

控制与决策

Control and Decision

通讯切换条件下状态不可测多智能体二部编队控制

傅乐平, 郑维, 王洪斌

引用本文:

傅乐平, 郑维, 王洪斌. 通讯切换条件下状态不可测多智能体二部编队控制[J]. *控制与决策*, 2025, 40(3): 973–980.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2024.0279>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[基于移动传感器/执行器网络的时滞分布参数系统镇定控制](#)

Stabilization control for a class of distributed parameter systems with time-delay based on mobile sensor and actuator networks

控制与决策. 2021, 36(8): 1955–1962 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1309>

[基于影响度介数中心性的多智能体牵制控制算法](#)

Multi-agent pinning control algorithm based on betweenness centrality with influence degree

控制与决策. 2021, 36(6): 1442–1448 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1106>

[带输入饱和的不确定非线性系统自适应模糊触发式补偿控制](#)

Adaptive fuzzy trigger compensation control for uncertain nonlinear system with input saturation

控制与决策. 2021, 36(12): 3007–3014 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0907>

[基于反馈无源化的切换非线性系统 \$H_\infty\$ 跟踪控制](#)

Passification-based H_∞ tracking control for a class of switched nonlinear systems

控制与决策. 2021, 36(11): 2729–2734 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0798>

[基于神经动态优化的非线性系统近似最优跟踪控制](#)

Approximate optimal tracking control for nonlinear systems based on neurodynamic optimization

控制与决策. 2021, 36(1): 97–104 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0056>

通讯切换条件下状态不可测多智能体二部编队控制

傅乐平, 郑维[†], 王洪斌

(燕山大学电气工程学院, 河北秦皇岛 066004)

摘要: 针对切换通讯拓扑环境下, 研究高阶线性多智能体系统在状态不可测时的二部编队控制问题. 构造全维状态观测器对状态完全不可测系统进行状态观测, 基于状态观测器对多智能体系统进行分布式控制器的设计, 将线性积理论与分布式控制结合对系统进行重构. 应用图论、矩阵分析和 Lyapunov 等相关知识对重构系统进行稳定性分析, 给出重构系统在切换通讯拓扑环境下最终实现二部编队时连通图总驻留时间所满足的条件. 此外, 在对抗网络环境下, 给出系统状态未知时可行时变编队满足的条件, 并在控制器中引入二部编队补偿函数, 提高系统能够组成的二部编队队形数量, 具有实际应用意义. 最后, 通过数值仿真验证了所提出方法的有效性.

关键词: 多智能体系统; 二部编队控制; 高阶线性系统; 拓扑切换; 观测器型协议; 时变编队

中图分类号: TP273 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2024.0279

引用格式: 傅乐平, 郑维, 王洪斌. 通讯切换条件下状态不可测多智能体二部编队控制 [J]. 控制与决策, 2025, 40(3): 973-980.

Control of multi-agent bipartite formation under communication switching conditions with unobservable states

FU Le-ping, ZHENG Wei[†], WANG Hong-bin

(College of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

Abstract: This paper investigates the problem of bipartite formation control for high-order linear multi-agent systems in the context of switching communication topologies and unobservable states. Firstly, a full-state observer is constructed to observe the states of the completely unobservable system. Then, based on the state observer, a distributed controller for the multi-agent system is designed, incorporating linear product theory with distributed control to reconstruct the system. The paper applies graph theory, matrix analysis, and the Lyapunov theory to analyze the stability of the reconstructed system and provides the conditions for the total dwell time of the connected graph to achieve the final bipartite formation under switching communication topologies. Additionally, in the adversarial network environment, the conditions for feasible time-varying formation are given when the system state is unknown. Furthermore, a bipartite formation compensation function is introduced into the controller to increase the number of bipartite formations that the system can form, which is of practical significance. Finally, the effectiveness of the proposed method is verified through numerical simulations.

Keywords: multi-agent systems; bipartite formation control; high-order linear system; switching topology; observer-type protocols; time-varying formation

0 引言

多智能体系统协同控制问题一直以来都是研究热点^[1-2], 随着智慧城市等物联网应用的兴起^[3], 无人机群等智能系统也得到普及. 编队是多智能体系统在工作时的一种常见形式, 组内个体之间按照一定的规则和算法在空间中保持相对位置, 在复杂环境下通过相互协调完成目标任务^[4]. 编队系统布置灵活

且工作高效, 被广泛应用于军事、消防、交通、救援等领域. 未知环境下, 如何利用系统有限的网络带宽来提高整体的协同能力是研究重点^[5]. 在此情况下, 只依靠自身信息和邻居节点信息做出控制决策的完全分布式控制更具优势.

随着研究的深入, 编队控制方法被逐步完善^[6-9]. 编队控制问题具有分布式性质、通信和信息交换、非

收稿日期: 2024-03-19; 录用日期: 2024-07-12.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (62203379); 河北省自然科学基金项目 (F2021203083, F2021203104, QN2021138).

责任编辑: 王龙.

[†]通信作者. E-mail: weizheng@ysu.edu.cn.

本文附带电子附录文件, 可登录本刊官网该文“资源附件”区自行下载阅览.

线性和复杂性、目标协同和任务分配、鲁棒性和容错性以及高效性和实时性等特点, 需要结合控制理论、通信技术和算法设计等领域的知识进行研究^[10-12]. 编队系统主要分为无领导者系统^[13]、单领导者系统^[14]、多领导者系统^[15]. 在领航-跟随编队系统中, 领航者是系统的核心, 负责规划编队的运动路径, 并通过导航算法带领其他机器人移动^[16]. 当领航者出现传感器损坏、电池电量耗尽、通信故障等问题时, 整个编队都会被迫中断任务^[17]. 相比之下, 无领航者系统具有更强的鲁棒性.

执行任务时, 智能体之间除了协同也存在对抗关系. 在 Altafini^[18] 通过深入研究并给出结构平衡图的定义后, 其他学者纷纷跟进, 对存在对抗网络的多智能体系统控制问题展开研究. 例如, Lu 等^[19-21] 针对存在对抗网络的系统中的收敛速度迟缓现象、通讯拓扑切换现象和虚假数据注入现象进行研究, 并分别提出了有效的控制方法.

多智能体系统工作时可能会面临数据丢包和无法及时充电等问题, 为了有效利用通讯带宽降低通讯能耗, 基于事件触发技术的控制器备受青睐. 自适应事件触发控制器^[22]、基于扩展状态观测器的事件触发控制器^[23]、全分布式事件触发输出反馈控制器等^[24] 被研究人员相继提出.

