^T B)^{-1} B Y$ .

**定理2** 令灰方程的辅助参数估计值分别为  $a^*$  和  $b^*$ , 则原方程(1)的参数估计值为

$$\begin{cases} \hat{a} = \ln(\hat{a}^* + 1), \hat{b} = \frac{\hat{b}^* \ln(\hat{a}^* + 1)}{\hat{a}^*}, \\ \alpha = \frac{1}{\ln(\hat{a}^* + 1)} - \frac{1}{\hat{a}^*}. \end{cases} \tag{5}$$

由定理2得到原模型对应的参数估计值, 保持了模型拟合误差的最小化要求. 利用  $\hat{a}$  和  $\hat{b}$  的估计值对白化方程进行求解, 得到连续形式响应式

$$\hat{x}^{(1)}(t) = Ce^{-\hat{a}t} + \frac{\hat{b}}{\hat{a}}. \tag{6}$$

传统灰预测模型通常利用初始条件  $\hat{x}^{(1)}(1) = x^{(0)}(1)$  确定常数  $C$ , 并对响应式离散化. 在此, 本文借鉴文献[6,14]对初始值的推导方法, 构建响应式

$$\hat{x}^{(1)}(k) = \left(x^{(0)}(n) - \frac{b}{a}\right)e^{-a(k-\beta)} + \frac{b}{a}, \tag{7}$$

其中  $\beta$  通过对拟合误差最小化后得到

$$\beta = a \cdot \ln \left[ \sum_{k=1}^n e^{-ak} \cdot x^{(0)}(k) \right] - \ln \left[ \left(x^{(0)}(n) - \frac{b}{a}\right)(1 - e^a) \sum_{k=1}^n e^{-2ak} \right]. \tag{8}$$

进而, 经过还原处理后得到原始序列  $\hat{X}^{(0)}$  的响应式, 当  $k = n + 1$  时, 预测值为

$$\hat{x}^{(0)}(n+1) = \left(x^{(0)}(n) - \frac{b}{a}\right)(e^a - 1)e^{-a(n+1-\beta)}. \tag{9}$$

## 2 基于全信息缓冲算子的适应性滚动建模

### 2.1 全信息缓冲算子构造

灰色预测模型挖掘数据之间的内在联系, 使短期内数据间的关系被逐步显化. 缓冲算子则通过强化或弱化内在关联性实现可预测规律的逐步调节, 进而使得模型适用面更为广泛. 基于此, 滚动适应性建模需要能够兼容强化与弱化效果的算子. 全信息缓冲算子构造解决了算子强化与弱化效果构造不统一的问题, 该算子将可调节范围拓展到全类型<sup>[23]</sup>. 设序列为  $X = (x(1), x(2), \dots, x(n))$ , 经过缓冲算子  $D$  作用后的生成数据为  $XD = (x(1)d, x(2)d, \dots, x(n)d)$ , 其中

$$x(k)d = x(k) \left[ \frac{(1 - \lambda^{n-k+1})x(k)}{(1 - \lambda) \sum_{i=0}^{n-k} \lambda^i x(n-i)} \right]^\gamma. \tag{10}$$

算子  $D$  满足缓冲算子三公理, 即固定点、充分信息和有效性. 式(10)中,  $\lambda, \gamma$  变化范围为  $[-1, 1]$ , 分别为序列调节权重和效果调节权重, 通过权重参数的变化使得缓冲算子  $D$  能够融合强化与弱化缓冲算子的作用效果, 能够处理更大范围内序列的变动特征, 避免了在序列出现振荡变化时效果显著下降的问题.

### 2.2 AGRM(1,1)模型的建模方法

现有的滚动预测模型存在前后数据关联性弱、信息利用不充分的问题, 本文将全信息缓冲算子加入子序列建模过程中, 通过每一阶段的一步预测数据矫正算子作用强度.

**定义4** 设原始序列为  $X^{(0)}$ , 将长度为  $m$  的子序列记为  $X_s^{(0)} = (x^{(0)}(s), x^{(0)}(s+1), \dots, x^{(0)}(s+m-1))$ .

其中:  $m < n, m \in Z^+,$  称  $X_1^{(0)}, X_2^{(0)}, \dots, X_{n-m+1}^{(0)}$  为  $X^{(0)}$  的  $m$  长度连续子序列.

将原始序列  $X^{(0)}$  按照定义4的方式分解为长度为  $m$  的  $n - m + 1$  个连续子序列  $\{X_1^{(0)}, X_s^{(0)}, \dots, X_{n-m+1}^{(0)}\},$  其中  $X_s^{(0)} = \{x_s^{(0)}(1), x_s^{(0)}(2), \dots, x_s^{(0)}(m)\},$  即  $x_s^{(0)}(k) = x^{(0)}(s + k - 1).$  子序列  $X_s^{(0)}$  反映原始序列局部信息, 新的建模方法将  $X_s^{(0)}$  作为带有不确定性的冲击扰动序列, 利用缓冲算子进行调节预测, 进而通过对连续子序列滚动预测得到对原始序列发展趋势的挖掘.

