

# 控制与决策

Control and Decision

## 考虑时变非对称输出约束的机械臂固定时间自适应优化控制

刘乐, 孟德宇, 常刘杰, 方一鸣

引用本文:

刘乐, 孟德宇, 常刘杰, 等. 考虑时变非对称输出约束的机械臂固定时间自适应优化控制[J]. 控制与决策, 2025, 40(3): 833-842.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2024.0417>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### [基于时间延时估计和自适应模糊滑模控制器的双机械臂协同阻抗控制](#)

[Coordinated impedance control for dual-arm robots based on time delay estimation and adaptive fuzzy sliding mode controller](#)

控制与决策. 2021, 36(6): 1311-1323 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1701>

#### [磁悬浮开关磁阻电机的自适应终端滑模控制](#)

Adaptive terminal sliding mode control of bearingless switched reluctance motor

控制与决策. 2021, 36(6): 1449-1456 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1064>

#### [线控转向系统的自适应高阶滑模控制](#)

Adaptive higher-order sliding mode control for SbW system

控制与决策. 2021, 36(6): 1529-1536 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1526>

#### [基于变速趋近律的Buck型变换器抗扰动控制](#)

Disturbance rejection control of Buck converters based on variable rate reaching law

控制与决策. 2021, 36(4): 893-900 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1073>

#### [带有输出约束的柔性关节机械臂预设性能自适应控制](#)

Prescribed performance adaptive control of flexible-joint manipulators with output constraints

控制与决策. 2021, 36(2): 387-394 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0974>

# 考虑时变非对称输出约束的机械臂固定时间 自适应优化控制

刘乐<sup>†</sup>, 孟德宇, 常刘杰, 方一鸣

(燕山大学 智能康复及神经调控河北省重点实验室, 河北 秦皇岛 066004)

**摘要:** 针对一类存在建模误差、外部扰动和时变非对称输出约束的机械臂系统位置跟踪控制问题, 提出一种固定时间反步自适应优化控制方法. 首先, 通过设计固定时间干扰观测器来快速准确地估计机械臂系统的建模误差和外部扰动. 然后, 将反步法与新型障碍 Lyapunov 函数相结合, 并基于一种滚动自适应律完成考虑机械臂输出约束的固定时间控制器设计, 同时采用指令滤波器和切换函数解决控制器推导过程中存在的“微分爆炸”和“虚拟控制量奇异”问题. 接着, 利用改进的北方苍鹰 (improved northern goshawk, ING) 算法对机械臂系统的控制参数进行优化整定, 进一步提高系统的收敛速度和稳态精度. 理论分析表明, 系统跟踪误差能够在固定时间内收敛至接近 0 的小邻域内, 且始终满足输出约束的要求. 最后, 通过 PUMA560 型机械臂的仿真对比研究验证了所提出方法的有效性.

**关键词:** 机械臂; 固定时间; 时变非对称输出约束; 反步自适应控制; 固定时间观测器; 改进的北方苍鹰算法

中图分类号: TP273 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2024.0417

引用格式: 刘乐, 孟德宇, 常刘杰, 等. 考虑时变非对称输出约束的机械臂固定时间自适应优化控制 [J]. 控制与决策, 2025, 40(3): 833-842.

## Fixed-time adaptive optimal control of robotic arm considering time-varying asymmetric output constraints

LIU Le<sup>†</sup>, MENG De-yu, CHANG Liu-jie, FANG Yi-ming

(Key Laboratory of Intelligent Rehabilitation and Neuromodulation of Hebei Province, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

**Abstract:** To solve the position tracking control problem for a class of manipulator systems with modeling errors, external disturbances, and time-varying asymmetric output constraints, a fixed-time backstepping adaptive optimal control method is proposed. Firstly, a fixed-time disturbance observer is designed to quickly and accurately estimate the modeling errors and external disturbances of the robotic arm system. Secondly, the fixed-time controller design considering the output constraints is accomplished by combining the backstepping method, a new obstacle Lyapunov function, and a rolling adaptive law, while the command filter and the switching function are used to solve the “differential explosion” and “the singularity of the virtual control quantity” in the controller derivation process. Then, the improved northern goshawk (ING) algorithm is used to optimally tune the control parameters of the robotic arm system to further improve the convergence speed and steady-state accuracy of the system. The theoretical analysis shows that the tracking error of the system can converge to a small neighborhood close to zero in a fixed time, and always satisfy the output constraints. Finally, the effectiveness of the proposed method is verified by a comparative simulation study of the PUMA 560 robotic arm.

**Keywords:** robotic arm; fixed-time; time-varying asymmetric output constraints; backstepping adaptive control; fixed-time observer; improved northern goshawk algorithm

## 0 引言

随着经济和社会的不断发展, 机械臂在工业生

产、医疗、物流和服务等领域的应用越来越广泛, 它可以代替人们完成一些重复、危险性高和需要高精度

收稿日期: 2024-04-16; 录用日期: 2024-07-15.

基金项目: 河北省自然科学基金项目 (F2024203038); 秦皇岛市科学技术研究与发展计划项目 (202302B048); 省级重点实验室绩效补助经费项目 (22567619H).

责任编委: 譬斌.

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: leliu@ysu.edu.cn.

度的工作,从而提高生产效率和工作的安全性.然而,机械臂系统在运行过程中受到工作空间的限制,需要进行输出约束来确保工作的安全性和保护系统设备.另外,机械臂系统具有参数时变、高度非线性和强耦合等特点,这些均给机械臂系统位置跟踪控制带来了一定的困难和挑战.

针对上述问题,国内外专家学者通过广泛深入地研究,不断探索新的控制方法来进一步提高机械臂系统的控制精度、稳定性和安全性.如:文献[1]提出了一种基于非线性模型切换函数的滑模控制器,满足了患者对医疗机械臂跟踪精度的要求;文献[2]提出了一种考虑误差信号的鲁棒积分控制器,有效解决了航空机械臂在运动过程中存在的欠驱动问题;文献[3]提出了一种基于时变无抖振干扰观测器的控制方法,使得串联机械臂跟踪误差能够在有限时间内收敛至0附近的小集合内.此外,自适应滑模控制<sup>[4]</sup>、神经网络控制<sup>[5]</sup>、模型预测控制<sup>[6]</sup>等方法也被广泛应用于机械臂系统位置跟踪控制问题的研究和实践.然而,文献[1-6]并没有考虑机械臂系统输出约束问题,一方面可能会导致机械臂控制性能下降,影响其控制精度和响应速度,另一方面可能会违反机械臂物理限制,导致系统部件损坏.

进一步地,针对机械臂系统的输出约束问题,文献[7]提出了一种对数型障碍 Lyapunov 函数,并构造了干扰观测器以对系统外部干扰进行观测补偿,有效提高了机械臂系统的鲁棒稳定性;文献[8]通过构造指数型障碍 Lyapunov 函数,提出了一种非奇异快速积分终端滑模控制器,解决了水下机器人系统输出约束问题.然而,文献[7-8]构造的障碍 Lyapunov 函数并不适用于无约束系统,因此应用范围受到一定限制.针对此问题,文献[9]构造了一种正切型障碍 Lyapunov 函数来解决一类高阶非线性系统的全状态约束问题,与对数型和指数型障碍 Lyapunov 函数相比,该正切型障碍 Lyapunov 函数不仅适用于无约束系统,而且适用于对称约束系统.然而,该正切型障碍 Lyapunov 函数仍然无法处理时变非对称约束问题.

