

控制与决策

Control and Decision

分布式网络系统的任意预设时间分组一致

戴凌飞, 陈昕, 过榴晓, 张建成

引用本文:

戴凌飞, 陈昕, 过榴晓, 张建成. 分布式网络系统的任意预设时间分组一致[J]. *控制与决策*, 2023, 38(12): 3482–3489.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.0271>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

有向切换拓扑条件下多航天器分组姿态协同控制

Group attitude coordinated control of multi-spacecraft with directed switching topologies

控制与决策. 2021, 36(10): 2389–2398 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0311>

孤岛微电网异构电池储能系统的分布式有限时间次级控制

Distributed finite-time secondary control for heterogeneous battery energy storage systems in an islanded microgrid

控制与决策. 2021, 36(8): 2034–2041 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0012>

带有输出约束的柔性关节机械臂预设性能自适应控制

Prescribed performance adaptive control of flexible-joint manipulators with output constraints

控制与决策. 2021, 36(2): 387–394 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0974>

自适应事件触发的马尔科夫跳变多智能体系统一致性

Adaptive event-triggered consensus for Markovian jumping multi-agent systems

控制与决策. 2020, 35(11): 2780–2786 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.1507>

一类非线性大系统分散自适应预设性能有限时间跟踪控制

Decentralized adaptive prescribed performance finite-time tracking control for a class of large-scale nonlinear systems

控制与决策. 2020, 35(12): 3045–3052 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0623>

分布式网络系统的任意预设时间分组一致

戴凌飞, 陈 昕, 过榴晓[†], 张建成

(江南大学 理学院, 江苏 无锡 214122)

摘 要: 研究任意预设时间控制下的多智能体网络系统分组一致性问题. 设计非零分组投影参数下任意预设时间控制协议, 使得分布式网络系统在物理允许范围内的任意预设时间内迅速实现分组一致, 该预设时间与系统参数和初始值都无关系. 基于代数图论、李雅普诺夫稳定性和矩阵理论等, 分别讨论无向和有向拓扑网络情形下, 多智能体系统实现预设时间分组一致的充分条件. 独轮车的多智能体系统仿真实验验证了所提方法的有效性.

关键词: 预设时间一致性; 分组一致性; 多智能体系统

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2022.0271

引用格式: 戴凌飞, 陈昕, 过榴晓, 等. 分布式网络系统的任意预设时间分组一致[J]. 控制与决策, 2023, 38(12): 3482-3489.

Prescribed-time group consensus of multiagent systems

DAI Ling-fei, CHEN Xin, GUO Liu-xiao[†], ZHANG Jian-cheng

(School of Science, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

Abstract: The prescribed-time control for group consensus problems of multiagent systems (MASs) are investigated in this paper. The prescribed-time control protocols including an arbitrary non-zero group projective parameter are presented to achieve group consensus within a predetermined time of physical allowance, which is independent of system parameters and initial values. Based on algebraic graph theory, Lyapunov stability and matrix theory, sufficient conditions of the designed parameters are established to realize prescribed time group consensus under both undirected and directed topology networks. The effectiveness of the proposed approaches is verified by simulation of the unicycle nonholonomic robots system.

Keywords: prescribed-time consensus; group consensus; multiagent systems

0 引 言

近年来, 由于无人机技术^[1]、编队控制^[2]、群集效应^[3]和传感器网络^[4]的广泛应用, 越来越多的学者致力于对多智能体系统(MASs)的研究. 众所周知, 一致性问题^[5-9]是多智能体系统最基本的问题之一, 达到一致意味着所有智能体的最终状态收敛到一个公共状态. 实际应用中, 网络系统的多智能体的任务分工可以不同, 所有的智能体往往可能被分成两个或更多的组, 不同的组最终会收敛到不同的状态值, 这种情况广泛存在^[10]. 文献[11]提出了网络系统分组一致的充要条件; 文献[12]讨论了具有时滞的一般的二阶多智能体系统的分组一致条件; 文献[13-14]研究的智能体二分一致是分组一致的一个特例. 分组一致与传统一致性相比, 其信息交换不仅存在于一个群体

之间, 也存在于不同群体中的智能体之间. 由于智能体任务或资源分配的差异, 不同的智能体往往会收敛到不同的状态.

早期的多智能体系统一致性研究中, 研究者们主要关注渐近一致稳定性. 科技的发展需要更有效的稳定策略, 因此学者们开始关注MASs的有限时间一致性问题, 因为其在有限时间内提供了较快的收敛速度. 文献[15]解决了一类自适应有限时间内的不确定非线性机械系统的一致性; 文献[16]讨论了有干扰的二阶多智能体系统的有限时间一致性. 然而, 这里的有限时间一致性有局限性, 所有有限时间 T 都密切依赖于多智能体系统中的初始条件和参数设计. 随后, 固定时间一致性被提出, 不依赖于初始条件, 系统实现在有限的固定时间内达成一致^[17-19]. 但

收稿日期: 2022-02-20; 录用日期: 2022-07-06.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61973137, 61807016); 江苏省自然科学基金项目(BK20181342, BK20171142).

责任编辑: 吴淮宁.

[†]通讯作者. E-mail: guoliuxiao@jiangnan.edu.cn.

需要注意的是,由于受系统参数的影响,有限的固定时间仍不能随意设置.

为克服上述缺点,任意预设时间一致概念被提出,其优势在于MASs的收敛时间可以明确地预先设定,并且与系统初始值和系统参数都无关.文献[20]引入了一种新的时变标量函数来设计控制器,以确保可以在预设的时间内实现系统稳定;文献[21]研究了基于有向网络下预设的有限时间方法的高阶多智能体系统的领导者跟随一致性问题;文献[22]讨论了多智能体系统的预设时间包络一致问题;文献[23]提出了预设时间控制的协议,解决了多智能体系统的事件触发的二分一致问题.预设时间控制通过引入一个重要的时变标量函数,提供一个很好的解决方案,确保MASs能够在用户可预先设计的时间内达成一致.

受上述工作启发,本文针对分布式的无向网络与有向网络系统,设计两个控制协议,实现多智能体系统预设时间分组一致.本文主要贡献如下:

1) 区别于传统的完全一致^[15-9]和二分一致^[13-14],本文中多智能体系统实现了具有任意非零投影参数分组一致,分组形式更具一般性.