首先, 利用缓冲算子调节子序列  $X_s^{(0)}$  得到  $X_s^{(0)}D = \{x_s^{(0)}(k)d | k = 1, 2, \dots, m\},$  其中

$$x_s^{(0)}(k)d = x^{(0)}(s + k - 1) \left[ \frac{(1 - \lambda^{n-k+1})x_s^{(0)}(k)}{(1 - \lambda) \sum_{i=0}^{m-k} \lambda^i x_s^{(0)}(m - i)} \right]^\gamma, \quad k = 1, 2, \dots, m. \quad (11)$$

利用优化的GM(1,1)模型对其进行建模预测, 得到其一步预测值

$$\hat{x}^{(0)}(s + m) = \hat{x}_s^{(0)}(m + 1) = \left( x^{(0)}(m)d - \frac{b_s}{a_s} \right) (e^{a_s} - 1) e^{-a_s(m+1-\beta_s)}. \quad (12)$$

进而, 对所有子序列  $\{X_s^{(0)} | s \in (1, 2, \dots)\}$  进行缓冲调节后建模预测, 由子序列的一步预测值得到生成序列  $\hat{x}^{(0)}(m + 1), \hat{x}^{(0)}(m + 2), \dots, \hat{x}^{(0)}(m + s), \dots$  当  $s \leq n - m$  时, 通过模型得到的  $\hat{x}^{(0)}(m + s)$  为拟合值, 当  $s > n - m$  时, 利用数据滚动填充的方式通过模型得到预测值  $\hat{x}^{(0)}(m + s).$

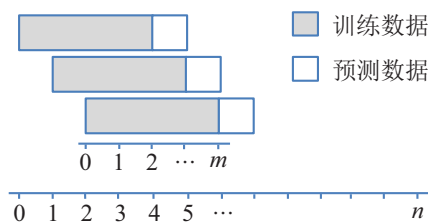


图1 序列的滚动分解与建模

### 2.3 利用优化算法提升建模效果

AGRM(1,1)模型通过连续子序列进行逐步滚动建模, 子序列则通过缓冲算子弱化数据的不确定性, 之后重构为原始序列拟合和预测值. 因而, 建模过程中参数  $\lambda$  和  $\gamma$  可以将原始序列作为参照对象进行优化改进, 通过优化方法在初始调节强度基础上提升模型训练效果. 该建模流程的结构如图2所示.

子序列缓冲算子调节参数的优化是一个存在大量局部最优的非线性最优化问题, 搜索算法在靠近

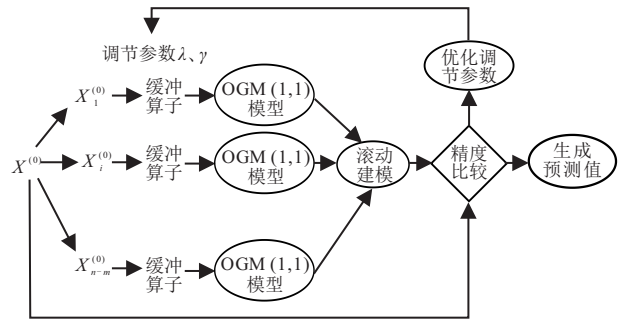


图2 AGRM(1,1)模型结构

最优值附近时步长调节较为困难. 差分进化算法是在处理切比雪夫多项式拟合问题中提出了一种进化算法, 对于序列拟合问题具有收敛快、稳定性好等特点. 算法通过寻找最优的子序列缓冲算子调节参数  $\lambda$  和  $\gamma,$  在初始调节强度基础上实现对AGRM(1,1)模型的预测能力提升. 基于此, 算法适应度函数由式(12)产生的连续子序列建模生成值与原始序列构成, 即

$$f(\lambda, \gamma) = \min \sum_{1 \leq s \leq n-m} |\hat{x}_s^{(0)}(m) - x^{(0)}(s + m)|. \quad (13)$$

$$\text{s.t. } \hat{x}_s^{(0)}(m + 1) = \left( x^{(0)}(m)d - \frac{b_s}{a_s} \right) (e^{a_s} - 1) e^{-a_s(m+1-\beta_s)}, \quad s = 1, 2, \dots, n - m;$$

$$x_s^{(0)}(k)d = x^{(0)}(s + k - 1) \left[ \frac{(1 - \lambda^{n-k+1})x_s^{(0)}(k)}{(1 - \lambda) \sum_{i=0}^{m-k} \lambda^i x_s^{(0)}(m - i)} \right]^\gamma, \quad k = 1, 2, \dots, m;$$

$$[a_s^*, b_s^*]^T = (B_s^T B_s)^{-1} B_s X_s^{(0)}, \quad \hat{a}_s = \ln(\hat{a}_s^* + 1),$$

$$\hat{b}_s = \frac{\hat{b}_s^* \ln(\hat{a}_s^* + 1)}{\hat{a}_s^*}, \quad \alpha_s = \frac{1}{\ln(\hat{a}_s^* + 1)} - \frac{1}{\hat{a}_s^*};$$

$$-1 \leq \gamma \leq 1, \quad -1 \leq \lambda \leq 1.$$

式(13)构建了以原始序列与其拟合值之间的累积绝对误差为优化目标的适应度函数, 通过调节  $\lambda$  和  $\gamma$  找到使其最小化的取值, 其中  $\lambda$  和  $\gamma$  取值范围在  $[-1, 1]$  之间. 在优化过程中, 令  $p = [\lambda, \gamma]^T,$  通过规模为NP的群落迭代搜索逐步进化获得适应度最优取值, 其中  $p_{i,G}$  为第G次迭代群落中第i个向量, 向量之间通过交互算子进行融合演化, 速度的交互算子构造为  $V_{i,G} = p_{r_1,G} + F \cdot (p_{r_2,G} - p_{r_3,G}),$  其中F为缩放因子. 群体在完成新一轮搜索之后通过融合算子进行交叉融合, 融合算子构造为

$$U_{i,G}^j = \begin{cases} v_{i,G}^j, & \text{rand}_j[0, 1] \leq \text{CR or } j = j_{\text{rand}}; \\ p_{i,G}^j, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (14)$$