然而, 相比于带宽和能耗等问题, 系统在通讯拓扑改变的情况下能够完成目标任务显然更加重要. 系统内部故障、外部信号干扰以及工作任务变化都可能会导致系统调整通讯拓扑. 文献 [25] 所提到的系统, 其跟随者能否收敛到领导者形成的凸包取决于通讯拓扑的连接情况, 工作条件下该系统的网络拓扑结构一旦发生变化, 跟随者最终将无法收敛至领导者形成的凸包中, 进而导致任务的失败.

文献 [26-27] 中给出了拓扑切换下, 仅存在协同网络的多智能体系统实现编队控制的充要条件. 然而, 拓扑切换条件下, 存在对抗网络且状态未知的多智能体系统能够组成哪些编队? 实现二部编队的充要条件是什么? 这些问题依旧需要研究.

针对上述问题, 本文对状态不可测高阶线性多智能体系统在通讯拓扑切换条件下的二部编队控制问题进行研究, 设计基于状态观测器的完全分布式控制器. 结合相关数学知识, 考虑连通图总驻留时间与总运行时间的比值对系统稳定性的影响, 给出系统拓扑切换时观测器能够重构系统状态, 以及最终能够实现对系统的二部编队控制的充要条件. 此外, 给出系统所能实现的时变编队队形所满足的表达式. 并通过引入二部编队补偿函数, 对系统能够组成的时变编队数量进行增加.

相比于编队控制问题, 二部编队控制问题的难点在于: 1) 涉及到不同组别无人系统之间的协同控制, 控制策略更加复杂; 2) 确保各个部分能够协同工作, 并避免出现混乱或冲突的难度加大; 3) 由于通讯拓扑更加复杂, 系统在拓扑改变的过程中更容易出现振荡; 4) 由于对抗网络的影响, 寻找无人系统所能实现的时变编队队形更加困难.

本文研究内容适用于无人机或无人艇等系统需要分组, 并以编队形式执行测量、搜救等任务的情况. 此外, 在智能交通系统中, 二部编队控制可以用于自动驾驶车队之间的管理和调度.

1 问题陈述

1.1 图论

系统通讯拓扑图用加权无向图 $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{A})$ 描述, $\mathcal{G}(t)$ 表示 t 时刻系统的通讯拓扑图, 当 $\mathcal{G}(t)$ 为连通图时记为 $\mathcal{G}(t) \in \widehat{\mathcal{G}}$. N 个智能体节点的顶点集用集合 $\mathcal{V} = (v_1, v_2, \dots, v_N)$ 表示, $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ 表示边的集合, 如果 $(v_i, v_j) \in \mathcal{E}$, 则表示节点 i 与节点 j 是邻居. t 时刻, 节点 i 的邻居节点集合表示为 $\mathcal{N}_i^t = \{v_j \in \mathcal{V}, (v_j, v_i) \in \mathcal{E}\}$, 在无向图中有 $a_{ij} = a_{ji}$. $\mathcal{A}(t) = (a_{ij}(t)) \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 表示 t 时刻图的加权邻接矩阵.

由于系统中含有对抗网络, $a_{ij}(t) > 0$ 和 $a_{ij}(t) < 0$ 表示 t 时刻智能体 i 与 j 之间为合作或对抗关系. 本文不考虑图 $\mathcal{G}(t)$ 存在自环的情况. 图 $\mathcal{G}(t)$ 的 Laplacian 矩阵 $\mathcal{L}(t) = (l_{ij}(t)) \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 定义为

$$\begin{cases} l_{ii}(t) = \sum_{j=1}^N |a_{ij}(t)|, \\ l_{ij}(t) = -a_{ij}(t), \quad i \neq j. \end{cases} \quad (1)$$

注 1 文中 $\mathcal{L}(t)$ 以 \mathcal{L}_t 表示, I_p 表示 p 阶单位矩阵, $\mathbf{1}_p$ 表示元素为 1 的 p 阶列向量, $\mathbf{0}_{m \times n}$ 表示 m 行 n 列的 $\mathbf{0}$ 矩阵, $\mathbf{0}_p$ 表示元素为 0 的 p 阶列向量, 自然数集合用符号 \mathbb{N} 表示, 实数集合用符号 \mathbb{R} 表示. 符号 $\|\cdot\|$ 表示取矩阵或向量的 Forbenius 范数. 无限有界非重叠时间序列 $[t_k, t_{k+1})$ ($k \in \mathbb{N}$) 表示系统拓扑的驻留时间. 当 $t \in [t_k, t_{k+1})$ 时图 $\mathcal{G}(t)$ 的拓扑是不变的.

符号 \otimes 表示矩阵间的克罗内克积, 对于可乘矩阵 A, B, C, D 具有如下运算法则: 1) $(A \otimes B)^T = A^T \otimes B^T$; 2) $(A \otimes B)(C \otimes D) = (AC) \otimes (BD)$; 3) $(A + B) \otimes C = (A \otimes C) + (B \otimes C)$.

定义 1^[18] 在符号图 \mathcal{G} 中, 如果节点集 \mathcal{V}_1 和 \mathcal{V}_2 的关系满足 $\mathcal{V}_1 \cap \mathcal{V}_2 = \emptyset$, $\mathcal{V}_1 \cup \mathcal{V}_2 = \mathcal{V}$, 当 $v_i, v_j \in \mathcal{V}_k$ ($k \in \{1, 2\}$) 时有 $a_{ij} > 0$, 当 $v_i \in \mathcal{V}_k$ 且 $v_j \in \mathcal{V}_{3-k}$ ($k \in \{1, 2\}$) 时有 $a_{ij} < 0$, 则符号图 \mathcal{G} 被称为结构平衡图, 否则称为结构不平衡图.

引理 1^[18] 对于任意 N 个节点组成的存在对抗网络的通讯拓扑图中, 必定存在对角矩阵 $D = \text{diag}\{d_1, d_2, \dots, d_N\}$, 其中 d_i 满足 $d_i \in \{-1, 1\}$, 使得结构平衡的符号图 \mathcal{G} 有 $DAD \geq 0$ 成立.

引理 2^[18] 对于符号图 \mathcal{G} 的 Laplacian 矩阵 \mathcal{L} , 其第 k 个特征值表示为 $\lambda_k(\mathcal{L})$ ($k = 1, 2, \dots, N$). 当符号图 \mathcal{G} 为结构平衡连通图时, 有 $0 = \lambda_{\min}(\mathcal{L}) = \lambda_1(\mathcal{L}) < \dots < \lambda_N(\mathcal{L})$.

t 时刻, 对于任意图 $\mathcal{G}(t)$, 存在对角阵 $D(t) = \text{diag}\{d_1(t), \dots, d_N(t)\}$, 组间对抗关系不变时, $D(t)$ 恒定不变, 用符号 \bar{D} 表示, 对角线上元素为 \bar{d}_i .