2) 区别于有限时间一致^[15-16]和固定时间一致^[17-19],本文针对无领导的无向网络和包含一个有向生成树的有向网络,分别设计两个任意预设时间控制协议,使得系统能够在预先设计的时间内达成分组一致且不受系统初始值和系统参数影响.

1 预备知识与问题概述

1.1 符号表示

本文涉及如下符号: R^n 和 $R^{n \times m}$ 分别为 n 维欧拉空间和 $n \times m$ 的实矩阵, $I_n \in R^{n \times n}$ 为单位矩阵, 1_N 为所有元素为1的 N 维列向量, 一个实矩阵 A 的转置记为 A^T , 方阵 M 的最大和最小特征值记为 $\lambda_{\max}(M)$ 和 $\lambda_{\min}(M)$, $\text{diag}\{\cdot\}$ 定义为一个对角矩阵, \otimes 为克罗内克积, $\|\cdot\|$ 为向量或矩阵的欧拉范数.

1.2 图论

考虑一个包含 $N + M$ 个智能体的网络系统,将智能体之间的通信拓扑表示为一个带符号的加权图 $\mathcal{G}(\mathcal{V}, \varepsilon, \mathcal{A})$. 其中: $\mathcal{V} = \{1, 2, \dots, N, N + 1, \dots, N + M\}$, $\varepsilon \subset \mathcal{V} \times \mathcal{V} = \{(k, s) | k, s \in \mathcal{V}\}$ 和 $\mathcal{A} = (a_{ij}) \in R^{(N+M) \times (N+M)}$ 分别为节点集、边集和加权邻接矩阵. 设对于 $i = 1, 2, \dots, N + M$ 有 $a_{ii} = 0$ 且 $a_{ij} > 0$, 当且仅当存在一条从顶点 j 到顶点 i 的边, 即智能体 i 可以从智能体 j 获取信息. 令 $N_i = \{j \in \mathcal{V} | (i,$

$j) \in \varepsilon, i \neq j\}$ 表示智能体 i 的邻居节点集; $L = (l_{ij}) \in R^{(N+M) \times (N+M)}$ 表示拉普拉斯矩阵, 且有 $l_{ii} = \sum_{s=1, s \neq i}^{N+M} a_{is}$ 和 $l_{ij} = -a_{ij}$. 对于无向图 \mathcal{G} , 如果任意两个节点之间存在路径, 则称 \mathcal{G} 是连通的. 如果在有向图 \mathcal{G} 中至少存在一个节点, 具有到其他所有节点的有向路径, 则称 \mathcal{G} 为有向生成树, 该节点称为根.

1.3 问题陈述

不失一般性, 本文考虑 $N + M$ 个智能体构成的多智能体系统, 其中智能体的动力学公式如下:

$$\dot{x}_i(t) = u_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, N + M, \quad (1)$$

其中 $x_i(t) \in R^n$, $u_i(t) \in R^n$ 分别为智能体状态和控制输入.

定义第1组 $\mathcal{V}_1 = \{1, 2, \dots, N\}$, 第2组 $\mathcal{V}_2 = \{N + 1, N + 2, \dots, N + M\}$, 显然 $\mathcal{V} = \mathcal{V}_1 \cup \mathcal{V}_2$ 且 $\mathcal{V}_1 \cap \mathcal{V}_2 = \emptyset$.

任意预设时间分组一致性定义如下.

定义1 对于无向的连通拓扑 \mathcal{G} , 称多智能体系统(1)实现预设时间 T 分组一致, 当且仅当对于任意初始状态以及 $\mathcal{V}_1 = \{1, 2, \dots, N\}$, $\mathcal{V}_2 = \{N + 1, N + 2, \dots, N + M\}$, 满足以下两个条件:

- 1) $\lim_{t \rightarrow t_0 + T} \|x_i(t) - d_{ij}x_j(t)\| = 0$.
- 2) $\|x_i(t) - d_{ij}x_j(t)\| \equiv 0, t \in [t_0 + T, +\infty)$.

其中

$$d_{ij} = \begin{cases} 1, & i, j \in \mathcal{V}_1 \text{ or } i, j \in \mathcal{V}_2; \\ c, & i \in \mathcal{V}_1 \text{ and } j \in \mathcal{V}_2; \\ \frac{1}{c}, & i \in \mathcal{V}_2 \text{ and } j \in \mathcal{V}_1. \end{cases}$$

这里: d_{ij} 为分组参数, c 为第2组的投影参数.

为了设计预设时间分组一致性协议, 引入时变标量函数^[20], 即

$$\mu(t) = \begin{cases} \frac{T^h}{(T + t_0 - t)^h}, & t \in [t_0, t_0 + T); \\ 1, & t \in [t_0 + T, \infty). \end{cases} \quad (2)$$

其中 $h > 2, T > 0$ 为可预设的时间.

记 $\mu(t)$ 在 $t = t_0 + T$ 的右导数为 $\dot{\mu}(t_0 + T)$, 则

$$\dot{\mu}(t) = \begin{cases} \frac{h}{T} \mu^{1+\frac{1}{h}}, & t \in [t_0, t_0 + T); \\ 0, & t \in [t_0 + T, \infty). \end{cases} \quad (3)$$

引理1 考虑非负连续可微函数 $V(t)$, 如果有下式成立:

$$\dot{V}(t) \leq -\beta_1 V(t) - \beta_2 \frac{\dot{\mu}(t)}{\mu(t)} V(t), \quad (4)$$

则对于 $t \in [t_0, t_0 + T)$, 有

$$V(t) \leq \mu^{-\beta_2}(t)e^{-\beta_1(t-t_0)}V(t_0), \quad (5)$$

且对于 $\forall t \in [t_0 + T, +\infty)$, 有 $V(t) \equiv 0$. 其中: $\beta_1 \geq 0$ 和 $\beta_2 > 0$ 为两个常数, $\mu(t)$ 由式(2)定义.