其中CR为控制群体的交叉率. 选择算子为

$$p_{i,G+1} = \begin{cases} U_{i,G}, & f(U_{i,G}) \leq f(p_{i,G}); \\ p_{i,G}, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

差分进化算法搜索模型缓冲算子参数最优向量, 进而完成AGRM(1,1)模型预测值生成, 具体步骤为:

step 1: 初始化主要参数, 包括种群数量NP、缩放因子F、最大迭代次数 $G_{max}$ 和交叉率CR. 子序列取灰色建模最小长度 $m = 4$ , 构造原始序列 $X^{(0)}$ 的子序列 $\{X_1^{(0)}, X_s^{(0)}, \dots, X_{n-m}^{(0)}\}$ .

step 2: 计算序列 $X_s^{(0)}$ 的生成序列 $X_s^{(0)}D$ ; 构建OGM(1,1)模型, 根据最小二乘法估计辅助参数 $a_s^*$ 和 $b_s^*$ , 还原得到原始参数 $\hat{a}_s$ 、 $\hat{b}_s$ 和 $\hat{\alpha}_s$ , 并得到一步预测输出 $\hat{x}_s^{(0)}(m+1), s = 1, 2, \dots, n-m$ .

step 3: 利用 $p$ 的初始化向量计算适应度函数, 对向量进行变异操作, 然后使用杂交算子处理, 评估适应度函数的取值并筛选群落中优秀个体. 计算 $p_{i,G+1}$ 的适应度函数(13), 并完成群落的交叉融合算子处理.

step 4: 若 $G < G_{max}$ , 则返回step 2计算; 若 $G > G_{max}$ , 则令适应度取值最低的向量 $p_{i,G}$ 为参数 $[\lambda, \gamma]^T$ 的取值, 根据 $[\lambda, \gamma]^T$ 的最优化取值得到AGRM(1,1)模型当 $s > n - m$ 时的预测值, 对原始序列进行滚动外推预测.

### 3 模型检验与应用分析

本文提出的AGRM(1,1)模型相对传统GM(1,1)及其拓展模型适用面更广泛, 同时具备对少数数据量预测的高精度特征. 本文采用指数生成数据和来自实际环境问题的数据进行检验, 分别验证在规则情况下是否产生系统性误差和在实际含波动的数据中是否达到较高精度.

#### 3.1 指数生成序列的建模精度检验

规则的指数序列主要用于检验模型是否存在明显的系统性误差, 随着序列发展系数的上升, 模型输出的偏差是否会扩大<sup>[1,32]</sup>. GM(1,1)是灰色预测的基础模型, 可以作为参照模型衡量新模型在不同趋势下偏差水平. 本文采用 $x(k) = e^{(-a)(k-1)} (k = 1, 2, \dots, 8)$ 生成序列进行检验, 令发展系数从低到高 $-a = 0.01, 0.3, 0.8, 1.2$ 生成4组序列 $X_1, X_2, X_3, X_4$ , 用于检验模型是否存在随发展系数升高而带来的拟合偏差.

检验方法采用绝对误差比率(APE)、平均相对误差(MAPE)衡量各个模型的表现情况, 借助这2个指标分析新模型拟合序列中的表现情况. 对于点的拟合情况使用绝对误差比率(APE)衡量, 计算公式为 $APE(k) = \frac{|\hat{x}^{(0)}(k) - x^{(0)}(k)|}{x^{(0)}(k)} \cdot 100\%$ .

APE用于测度模型拟合在单个数据点上的表现情况, 便于观察是否出现趋势性的偏差, 尤其在较新数据的拟合情况下对预测具有一定参考价值. 平均相对误差指标(MAPE)为

$$MAPE = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left| \frac{\hat{x}^{(0)}(k) - x^{(0)}(k)}{x^{(0)}(k)} \right| \times 100\%, \quad (15)$$

用于从整体上衡量模型表现情况, 评估拟合和预测的可靠程度. 图3展示了各序列建模结果及对比情况.

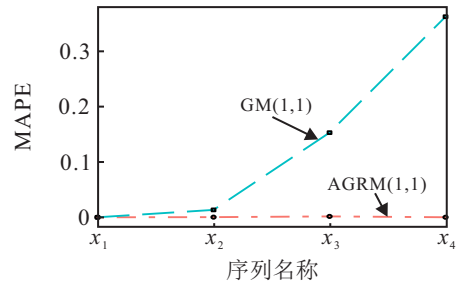


图3 AGRM(1,1)模型无偏性序列检验

经过计算, AGRM(1,1)模型对指数生成的序列产生较好的拟合精度, 具有良好无偏性. 以GM(1,1)模型为参照模型, 如图3所示, AGRM(1,1)模型在低增长序列建模中与GM(1,1)同样保持高精度程度, 而对于高增长序列, 如 $X_3, X_4$ 序列建模结果所示, GM(1,1)模型误差达到15.22%和36.8%, 出现较为明显的系统性误差, AGRM(1,1)模型则依然保持接近于完全拟合状态. 由此可知, AGRM(1,1)模型相对于不同增长率的数据都具有无偏性特征.

从图3中可以直观看到, GM(1,1)模型随着算例序列发展系数的上升而呈现误差明显上升趋势, 而AGRM(1,1)模型则保持误差稳定在较低范围, 没有出现明显的有偏性特征.