1.2 问题表述

考虑由 N 个高阶线性智能体组成的无领导者多智能体系统, 该时变系统的动态表达式为

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = Ax_i(t) + Bu_i(t), \\ y_i(t) = Cx_i(t), \end{cases} \quad i \in \{1, 2, \dots, N\}. \quad (2)$$

其中: $x_i(t) = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}]^T \in \mathbb{R}^n$ 表示智能体 i 的状态, $u_i(t) \in \mathbb{R}^m$ 表示智能体 i 的控制输入, $y_i(t) \in \mathbb{R}^r$ 表示智能体 i 的输出, 系统矩阵 $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $C \in \mathbb{R}^{r \times n}$. 矩阵 B 为列满秩矩阵, 即 $\text{rank}(B) = m$, 且系统矩阵对 (A, C) 是可观测的.

假设 1 系统矩阵对 (A, B) 构成的能控性矩阵 $M = (B, AB, \dots, A^{n-1}B)$ 满秩.

定义 2^[22] 对于切换通讯拓扑的高阶线性时变多智能体系统 (1), 从任意给定的初始状态 $x_i(0)$ 出发, 当实现分布式二部编队控制时, 有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - h_i(t) - \bar{d}_i \bar{d}_j (x_j(t) - h_j(t))\| = 0. \quad (3)$$

其中 $h_i(t) = [h_{i1}(t), h_{i2}(t), \dots, h_{in}(t)]^T \in \mathbb{R}^n$ 为智能体 i 的编队向量函数. 可知当式 (3) 成立时下式成立, 二者互为等价关系:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left\| x_i(t) - h_i(t) - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \bar{d}_i \bar{d}_j (x_j(t) - h_j(t)) \right\| = 0. \quad (4)$$

二部编队控制的目的在于, 当通讯拓扑中存在对抗网络时, 同组智能体能组成目标编队队形, 且与存在对抗关系的组群向相反的方向运动.

系统的状态量并非都可以直接测量得到, 当系统状态不可测时, 需要重新构建系统的状态. 相比于降维状态观测器, 全维状态观测器不会因为降维而丢失一部分重要的信息从而受到限制, 因此在对系统未来行为进行预测时可能会更准确. 本文通过状态观测器对未知状态进行观测, 构建的全维状态观测器的状态空间方程描述如下:

$$\begin{cases} \dot{z}_i(t) = Fz_i(t) + Gy_i(t) + Hu_i(t), \\ \hat{x}_i(t) = T^{-1}z_i(t). \end{cases} \quad (5)$$

根据观测器状态, 设计智能体 i 的控制器为

$$\begin{aligned} u_i(t) = & K_1(\hat{x}_i(t) - h_i(t) - \bar{d}_i r(t)) + v_i(t) + \\ & K_2 \sum_{j \in \mathcal{N}_i^i} |a_{ij}(t)| (\hat{x}_i(t) - h_i(t)) - \\ & K_2 \sum_{j \in \mathcal{N}_i^i} |a_{ij}(t)| \bar{d}_i \bar{d}_j (\hat{x}_j(t) - h_j(t)). \end{aligned} \quad (6)$$

其中: $r(t) \in \mathbb{R}^n$ 为智能体 i 的编队参考函数; $F \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $G \in \mathbb{R}^{n \times r}$, $H \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为待定系数矩阵; $\hat{x}_i(t)$ 为被观测状态 $x_i(t)$ 的重构; $\hat{x}_i(t) \in \mathbb{R}^n$, $K_1 \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $K_2 \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 为常数增益矩阵; $v_i(t)$ 为系统的编队补偿信号; $K_1, K_2, v_i(t)$ 均可按照控制需求进行配置.

定义智能体 i 的观测器误差信号为 $e_i(t) = x_i(t) - \hat{x}_i(t)$, 选取状态向量 $\bar{x}_i(t) = [\hat{x}_i^T(t), e_i^T(t)]^T$, 输出 $\bar{y}_i(t) = \hat{x}_i(t)$. 则系统 $\bar{x}_i(t)$ 的动态方程为

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}_i(t) = \bar{A}\bar{x}_i(t) + \bar{B}u_i(t), \\ \dot{\bar{y}}_i(t) = \bar{C}\bar{x}_i(t). \end{cases} \quad (7)$$

其中

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} T^{-1}(FT + GC) & T^{-1}GC \\ A - T^{-1}(FT + GC) & A - T^{-1}GC \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} T^{-1}H \\ B - T^{-1}H \end{bmatrix}, \quad \bar{C} = [I \quad 0]. \quad (9)$$

此时系统的控制器表示为

$$\begin{aligned} u_i(t) = & K_1(\bar{y}_i(t) - h_i(t) - \bar{d}_i r(t)) + v_i(t) + \\ & K_2 \sum_{j \in \mathcal{N}_i^i} |a_{ij}(t)| (\bar{y}_i(t) - h_i(t)) - \\ & K_2 \sum_{j \in \mathcal{N}_i^i} |a_{ij}(t)| \bar{d}_i \bar{d}_j (\bar{y}_j(t) - h_j(t)). \end{aligned} \quad (10)$$

令 $\bar{x}(t) = [\bar{x}_1^T(t), \dots, \bar{x}_N^T(t)]^T \in \mathbb{R}^N$, $v(t) = [v_1^T(t), \dots, v_N^T(t)]^T$, 当控制器如式 (10) 所设计时, 存在通讯拓扑切换的多智能体系统 (7) 可重新表示为

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}(t) = & (I_N \otimes (\bar{A} + \bar{B}K_1\bar{C}))\bar{x}(t) + \\ & (\mathcal{L}(t) \otimes \bar{B}K_2\bar{C})(\bar{x}(t) - \bar{h}(t)) - \\ & (I_N \otimes \bar{B}K_1\bar{C})\bar{h}(t) + (I_N \otimes \bar{B})v(t) - \\ & (I_N \otimes \bar{B}K_1\bar{C})(\bar{D} \otimes I_{2n})\bar{r}. \end{aligned} \quad (11)$$

其中: $\bar{h}_i(t) = [h_i^T(t), \mathbf{0}_n^T]^T$, $\bar{r}(t) = (\mathbf{1}_N \otimes r_0(t))$, $\bar{h}(t) = [\bar{h}_1^T(t), \dots, \bar{h}_N^T(t)]^T$, $r_0(t) = (r^T(t), \mathbf{0}_n^T)^T$.

令 $\bar{K}_1 = \bar{B}K_1\bar{C}$, $\bar{K}_2 = \bar{B}K_2\bar{C}$, $\bar{A}_1 = \bar{A} + \bar{K}_1$.