证明 首先考虑 $t \in [t_0, t_0 + T)$ 的情况, 在式(4)两边同时乘以 $\mu^{\beta_2}(t)$, 由定义1可知 $\mu^{\beta_2}(t) > 0$, 有

$$\mu^{\beta_2}(t)\dot{V}(t) \leq -\beta_1\mu^{\beta_2}(t)V(t) - \beta_2\mu^{\beta_2-1}(t)\dot{\mu}(t)V(t),$$

在此基础上对 $\mu^{\beta_2}(t)V(t)$ 求导, 则有

$$\begin{aligned} \frac{d(\mu^{\beta_2}(t)V(t))}{dt} &= \\ \beta_2\mu^{\beta_2-1}(t)\dot{\mu}(t)V(t) + \mu^{\beta_2}(t)\dot{V}(t) &\leq -\beta_1\mu^{\beta_2}(t)V(t). \end{aligned} \quad (6)$$

求解微分不等式(6)可得

$$\begin{aligned} \mu^{\beta_2}(t)V(t) &\leq \\ e^{-\beta_1(t-t_0)}V(t_0)\mu^{\beta_2}(t_0) &= e^{-\beta_1(t-t_0)}V(t_0), \end{aligned}$$

即式(5)成立.

其次考虑 $t \in [t_0 + T, +\infty)$ 的情况, 由式(5)结合 $V(t)$ 连续性与 $\lim_{t \rightarrow t_0+T^-} \mu^{-\beta_2}(t) = 0$ 可得 $V(t_0 + T) = \lim_{t \rightarrow t_0+T^-} V(t) = 0$. 当 $t \in [t_0 + T, +\infty)$ 时, 由式(4)可见 $\dot{V}(t) \leq 0$, 进而有 $0 \leq V(t) \leq V(t_0 + T) = 0$. 因此, 对于 $\forall t \in [t_0 + T, +\infty)$, 有 $V(t) \equiv 0$. \square

2 任意预设时间分组一致

2.1 无向拓扑网络情形

考虑无向拓扑网络的预设时间分组一致性, 设计预设时间分组一致的控制协议

$$\begin{aligned} u_i(t) &= \\ -\left(k_1 + k_2 \frac{\dot{\mu}(t)}{\mu(t)}\right) \sum_{j \in N_i} a_{ij}(x_i(t) - d_{ij}x_j(t)). \end{aligned} \quad (7)$$

其中: $k_1 \geq 0$ 和 $k_2 > \max\left\{\frac{2}{\varepsilon h}, \frac{2}{h}\right\}$ 为两个任意给定的参数, $\mu(t)$ 为式(2)定义的时变标量函数.

多智能体系统(1)在控制协议(7)下的紧凑格式为

$$\dot{X}(t) = -\left(k_1 + k_2 \frac{\dot{\mu}(t)}{\mu(t)}\right)(D^{-1}LD \otimes I_n)X(t). \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} D &= \text{diag}\{1, \dots, 1, c, \dots, c\}, \\ X(t) &= (x_1^T(t), x_2^T(t), \dots, x_{N+M}^T(t))^T \in R^{n(N+M)}, \\ L &\in R^{(N+M) \times (N+M)}. \end{aligned}$$

为方便证明, 由于网络无向, 拉普拉斯矩阵 L 对称, 可定义 $\xi \triangleq (\xi_1, \dots, \xi_N, \xi_{N+1}, \dots, \xi_{N+M})^T$ 为 L 的0特征值所对应的左特征向量, 且满足 $\xi_i > 0$, $\sum_{i=1}^{N+M} \xi_i = 1$ 和 $\xi^T L = 0$. 定义

$$\begin{aligned} \Xi &\triangleq \text{diag}\{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{N+M}\} \otimes I_n, \\ B &\triangleq \xi \xi^T \otimes I_n - \text{diag}\{\xi_1^2, \xi_2^2, \dots, \xi_{N+M}^2\} \otimes I_n, \\ \Omega &= (\omega_{ij}) \triangleq \Xi - \xi \xi^T \otimes I_n. \end{aligned}$$

显然 Ω 是 $G(B)$ 的拉普拉斯矩阵, 即有 $0 = \lambda_1(\Omega) < \lambda_2(\Omega) \leq \dots \leq \lambda_{N+M}(\Omega)$ 且 $\Omega 1_{n(N+M)} = 0$.

定义 $Q \triangleq (L \otimes I_n)^T \Xi + \Xi(L \otimes I_n)$, 易知 Q 是对称矩阵且满足 $Q 1_{n(N+M)} = 0, 0 = \lambda_1(Q) < \lambda_2(Q) \leq \dots \leq \lambda_{N+M}(Q)$.

定理1 假设通信拓扑 \mathcal{G} 是无向且连通的, 对于任一物理允许范围内的预设时间 $T > 0$, 在控制器(7)下, 多智能体系统(1)实现预设时间 T 的分组一致.

证明 定义新的变量

$$Y(t) = (D \otimes I_n)X(t). \quad (9)$$

其中

$$\begin{aligned} Y(t) &\triangleq (y_1^T(t), y_2^T(t), \dots, y_{N+M}^T(t))^T, \\ y_i(t) &= d_i x_i(t), \quad d_i = \begin{cases} 1, & i \in \mathcal{V}_1; \\ c, & i \in \mathcal{V}_2. \end{cases} \end{aligned}$$

求导可得

$$\dot{Y}(t) = -\left(k_1 + k_2 \frac{\dot{\mu}(t)}{\mu(t)}\right)(L \otimes I_n)Y(t). \quad (10)$$

选取李雅普诺夫函数

$$V(t) = Y^T(t)\Omega Y(t). \quad (11)$$

根据性质 $\Omega(L \otimes I_n) = \Xi(L \otimes I_n)$ 对 $V(t)$ 沿式(10)求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= -\left(k_1 + k_2 \frac{\dot{\mu}(t)}{\mu(t)}\right)Y^T(t)(L \otimes I_n)^T \Omega Y(t) - \\ &\left(k_1 + k_2 \frac{\dot{\mu}(t)}{\mu(t)}\right)Y^T(t)\Omega(L \otimes I_n)Y(t) = \\ &-\left(k_1 + k_2 \frac{\dot{\mu}(t)}{\mu(t)}\right)Y^T(t)[(L \otimes I_n)^T \Omega + \\ &\Omega(L \otimes I_n)]Y(t) = \\ &-\left(k_1 + k_2 \frac{\dot{\mu}(t)}{\mu(t)}\right)Y^T(t)[(L \otimes I_n)^T \Xi + \\ &\Xi(L \otimes I_n)]Y(t) = \end{aligned}$$

$$- \left(k_1 + k_2 \frac{\dot{\mu}(t)}{\mu(t)}\right) Y^T(t) Q Y(t). \quad (12)$$