需要说明的是,文献[1-9]提出的方法大多仅能实现系统状态渐近或有限时间收敛,但是,这在实际应用中往往难以满足人们对系统快速性能的要求.与之不同的是,固定时间控制<sup>[10]</sup>具备有限时间控制的所有优点,且其收敛时间与系统的初始状态无关,因此更符合实际需求;文献[11]提出了一种固定时间模糊自适应控制方法,该方法能够确保闭环系统所有信号的有界性,并使得系统输出能够在固定时间内跟踪期望信号;文献[12]提出了一种固定时间自适应滑模控制方法,有效消除了机械臂不确定性

对系统跟踪性能的影响.然而,尽管文献[11-12]提出的固定时间控制方法满足了人们对系统瞬态性能的要求,但是,系统控制参数的整定大多采用经验试凑法,这在一定程度上限制了其控制潜能的发挥.

基于上述分析,针对一类具有时变非对称输出约束的机械臂系统位置跟踪控制问题,本文提出一种固定时间自适应优化控制方法,该方法同时适用于具有对称约束或无约束情形的系统.首先,将系统建模误差和外部扰动视为综合不确定项,并构造固定时间干扰观测器对其进行观测;然后,将反步法与新型障碍 Lyapunov 函数相结合,并基于一种滚动自适应律完成考虑输出约束的固定时间控制器设计,采用指令滤波器解决控制器推导过程中的“微分爆炸”现象,同时引入切换函数以避免虚拟控制量出现奇异问题;接着,采用 ING 算法对所设计观测器和控制器的主要参数进行优化整定,以进一步提高系统的收敛速度和稳态精度;最后,将所提出方法与文献[13]方法进行仿真对比研究,验证所提出方法能够有效兼顾系统的瞬态和稳态性能,并具有较好的收敛速度和稳态精度.

## 1 问题描述与预备知识

### 1.1 问题描述

电驱动机械臂的动力学模型<sup>[14]</sup>可表示为

$$\begin{cases} M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) + \mathbf{d}_1 = K_T \mathbf{I}, \\ L\dot{\mathbf{I}} + R\mathbf{I} + K_e \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{d}_2 = \mathbf{u}. \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $M(\mathbf{q})$  为惯性矩阵,  $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  为离心力矩阵,  $\mathbf{G}(\mathbf{q})$  为重力矢量矩阵,  $\mathbf{q}$ 、 $\dot{\mathbf{q}}$ 、 $\ddot{\mathbf{q}}$  分别为关节的角度、角速度和角加速度,  $\mathbf{d}_1$  和  $\mathbf{d}_2$  为机械臂系统的外部扰动,  $\mathbf{I}$  为电机电流,  $K_T$  为转矩与电流间的转换系数,  $L$  和  $R$  分别为电机的电感和电阻,  $K_e$  为电机反电动势的反馈系数,  $\mathbf{u}$  为控制输入. 对电驱动机械臂动力学模型(1)进行坐标变换,令  $\mathbf{x}_1 = \mathbf{q}$ ,  $\mathbf{x}_2 = \dot{\mathbf{q}}$ ,  $\mathbf{x}_3 = \mathbf{I}$ , 该模型可重新表示为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{H}_1(\bar{\mathbf{x}}_1, t)\mathbf{x}_2 + \boldsymbol{\theta}_1^T(\bar{\mathbf{x}}_1, t)\mathbf{f}_1(\bar{\mathbf{x}}_1), \\ \dot{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{H}_2(\bar{\mathbf{x}}_2, t)\mathbf{x}_3 + \boldsymbol{\theta}_2^T(\bar{\mathbf{x}}_2, t)\mathbf{f}_2(\bar{\mathbf{x}}_2) + \mathbf{D}_1, \\ \dot{\mathbf{x}}_3 = \mathbf{H}_3(\bar{\mathbf{x}}_3, t)\mathbf{u} + \boldsymbol{\theta}_3^T(\bar{\mathbf{x}}_3, t)\mathbf{f}_3(\bar{\mathbf{x}}_3) + \mathbf{D}_2. \end{cases} \quad (2)$$

这里:  $\bar{\mathbf{x}}_i(t) = [\mathbf{x}_1^T(t), \mathbf{x}_2^T(t), \dots, \mathbf{x}_i^T(t)]^T$ ,  $\mathbf{x}_i^T(t) \in \mathbb{R}^{1 \times j}$ ;  $\mathbf{H}_i(\bar{\mathbf{x}}_i, t) \in \mathbb{R}^{j \times j}$  和  $\boldsymbol{\theta}_i(\bar{\mathbf{x}}_i, t) \in \mathbb{R}^{v \times j}$  均为未知函数矩阵;  $\mathbf{f}_i(\bar{\mathbf{x}}_i) \in \mathbb{R}^v$  为连续已知的可微向量,  $v$  为维度;  $\mathbf{D}_1 = -\mathbf{M}_0^{-1}(\Delta \mathbf{M} \dot{\mathbf{x}}_2 + \Delta \mathbf{C} \mathbf{x}_2 + \Delta \mathbf{G} - \Delta K_T \mathbf{x}_3 + \mathbf{d}_1)$  和  $\mathbf{D}_2 = -L_0^{-1}(\Delta K_e \mathbf{x}_2 + \mathbf{d}_2)$  均为扰动量;  $i = 1, 2, 3$ ;  $j = 1, 2, \dots, n$ .

本文的控制目标是综合考虑外部扰动、建模误差和时变非对称输出约束对机械臂系统的影响,基

于固定时间干扰观测器,并结合自适应反步法和一种新型障碍 Lyapunov 函数完成固定时间控制器的设计,使得机械臂系统能够在固定时间内稳定,并满足预设的约束条件.

**假设 1<sup>[15]</sup>** 系统未知函数矩阵  $\theta_i$  是有界的,即  $\|\theta_i(\bar{x}_i, t)\| \leq \bar{\theta}_i$ , 其中  $\bar{\theta}_i$  未知.

**假设 2<sup>[16]</sup>** 系统增益函数矩阵  $H_i$  是有界且正定的,对于任意  $y \in \mathbb{R}^j$  均有  $y^T H_i(\bar{x}_i, t)y \geq h_{i,\min} \times y^T y > 0, \|H_i(\bar{x}_i, t)\| \leq \bar{h}$ , 其中  $\bar{h}$  未知.

**1.2 预备知识**

**引理 1<sup>[17]</sup>** 对于如下非线性系统:

$$\dot{x}(t) = f(x(t)), x(0) = x_0, \quad (3)$$

若存在常数  $\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0, 0 < p < 1, q > 1, \Xi > 0$ , 使得系统 (3) 满足

$$\dot{V}(x) \leq -\lambda_1 V^p(x) - \lambda_2 V^q(x) + \Xi, \quad (4)$$

则该非线性系统能够在固定时间内收敛至趋近于 0 的小邻域内,取  $\varpi \in (0, 1)$ , 则收敛时间  $T_{f_1}$  和  $V(x)$  收敛范围为

$$\begin{cases} T_{f_1} \leq \frac{1}{\lambda_1 \varpi (1-p)} + \frac{1}{\lambda_2 \varpi (q-1)}, \\ V(x) \leq \min \left\{ \left( \frac{\Xi}{(1-\varpi)\lambda_1} \right)^{\frac{1}{p}}, \left( \frac{\Xi}{(1-\varpi)\lambda_2} \right)^{\frac{1}{q}} \right\}. \end{cases} \quad (5)$$

**引理 2<sup>[18]</sup>** 对于如下非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) + ax(t)^{\frac{m}{n}} + bx(t)^{\frac{p}{q}} + cx(t) + d = 0, \\ x(0) = x_0. \end{cases} \quad (6)$$

其中:  $a, b, c > 0; m, n, p, q$  均为正奇数,且满足  $m > n, p < q$ . 则该非线性系统能够在固定时间  $T_{f_2} < n/a(m-n) + q/b(q-p)$  内收敛,  $x \in \mathbb{R}^+$ .