#### 3.2 新模型对中国碳排放数据预测的应用

碳排放数据的预测是影响未来减排路径、绿色经济发展规划的重要科学问题, 本文利用新模型预测我国近年能源消耗核算的碳排放量变化趋势. 碳排放水平数据存在不确定性, IPCC第5次评估报告显示全球化石燃料燃烧产生的二氧化碳核算数据差异大约在8%左右. 本文采用的表观碳排放量来源于能源消耗排放量, 数据来源于CEADs开放的2000~2019年测算数据<sup>[33-34]</sup>. 本文结合该案例的应用检验模型在实际问题中的预测效果, 该问题同时采用经典GM(1,1)模型<sup>[1]</sup>、离散化的DGM(1,1)模型<sup>[13]</sup>以及SVR模型作为对比, 同时构建本文模型AGRM(1,1). 数据的计算过程先后分两次验证模型拟合和预测精度, 即保留末尾数据作为预测检验和全部数据作为训练数据, 以此考察模型建模能力的稳定性.

检验数据光滑比和级比以了解序列可建模特性,

光滑比计算方法为  $\rho(k) = \frac{x(k)}{\sum_{i=1}^{k-1} x(i)}$  ( $k = 2, 3, \dots, n$ ),

检验  $\frac{\rho(k+1)}{\rho(k)} < 1$  ( $k = 2, 3, \dots, n-1$ ), 以及  $\rho(k) \in [0, \varepsilon]$  ( $k = 3, 4, \dots, n$ ), 通常  $\varepsilon$  不大于 0.5.

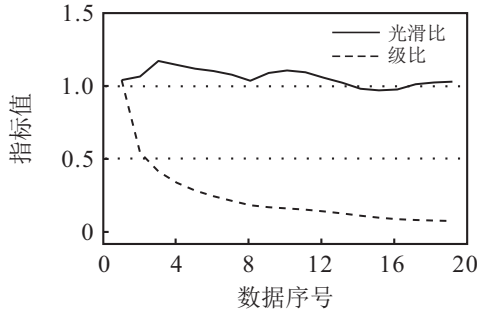


图4 序列级比和光滑比检验

从检验计算结果可以看出,我国碳排放数据满足灰色建模的级比和准光滑性检验,级比序列的最大值为  $\delta_{\max} = 1.788$ ,最小值为  $\delta_{\min} = 0.960$ ,极差比例为  $\frac{\delta_{\max} - \delta_{\min}}{\delta_{\text{mean}}} = 19.03\%$ ,通常来讲灰色预测能够处理的数据级比小于2,同时光滑比呈现出小于0.5的状态, $k > 10$ 时末尾光滑比呈稳定下降趋势,其中  $\rho(19) = 0.075$ ,满足准光滑性质要求.

本文采用保留末尾数据检验和完全数据建模两种方式检验预测模型计算稳定性,验证建模结果的精确程度.经过计算,GM(1,1)模型的参数为  $-a = 0.0562, b = 4096.56436$ ,响应式为  $\hat{x}^{(1)}(k) = [x^{(0)} + 72892.6]e^{0.0562(k-1)} - 72892.6$ .另外,DGM(1,

1)模型参数估计为  $\beta_1 = 1.0576, \beta_2 = 4228.2035$ ,对应的离散灰方程响应式为  $\hat{x}^{(1)}(k) = 1.0576x^{(1)} + 4228.2035$ .新模型中的参数  $\lambda = -0.6883, \gamma = -0.9586$ ,经过缓冲算子调节后的子序列数据为

$$x_s^{(0)}(k)d = x^{(0)}(s+k-1) \times \left[ \frac{(1 - (-0.6883)^{20-k})x(k)}{(1 + 0.6883) \sum_{i=0}^{19-k} (-0.6883)^i x^{(0)}(19-i)_s} \right]^{-0.9586}$$

其中: $k = 1, 2, 3, 4, s = 1, 2, \dots, 15$ .经过滚动机制得到拟合和预测值,所有模型建模结果如表1所示.

模型检验中,序列末尾的2019年数据留作预测检验,其余部分作为拟合检验,用于分析模型表现以及是否产生过拟合现象.表1列出了计算结果,AGRM(1,1)模型的拟合相对误差和预测相对误差分别为2.53%和1.19%.作为对比,传统GM(1,1)模型平均相对误差为10.8%,预测误差为18.64%;DGM(1,1)模型拟合和预测误差分别为6.08%和8.35%,且最高的点相对误差也高于新模型.总体而言,AGRM(1,1)模型的误差低于两类灰预测模型,并且模型拟合精度与预测精度基本保持一致,没有产生显著过拟合现象.关于算法的收敛性,差分进化算法在优化 $\lambda$ 和 $\gamma$ 过程中呈现快速收敛特征,本文计算中采用200次迭代、种群为50、CR = 0.5、F = 0.8的群体初始设置,图5显示了优化过程中适应度的变化追踪情况.