Ω 与 Q 对称且有 $\Omega 1_{n(N+M)} = 0, Q 1_{n(N+M)} = 0$, 则存在正交矩阵

$$P = [P_1, P_2, \dots, P_{N+M}] \in R^{(N+M) \times (N+M)},$$

其中 $P_1 \triangleq \frac{1}{\sqrt{N+M}} 1_{N+M}$, 使得

$$\begin{aligned} (P \otimes I_n)^T Q (P \otimes I_n) &= \\ &\begin{bmatrix} 0_{n \times n} & 0_{n \times n(N+M-1)} \\ 0_{n(N+M-1) \times n} & (\tilde{P} \otimes I_n)^T Q (\tilde{P} \otimes I_n) \end{bmatrix}, \\ (P \otimes I_n)^T \Omega (P \otimes I_n) &= \\ &\begin{bmatrix} 0_{n \times n} & 0_{n \times n(N+M-1)} \\ 0_{n(N+M-1) \times n} & (\tilde{P} \otimes I_n)^T \Omega (\tilde{P} \otimes I_n) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

成立, 这里

$$\tilde{P} \triangleq [P_2, P_3, \dots, P_{N+M}] \in R^{(N+M) \times (N+M-1)}.$$

定义

$$Z(t) = (P \otimes I_n)^T Y(t) =$$

$$(z_1^T(t), z_2^T(t), \dots, z_{N+M}^T(t))^T \in R^{n(N+M)}$$

和

$$\tilde{Z}(t) \triangleq (z_2^T(t), z_3^T(t), \dots, z_{N+M}^T(t))^T \in R^{n(N+M-1)}.$$

由上述定义可得

$$\begin{aligned} &- Y^T(t) Q Y(t) + \varepsilon Y^T(t) \Omega Y(t) = \\ &- Z^T(t) (P \otimes I_n)^T Q (P \otimes I_n) Z(t) + \\ &\varepsilon Z^T(t) (P \otimes I_n)^T \Omega (P \otimes I_n) Z(t) = \\ &- \tilde{Z}^T(t) (\tilde{P} \otimes I_n)^T Q (\tilde{P} \otimes I_n) \tilde{Z}(t) + \\ &\varepsilon \tilde{Z}^T(t) (\tilde{P} \otimes I_n)^T \Omega (\tilde{P} \otimes I_n) \tilde{Z}(t) \leq \\ &- \lambda_2(Q) \tilde{Z}^T(t) \tilde{Z}(t) + \varepsilon \lambda_{N+M}(\Omega) \tilde{Z}^T(t) \tilde{Z}(t) = 0, \end{aligned} \quad (13)$$

其中 $\varepsilon \triangleq \frac{\lambda_2(Q)}{\lambda_{N+M}(\Omega)}$. 则有

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= - \left(k_1 + k_2 \frac{\dot{\mu}(t)}{\mu(t)}\right) Y^T(t) Q Y(t) \leq \\ &- \left(k_1 + k_2 \frac{\dot{\mu}(t)}{\mu(t)}\right) \varepsilon Y^T(t) \Omega Y(t) = \\ &- \left(k_1 + k_2 \frac{\dot{\mu}(t)}{\mu(t)}\right) \varepsilon V(t). \end{aligned} \quad (14)$$

由 Ω 为零行和的对称矩阵及 $V(t)$ 的构造可得

$$\begin{aligned} V(t) &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N+M} \sum_{j=1, i \neq j}^{N+M} \xi_i \xi_j (y_i(t) - y_j(t))^2 \geq \\ &\frac{1}{2} \xi_i \xi_j (y_i(t) - y_j(t))^2. \end{aligned} \quad (15)$$

因此, 对于 $\forall i, j$, 有 $\lim_{t \rightarrow t_0+T} (y_i(t) - y_j(t)) = 0$ 和 $y_i(t) - y_j(t) \equiv 0 (t \geq t_0 + T)$, 即 $\lim_{t \rightarrow t_0+T} \dot{Y}(t) = 0$ 和 $\dot{Y}(t) \equiv 0 (t \geq t_0 + T)$, 由此可知对于任意 i , 存在一个常数 $\gamma \in R$ 使得 $\lim_{t \rightarrow t_0+T} y_i(t) = \gamma$ 和 $y_i(t) \equiv \gamma (t \geq t_0 + T)$. 因此, 根据 $y_i(t)$ 的定义得到 $\lim_{t \rightarrow t_0+T} x_i(t) = \gamma (i \in \mathcal{V}_1)$, $\lim_{t \rightarrow t_0+T} x_i(t) = \frac{\gamma}{c} (i \in \mathcal{V}_2)$ 和 $x_i(t) \equiv \gamma (i \in \mathcal{V}_1), x_i(t) \equiv \frac{\gamma}{c} (i \in \mathcal{V}_2)$ 对于所有的 $t \geq t_0 + T$, 即多智能体系统(1)实现预设时间 T 分组一致.

下面给出控制输入(7)的有界性证明.