**引理 3<sup>[19]</sup>** 对于任意常数  $\epsilon > 0$  和变量  $z \in \mathbb{R}$ , 有

$$0 \leq |z| - \frac{z^2}{\sqrt{z^2 + \epsilon^2}} < \epsilon. \quad (7)$$

**引理 4<sup>[20]</sup>** 对于  $a, b, c \in \mathbb{R}^j (j=1, 2, \dots, n)$ , 有

$$a^T(b \cdot c) = (a \cdot b)^T c, \quad (8)$$

$$(a \cdot b)^T (a \cdot b) = a^T (a \cdot b \cdot b), \quad (9)$$

其中  $\cdot$  为 Hadamard 积.

**引理 5<sup>[21]</sup>** 对于给定的任意常数  $\varpi_1, \varpi_2, \varpi_3 > 0$ , 有

$$|x|^{\varpi_1} |y|^{\varpi_2} \leq \frac{\varpi_1 \varpi_3 |x|^{\varpi_1 + \varpi_2} + \varpi_2 \varpi_3^{-\frac{\varpi_1}{\varpi_2}} |y|^{\varpi_1 + \varpi_2}}{\varpi_1 + \varpi_2}. \quad (10)$$

**2 固定时间干扰观测器设计**

为了提高机械臂系统的跟踪控制精度,对于系

统 (2) 中扰动量  $D_k \in \mathbb{R}^j (k=1, 2; j=1, 2, \dots, n)$ , 本节通过设计如下固定时间观测器对其进行观测:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_l = -(k_1 |e_{1l}|^{\alpha_0} + k_2 |e_{1l}|^{\beta_0}) \text{sign}(e_{1l}) + \hat{D}_k + \\ \quad H_l(\bar{x}_l, t) x_{l+1} + \theta_l^T(\bar{x}_l, t) f_l(\bar{x}_l), \\ \dot{\hat{D}}_k = -k_3 \text{sign}(e_{1l}). \end{cases} \quad (11)$$

其中:  $k_1, k_2, k_3 > 0; 0 < \alpha_0 < 1; \beta_0 > 1; l=2, 3; \hat{x}_l \in \mathbb{R}^j$  和  $D_k \in \mathbb{R}^j$  分别为  $x_l$  和  $D_k$  的估计值,并定义估计误差  $e_{1l} = \hat{x}_l - x_l, e_{2l} = \hat{D}_k - D_k$ . 对  $e_{1l}$  和  $e_{2l}$  求导,并结合式 (11), 有

$$\begin{aligned} \dot{e}_{1l} &= -k_1 |e_{1l}|^{\alpha_0} \text{sign}(e_{1l}) - k_2 |e_{1l}|^{\beta_0} \text{sign}(e_{1l}) - \\ & k_3 \int \text{sign}(e_{1l}) dt - D_k. \end{aligned} \quad (12)$$

由引理 2 可知,所设计观测器 (11) 的观测误差能够在固定时间  $T_o$  内收敛至 0, 且  $T_o$  满足

$$T_o < \frac{1}{k_1(\alpha_0 - 1)} + \frac{1}{k_2(1 - \beta_0)}. \quad (13)$$

**3 机械臂系统固定时间控制器设计**

**3.1 障碍 Lyapunov 函数**

考虑到机械臂系统的工作空间通常是非对称的,且各关节的旋转范围也不完全相同.为了能够对机械臂系统的跟踪误差进行有效约束,本节提出如下一种新型障碍 Lyapunov 函数,以实现时变非对称输出约束的目标:

$$V_{b_j} = \frac{1}{2} \eta_j^2, \eta_j = \frac{\Lambda_{bH_j} \Lambda_{bL_j} z_{1j}}{(\Lambda_{bH_j} - z_{1j})(\Lambda_{bL_j} + z_{1j})}. \quad (14)$$

其中:  $-\Lambda_{bL_j}(0) < z_{1j}(0) < \Lambda_{bH_j}(0)$ ,  $\Lambda_{bH_j}$  和  $\Lambda_{bL_j}$  分别为跟踪误差的上限和下限,  $j=1, 2, \dots, n$ . 结合式 (14), 对  $\eta$  求导,可得到

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= \begin{bmatrix} \Delta_{11} \dot{\Lambda}_{bH1} + \Delta_{21} \dot{\Lambda}_{bL1} \\ \vdots \\ \Delta_{1j} \dot{\Lambda}_{bHj} + \Delta_{2j} \dot{\Lambda}_{bLj} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_1 \dot{z}_{11} \\ \vdots \\ \omega_j \dot{z}_{1j} \end{bmatrix} = \\ & \eta_{\Omega} + \omega \cdot \dot{z}_1. \end{aligned} \quad (15)$$

这里

$$\begin{aligned} \omega &= [\omega_1 \ \dots \ \omega_j]^T, \\ \omega_j &= \Lambda_{bH_j} \Lambda_{bL_j} (z_{1j}^2 + \Lambda_{bH_j} \Lambda_{bL_j}) / \\ & (\Lambda_{bH_j} - z_{1j})^2 (\Lambda_{bL_j} + z_{1j})^2, \\ \Delta_{1j} &= -\Lambda_{bL_j} z_{1j}^2 / (\Lambda_{bH_j} - z_{1j})^2 (\Lambda_{bL_j} + z_{1j}), \\ \Delta_{2j} &= \Lambda_{bH_j} z_{1j}^2 / (\Lambda_{bH_j} - z_{1j}) (\Lambda_{bL_j} + z_{1j})^2. \end{aligned}$$

**3.2 指令滤波器和切换函数**

为了避免在控制器推导过程中因对虚拟控制量多次求导而产生“微分爆炸”问题,本文采用如下指令滤波器:

$$\begin{cases} \dot{\varphi}_1 = \varphi_2, \\ \dot{\varphi}_2 = -2\beta W\varphi_2 - W^2(\varphi_1 - \alpha_{ic}). \end{cases} \quad (16)$$

其中:  $\varphi_1 = \alpha_{id}$ 为指令滤波器的输出,  $\varphi_2 = \dot{\alpha}_{id}$ ,  $\beta$ 和 $W$ 分别为指令滤波器的阻尼和带宽.

为了防止虚拟控制量出现奇异问题, 引入如下切换函数 $S_{z_i}$ :

$$S_{z_i} = \begin{cases} (z_i^T z_i)^{\frac{3}{4}}, & \|z_i\| \geq \epsilon_{i0}; \\ \sum_{j=1}^n a_j (z_i^T z_i)^j (\epsilon_{i0}^2)^{-j+\frac{3}{4}}, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (17)$$

其中:  $\epsilon_{i0} > 0$ , 且 $i = 1, 2, 3$ ;  $j = 1, 2, \dots, n$ ; 参数 $a_j$ 可通过如下矩阵计算:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & \dots & n-1 & n \\ 0 & 2 \times 1 & \dots & (n-1)(n-2) & n(n-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \prod_{j=0}^{n-2} (n-1-j) & \prod_{j=0}^{n-2} (n-j) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix}. \quad (18)$$

这里 $c_1 = 1, c_2 = \frac{3}{4}, c_3 = \frac{3}{4}(\frac{3}{4} - 1), c_n = \prod_{j=0}^{n-2} (\frac{3}{4} - j)$ .