本文主要讨论: 1) 在切换通讯拓扑的情况下, 系统 (2) 实现二部编队的条件; 2) 当编队向量函数

$h(t)$ 满足哪些条件时,多智能体系统能够形成二部编队;3)连通图的总驻留时间与总运行时间的比值对系统稳定性的影响.

2 主要结果

在文献 [26] 中, Dong 等基于协同网络进行拓扑切换情况下系统编队控制问题的研究. 但是文中仅考虑到切换至不同连通图的情况, 忽略了拓扑切换至非连通的情况. 此外, 实际系统状态可能无法直接测量. 本文为了更贴近实际, 考虑到对抗网络的存在并基于加权符号图进行研究, 探讨状态不可测的多智能体系统, 在拓扑切换至非连通的情况下实现二部编队控制的充要条件.

选择 $\varepsilon(t) = [\varepsilon_1^T(t), \dots, \varepsilon_N^T(t)]^T$, 其中 $\varepsilon_i(t) = \bar{x}_i(t) - \bar{h}_i(t) - \bar{d}_i r_0(t)$. $r_0(t)$ 对 $\bar{h}_i(t)$ 起到调整作用, $\varepsilon(t)$ 的状态空间表达式为

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}(t) = & (I_N \otimes \bar{A}_1 + L(t) \otimes \bar{K}_2)\varepsilon(t) + \\ & (I_N \otimes \bar{A} + L(t) \otimes \bar{K}_2)(\bar{D} \otimes I_{2n})\bar{r}(t) + \\ & (I_N \otimes \bar{B})v(t) - (\bar{D} \otimes I_{2n})\dot{\bar{r}}(t) + \\ & (I_N \otimes \bar{A})\bar{h}(t) - \dot{\bar{h}}(t). \end{aligned} \tag{12}$$

由于 $\bar{D}L(t)\bar{D}$ 是实对称矩阵, 存在正交矩阵 $U = [u_1, \dots, u_N] \in \mathbb{R}^{N \times N}$, $u_1 = \mathbf{1}_N/\sqrt{N}$ 满足 $\tilde{J}(t) = U^{-1}\bar{D}L(t)\bar{D}U$. $\tilde{J}(t)$ 为分块对角矩阵, 表示为 $\tilde{J}(t) = \text{diag}[0, \hat{J}(t)]$, $\hat{J}(t) \in \mathbb{R}^{(N-1) \times (N-1)}$.

根据正交矩阵的性质可知 $U^{-1} = U^T$. 正交矩阵可逆, 故可以表示为初等矩阵的乘积, 因为初等变换不会改变矩阵的秩, 当 $\mathcal{G}(t) \in \widehat{\mathcal{G}}$ 时, $\text{rank}(\bar{D}L(t)\bar{D}) = N - 1 = \text{rank}(\tilde{J}(t)) = \text{rank}(\hat{J}(t))$. 将矩阵 U 表示为 $U = [u_1, \tilde{U}]$, $t \in [t_k, t_{k+1})$ 内有等式 $\tilde{U}^T \mathbf{1}_N = 0$ 成立.

为了进一步分析系统, 对 $\varepsilon(t)$ 分别进行线性变换 $\alpha(t) = (u_1^T \bar{D} \otimes I_{2n})\varepsilon(t)$, $\beta(t) = (\tilde{U}^T \bar{D} \otimes I_{2n})\varepsilon(t)$, 此时系统表达式如下:

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}(t) = & \bar{A}_1 \alpha(t) + ((u_1^T \bar{D}) \otimes \bar{A})\bar{h}(t) - \\ & ((u_1^T \bar{D}) \otimes I_{2n})\dot{\bar{h}}(t) + ((u_1^T \bar{D}) \otimes \bar{B})v(t) + \\ & (u_1^T \otimes \bar{A})\bar{r} - (u_1^T \otimes I_{2n})\dot{\bar{r}}, \end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned} \dot{\beta}(t) = & (I_{(N-1)} \otimes \bar{A}_1 + \hat{J}(t) \otimes \bar{K}_2)\beta(t) + \\ & ((\tilde{U}^T \bar{D}) \otimes \bar{A})\bar{h}(t) - ((\tilde{U}^T \bar{D}) \otimes I_{2n})\dot{\bar{h}}(t) + \\ & ((\tilde{U}^T \bar{D}) \otimes \bar{B})v(t). \end{aligned} \tag{14}$$

运行过程中, 当通讯拓扑在一段时间内处于连通状态时, 才能实现对系统的分布式控制. 因此通过如下定理给出当 $\mathcal{G}(t) \in \widehat{\mathcal{G}}$ 时, 在基于观测器的控制

器作用下系统实现指定队形的充要条件.

定理 1 选定编队向量函数为 $h(t)$, $\mathcal{G}(t) \in \widehat{\mathcal{G}}$ 时当且仅当下式成立的情况下, 式 (2) 所描述的状态不可测的多智能体系统能够实现编队函数 $h(t)$ 所描述的队形:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \beta(t) = 0. \tag{15}$$

证明 取 $\xi \in \mathbb{R}^N$ 是首元素为 1 其余元素为 0 的列向量, 可知 $[\alpha^T(t), 0]^T = \xi \otimes \alpha(t)$.

由 $\alpha(t)$ 和 $\beta(t)$ 的表达式可得出 $[\alpha^T(t), \beta^T(t)]^T = ((U^T \bar{D}) \otimes I_{2n})\varepsilon(t)$. 选取 $\varepsilon_1(t)$ 、 $\varepsilon_2(t)$ 分别为

$$\begin{aligned} \varepsilon_1(t) = & \left(\frac{1}{\sqrt{N}} \bar{D} \mathbf{1}_N\right) \otimes \alpha(t) = (\bar{D}u_1) \otimes \alpha(t), \\ \varepsilon_2(t) = & \varepsilon(t) - \varepsilon_1(t). \end{aligned} \tag{16}$$

因为 $\varepsilon(t) = ((\bar{D}U) \otimes I_{2n})[\alpha^T(t), \beta^T(t)]^T$, 其中 $\bar{D}U \otimes I_{2n} = \bar{D}[u_1, \tilde{U}] \otimes I_{2n}$, 此时有

$$\begin{aligned} \varepsilon_1(t) = & (\bar{D}[u_1, \tilde{U}] \otimes I_{2n})(\xi \otimes \alpha(t)) = \\ & (\bar{D}U \otimes I_{2n})[\alpha^T(t), 0]^T, \\ \varepsilon_2(t) = & (\bar{D}U \otimes I_{2n})[\alpha^T(t), \beta^T(t)]^T - \\ & (\bar{D}U \otimes I_{2n})[\alpha^T(t), 0]^T = \\ & (\bar{D}U \otimes I_{2n})[0, \beta^T(t)]^T. \end{aligned} \tag{17}$$