控制输入(7)的紧凑格式为

$$U(t) = - \left(k_1 + k_2 \frac{\dot{\mu}(t)}{\mu(t)}\right) (D^{-1} L D \otimes I_n) X(t). \quad (16)$$

当 $t \in [t_0, t_0 + T)$ 时, 结合引理1与式(11)可得

$$\|Y(t)\| \leq \lambda_2^{-\frac{1}{2}}(\Omega) \mu(t)^{-\frac{\varepsilon k_2}{2}} e^{-\frac{\varepsilon k_1(t-t_0)}{2}} V(t_0). \quad (17)$$

由 $\mu(t)$ 与 $k_2 > \frac{2}{\varepsilon h}$ 的定义有

$$\frac{\dot{\mu}(t)}{\mu(t)} \mu(t)^{-\frac{\varepsilon k_2}{2}} = \frac{h}{T} \left(\frac{T+t_0-t}{T}\right)^{\frac{\varepsilon h k_2 - 2}{2}} \leq \frac{h}{T}. \quad (18)$$

结合式(16)~(18)与 $0 < \mu(t)^{-\frac{\varepsilon k_2}{2}}, e^{-\frac{\varepsilon k_1(t-t_0)}{2}} \leq 1$, 可得

$$\begin{aligned} \|U(t)\| &\leq \left(k_1 + k_2 \frac{\dot{\mu}(t)}{\mu(t)}\right) \|D^{-1} L \otimes I_n\| \|Y(t)\| \leq \\ &\left(k_1 + \frac{h}{T} k_2\right) \lambda_2^{-\frac{1}{2}}(\Omega) \|D^{-1} L \otimes I_n\| V(t_0). \end{aligned} \quad (19)$$

当 $t \in [t_0 + T, +\infty)$ 时, 由定理1证明可知, $x_i(t) \equiv \gamma (i \in \mathcal{V}_1)$ 和 $x_i(t) \equiv \frac{\gamma}{c} (i \in \mathcal{V}_2)$, 即 $U(t) \equiv 0$. 至此, 控制输入(7)的有界性可得. \square

2.2 有向拓扑网络情形

考虑带领导者的有向拓扑网络的预设时间分组一致性情形. 此时, 有向网络拓扑的拉普拉斯矩阵可写为以下分块形式:

$$L = \begin{bmatrix} 0_{1 \times 1} & 0_{1 \times (N+M-1)} \\ L_2 & L_1 \end{bmatrix}.$$

其中: $L_2 \in R^{(N+M-1) \times 1}, L_1 \in R^{(N+M-1) \times (N+M-1)}$.

引理2^[22] 对于包含一个有向生成树的通信网络 \mathcal{G} , 存在正定对角矩阵 $P = \text{diag}\{p_2, p_3, \dots, p_{N+M}\}$ 满足

$$W = P L_1 + L_1^T P > 0,$$

其中 p_2, p_3, \dots, p_{N+M} 是由 $[p_2, p_3, \dots, p_{N+M}]^T = (L_1^T)^{-1} 1_{N+M-1}$ 唯一确定的。

为了使多智能体系统(1)在一个包含有向生成树且以根节点为领导者的有向网络中实现预设时间分组一致,设计以下领导跟随控制协议:

$$u_i(t) = \begin{cases} -\alpha \left(k_1 + k_2 \frac{\dot{\mu}(t)}{\mu(t)} \right) \left[\sum_{j \in N_i} a_{ij} (x_i(t) - d_{ij} x_j(t)) + a_{i1} (x_i(t) - \frac{1}{d_i} x_1(t)) \right], & i = 2, 3, \dots, N + M; \\ 0, & i = 1. \end{cases} \quad (20)$$

其中 $\alpha \geq 0$ 是一个可设计的控制参数。

定理2 假设通信拓扑 \mathcal{G} 包含一个有向生成树,对任一物理允许范围时间 $T > 0$,多智能体系统(1)在协议(20)的控制下,实现预设时间 T 分组一致。其中控制强度参数 $\alpha \geq \frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(Q)}$, $Q = (PD^{-1}L_1D + DL_1^T D^{-1}P)$, P 为引理2所得。

证明 定义 $\zeta_i(t) = \sum_{j \in N_i} a_{ij} (x_i(t) - d_{ij} x_j(t)) + a_{i1} (x_i(t) - \frac{1}{d_i} x_1(t))$, $i = 2, 3, \dots, N + M$, 则对应紧凑格式

$$\zeta(t) = (D^{-1}L_1D \otimes I_n)X(t) + (D^{-1}L_2 \otimes I_n)x_1(t). \quad (21)$$

其中

$$\zeta(t) = (\zeta_2^T(t), \zeta_3^T(t), \dots, \zeta_{N+M}^T(t))^T, \\ D = \text{diag}\{d_i\} = \text{diag}\{1, \dots, 1, c, \dots, c\} \in R^{(N+M-1) \times (N+M-1)},$$

$$X(t) = (x_2^T(t), x_3^T(t), \dots, x_{N+M}^T(t))^T.$$

由 $L_1 1_{N+M-1} + L_2 = 0$, 可知

$$\zeta(t) = (D^{-1}L_1D \otimes I_n)[X(t) - (D^{-1}1_{N+M-1} \otimes I_n)x_1(t)]. \quad (22)$$

考虑以下李雅普诺夫函数:

$$V(t) = \zeta^T(t)(P \otimes I_n)\zeta(t), \quad (23)$$

其中 P 由引理2可得。对 $V(t)$ 求导可得

$$\dot{V}(t) = 2\zeta^T(t)(P \otimes I_n)[(D^{-1}L_1D \otimes I_n)\dot{X}(t)] - 2\alpha \left(k_1 + k_2 \frac{\dot{\mu}(t)}{\mu(t)} \right) \zeta^T(t)(PD^{-1}L_1D \otimes I_n)\zeta(t) =$$

$$-\alpha \left(k_1 + k_2 \frac{\dot{\mu}(t)}{\mu(t)} \right) \zeta^T(t)[(PD^{-1}L_1D + DL_1^T D^{-1}P) \otimes I_n]\zeta(t) \leq - \left(k_1 + k_2 \frac{\dot{\mu}(t)}{\mu(t)} \right) V(t). \quad (24)$$

根据引理1,对于 $t \in [t_0, t_0 + T)$, 有 $V(t) \leq \mu^{-k_2}(t)e^{-k_1(t-t_0)}V(t_0)$, 即 $\lim_{t \rightarrow t_0+T} V(t) = 0$ 和 $V(t) \equiv 0, \forall t \in [t_0 + T, +\infty)$. 进一步地,根据 $V(t)$ 的构造可得,对于 $\forall i$, 有 $\lim_{t \rightarrow t_0+T} \zeta_i(t) = 0$ 和 $\zeta_i(t) \equiv 0, \forall t \in [t_0 + T, +\infty)$, 即对于任意一个智能体 i , 其所属的群与领导者实现投影一致,也就是多智能体系统(1)实现了预设时间 T 分组一致。