### 3.3 时变非对称输出约束机械臂系统控制器设计

step 1: 定义机械臂系统的跟踪误差 $z_1 = x_1 - x_{1d}$ , 且其导数为

$$\dot{z}_1 = H_1(z_2 + \alpha_{1c}) + \theta_1^T f_1 - \dot{x}_{1d}. \quad (19)$$

对式(14)求导, 并将(19)代入, 可得到

$$\dot{V}_b = \eta^T \eta \Omega + (\eta \cdot \omega)^T (H_1(z_2 + \alpha_{1c}) + \theta_1^T f_1 - \dot{x}_{1d}). \quad (20)$$

定义

$$\Theta \triangleq [\bar{\theta}_1 I_{j \times j}, \bar{h}_1 I_{j \times j}, \bar{\theta}_2 I_{j \times j}, \bar{h}_2 I_{j \times j}, \bar{\theta}_3 I_{j \times j}]^T \in \mathbb{R}^{5j \times j},$$

$$\xi_1 = \left[ \frac{(\eta \cdot \omega) f_1^T f_1}{\sqrt{\|\eta \cdot \omega\|^2 f_1^T f_1 + \epsilon_1^2}}; \mathbf{0}; \mathbf{0}; \mathbf{0}; \mathbf{0} \right] \in \mathbb{R}^{5j},$$

且 $\|\Theta\| \leq \theta_0, \theta_0 \in \mathbb{R}$ . 构造如下 Lyapunov 函数:

$$V_1 = V_b + \frac{1}{2\kappa} \tilde{\theta}_0^2. \quad (21)$$

其中:  $\tilde{\theta}_0 = \hat{\theta}_0 - \theta_0, \hat{\theta}_0$ 为 $\theta_0$ 的估计值;  $\kappa$ 为待设计参数.

由引理3和引理4, 可将式(20)中的 $(\eta \cdot \omega)^T \theta_1^T f_1$ 项表示为

$$\eta^T \Theta^T \xi_1 < \theta_0 \epsilon_1 + \theta_0 \frac{\eta^T \eta \xi_1^T \xi_1}{\sqrt{\eta^T \eta \xi_1^T \xi_1 + \epsilon_1^2}}, \quad (22)$$

其中 $\epsilon_1 > 0$ .

将虚拟控制量 $\alpha_{1c}$ 设计为

$$\begin{cases} \alpha_{1c} = -\frac{1}{h_{1,\min}} \left( \frac{(\eta \cdot \omega) \|\hat{\alpha}_1\|^2}{\sqrt{\|\eta \cdot \omega\|^2 \|\hat{\alpha}_1\|^2 + \epsilon_1^2}} \right), \\ \hat{\alpha}_1 = \text{diag} \left[ \frac{1}{\omega_1}, \frac{1}{\omega_2}, \dots, \frac{1}{\omega_j} \right] \bar{\alpha}_1, \\ \bar{\alpha}_1 = \eta \Omega - \omega \cdot \dot{x}_{1d} + \left( \frac{1}{2} \right)^{\frac{3}{4}} K_{1,1} \frac{\eta}{\eta^T \eta} S_{z_1} + \\ \left( \frac{1}{2} \right)^2 K_{1,2} \eta (\eta^T \eta) + \hat{\theta}_0 \frac{\eta \xi_1^T \xi_1}{\sqrt{\eta^T \eta \xi_1^T \xi_1 + \epsilon_1^2}}. \end{cases} \quad (23)$$

其中:  $K_{1,1} > 0, K_{1,2} > 0$ 为待设计参数.

进一步地, 设计滚动自适应律来估计未知参数 $\theta_0$ , 有

$$b_1 = \kappa \frac{\eta^T \eta \xi_1^T \xi_1}{\sqrt{\eta^T \eta \xi_1^T \xi_1 + \epsilon_1^2}} - \lambda_1 \hat{\theta}_0 - \frac{\lambda_3}{\kappa} \hat{\theta}_0^3. \quad (24)$$

这里:  $\lambda_1 > 0, \lambda_3 > 0$ . 由式(23)和(24), 可得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &< -K_{1,1} \left( \frac{1}{2} \eta^T \eta \right)^{\frac{3}{4}} - K_{1,2} \left( \frac{1}{2} \eta^T \eta \right)^2 - \\ &\frac{\lambda_1 \tilde{\theta}_0 \hat{\theta}_0}{\kappa} - \frac{\lambda_3 \tilde{\theta}_0 \hat{\theta}_0^3}{\kappa^2} + \frac{\tilde{\theta}_0 (\hat{\theta}_0 - b_1)}{\kappa} + \\ &(\eta \cdot \omega)^T H_1 z_2 + C_1, \end{aligned} \quad (25)$$

其中 $C_1 = \epsilon_1(1 + \theta_0 + \bar{\theta}_1)$ .

step 2: 定义跟踪误差 $z_2 = x_2 - \alpha_{1d}$ , 其导数为

$$\dot{z}_2 = H_2 z_3 + H_2 \alpha_{2c} + \theta_2^T f_2 + D_1 - \dot{\alpha}_{1d}. \quad (26)$$

构造如下 Lyapunov 函数并求导:

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} z_2^T z_2, \quad (27)$$

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + z_2^T H_2 z_3 + z_2^T H_2 \alpha_{2c} + z_2^T \theta_2^T f_2 + z_2^T D_1 - z_2^T \dot{\alpha}_{1d}. \quad (28)$$

定义

$$\xi_2 = \left[ \mathbf{0}; \frac{z_2 \|\eta \cdot \omega\|^2}{\sqrt{\|z_2\|^2 \|\eta \cdot \omega\|^2 + \epsilon_2^2}}; \frac{z_2 f_2^T f_2}{\sqrt{\|z_2\|^2 f_2^T f_2 + \epsilon_2^2}}; \mathbf{0}; \mathbf{0} \right] \in \mathbb{R}^{5j},$$

对于式(28)中的 $(\eta \cdot \omega)^T H_1 z_2$ 和 $z_2^T \theta_2^T f_2$ , 由引理3, 有

$$\begin{aligned} (\eta \cdot \omega)^T H_1 z_2 + z_2^T \theta_2^T f_2 &< \\ z_2^T \Theta^T \xi_2 + \epsilon_2 (\bar{\theta}_2 + \bar{h}_1), \end{aligned} \quad (29)$$

其中 $\epsilon_2 > 0$ .