为便于观察, 将 $\alpha(t)$ 的表达式展开分析, 可以得到 $\alpha(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{j=1}^N d_j(\bar{x}_j(t) - \bar{h}_j(t) - \bar{d}_j r_0(t))$, 因此 $\varepsilon_1 = [\varepsilon_{11}^T, \dots, \varepsilon_{1N}^T]^T$ 中的 ε_{1i} ($i = 1, 2, \dots, N$)可以写为 $\varepsilon_{1i} = -\bar{d}_i r_0(t) + \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \bar{d}_i \bar{d}_j (\bar{x}_j(t) - \bar{h}_j(t))$. 并根据 $\varepsilon_2(t)$ 的表达式可知当 $\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon_2(t) = 0$ 时, 有

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\hat{x}_i(t) - h_i(t) - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \bar{d}_i \bar{d}_j (\hat{x}_j(t) - h_j(t)) \right) = 0, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \left(x_i(t) - \hat{x}_i(t) - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \bar{d}_i \bar{d}_j (x_j(t) - \hat{x}_j(t)) \right) = 0. \end{cases} \tag{18}$$

将式 (18) 中极限相加, 根据极限运算法则可知

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left(x_i(t) - h_i(t) - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \bar{d}_i \bar{d}_j (x_j(t) - h_j(t)) \right) = 0$$

成立, 对该极限取范数可知式 (4) 成立. 综上所述, 状态不可测的系统在状态观测器的作用下实现了二部时变编队.

根据矩阵性质可知 $\bar{D}U \otimes I_{2n}$ 是非奇异矩阵, 因此当 $\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon_2(t) = 0$ 时, 必有 $\lim_{t \rightarrow \infty} [0, \beta^T(t)]^T = 0$, 即

$\lim_{t \rightarrow \infty} \beta(t) = 0$. \square

由于矩阵 B 为列满秩矩阵, $\text{rank}(B) = m$, 可知 \bar{B} 必定是列满秩矩阵且有 $\text{rank}(\bar{B}) = m$.

引理 3 [28] 给定任意列满秩矩阵 $X \in \mathbb{R}^{n \times p}$, 存在非奇异矩阵 $\hat{X} = [X_1^T, X_2^T]^T$, 其中 $X_1 \in \mathbb{R}^{p \times n}$, $X_2 \in \mathbb{R}^{(n-p) \times n}$ 满足 $X_1 X = I_p$, $X_2 X = \mathbf{0}_{(n-p) \times p}$.

结合引理 3, 对于矩阵 \bar{B} , 存在非奇异矩阵 $\hat{B} = [B_1^T, B_2^T]^T$, 其中 $B_1 \in \mathbb{R}^{m \times 2n}$, $B_2 \in \mathbb{R}^{(2n-m) \times 2n}$, 满足关系 $B_1 \bar{B} = I_m$, $B_2 \bar{B} = \mathbf{0}_{(2n-m) \times m}$.

由定理 1 可知 $\lim_{t \rightarrow \infty} \beta(t) = 0$ 为系统 (12) 最终工作到二部一致状态的充要条件, 下面通过定理 2 给出 $\mathcal{G}(t) \in \hat{\mathcal{G}}$ 时 $\lim_{t \rightarrow \infty} \beta(t) = 0$ 的充要条件.

定理 2 当 $\mathcal{G}(t) \in \hat{\mathcal{G}}$ 时, 在任意初始条件下, 如下条件 1) 和条件 2) 是重构状态 $\beta(t)$ 满足 $\lim_{t \rightarrow \infty} \beta(t) = 0$ 的充要条件.

1) 对于 $\forall i \in \{1, 2, \dots, N\}$, 有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (B_2 \tilde{A} h_{ij}^d(t) - B_2 \dot{\tilde{h}}_{ij}^d(t)) = 0. \quad (19)$$

其中: $h_{ij}^d(t) = \bar{d}_i h_i(t) - \bar{d}_j h_j(t)$, $\dot{\tilde{h}}_{ij}^d(t) = \bar{d}_i \dot{\tilde{h}}_i(t) - \bar{d}_j \dot{\tilde{h}}_j(t)$.

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} T^{-1}(FT + GC) \\ A - T^{-1}(FT + GC) \end{bmatrix}. \quad (20)$$

2) 矩阵 $(I_{(N-1)} \otimes \bar{A}_1 + \hat{J}(t) \otimes \bar{K}_2)$ 的特征值均具有负实部, 解耦后系统的非驱动状态表达式 (21) 是渐近稳定的, 有

$$\dot{\beta}(t) = (I_{(N-1)} \otimes \bar{A}_1 + \hat{J}(t) \otimes \bar{K}_2) \beta(t). \quad (21)$$

定理 2 的证明分别从必要性和充分性两个角度进行, 此略.

在实际系统 \tilde{A} 和 B_2 已知的情况下, 系统 (2) 能够实现任何满足式 (19) 的编队向量函数 $h_i(t)$ 所表示的队形. 其中当选取的系统状态为位置、速度、加速度时, 编队向量函数 $h_i(t)$ 为目标编队位置及其阶微分随时间变化的函数. 当所选状态为空间直角坐标系下, 系统位置在 x 、 y 、 z 轴上的分量时, 编队向量函数 $h_i(t)$ 为目标编队位置在各轴上的分量.

由于本文所研究的系统为状态不可测系统, 除系统矩阵外, 观测器系统矩阵同样对 $h_i(t)$ 的选取有较大影响. 相较于文献 [27], 本文所寻找的编队向量函数在存在对抗网络且状态不可测的多智能体系统同样适用.

引理 4 [29] 任意正定矩阵 $P_1, P_2 \in \mathbb{R}^{n \times n}$, 存在关系 $x^T(t) P_1 x(t) \leq \lambda_{\max}(P_2^{-1} P_1) x^T(t) P_2 x(t)$.

$\mathcal{G}(t) \in \hat{\mathcal{G}}$ 时, $\hat{J}(t)$ 所有特征值的实部为正数. 令

$\phi(t) = \min\{\text{Re}(\lambda_i(\hat{J}(t))), i = 1, 2, \dots, N-1\}$, 对于有限节点组成的多智能体系统, 其可能的交互拓扑图数量为有限数 q , 根据文献 [30] 的引理 3 可知 $\forall \bar{\phi}(t), 0 < \bar{\phi}(t) < \phi(t)$, 存在正定矩阵 $\Gamma(t) \in \{\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_q\}$, 满足下式:

$$2\bar{\phi}(t)\Gamma(t) < \hat{J}^T(t)\Gamma(t) + \Gamma(t)\hat{J}(t). \quad (22)$$

定义 3 在时间 t 内, 系统连通图的总驻留时间与总运行时间的比值表示为 \tilde{t}/t , \tilde{t} 为通讯拓扑图 $\mathcal{G}(t) \in \hat{\mathcal{G}}$ 的时间长度.