表1 中国能源核算CO<sub>2</sub>排放数据的预测模型计算结果

| 年份   | 原始数据     | GM(1,1)  |       | DGM(1,1) |       | AGRM(1,1) |       | SVR      |       |
|------|----------|----------|-------|----------|-------|-----------|-------|----------|-------|
|      |          | 拟合值      | APE/% | 拟合值      | APE/% | 拟合值       | APE/% | 拟合值      | APE/% |
| 2000 | 3214.07  | 3214.07  |       | 3214.07  | 0.00  |           |       | 3584.21  | 11.52 |
| 2001 | 3364.43  | 4686.65  | 39.30 | 4703.15  | 39.79 |           |       | 3622.56  | 7.67  |
| 2002 | 3604.97  | 4942.06  | 37.09 | 3546.84  | 1.61  |           |       | 3851.11  | 6.83  |
| 2003 | 4249.68  | 5211.39  | 22.63 | 3800.42  | 10.57 |           |       | 4232.13  | 0.41  |
| 2004 | 4894.70  | 5495.40  | 12.27 | 4480.09  | 8.47  | 4669.12   | 4.61  | 4717.05  | 3.63  |
| 2005 | 5508.80  | 5794.88  | 5.19  | 5160.08  | 6.33  | 5508.80   | 0.00  | 5265.00  | 4.43  |
| 2006 | 6111.10  | 6110.69  | 0.01  | 5807.47  | 4.97  | 6025.55   | 1.40  | 5854.07  | 4.21  |
| 2007 | 6624.06  | 6443.71  | 2.72  | 6442.43  | 2.74  | 6598.68   | 0.38  | 6479.60  | 2.18  |
| 2008 | 6904.72  | 6794.88  | 1.59  | 6983.19  | 1.14  | 7059.44   | 2.24  | 7141.07  | 3.42  |
| 2009 | 7567.63  | 7165.18  | 5.32  | 7279.07  | 3.81  | 7180.53   | 5.12  | 7825.31  | 3.41  |
| 2010 | 8425.02  | 7555.67  | 10.32 | 7977.93  | 5.31  | 7930.223  | 5.87  | 8496.54  | 0.85  |
| 2011 | 9274.55  | 7967.43  | 14.09 | 8881.80  | 4.23  | 9117.77   | 1.69  | 9099.79  | 1.88  |
| 2012 | 9858.99  | 8401.64  | 14.78 | 9777.40  | 0.83  | 9993.83   | 1.37  | 9576.92  | 2.86  |
| 2013 | 10144.60 | 8859.51  | 12.67 | 10393.52 | 2.45  | 10401.19  | 2.53  | 9886.86  | 2.54  |
| 2014 | 10013.07 | 9342.33  | 6.70  | 10694.61 | 6.81  | 10413.95  | 4.00  | 10019.34 | 0.06  |
| 2015 | 9773.74  | 9851.46  | 0.80  | 10555.95 | 8.00  | 10000.92  | 2.32  | 9995.20  | 2.27  |
| 2016 | 9598.69  | 10388.34 | 8.23  | 10303.64 | 7.34  | 9573.86   | 0.26  | 9854.34  | 2.66  |
| 2017 | 9774.61  | 10954.48 | 12.07 | 10119.11 | 3.52  | 9437.53   | 3.45  | 9638.76  | 1.39  |
| 2018 | 10071.64 | 11551.47 | 14.69 | 10304.56 | 2.31  | 9804.81   | 2.65  | 9379.98  | 6.87  |
| 2019 | 10434.85 | 12181.00 | 16.73 | 12142.36 | 16.36 | 10310.46  | 1.19  | 9095.69  | 12.83 |
| MAPE |          |          | 11.60 |          | 6.33  |           | 2.53  |          | 3.64  |

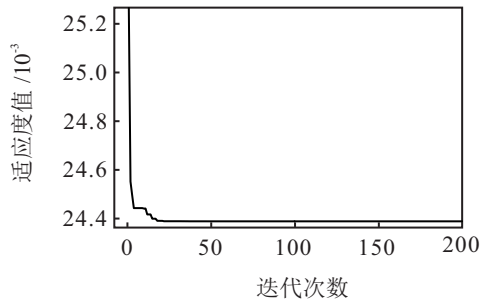


图5 调节参数优化过程中的适应度追踪

进一步以全部数据为训练样本进行计算,表2列出了计算结果.从表2的结果分析可知,AGRM(1,1)模型的建模效果保持了稳定性,平均相对误差为2.44%,与表1计算结果相当.作为对比,传统GM(1,

1)和DGM(1,1)模型的平均相对误差水平分别为11.44%和6.12%.

结合计算结果来看,GM(1,1)模型的响应式表现出较为明显的单调性,适合拟合较为规则的增长趋势,在预测碳排放数据趋势时则呈现较大偏差;DGM(1,1)模型相对灵活,虽然同样建立在AGO序列基础上,但DGM(1,1)没有通过白化方程方式获取响应式,而是直接以离散形式构建响应式,在本例中显示出与序列趋势较为贴合的特征;AGRM(1,1)模型利用缓冲算子组合滚动预测机制,在趋势的贴合性上表现优于前两者,由于全信息算子的引入使得模型对趋势内在特征的把握准确度明显上升.