类似给出控制输入(20)的有界性证明。

控制输入(20)的紧凑格式为

$$U(t) = -\alpha \left(k_1 + k_2 \frac{\dot{\mu}(t)}{\mu(t)} \right) \zeta(t). \quad (25)$$

当 $t \in [t_0, t_0 + T)$ 时,结合引理1与式(23),可得

$$\|\zeta(t)\| \leq \lambda_{\min}^{-\frac{1}{2}}(P)\mu(t)^{-\frac{k_2}{2}} e^{-\frac{k_1(t-t_0)}{2}} V(t_0). \quad (26)$$

由 $\mu(t)$ 与 $k_2 > \frac{2}{h}$ 的定义可得

$$\frac{\dot{\mu}(t)}{\mu(t)} \mu(t)^{-\frac{k_2}{2}} = \frac{h}{T} \left(\frac{T+t_0-t}{T} \right)^{\frac{hk_2-2}{2}} \leq \frac{h}{T}. \quad (27)$$

结合式(25)~(27)与 $0 < \mu(t)^{-\frac{k_2}{2}}, e^{-\frac{k_1(t-t_0)}{2}} \leq 1$, 得

$$\|U(t)\| \leq \alpha \left(k_1 + k_2 \frac{\dot{\mu}(t)}{\mu(t)} \right) \|\zeta(t)\| \leq \alpha \left(k_1 + \frac{h}{T} k_2 \right) \lambda_{\min}^{-\frac{1}{2}}(P)V(t_0). \quad (28)$$

当 $t \in [t_0 + T, +\infty)$ 时,由定理2证明可知 $\zeta_i(t) \equiv 0$, 即 $U(t) \equiv 0$. 至此,控制输入(20)的有界性得证。□

注1 在定理1和定理2中,设计两种不同拓扑连接情形的控制器,仅要求 $k_1 \geq 0$ 和 $k_2 > \max\left\{\frac{2}{\varepsilon h}, \frac{2}{h}\right\}$ 即可,协议(7)和(20)的设计具有较大的灵活性和广泛的应用性。

注2 根据定理1和定理2的证明,令 $D = \text{diag}\{c_1, \dots, c_1, c_2, \dots, c_2, \dots, c_m, \dots, c_m\}$, 可实现更一般的 $m \geq 2$ 组分组一致。

注3 由定理1和定理2中 $\|U(t)\|$ 上界表达式(19)和(28)可见,当 T 取值很小时,比如在本文仿真示例中令 $T = 0.01$ s 或 0.05 s,可能会导致 $\|U(t)\|$ 很大,超出实际工程控制量的限制。理论上虽然预设时间 T 可以任意选取,但是在实际应用中不能无限的小,还需在物理允许的范围与控制量的限制下合理选取。如何克服这一问题也是之后研究的一个重点。

3 数值仿真

考虑由10个标号为1~10的独轮车机器人组成的智能体网络系统^[23], 每个智能体动力学行为表示为

$$\begin{cases} \dot{a}_i(t) = v_i(t) \cos \varphi_i(t), \\ \dot{b}_i(t) = v_i(t) \sin \varphi_i(t), \\ \dot{\varphi}_i(t) = \sigma_i(t). \end{cases} \quad (29)$$

其中: $i = 1, 2, \dots, 10$; $a_i(t)$ 和 $b_i(t)$ 为独轮车 i 在平面上的二维坐标; $\varphi_i(t)$ 为独轮车 i 相对于水平位置的倾斜角度; $v_i(t)$ 和 $\sigma_i(t)$ 分别为独轮车 i 的线运动速度控制输入与角运动速度控制输入. 不失一般性, 将标记为1的独轮车设置为领导者. 除领导者外, 其余独轮车可根据任务分配的不同, 任意分为 $V_1 = \{2, 3, 4\}$ 和 $V_2 = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 两组.

定义独轮车的位置向量 $x_i(t) = (\tilde{a}_i(t), \tilde{b}_i(t))^T \in R^2$, 且

$$\begin{cases} \tilde{a}_i(t) = a_i(t) + l \cos \varphi_i(t), \\ \tilde{b}_i(t) = b_i(t) + l \sin \varphi_i(t). \end{cases} \quad (30)$$

其中 $l > 0$ 为一个较小的常数. 进而可得

$$\begin{cases} \dot{\tilde{a}}_i(t) = u_{ia}(t), \\ \dot{\tilde{b}}_i(t) = u_{ib}(t), \\ \dot{\varphi}_i(t) = \frac{1}{l}(-u_{ia}(t) \sin \varphi_i(t) + u_{ib}(t) \cos \varphi_i(t)). \end{cases} \quad (31)$$

其中: $u_{ia}(t) = v_i(t) \cos \varphi_i(t) - l \sigma_i(t) \sin \varphi_i(t)$, $u_{ib}(t) = v_i(t) \sin \varphi_i(t) + l \sigma_i(t) \cos \varphi_i(t)$. $u_i(t) = (u_{ia}(t), u_{ib}(t))^T$ 代表对独轮车 i 的控制输入.

根据式(20), 控制输入设计为

$$\begin{cases} u_{ia}(t) = -\alpha \left(k_1 + k_2 \frac{\dot{\mu}(t)}{\mu(t)} \right) \left[\sum_{j \in N_i} a_{ij} (\tilde{a}_j(t) - d_{ij} \tilde{a}_i(t)) + a_{i1} \left(\tilde{a}_1(t) - \frac{1}{d_i} \tilde{a}_1(t) \right) \right], \\ u_{ib}(t) = -\alpha \left(k_1 + k_2 \frac{\dot{\mu}(t)}{\mu(t)} \right) \left[\sum_{j \in N_i} a_{ij} (\tilde{b}_j(t) - d_{ij} \tilde{b}_i(t)) + a_{i1} \left(\tilde{b}_1(t) - \frac{1}{d_i} \tilde{b}_1(t) \right) \right]. \end{cases} \quad (32)$$