当多智能体系统面临通讯资源有限且当前网络通讯效率低的情况时, 通过动态改变节点之间的连接关系, 可以更好地利用系统资源减少数据传输延迟, 提高系统的实时性能, 这种情况下, $\tilde{t}/t = 1$. 当节点出现不可逆损伤导致通讯能力完全丧失时, 需要对故障节点进行修复, 修复期间该节点将暂时脱离网络, 导致系统通讯拓扑将有一段时间处于非连通状态, 此时 $0 < \tilde{t}/t < 1$. 在时间 t 内拓扑的切换次数通常是有限次的.

下面分别就时间 t 内上述两种切换情况下, $\beta(t)$ 的极限 $\lim_{t \rightarrow \infty} \beta(t) = 0$ 时, 拓扑切换时间间隔下限 τ_{\min} 与比值 \tilde{t}/t 需要满足的条件进行讨论.

定理 3 在 $\tilde{t}/t = 1$ 时, 定理 2 的条件 1) 被满足, 重组系统 (\bar{A}, \bar{B}) 稳定且连通图 \mathcal{G} 的切换时间间隔下限 $t_k - t_{k-1} > \tau_{\min}$ 满足

$$\begin{cases} \tau_{\min} > \frac{\ln \mu}{\eta}, k = \infty; \\ \tau_{\min} > 0, k < \infty. \end{cases} \quad (23)$$

其中: 常数 μ 的取值为 $\mu = \max\{\lambda_{\max}(\Gamma_i^{-1} \Gamma_j), i \neq j\}$. $k = \infty$ 表示系统在时间 t 内切换无限次, $k < \infty$ 表示系统在时间 t 内切换有限次. 则有 $K_2 \bar{C} = -\delta \bar{B}^T P_0^{-1}$ (δ 为大于 0 的常数) 与正定矩阵 $P_0 \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$ 存在, 令 $\beta(t)$ 在 $t \rightarrow \infty$ 时收敛为 0.

在 $0 < \tilde{t}/t < 1$ 时, 若 $\beta(t)$ 在 $t \rightarrow \infty$ 时收敛为 0, 则连通图总驻留时间与总运行时间比值 \tilde{t}/t 需满足

$$\frac{\tilde{t}}{t} > \frac{\bar{\eta}}{\eta + \bar{\eta}}, k < \infty, \quad (24)$$

其中: η 为大于零常数, $\bar{\eta} = \|\Gamma(t) \otimes \varphi - \delta \bar{\gamma}(t)\| / \lambda_{\min}(\Gamma(t) \otimes P_0^{-1})$, $\bar{\gamma}(t) = ((\hat{J}(t)\Gamma(t)) + (\Gamma(t)\hat{J}(t))) \otimes P_0^{-1} \bar{B} \bar{B}^T P_0^{-1}$, $\varphi = \bar{A}_1^T P_0^{-1} + P_0^{-1} \bar{A}_1$.

由于 \bar{A}_1 与 \bar{B} 为已知矩阵, 如下 Riccati 不等式必定存在正定矩阵解 P_0 :

$$\bar{A}_1 P_0 + P_0 \bar{A}_1^T - \bar{B} \bar{B}^T + \eta P_0 \leq 0. \quad (25)$$

定理 3 证明过程略.

3 仿真验证

本节选取一个由6个智能体组成的高阶线性多智能体系统进行数值仿真,存在对抗网络的通讯拓扑图 \mathcal{G}_1 、 \mathcal{G}_2 、 \mathcal{G}_3 如图1所示.

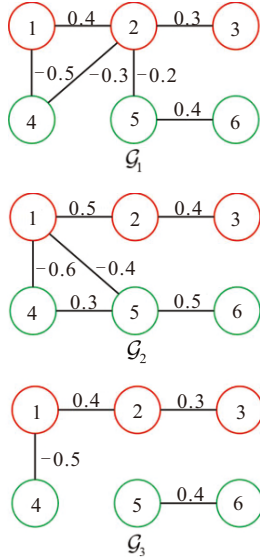


图1 系统通讯拓扑图

在图1中, $\mathcal{V}_1 = \{1, 2, 3\}$, $\mathcal{V}_2 = \{4, 5, 6\}$, 仿真过程中 \mathcal{V}_1 与 \mathcal{V}_2 两组间为对抗关系. 选取每个智能体的状态为 $x_i(t) = [x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}]^T$, 其中 x_{i1} 、 x_{i2} 、 x_{i3} 分别表示智能体 i 的空间位置在 x 、 y 、 z 轴上的分量.

选取智能体系统矩阵和状态观测器系统矩阵为

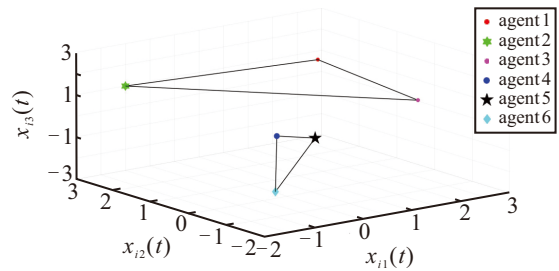
$$\begin{aligned}
 A &= \begin{bmatrix} 1 & -0.5 & 0.5 \\ -0.5 & 0.25 & 1 \\ 0.5 & -0.5 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \\
 H &= \begin{bmatrix} -0.27 & -1.44 \\ 0.22 & -0.62 \\ -0.27 & -0.82 \end{bmatrix}, \\
 F &= \begin{bmatrix} -0.5 & 0.3 & 0.25 \\ -0.3 & -0.2 & 0.25 \\ 0.425 & 0.35 & -0.5 \end{bmatrix}, \\
 T &= \begin{bmatrix} 0.31 & -0.27 & -1.44 \\ 0.43 & 0.22 & -0.62 \\ 0.44 & -0.27 & -0.82 \end{bmatrix}, \\
 G &= \begin{bmatrix} -0.359 & 0.364 & -0.444 \\ 0.079 & 0.1805 & 0.084 \\ 0.1028 & 0.0253 & 0.369 \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{26}$$