表2 完整序列的全部模型建模结果分析

| 年份   | 原始数据     | GM(1,1)  |       | DGM(1,1) |       | AGRM(1,1) |       | SVR      |       |
|------|----------|----------|-------|----------|-------|-----------|-------|----------|-------|
|      |          | 拟合值      | APE/% | 拟合值      | APE/% | 拟合值       | APE/% | 拟合值      | APE/% |
| 2000 | 3214.07  | 3214.07  | 0.00  | 3214.07  | 0.00  |           |       | 3587.61  | 11.62 |
| 2001 | 3364.43  | 4809.60  | 42.95 | 4825.77  | 43.44 |           |       | 3624.59  | 7.73  |
| 2002 | 3604.97  | 5053.94  | 40.19 | 3534.49  | 1.96  |           |       | 3844.83  | 6.65  |
| 2003 | 4249.68  | 5310.70  | 24.97 | 3787.19  | 10.88 |           |       | 4216.23  | 0.79  |
| 2004 | 4894.71  | 5580.49  | 14.01 | 4464.49  | 8.79  | 4687.98   | 4.22  | 4696.93  | 4.04  |
| 2005 | 5508.81  | 5864.00  | 6.45  | 5142.11  | 6.66  | 5544.05   | 0.64  | 5249.98  | 4.70  |
| 2006 | 6111.10  | 6161.90  | 0.83  | 5787.25  | 5.30  | 6053.24   | 0.95  | 5851.95  | 4.24  |
| 2007 | 6624.06  | 6474.94  | 2.25  | 6419.99  | 3.08  | 6624.06   | 0.00  | 6491.56  | 2.00  |
| 2008 | 6904.72  | 6803.89  | 1.46  | 6958.88  | 0.78  | 7082.56   | 2.58  | 7159.54  | 3.69  |
| 2009 | 7567.63  | 7149.54  | 5.52  | 7253.73  | 4.15  | 7196.02   | 4.91  | 7836.53  | 3.55  |
| 2010 | 8425.02  | 7512.76  | 10.83 | 7950.15  | 5.64  | 7943.50   | 5.72  | 8486.69  | 0.73  |
| 2011 | 9274.55  | 7894.43  | 14.88 | 8850.88  | 4.57  | 9153.88   | 1.30  | 9062.33  | 2.29  |
| 2012 | 9858.99  | 8295.49  | 15.86 | 9743.35  | 1.17  | 10032.19  | 1.76  | 9517.83  | 3.46  |
| 2013 | 10144.60 | 8716.92  | 14.07 | 10357.33 | 2.10  | 10431.15  | 2.82  | 9826.16  | 3.14  |
| 2014 | 10013.07 | 9159.76  | 8.52  | 10657.37 | 6.43  | 10428.56  | 4.15  | 9988.59  | 0.24  |
| 2015 | 9773.74  | 9625.10  | 1.52  | 10519.19 | 7.63  | 10002.72  | 2.34  | 10032.34 | 2.65  |
| 2016 | 9598.69  | 10114.08 | 5.37  | 10267.76 | 6.97  | 9563.19   | 0.37  | 9997.07  | 4.15  |
| 2017 | 9774.61  | 10627.90 | 8.73  | 10083.87 | 3.16  | 9428.77   | 3.54  | 9917.58  | 1.46  |
| 2018 | 10071.64 | 11167.83 | 10.88 | 10268.68 | 1.96  | 9803.19   | 2.67  | 9811.44  | 2.58  |
| 2019 | 10434.85 | 11735.18 | 12.46 | 10580.72 | 1.40  | 10322.91  | 1.07  | 9677.20  | 7.26  |
| MAPE |          |          | 12.09 |          | 6.30  |           | 2.44  |          | 3.85  |

图6展示了上述模型拟合检验中的趋势特征,而图7为4个模型的拟合误差对比.经过两个阶段的建模检验,表1显示GM(1,1)模型拟合训练数据的MAPE指标为10.80%,增加2018年数据后表2显示拟合误差变为11.44%,而DGM(1,1)模型的误差水平则从6.08%变为6.12%,拟合误差略微上升,SVR模型则在较早期数据中误差相对较大,达到11.52%,对后期数据拟合程度相对较好,AGRM(1,1)模型第1阶段误差为2.69%,增加2018年数据后拟合误差水平

为2.71%,即随着数据量的增加模型表现保持稳定.

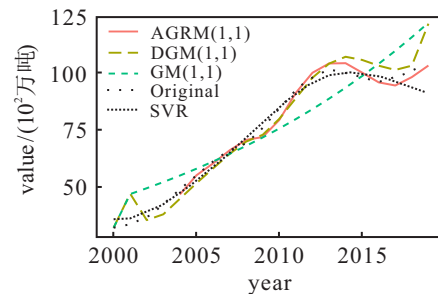


图6 我国碳排放数据发展趋势拟合

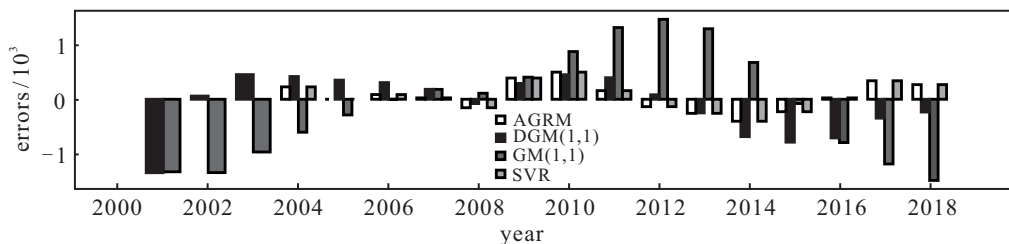


图7 4个模型的拟合误差分布对比

### 3.3 模型应用情况的检验分析

GM(1,1)和DGM(1,1)模型中的参数受历史数据影响,数据前期较高的增长特征使参数值偏高,并通过响应式传导至原始序列的还原阶段。AGRM(1,1)模型采用滚动建模机制,前期数据及时退出对模型参数的影响,同时整个序列趋势演变的特征通过全信息缓冲算子参数反映在序列还原和预测值生成过程中,保留了调控带来的逐步变动对系统行为数据的影响。