独轮车之间的通信连接拓扑 \mathcal{G} 如图1所示. 验证满足定理2的条件. 定义第1组一致误差 $e_1(t) =$

$$\sqrt{\sum_{i=2}^4 \|x_i(t) - x_1(t)\|^2} \text{ 和第2组一致误差 } e_2(t) =$$

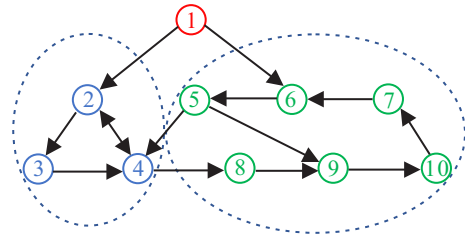
$$\sqrt{\sum_{i=5}^{10} \|x_i(t) + x_1(t)\|^2}. \text{ 独轮车的初始状态在 } [-20, 20] \times [-20, 20] \times [0, 2\pi] \text{ 范围内随机选择, } h = 3, k_1 = 1.3, k_2 = 0.8, \lambda_{\max}(P) = 8.200, \lambda_{\min}(Q) = 1.7455, \text{ 投影参数 } c = -1 \text{ 和预设时间 } T = 3 \text{ s}, D = \text{diag}\{1, 1, 1, -1, -1, -1, -1, -1, -1, -1\}.$$


图1 有向连通拓扑 \mathcal{G}

图2表示每个独轮车的状态分量分别与领导者的状态分量达成投影一致.

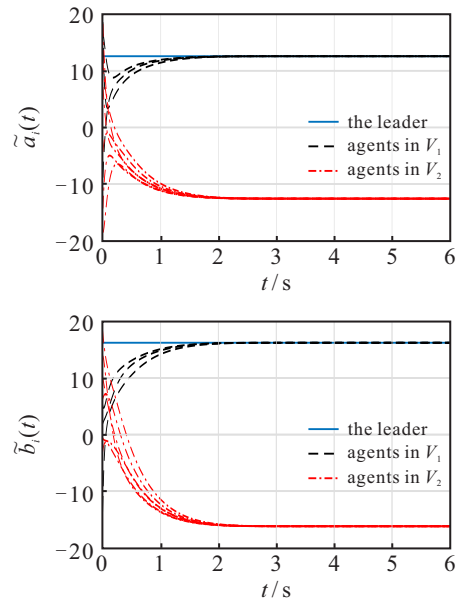


图2 机器人运动状态轨迹 $(\tilde{a}_i(t), \tilde{b}_i(t))$

图3为两个组一致误差演化图, 即当 $t \rightarrow T = 3 \text{ s}$

时, $e_1(t) = \sqrt{\sum_{i=2}^4 \|x_i(t) - x_1(t)\|^2} \rightarrow 0$ 和 $e_2(t) =$

$$\sqrt{\sum_{i=5}^{10} \|x_i(t) + x_1(t)\|^2} \rightarrow 0.$$

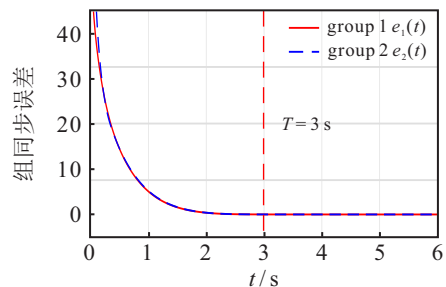


图3 组间同步误差 $e_1(t)$ 与 $e_2(t)$

图4所示的控制输入状态轨迹表明,当时间趋于预设时间 $T = 3\text{s}$ 时,控制输入趋于0,达到预设时间 $T = 3\text{s}$ 后,控制输入 $u_i \equiv 0$.

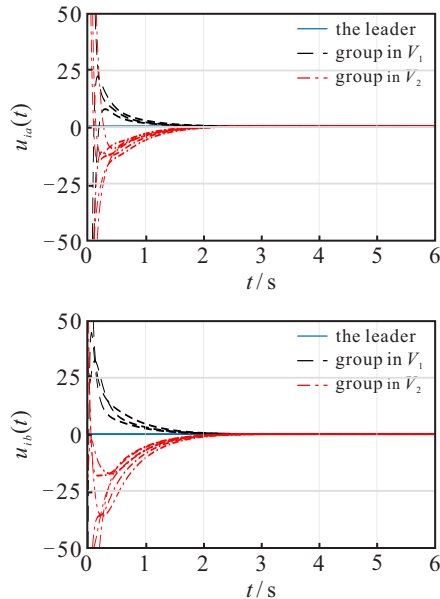


图4 控制输入状态轨迹 $u_i(t) = (u_{ia}(t), u_{ib}(t))$

图5为无预设时间控制要求下机器人运动状态轨迹.

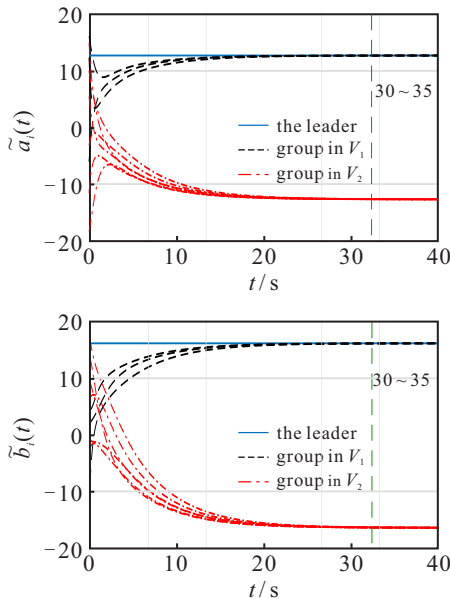


图5 无预设时间控制下机器人运动状态轨迹 $(\tilde{a}_i(t), \tilde{b}_i(t))$

注4 由仿真结果可见,独轮车机器人系统在预设时间 $T = 3\text{s}$ 内达成投影分组一致.在该例子中,如图5所示,若无预设时间控制的要求,则因初值随机提取,10个独轮车将需要 $30\text{s} \sim 35\text{s}$ 来渐近地达成投影分组一致.文献[24]包含4个跟随者的多智能体系统仍然需要 15s 才能达成完全一致.显然,本文设计的协议可确保多智能体系统在用户预设的时间内达成一致.

注5 理论和仿真显示,群投影参数 c 可以设置为物理允许范围内的任何非零数.特别地:当 $c = -1$ 时,系统达到预设时间的二分一致;当 $c = 1$ 时,系统达到预设时间的全一致.