系统编队函数为

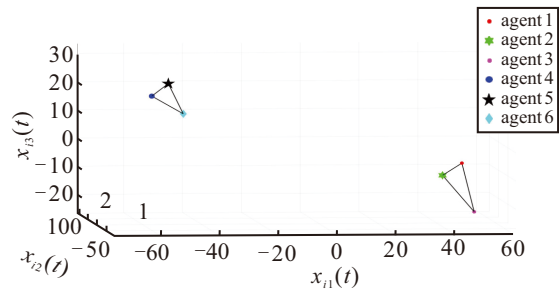
$$h_i(t) = \begin{bmatrix} 2.4 \sin\left(2t + \frac{2\pi(i-1)}{3}\right) \\ 4.8 \sin\left(2t + \frac{2\pi(i-1)}{3}\right) \\ 2.4 \cos\left(2t + \frac{2\pi(i-1)}{3}\right) \end{bmatrix}, \quad i \in V_1;$$

$$h_i(t) = \begin{bmatrix} -2.4 \sin\left(2t + \frac{2\pi(i-1)}{3}\right) \\ -4.8 \sin\left(2t + \frac{2\pi(i-1)}{3}\right) \\ -2.4 \cos\left(2t + \frac{2\pi(i-1)}{3}\right) \end{bmatrix}, \quad i \in V_2. \tag{28}$$

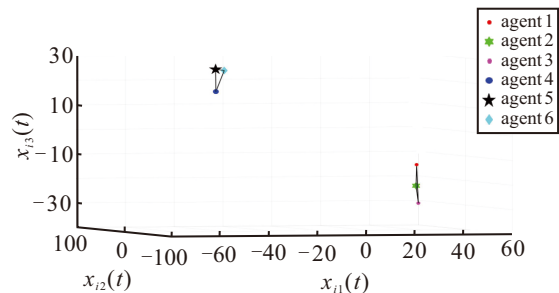
选取编队补偿函数为 $v_i(t) = B_1(\dot{\tilde{h}}_i(t) - \tilde{A}\tilde{h}_i(t))$, 当系统稳定时, 一组智能体将实现制定编队且跟随编队参考函数 $r(t)$ 的轨迹, 另一组在相反的位置按给定编队以轨迹 $r(t)$ 运动. 常数增益矩阵 K_1 的选取分别为



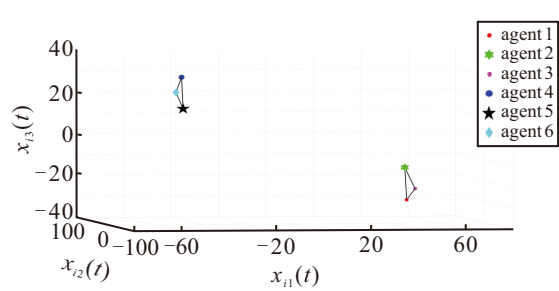
(a) $t=0$ s



(b) $t=10.0278$ s



(c) $t=22.2778$ s



(d) $t=33.5778$ s

图2 智能体编队队形变化

$$K_1 = \begin{bmatrix} 12.1939 & -15.221 & -9.1872 \\ -15.2515 & -9.0838 & -12.1985 \end{bmatrix}. \quad (29)$$

选取 $\eta = 0.5$, \tilde{t}/t 为 0.9, 常数矩阵 K_2 为

$$K_2 = \begin{bmatrix} 0.7674 & 0.4688 & 0.1348 \\ 0.3332 & 0.1348 & 0.2785 \end{bmatrix}. \quad (30)$$

根据对多智能体系统的应用经验可知, 系统故障时间占总工作时长的比例极低, 故仿真时所选择的切换时间参数是合理的. 取 $t = 0$ s, $t = 10.0278$ s, $t = 22.2778$ s, $t = 33.5778$ s 时刻每个智能体的空间位置如图 2 所示.

由图 2 可知, 在系统通讯拓扑变化且状态不可测时, 智能体在基于状态观测器的控制器 $u_i(t)$ 的作用下最终能够实现时变编队 $h_i(t)$. 误差信号 $e_i(t)$ 的变化曲线如图 3 所示, 由图 3 可以看出 $\lim_{t \rightarrow \infty} e_i(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} (x_i(t) - \hat{x}_i(t)) = 0$.

结合图 2、图 3 可以看出, 对于含有对抗网络的系统, 当文中定理的条件被满足时, 系统在基于状态观测器的控制器的作用下最终能够实现二部编队, 且系统的稳定性不受拓扑切换的影响, 观测器状态最终能够渐近于智能体状态.

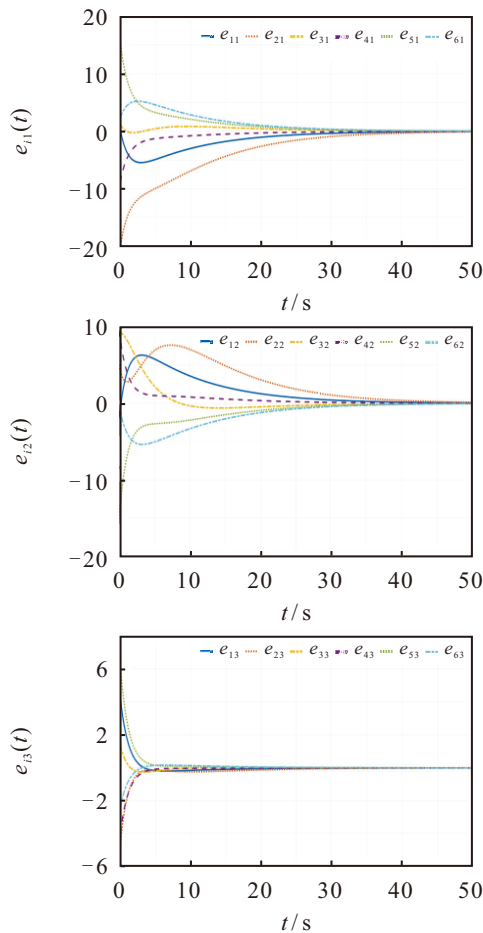


图3 观测误差变化曲线

4 结论

相比于单一的协同网络, 存在对抗网络的通讯环境无疑更加复杂, 拓扑切换还将进一步加剧网络的复杂性. 智能体的控制信号出现快速、剧烈的变化会导致系统产生震荡或不稳定的现象, 即抖振现象. 综合系统所处的通讯环境, 考虑到系统的稳定性, 设计二部编队控制器相比于传统编队控制器更加困难. 本文针对通讯拓扑切换条件下状态不可测的高阶线性多智能体系统二部编队控制问题进行研究, 并依据观测器的输出设计分布式控制器. 其中观测器本身对于输出反馈控制系统具有补偿作用, 随着时间的推移观测器能够渐近于智能体的工作状态.

同时, 研究得到了研究环境下的无领导者高阶线性多智能体系统, 最终能够实现二部编队且按照预设轨迹进行移动时编队函数、连通图总驻留时间与总运行时间的比值所满足的条件. 为后续研究二部包围控制、围捕控制、DOS 攻击等问题打下基础.