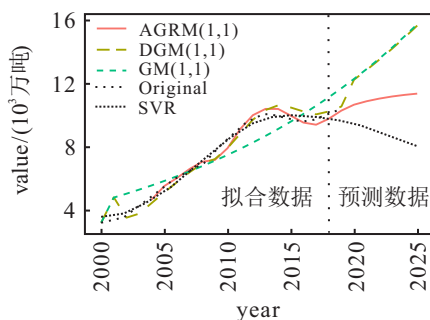


图8 我国碳排放数据未来短期预测趋势

图8表明:GM(1,1)和DGM(1,1)模型在预测过程中逐步趋于相似,DGM(1,1)在拟合精度和短期预测中具有优势,但本质上仍然是GM(1,1)相似拓展模型,SVR对序列预测呈现过快的下降趋势,AGRM(1,1)模型显示数据发展趋势更为连贯,呈现逐步波动平稳发展,到2025年我国碳排放总量预计达到11399.82万吨左右,增长率逐步下降,总量趋于峰顶.从预测值来看,AGRM(1,1)给出的数值较为贴近我国能源领域发展趋势,拟合部分和预测部分保持了一致的发展连贯性。

## 4 结论

本文提出了灰色模型在滚动建模机制下与缓冲算子组合建模,并引入含双参数的全信息缓冲算子来调和强化与弱化效果的矛盾,同时验证了新模型具有:1)模型具备无偏性,相对高增长序列具有较高精确度;2)模型训练中拟合精度和预测精度能够保持稳定;3)改变了传统灰模型响应式单调性特征,能够适应序列变化趋势的改变.在该模型中,原始序列以数据片段形式逐步建模,陈旧信息在滚动建模过程中逐渐弱化对未来趋势的影响,同时序列整体趋势特征则通过算子参数得以保留,实现序列趋势的准确把握。

### 参考文献(References)

[1] Liu S F. Grey system theory and its application[M]. The 9th edition. Beijing: Science Press, 2021: 1-21.  
[2] Zhang K, Zhong Q P, Qu P P, et al. Grey forecasting

model of rural water environment quality based on online searching information[J]. Chinese Journal of Management Science, 2020, 28(6): 222-230.  
[3] Xu N, Dang Y G. Characteristic adaptive GM(1,1) model and forecasting of Chinese traffic pollution emission[J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 2018, 38(1): 187-196.  
[4] Hu Z J, Liu Y Q, Li J. Dynamic demand forecast of emergency materials for flood disasters based on improved GM(1,1) model[J]. Journal of System Simulation, 2019, 31(4): 702-709.  
[5] Wang Z X, Jv Y Q. A non-linear systematic grey model for forecasting the industrial economy-energy-environment system[J]. Technological Forecasting and Social Change, 2021, 167: 120707.  
[6] 丁松, 李若瑾, 党耀国. 基于初始条件优化的GM(1,1)幂模型及其应用[J]. 中国管理科学, 2020, 28(1): 153-161.  
(Ding S, Li R J, Dang Y G. Construction and application of GM(1,1) power model based on the optimized initial condition[J]. Chinese Journal of Management Science, 2020, 28(1): 153-161.)  
[7] Ma X, Mei X, Wu W Q, et al. A novel fractional time delayed grey model with grey wolf optimizer and its applications in forecasting the natural gas and coal consumption in Chongqing China[J]. Energy, 2019, 178: 487-507.  
[8] Xu N, Dang Y G, Gong Y D. Novel grey prediction model with nonlinear optimized time response method for forecasting of electricity consumption in China[J]. Energy, 2017, 118: 473-480.  
[9] 邹国焱, 魏勇. 广义离散灰色预测模型及其应用[J]. 系统工程理论与实践, 2020, 40(3): 736-747.  
(Zou G Y, Wei Y. Generalized discrete grey model and its application[J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 2020, 40(3): 736-747.)  
[10] Zeng B, Duan H M, Bai Y, et al. Forecasting the output of shale gas in China using an unbiased grey model and weakening buffer operator[J]. Energy, 2018, 151: 238-249.  
[11] 曾波, 刘思峰, 曲学鑫. 一种强兼容性的灰色通用预测模型及其性质研究[J]. 中国管理科学, 2017, 25(5): 150-156.  
(Zeng B, Liu S F, Qu X X. Researching on a grey common prediction modeling with strong compatibility and its properties[J]. Chinese Journal of Management Science, 2017, 25(5): 150-156.)  
[12] 孟伟, 刘思峰, 方志耕, 等. 基于互逆分数阶算子的GM(1,1)阶数优化模型[J]. 控制与决策, 2016, 31(4): 661-666.  
(Meng W, Liu S F, Fang Z G, et al. GM(1,1) with optimized order based on mutual fractional operators[J]. Control and Decision, 2016, 31(4): 661-666.)  
[13] 罗党, 韦保磊. 一类离散灰色预测模型的统一处理方法及应用[J]. 系统工程理论与实践, 2019, 39(2): 451-462.  
(Luo D, Wei B L. A unified treatment approach for a class