将虚拟控制量 $\alpha_{2c}$ 设计为

$$\begin{aligned} \alpha_{2e} &= -\frac{1}{h_{2,\min}} \left( \frac{z_2 \bar{\alpha}_2^T \bar{\alpha}_2}{\sqrt{z_2^T z_2 \bar{\alpha}_2^T \bar{\alpha}_2 + \epsilon_2^2}} \right), \\ \bar{\alpha}_2 &= \left( \frac{1}{2} \right)^{\frac{3}{4}} K_{2,1} \frac{z_2}{z_2^T z_2} S_{z_2} + \left( \frac{1}{2} \right)^2 K_{2,2} z_2 (z_2^T z_2) - \\ &\quad \dot{\alpha}_{1d} + \hat{D}_1 + \frac{\hat{\Theta}_0 z_2 \|\xi_2\|^2}{\sqrt{\|z_2\|^2 \|\xi_2\|^2 + \epsilon_2^2}}. \end{aligned} \quad (30)$$

其中:  $K_{2,1} > 0, K_{2,2} > 0$  为待设计参数. 将式 (30) 代入 (28), 有

$$\begin{cases} \dot{V}_2 < -K_{1,1} \left( \frac{1}{2} \eta^T \eta \right)^{\frac{3}{4}} - K_{2,1} \left( \frac{1}{2} z_2^T z_2 \right)^{\frac{3}{4}} - \\ \quad K_{1,2} \left( \frac{1}{2} \eta^T \eta \right)^2 - K_{2,2} \left( \frac{1}{2} z_2^T z_2 \right)^2 + \\ \quad \frac{1}{\kappa} \tilde{\Theta}_0 (\dot{\Theta}_0 - b_2) - \frac{\lambda_3}{\kappa} \tilde{\Theta}_0 \hat{\Theta}_0 - \frac{\lambda_3}{\kappa^2} \tilde{\Theta}_0 \hat{\Theta}_0^3 + \\ \quad z_2^T H_2 z_3 + z_2^T e_{22} + C_1 + C_2, \\ b_2 = b_1 + \kappa \|z_2\|^2 \frac{f_2^T f_2}{\sqrt{\|z_2\|^2 f_2^T f_2 + \epsilon_2^2}}. \end{cases} \quad (31)$$

这里:  $C_2 = \epsilon_2(1 + \bar{\theta}_2 + \bar{h}_1 + \Theta_0)$ ,  $b_2$  为新的滚动自适应律.

step 3: 定义跟踪误差  $z_3 = x_3 - \alpha_{2d}$ , 其导数为

$$\dot{z}_3 = H_3 u + \theta_3^T f_3 + D_2 - \dot{\alpha}_{2d}. \quad (32)$$

构造如下 Lyapunov 函数并求导:

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2} z_3^T z_3, \quad (33)$$

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_2 + z_3^T H_3 u + z_3^T \theta_3^T f_3 + z_3^T D_2 - z_3^T \dot{\alpha}_{2d}. \quad (34)$$

定义

$$\xi_3 = \left[ 0; 0; 0; \frac{z_3 \|z_2\|^2}{\sqrt{\|z_3\|^2 \|z_2\|^2 + \epsilon_3^2}}; \frac{z_3 f_3^T f_3}{\sqrt{\|z_3\|^2 f_3^T f_3 + \epsilon_3^2}} \right] \in \mathbb{R}^{5j},$$

对于式 (34) 中的  $z_2^T H_2 z_3$  和  $z_3^T \theta_3^T f_3$ , 由引理 3, 有

$$z_2^T H_2 z_3 + z_3^T \theta_3^T f_3 < z_3^T \Theta^T \xi_3 + \epsilon_3 (\bar{\theta}_3 + \bar{h}_2), \quad (35)$$

其中  $\epsilon_3 > 0$ .

进而, 可将机械臂系统控制器  $u$  设计为

$$\begin{cases} u = -\frac{1}{h_{3,\min}} \left( \frac{z_3 \bar{\alpha}_3^T \bar{\alpha}_3}{\sqrt{z_3^T z_3 \bar{\alpha}_3^T \bar{\alpha}_3 + \epsilon_3^2}} \right), \\ \bar{\alpha}_3 = \left( \frac{1}{2} \right)^{\frac{3}{4}} K_{3,1} \frac{z_3}{z_3^T z_3} S_{z_3} + \\ \quad \left( \frac{1}{2} \right)^2 K_{3,2} z_3 (z_3^T z_3) - \\ \quad \dot{\alpha}_{2d} + \hat{D}_2 + \frac{\hat{\Theta}_0 z_3 \|\xi_3\|^2}{\sqrt{\|z_3\|^2 \|\xi_3\|^2 + \epsilon_3^2}}. \end{cases} \quad (36)$$

其中:  $K_{3,1} > 0, K_{3,2} > 0$  为待设计参数. 将式 (36) 代入

(34), 有

$$\begin{cases} \dot{V}_3 < -K_{1,1} \left( \frac{1}{2} \eta^T \eta \right)^{\frac{3}{4}} - \sum_{i=2}^3 K_{i,1} \left( \frac{1}{2} z_i^T z_i \right)^{\frac{3}{4}} - \\ \quad K_{1,2} \left( \frac{1}{2} \eta^T \eta \right)^2 - \sum_{i=2}^3 K_{i,2} \left( \frac{1}{2} z_i^T z_i \right)^2 + \\ \quad \frac{1}{\kappa} \tilde{\Theta}_0 (\dot{\Theta}_0 - b_3) - \frac{\lambda_1}{\kappa} \tilde{\Theta}_0 \hat{\Theta}_0 - \frac{\lambda_3}{\kappa^2} \tilde{\Theta}_0 \hat{\Theta}_0^3 + \\ \quad z_2^T e_{22} + z_3^T e_{23} + C_1 + C_2 + C_3, \\ b_3 = b_2 + \kappa \|z_3\|^2 f_3^T f_3 \frac{1}{\sqrt{\|z_3\|^2 f_3^T f_3 + \epsilon_3^2}}. \end{cases} \quad (37)$$

这里:  $C_3 = \epsilon_3(1 + \bar{\theta}_3 + \bar{h}_2 + \Theta_0)$ ,  $b_3$  为最终滚动自适应律.

### 3.4 机械臂系统控制参数优化设计

考虑所设计机械臂系统中待整定的控制参数较多, 若单纯使用经验试凑法整定机械臂系统的控制参数, 则整个过程较繁琐. 而智能优化算法在参数整定方面具有一定优势, 可有助于充分发挥所提出方法的控制潜力, 其中北方苍鹰算法<sup>[22]</sup> 通过模拟北方苍鹰的狩猎行为, 具有较好的参数寻优能力. 具体如下.

1) 勘探阶段. 北方苍鹰算法在一定数值范围内进行搜索, 旨在找到最优参数. 勘探阶段具体描述为

$$P_i = X_k, \quad \begin{cases} i = 1, 2, \dots, N; \\ k = 1, 2, \dots, i-1, \dots, N; \end{cases} \quad (38)$$

$$x_{\text{new},p1,i,j} = \begin{cases} x_{i,j} + r(p_{i,j} - I x_{i,j}), & F_{P_i} < F_i; \\ x_{i,j} + r(x_{i,j} - p_{i,j}), & F_{P_i} \geq F_i; \end{cases} \quad (39)$$

$$X_i = \begin{cases} x_{\text{new},p1,i}, & F_{\text{new},p1,i} < F_i; \\ X_i, & F_{\text{new},p1,i} \geq F_i. \end{cases} \quad (40)$$

其中:  $P_i$  为第  $i$  只苍鹰选择猎物的地点;  $F_{P_i}$  为  $P_i$  的目标函数值, 即适应度值;  $k$  为  $[1, N]$  的随机自然数;  $x_{\text{new},p1,i}$  为第  $i$  只苍鹰更新后的新地点;  $F_{\text{new},p1,i}$  为第  $i$  只苍鹰的目标函数值;  $r$  为  $[0, 1]$  之间的随机数;  $I$  为随机整数 (1 或 2).