参考文献 (References)

- [1] Zhai Y, Liu Z W, Guan Z H, et al. Resilient delayed impulsive control for consensus of multiagent networks subject to malicious agents[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, 52(7): 7196-7205.
- [2] 周托, 刘全利, 王东, 等. 积分事件触发策略下的线性多智能体系统领导跟随一致性[J]. *控制与决策*, 2022, 37(5): 1258-1266.
(Zhou T, Liu Q L, Wang D, et al. Leader-following consensus for linear multi-agent systems based on integral-type event-triggered strategy[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(5): 1258-1266.)
- [3] Dai M H, Su Z, Xu Q C, et al. Vehicle assisted computing offloading for unmanned aerial vehicles in smart city[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2021, 22(3): 1932-1944.
- [4] Lanillos P, Gan S K, Besada-Portas E, et al. Multi-UAV target search using decentralized gradient-based negotiation with expected observation[J]. *Information Sciences*, 2014, 282: 92-110.
- [5] Fei B W, Bao W D, Zhu X M, et al. Autonomous cooperative search model for multi-UAV with limited communication network[J]. *IEEE Internet of Things Journal*, 2022, 9(19): 19346-19361.
- [6] Chen J T, Shi Z Y, Zhong Y S. Robust formation control for uncertain multi-agent systems[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2019, 356(15): 8237-8254.
- [7] Liu H, Ma T, Lewis F L, et al. Robust formation control for multiple quadrotors with nonlinearities and disturbances[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, 50(4): 1362-1371.
- [8] Cheng J, Park J H, Wu Z G, et al. Ultimate boundedness control for networked singularly perturbed systems with

- deception attacks: A Markovian communication protocol approach[J]. *IEEE Transactions on Network Science and Engineering*, 2022, 9(2): 445-456.
- [9] Dong X W, Hua Y Z, Zhou Y, et al. Theory and experiment on formation-containment control of multiple multirotor unmanned aerial vehicle systems[J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2019, 16(1): 229-240.
- [10] Aryankia K, Selmic R R. Neural network-based formation control with target tracking for second-order nonlinear multiagent systems[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2022, 58(1): 328-341.
- [11] Zhu W, Cao W J, Yan M Z, et al. Event-triggered formation control of multiagent systems with linear continuous-time dynamic models[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2022, 52(10): 6235-6245.
- [12] Li Z, Tang Y, Huang T W, et al. Formation control of multi agent networks: Cooperative and antagonistic interactions[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, Cybernetics: Systems*, 2022, 52(10): 6235-6245.
- [13] Wang J H, Xu Y L, Xu Y, et al. Time-varying formation for high-order multi-agent systems with external disturbances by event-triggered integral sliding mode control[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2019, 359: 333-343.
- [14] 王柳, 胡爱花, 江正仙. 网络攻击下多智能体系统动态事件触发一致性[J]. *控制与决策*, 2023, 38(5): 1295-1302.
(Wang L, Hu A H, Jiang Z X. Dynamic event-triggered consensus of multi-agent systems under cyber-attacks[J]. *Control and Decision*, 2023, 38(5): 1295-1302.)
- [15] Ma L, Min H B, Wang S C, et al. Distributed containment control of networked nonlinear second-order systems with unknown parameters[J]. *CAA Journal of Automatica Sinica*, 2018, 5(1): 232-239.
- [16] Wang Q Q, Liu H, Gao K Z, et al. Improved multi-agent reinforcement learning for path planning-based crowd simulation[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 73841-73855.
- [17] Wang W, Li W Y, Lin T, et al. Generalized k-core percolation on higher-order dependent networks[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2022, 420: 126793.
- [18] Altafini C. Consensus problems on networks with antagonistic interactions[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, 58(4): 935-946.
- [19] Lu J Q, Wang Y Q, Shi X C, et al. Finite-time bipartite consensus for multiagent systems under detail-balanced antagonistic interactions[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2021, 51(6): 3867-3875.
- [20] Xu C J, Xu H C, Su H S, et al. Adaptive bipartite consensus of competitive linear multi-agent systems with asynchronous intermittent communication[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2022, 32(9): 5120-5140.
- [21] 纪良浩, 李海, 李华青. 虚假数据注入攻击下多智能体系统的均方二分一致性研究[J]. *控制与决策*, 2023, 38(12): 3363-3371.
(Ji L H, Li H, Li H Q. Mean square bipartite consensus for multi-agent systems under false data injection attacks[J]. *Control and Decision*, 2023, 38(12): 3363-3371.)
- [22] Cai Y L, Zhang H G, Zhang J, et al. Fully distributed bipartite time-varying formation control for uncertain linear multi-agent systems under event-triggered mechanism[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2021, 31(11): 5165-5187.
- [23] Li M, Zhang W, Yan C H, et al. Observer-based bipartite formation control for MASs with external disturbances under event-triggered scheme[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2022, 69(3): 1178-1182.
- [24] Li W, Zhang H G, Ming Z Y, et al. Fully distributed event-triggered bipartite formation tracking control for heterogeneous multi-agent systems on signed digraph[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2022, 69(4): 2181-2185.
- [25] Amini A, Asif A, Mohammadi A. Formation-containment control using dynamic event-triggering mechanism for multi-agent systems[J]. *CAA Journal of Automatica Sinica*, 2020, 7(5): 1235-1248.
- [26] Dong X W, Shi Z Y, Lu G, et al. Time-varying formation control for high-order linear swarm systems with switching interaction topologies[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2014, 8(18): 2162-2170.
- [27] Dong X W, Hu G Q. Time-varying formation control for general linear multi-agent systems with switching directed topologies[J]. *Automatica*, 2016, 73: 47-55.
- [28] Zuo S, Song Y D, Lewis F L, et al. Time-varying output formation containment of general linear homogeneous and heterogeneous multiagent systems[J]. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2019, 6(2): 537-548.
- [29] Huang L. *Linear algebra in system and control theory*[M]. Beijing: Science Press, 1984.
- [30] Saboori I, Khorasani K. H_∞ consensus achievement of multi-agent systems with directed and switching topology networks[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2014, 59(11): 3104-3109.

作者简介

傅乐平 (1996-), 男, 博士生, 主要研究方向为自动化技术与应用、多智能体控制, E-mail: 2285976025@qq.com;

郑维 (1992-), 女, 副教授, 博士, 主要研究方向为多机器人协同控制、复杂网络系统协同控制与优化, E-mail: weizheng@ysu.edu.cn;

王洪斌 (1965-), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为机器人控制、智能信息处理, E-mail: 992027075@qq.com.