- of discrete grey forecasting models and its application[J]. *Systems Engineering — Theory & Practice*, 2019, 39(2): 451-462.)
- [14] Qian W Y, Sui A D. A novel structural adaptive discrete grey prediction model and its application in forecasting renewable energy generation[J]. *Expert Systems With Applications*, 2021, 186: 115761.
- [15] Wei B L, Xie N M, Hu A Q. Optimal solution for novel grey polynomial prediction model[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2018, 62: 717-727.
- [16] Ye J, Dang Y G, Ding S, et al. A novel energy consumption forecasting model combining an optimized DGM(1, 1) model with interval grey numbers[J]. *Journal of Cleaner Production*, 2019, 229: 256-267.
- [17] 粟婷, 魏勇. 二阶非齐次序列的直接离散模型及灰色预测应用[J]. *系统工程理论与实践*, 2020, 40(9): 2450-2465.  
(Su T, Wei Y. Direct discrete model of second order non-homogeneous sequence and application of grey prediction[J]. *Systems Engineering — Theory & Practice*, 2020, 40(9): 2450-2465.)
- [18] Qian W Y, Wang J. An improved seasonal GM(1,1) model based on the HP filter for forecasting wind power generation in China[J]. *Energy*, 2020, 209: 118499.
- [19] 刘解放, 刘思峰, 方志耕. 一类调节强度可变的弱化缓冲算子及其应用研究[J]. *中国管理科学*, 2016, 24(8): 172-176.  
(Liu J F, Liu S F, Fang Z G. A class of new weakening buffer operators whose adjustable intensity can be changed and their applications[J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2016, 24(8): 172-176.)
- [20] 王岩, 田永明, 刘守同, 等. 缓冲算子的VGM(1,1)模型预测精度研究[J]. *测绘科学*, 2019, 44(2): 38-42.  
(Wang Y, Tian Y M, Liu S T, et al. Research on predictive accuracy of VGM(1, 1) model based on buffer operator[J]. *Science of Surveying and Mapping*, 2019, 44(2): 38-42.)
- [21] 刘松, 李平. 灰色预测中缓冲算子的组合性质及应用[J]. *控制与决策*, 2016, 31(10): 1798-1802.  
(Liu S, Li P. Properties and applications of combined buffer operators in grey prediction[J]. *Control and Decision*, 2016, 31(10): 1798-1802.)
- [22] 周伟杰, 党耀国, 顾荣宝. 基于灰色算子的分形法及应用[J]. *中国管理科学*, 2017, 25(10): 89-99.  
(Zhou W J, Dang Y G, Gu R B. The modified fractal methods based on the grey operator and their application[J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2017, 25(10): 89-99.)
- [23] 王正新, 何凌阳. 全信息变权缓冲算子的拓展、优化及其应用[J]. *控制与决策*, 2019, 34(10): 2213-2220.  
(Wang Z X, He L Y. Extension, optimization and application of variable-weight buffer operators with perfect information[J]. *Control and Decision*, 2019, 34(10): 2213-2220.)
- [24] Wang Z X, Li Q. Modelling the nonlinear relationship between CO<sub>2</sub> emissions and economic growth using a PSO algorithm-based grey Verhulst model[J]. *Journal of Cleaner Production*, 2019, 207: 214-224.
- [25] Hu Y C. Energy demand forecasting using a novel remnant GM(1,1) model[J]. *Soft Computing*, 2020, 24(18): 13903-13912.
- [26] 罗党, 王小雷. 耦合三角函数的灰色GM(1,1,T)模型及其应用[J]. *系统工程理论与实践*, 2020, 40(7): 1906-1917.  
(Luo D, Wang X L. Grey GM(1,1,T) model coupled with trigonometric function and its application[J]. *Systems Engineering — Theory & Practice*, 2020, 40(7): 1906-1917.)
- [27] Xu N, Ding S, Gong Y D, et al. Forecasting Chinese greenhouse gas emissions from energy consumption using a novel grey rolling model[J]. *Energy*, 2019, 175: 218-227.
- [28] 徐宁, 公彦德, 柏菊. 动态灰预测模型的缓冲适应性建模方法[J]. *系统工程理论与实践*, 2019, 39(10): 2619-2627.  
(Xu N, Gong Y D, Bai J. Buffered adaptive grey prediction model and its dynamic modelling method[J]. *Systems Engineering — Theory & Practice*, 2019, 39(10): 2619-2627.)
- [29] Zhu X Y, Dang Y G, Ding S. Using a self-adaptive grey fractional weighted model to forecast Jiangsu's electricity consumption in China[J]. *Energy*, 2020, 190: 116417.
- [30] Zhou W J, Ding S. A novel discrete grey seasonal model and its applications[J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2021, 93: 105493.
- [31] 徐宁, 党耀国, 丁松. 基于误差最小化的GM(1,1)模型背景值优化方法[J]. *控制与决策*, 2015, 30(2): 283-288.  
(Xu N, Dang Y G, Ding S. Optimization method of background value in GM(1,1) model based on least error[J]. *Control and Decision*, 2015, 30(2): 283-288.)
- [32] 亢玉晓, 肖新平. 灰色GM(1, 1)派生模型病态性的差异分析[J]. *系统工程理论与实践*, 2019, 39(10): 2610-2618.  
(Kang Y X, Xiao X P. Morbidity analysis of the grey GM(1,1) derived models[J]. *Systems Engineering — Theory & Practice*, 2019, 39(10): 2610-2618.)
- [33] Shan Y L, Huang Q, Guan D B, et al. China CO<sub>2</sub> emission accounts 2016-2017[J]. *Scientific Data*, 2020, 7: 54.
- [34] Shan Y, Guan D, Zheng H, et al. China CO<sub>2</sub> emission accounts 1997-2015[J]. *Scientific Data*, 2018, 5: 170201.

### 作者简介

徐宁(1983—), 男, 副教授, 博士, 从事灰色系统、低碳经济等研究, E-mail: xuning@nau.edu.cn;

秦邱皓(1999—), 男, 硕士生, 从事物流系统工程、智能优化算法等研究, E-mail: 2570466881@qq.com;

王天宇(1998—), 男, 硕士生, 从事灰色系统预测建模的研究, E-mail: 1458132729@qq.com;

丁松(1992—), 男, 副教授, 博士, 从事灰色系统、能源经济等研究 E-mail: dingsong1129@163.com.