2) 开发阶段. 假设狩猎活动范围处于一个半径为  $R$  的区域内, 则可将开发阶段具体描述为

$$x_{\text{new},p2,i,j} = x_{i,j} + R(2r - 1)x_{i,j}; \quad (41)$$

$$R = 0.02 \left( 1 - \frac{m}{M} \right); \quad (42)$$

$$X_i = \begin{cases} x_{\text{new},p2,i}, & F_{\text{new},p2,i} < F_i; \\ X_i, & F_{\text{new},p2,i} \geq F_i. \end{cases} \quad (43)$$

其中:  $m$  为当前迭代次数,  $M$  为最大迭代次数,  $x_{\text{new},p2,i,j}$  为第  $i$  只苍鹰在第  $j$  维度的新地点,  $F_{\text{new},p2,i}$  为第  $i$  只苍鹰的目标函数值.

然而,在实际中北方苍鹰算法在开发阶段存在局部最优问题.为了解决此问题,本文采用下式所示的最优最差反向学习策略(该策略主要对控制参数中的最优个体和最差个体进行优化,以确保当前最优个体逃离局部最优的同时,兼顾全局搜索能力):

$$\begin{cases} X_{\text{best}}^*(i) = l_b + (u_b - X_{\text{best}}(i)), \\ X_{\text{worst}}^*(i) = l'_b + \text{rand}(u'_b - X_{\text{worst}}(i)). \end{cases} \quad (44)$$

其中:  $l_b$  和  $u_b$  分别为目前最优个体的下限和上限,  $X_{\text{best}}(i)$  和  $X_{\text{worst}}(i)$  分别为第  $i$  只苍鹰的最优点和最差点,  $X_{\text{best}}^*(i)$  和  $X_{\text{worst}}^*(i)$  分别为反向最优点和反向最差点,  $l'_b$  和  $u'_b$  分别为当前最差个体的下限和上限.

#### 4 稳定性分析

**定理 1** 针对一类存在建模误差、外部扰动和时变非对称输出约束的机械臂系统 (2), 在假设 1 和假设 2 成立的条件下, 通过构造固定时间干扰观测器 (11), 采用指令滤波器 (16) 和切换函数 (17), 设计实际控制器 (36) 和滚动自适应律 (37), 则机械臂系统 (2) 是实际固定时间稳定的.

**证明** 由 Young 不等式, 对式 (37) 中的  $-\frac{\lambda_1}{\kappa}\tilde{\theta}_0\hat{\theta}_0$  项进行如下处理:

$$-\frac{\lambda_1}{\kappa}\tilde{\theta}_0\hat{\theta}_0 \leq -\frac{\lambda_1}{2\kappa}\tilde{\theta}_0^2 + \frac{\lambda_1}{2\kappa}\theta_0^2. \quad (45)$$

针对式 (45) 中的  $-\frac{\lambda_1}{2\kappa}\tilde{\theta}_0^2$  项, 可进行如下等价变换:

$$\begin{aligned} & -\frac{\lambda_1}{2\kappa}\tilde{\theta}_0^2 = \\ & -\frac{\lambda_1}{4\kappa}\tilde{\theta}_0^2 + \frac{1}{2\sqrt{2\kappa}}\frac{\lambda_2^2}{\lambda_1}|\tilde{\theta}_0| - \lambda_2\left(\frac{1}{2\kappa}\tilde{\theta}_0^2\right)^{\frac{3}{4}} - \\ & \frac{1}{4\kappa}\left(\sqrt{\lambda_1}|\tilde{\theta}_0| - (2\kappa)^{\frac{1}{4}}\frac{\lambda_2}{\sqrt{\lambda_1}}\sqrt{|\tilde{\theta}_0|}\right)^2, \end{aligned} \quad (46)$$

其中  $\lambda_2 > 0$ , 则式 (46) 中存在如下小于 0 的项:

$$\begin{cases} -\frac{\lambda_1}{4\kappa}\tilde{\theta}_0^2 - \lambda_2\left(\frac{1}{2\kappa}\tilde{\theta}_0^2\right)^{\frac{3}{4}} < 0, \\ -\frac{1}{4\kappa}\left(\sqrt{\lambda_1}|\tilde{\theta}_0| - (2\kappa)^{\frac{1}{4}}\frac{\lambda_2}{\sqrt{\lambda_1}}\sqrt{|\tilde{\theta}_0|}\right)^2 < 0. \end{cases} \quad (47)$$

进一步地, 由引理 5, 将式 (45) 中的  $\frac{1}{2\sqrt{2\kappa}}\frac{\lambda_2^2}{\lambda_1}|\tilde{\theta}_0|$  项进行如下变换:

$$\frac{1}{2\sqrt{2\kappa}}\frac{\lambda_2^2}{\lambda_1}|\tilde{\theta}_0| \leq \frac{\lambda_1}{8\kappa}|\tilde{\theta}_0|^2 + \frac{\lambda_2^4}{4\lambda_1^3}. \quad (48)$$

将式 (46) ~ (48) 代入 (45), 有

$$-\frac{\lambda_1}{\kappa}\tilde{\theta}_0\hat{\theta}_0 \leq \frac{\lambda_1}{8\kappa}|\tilde{\theta}_0|^2 + \frac{\lambda_2^4}{4\lambda_1^3} + \frac{\lambda_1}{2\kappa}\theta_0^2. \quad (49)$$

此外, 将式 (37) 中的  $-\frac{\lambda_3}{\kappa^2}\tilde{\theta}_0\hat{\theta}_0^3$  项展开, 有

$$-\frac{\lambda_3}{\kappa^2}\tilde{\theta}_0\hat{\theta}_0^3 = -\frac{\lambda_3}{\kappa^2}\tilde{\theta}_0^4 - \frac{3\lambda_3}{\kappa^2}\tilde{\theta}_0^3\theta_0 - \frac{3\lambda_3}{\kappa^2}\tilde{\theta}_0^2\theta_0^2 - \frac{\lambda_3}{\kappa^2}\tilde{\theta}_0\theta_0^3. \quad (50)$$

对于式 (50) 中的  $-\frac{3\lambda_3}{\kappa^2}\tilde{\theta}_0^3\theta_0$  项和  $-\frac{\lambda_3}{\kappa^2}\tilde{\theta}_0\theta_0^3$  项, 由引理 5, 有

$$\begin{aligned} & -\frac{3\lambda_3}{\kappa^2}\tilde{\theta}_0^3\theta_0 - \frac{\lambda_3}{\kappa^2}\tilde{\theta}_0\theta_0^3 \leq \\ & \frac{3\lambda_3}{\kappa^2}\tilde{\theta}_0^2\theta_0^2 + \frac{\lambda_3}{12\kappa^2}\theta_0^4 + \frac{3\lambda_3}{\kappa^2}\frac{3}{4}\varpi_3|\tilde{\theta}_0|^4 + \\ & \frac{3\lambda_3}{\kappa^2}\frac{1}{4}(\varpi_3)^{-4}\theta_0^4, \end{aligned} \quad (51)$$

其中  $\varpi_3 > 0$ . 将式 (51) 代入 (50), 得到

$$\begin{aligned} & -\frac{\lambda_3}{\kappa^2}\tilde{\theta}_0\hat{\theta}_0^3 \leq -\frac{\lambda_3}{\kappa^2}\left(1 - \frac{9\varpi_3^{\frac{4}{3}}}{4}\right)\tilde{\theta}_0^4 + \\ & \frac{3\lambda_3}{\kappa^2}\frac{1}{4\varpi_3^4}\theta_0^4 + \frac{\lambda_3}{12\kappa^2}\theta_0^4. \end{aligned} \quad (52)$$