4 结论

本文针对分布式网络系统在任意预设时间下的分组投影一致性进行了探讨.任意预设时间控制提供了一种快速有效的方法来确保多智能体系统在用户自主设计的时间内达成目标,并且预设时间与系统中的初始条件和参数无关.本文将结果推广至无向连通和有领导者的有向生成树拓扑网络分组一致情形.未来研究将主要考虑高阶线性或非线性多智能体系统的预设时间分组投影一致.

参考文献(References)

- [1] Ren W, Beard R W, Atkins E M. Information consensus in multivehicle cooperative control[J]. IEEE Control Systems Magazine, 2007, 27(2): 71-82.
- [2] Abdessameud A, Tayebi A. Formation control of VTOL unmanned aerial vehicles with communication delays[J]. Automatica, 2011, 47(11): 2383-2394.
- [3] Olfati-Saber R. Flocking for multi-agent dynamic systems: Algorithms and theory[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2006, 51(3): 401-420.
- [4] Xu X, Liu L, Feng G. Consensus of discrete-time linear multiagent systems with communication, input and output delays[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2018, 63(2): 492-497.
- [5] 刘忠信, 刘慧, 李杨博, 等. 基于观测器的线性时变时滞多智能体系统一致性[J]. 控制与决策, 2019, 34(9): 1885-1892. (Liu Z X, Liu H, Li Y B, et al. Observer-based consensus of linear multi-agent systems with time-varying delays[J]. Control and Decision, 2019, 34(9): 1885-1892.)
- [6] Ren W, Beard R W. Consensus seeking in multiagent systems under dynamically changing interaction topologies[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2005, 50(5): 655-661.
- [7] Olfati-Saber R, Fax J A, Murray R M. Consensus and cooperation in networked multi-agent systems[J]. Proceedings of the IEEE, 2007, 95(1): 215-233.
- [8] 邵海滨, 潘鹿鹿, 席裕庚, 等. 符号网络下多智能体系统二分一致性的牵制控制问题[J]. 控制与决策, 2019, 34(8): 1695-1701. (Shao H B, Pan L L, Xi Y G, et al. Leader-following bipartite consensus of multi-agent systems under signed networks[J]. Control and Decision, 2019, 34(8): 1695-1701.)

- [9] 熊卫华, 董瑞华, 吴之昊, 等. 自适应事件触发的马尔科夫跳变多智能体系统一致性[J]. 控制与决策, 2020, 35(11): 2780-2786.
(Xiong W H, Dong R H, Wu Z H, et al. Adaptive event-triggered consensus for Markovian jumping multi-agent systems[J]. Control and Decision, 2020, 35(11): 2780-2786.)
- [10] Chen L K, Guo L X, Yang Y Q. Projective group consensus of multi-agent systems with arbitrary parameter[J]. Journal of Systems Science and Complexity, 2021, 34(2): 618-631.
- [11] Xie D M, Liu Q L, Lv L F, et al. Necessary and sufficient condition for the group consensus of multi-agent systems[J]. Applied Mathematics and Computation, 2014, 243: 870-878.
- [12] Hou W Y, Fu M Y, Zhang H S, et al. Consensus conditions for general second-order multi-agent systems with communication delay[J]. Automatica, 2017, 75: 293-298.
- [13] Valcher M E, Misra P. On the consensus and bipartite consensus in high-order multi-agent dynamical systems with antagonistic interactions[J]. Systems & Control Letters, 2014, 66: 94-103.
- [14] Meng D Y, Du M J, Jia Y M. Interval bipartite consensus of networked agents associated with signed digraphs[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2016, 61(12): 3755-3770.
- [15] Huang J S, Wen C Y, Wang W, et al. Adaptive finite-time consensus control of a group of uncertain nonlinear mechanical systems[J]. Automatica, 2015, 51: 292-301.
- [16] Yu S H, Long X J. Finite-time consensus for second-order multi-agent systems with disturbances by integral sliding mode[J]. Automatica, 2015, 54: 158-165.
- [17] Zuo Z Y. Nonsingular fixed-time consensus tracking for second-order multi-agent networks[J]. Automatica, 2015, 54: 305-309.
- [18] Zhao Y, Liu Y F, Wen G H, et al. Designing distributed specified-time consensus protocols for linear multiagent systems over directed graphs[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2019, 64(7): 2945-2952.
- [19] Zhao Y, Zhou Y, Liu Y F, et al. Fixed-time bipartite synchronization with a pre-appointed settling time over directed cooperative-antagonistic networks[J]. Automatica, 2021, 123: 109301.
- [20] Song Y D, Wang Y J, Holloway J, et al. Time-varying feedback for regulation of normal-form nonlinear systems in prescribed finite time[J]. Automatica, 2017, 83: 243-251.
- [21] Wang Y J, Song Y D. Leader-following control of high-order multi-agent systems under directed graphs: Pre-specified finite time approach[J]. Automatica, 2018, 87: 113-120.
- [22] Wang Y J, Song Y D, Hill D J, et al. Prescribed-time consensus and containment control of networked multiagent systems[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2019, 49(4): 1138-1147.
- [23] Chen X, Yu H, Hao F. Prescribed-time event-triggered bipartite consensus of multiagent systems[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52(4): 2589-2598.
- [24] Han T, Li J, Guan Z H, et al. Containment control of multi-agent systems via a disturbance observer-based approach[J]. Journal of the Franklin Institute, 2019, 356(5): 2919-2933.

作者简介

戴凌飞(1997—), 男, 硕士生, 从事基于观测器的预设时间控制、多智能体系统分组一致性等研究, E-mail: 6201204016@stu.jiangnan.edu.cn;

陈昕(1998—), 女, 硕士生, 从事基于观测器的预设时间控制、多智能体系统分组一致性等研究, E-mail: 6201204001@stu.jiangnan.edu.cn;

过榴晓(1975—), 女, 副教授, 博士, 从事混沌控制与同步、非线性系统动力学分析与控制等研究, E-mail: guoliuxiao@jiangnan.edu.cn;

张建成(1984—), 男, 副教授, 博士, 从事未知输入观测器设计、基于观测器的滑模控制等研究, E-mail: jcz@jiangnan.edu.cn.