考虑到当  $t > T_o$  时,  $e_{22} = e_{23} = 0$ . 将式 (49) 和 (52) 代入 (37), 有

$$\begin{aligned} & \dot{V}_3 < \\ & -K_{1,1}\left(\frac{1}{2}\eta^T\eta\right)^{\frac{3}{4}} - \sum_{i=2}^3 K_{i,1}\left(\frac{1}{2}z_i^T z_i\right)^{\frac{3}{4}} - \\ & K_{1,2}\left(\frac{1}{2}\eta^T\eta\right)^2 - \sum_{i=2}^3 K_{i,2}\left(\frac{1}{2}z_i^T z_i\right)^2 + \\ & \frac{1}{\kappa}\tilde{\theta}_0(\dot{\theta}_0 - b_3) - \frac{\hat{\lambda}_1}{\kappa}\tilde{\theta}_0\hat{\theta}_0 - \frac{\lambda_3}{\kappa^2}\tilde{\theta}_0\hat{\theta}_0^3 - \\ & \lambda_2\left(\frac{1}{2\kappa}\tilde{\theta}_0^2\right)^{\frac{3}{4}} - \lambda_3\left(4 - 9\varpi_3^{\frac{4}{3}}\right)\left(\frac{1}{2\kappa}\tilde{\theta}_0^2\right)^2 + \bar{C}, \end{aligned} \quad (53)$$

这里

$$\bar{C} = C_n + \frac{\lambda_1}{2\kappa}\theta_0^2 + \frac{\lambda_2^4}{4\lambda_1^3} + \frac{3\lambda_3}{\kappa^2}\frac{1}{4\varpi_3^4}\theta_0^4 + \frac{\lambda_3}{12\kappa^2}\theta_0^4.$$

取

$$\begin{aligned} \mu_1 & \triangleq \min(K_{1,1}, K_{2,1}, \dots, K_{3,1}, \lambda_2), \\ \mu_2 & \triangleq \min(K_{1,2}, K_{2,2}, \dots, K_{3,2}, \lambda_3(4 - 9\varpi_3^{\frac{4}{3}})), \end{aligned}$$

则

$$\dot{V}_3 < -\mu_1 V_3^{\frac{3}{4}} - \frac{\mu_2}{4} V_3^2 + \bar{C}. \quad (54)$$

由引理 1 可知, 机械臂系统 (2) 是实际固定时间稳定的, 且收敛时间  $T_c$  和收敛范围为

$$\begin{cases} T_c \leq \frac{4}{\mu_1\varpi} + \frac{4}{\mu_2\varpi}, \\ V_3 \leq \min\left\{\left(\frac{\bar{C}}{(1-\varpi)\mu_1}\right)^{\frac{4}{3}}, \left(\frac{4\bar{C}}{(1-\varpi)\mu_2}\right)^{\frac{1}{2}}\right\}. \end{cases} \quad (55)$$

由式 (53) 可知: 在满足假设 1 和假设 2 的前提下, 通过构造固定时间干扰观测器 (11), 采用指令滤波器 (16) 和切换函数 (17), 设计实际控制器 (36) 和滚

动自适应律 (37), 则机械臂系统 (2) 能够在固定时间  $T_r = T_o + T_c$  内稳定.  $\square$

### 5 机械臂系统仿真对比研究

基于 PUMA560 型机械臂的各关节物理参数, 将所提出考虑时变非对称输出约束的固定时间自适应优化控制方法与文献 [13] 的方法进行仿真对比研究. PUMA560 型机械臂关节机电参数如表 1 所示.

表1 PUMA560 型机械臂关节机电参数

$n$	质量/kg	杆长/m	惯量/(kg·m <sup>2</sup> )	电阻/ $\Omega$	电感/L	转换系数	反馈系数
1	4.43	0.675	0.13000	5.0	20	1.5	0.05
2	3.33	0.260	0.06600	3.0	15	1.2	0.03
3	3.48	0.680	0.08600	4.0	18	1.3	0.04
4	0.82	0.035	0.00280	2.0	10	1.0	0.02
5	0.34	0.035	0.00130	1.0	8	0.8	0.01
6	0.09	0.020	0.00001	0.5	5	0.6	0.008

机械臂的其余参数如下所示:  $\kappa = 0.0001$ ,  $\lambda_2 = 0.002$ ,  $\lambda_3 = 0.005$ ,  $a_1 = -5/16$ ,  $a_2 = 27/32$ ,  $a_3 = 15/32$ ,  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3 = 0.1$ ,  $\lambda_1 = \epsilon_{10} = \epsilon_{20} = \epsilon_{30} = 0.001$ ,  $\beta = 0.707$ ,  $W = 2000$ ,  $\alpha_0 = 0.6$ ,  $\beta_0 = 1.4$ , 重力加速度  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ .

将机械臂的初始状态分别取为  $\mathbf{x}_1(0) = [0, 0, -2, 0.3, 0.5, 1]^T$ ,  $\mathbf{x}_2(0) = [\pi/2 + 0.5, 0.5, 0.1, 0.1, 0.1, 0.1]^T$ ,  $\mathbf{x}_3(0) = [0, 0, 0, 0, 0, 0]^T$ .

本节在机械臂搬运货物场景下, 选择将货物从存放地点  $P(0.8, 0, -0.2)$  搬运至目标地点  $M(0.1, 1, 0)$ , 然后, 对  $P$  点和  $M$  点采用关节空间轨迹规划得到机械臂 6 个关节的期望轨迹, 如下所示:

$$\begin{aligned}
 y_{1d} &= -6.56 \times 10^{-4}t^3 + 0.02t^2 - 0.09t + 0.27, \\
 y_{2d} &= -1.75 \times 10^{-4}t^3 + 0.01t^2 - 0.003t + 0.13, \\
 y_{3d} &= 0.79 \times 10^{-4}t^3 - 0.003t^2 - 0.01t - 2.24, \\
 y_{4d} &= \\
 & -0.71 \times 10^{-4}t^3 + 0.002t^2 - 0.009t + 0.36, \\
 y_{5d} &= 0.85 \times 10^{-4}t^3 - 0.003t^2 - 0.011t + 0.57, \\
 y_{6d} &= \\
 & (-0.0082t^2 + 0.32t - 3.4) \times 10^{-16}t + 1.2.
 \end{aligned}
 \tag{56}$$

结合机械臂系统的连杆物理参数, 将机械臂外部扰动取为  $D_{21} = 0.2 \cos(t) + 0.3 \sin(1.5t)$ ,  $D_{22} = 0.2 \cos(t) + 0.3 \cos(1.5t + \pi/3)$ ,  $D_{23} = 0.2 \sin(t) + 0.2 \sin(1.5t + \pi/6)$ ,  $D_{24} = \cos(1.5t + \pi/2) + \sin(t + \pi/2) + 0.1$ ,  $D_{25} = \cos(t + \pi/2) - \sin(1.5t + \pi/2) + 0.1$ ,  $D_{26} = \sin(t)e^{-2.3t}$ ,  $D_{31} = 0.2 \cos(t) + 2.5 \sin(1.5t)$ ,  $D_{32} = 0.1 \sin(t) + 0.2 \arctan(t)$ ,  $D_{33} = 0.1 \cos(t + 1) + 0.3 \arctan(1.5t)$ ,  $D_{34} = \sin(t) + e^{-1.3t}$ ,  $D_{35} = 0.5 \cos(t + \pi/3) - \cos(0.5t + \pi/3)$ ,  $D_{36} = 0.5 \sin(t + \pi/3) - \sin(0.5t + \pi/3)$ . 将机械臂的建模误差取为

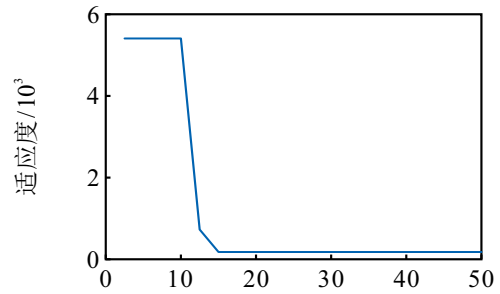
$$\Delta M = 0.2M, \Delta C = 0.2C, \Delta G = 0.2G, \Delta K_T = 0.2K_T, \Delta K_e = 0.2K_e.$$

机械臂关节跟踪误差  $\mathbf{z}_1 = [z_{11}, z_{12}, z_{13}, z_{14}, z_{15}, z_{16}]^T$ . 结合式 (14), 有  $-A_{bL_1} < z_{11} < A_{bH_1}$ ,  $-A_{bL_2} < z_{12} < A_{bH_2}$ ,  $-A_{bL_3} < z_{13} < A_{bH_3}$ ,  $-A_{bL_4} < z_{14} < A_{bH_4}$ ,  $-A_{bL_5} < z_{15} < A_{bH_5}$ ,  $-A_{bL_6} < z_{16} < A_{bH_6}$ .

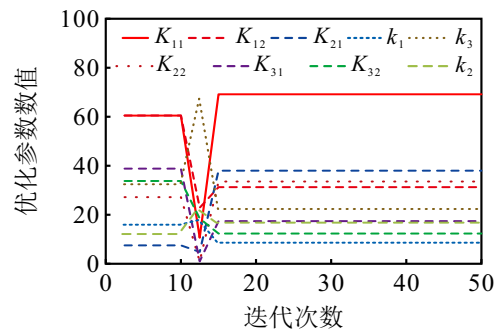
根据 PUMA560 型机械臂的工作空间, 将机械臂关节跟踪误差的约束界限选取为

$$\begin{aligned}
 A_{bL_1} &= 0.1 + 0.3e^{(-0.6t)}, A_{bH_1} = 0.1 + 0.3e^{(-0.5t)}, \\
 A_{bL_2} &= 0.2 + 1.4e^{(-0.65t)}, A_{bH_2} = 0.3 + 1.3e^{(-0.55t)}, \\
 A_{bL_3} &= 0.1 + 0.3e^{(-0.6t)}, A_{bH_3} = 0.2 + 0.3e^{(-0.5t)}, \\
 A_{bL_4} &= 0.2 + 1.4e^{(-0.65t)}, A_{bH_4} = 0.2 + 1.3e^{(-0.55t)}, \\
 A_{bL_5} &= 0.2 + 0.3e^{(-0.6t)}, A_{bH_5} = 0.1 + 0.3e^{(-0.5t)}, \\
 A_{bL_6} &= 0.3 + 1.4e^{(-0.65t)}, A_{bH_6} = 0.2 + 1.3e^{(-0.55t)}.
 \end{aligned}
 \tag{57}$$

本文所采用的 ING 算法的主要参数设置如下: 北方苍鹰群规模为 100, 维度为 9, 最大迭代次数为 50. 图 1 为 ING 算法优化过程曲线, 可将控制器参数与观测器参数取为  $K_{11} = 69.18$ ,  $K_{12} = 31.28$ ,  $K_{21} = 38.00$ ,  $K_{22} = 33.58$ ,  $K_{31} = 17.40$ ,  $K_{32} = 12.34$ ,  $k_1 = 9.53$ ,  $k_2 = 17.12$ ,  $k_3 = 22.71$ .



(a) 适应度值曲线



(b) 优化参数数值曲线

图1 ING 算法优化过程曲线

图 2 为 PUMA560 型机械臂各关节位置跟踪控制仿真曲线. 由图 2 可见: 与文献 [13] 方法相比, 所提出方法的动态响应速度较快, 稳态精度较高, 位置跟踪的波动和偏移较小.

图 3 为 PUMA560 型机械臂各关节位置跟踪误

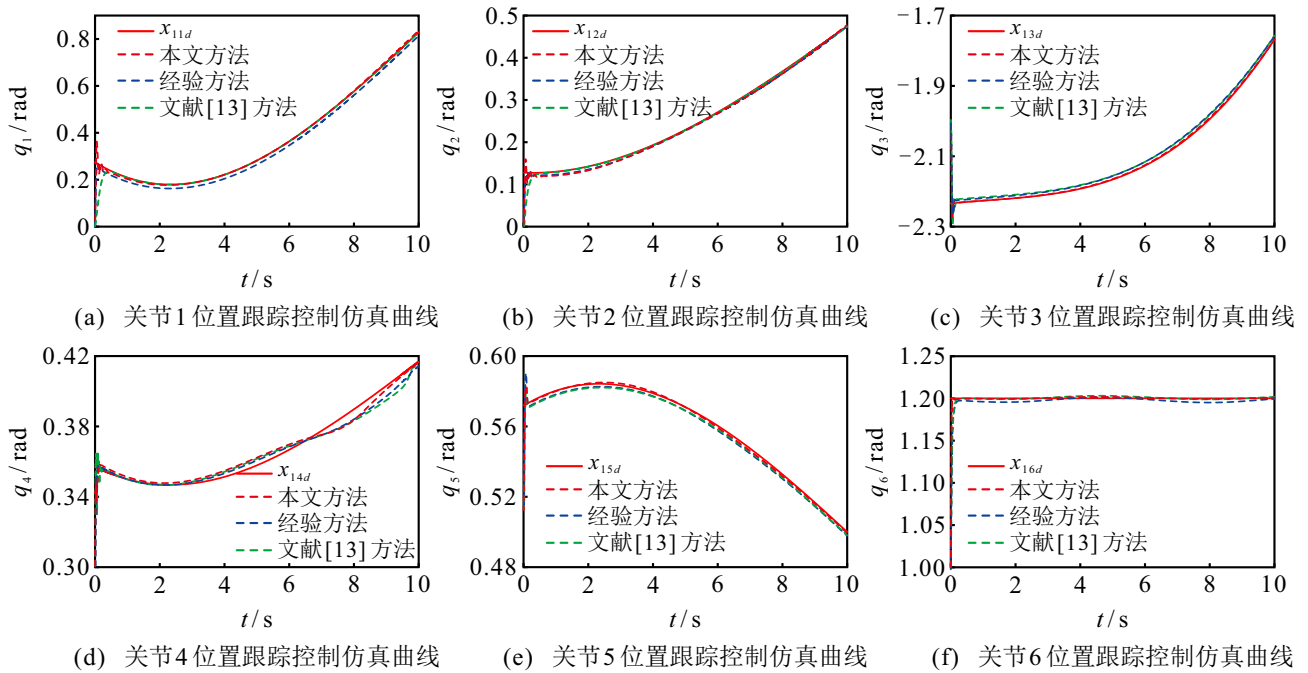


图2 PUMA560型机械臂位置跟踪控制仿真曲线

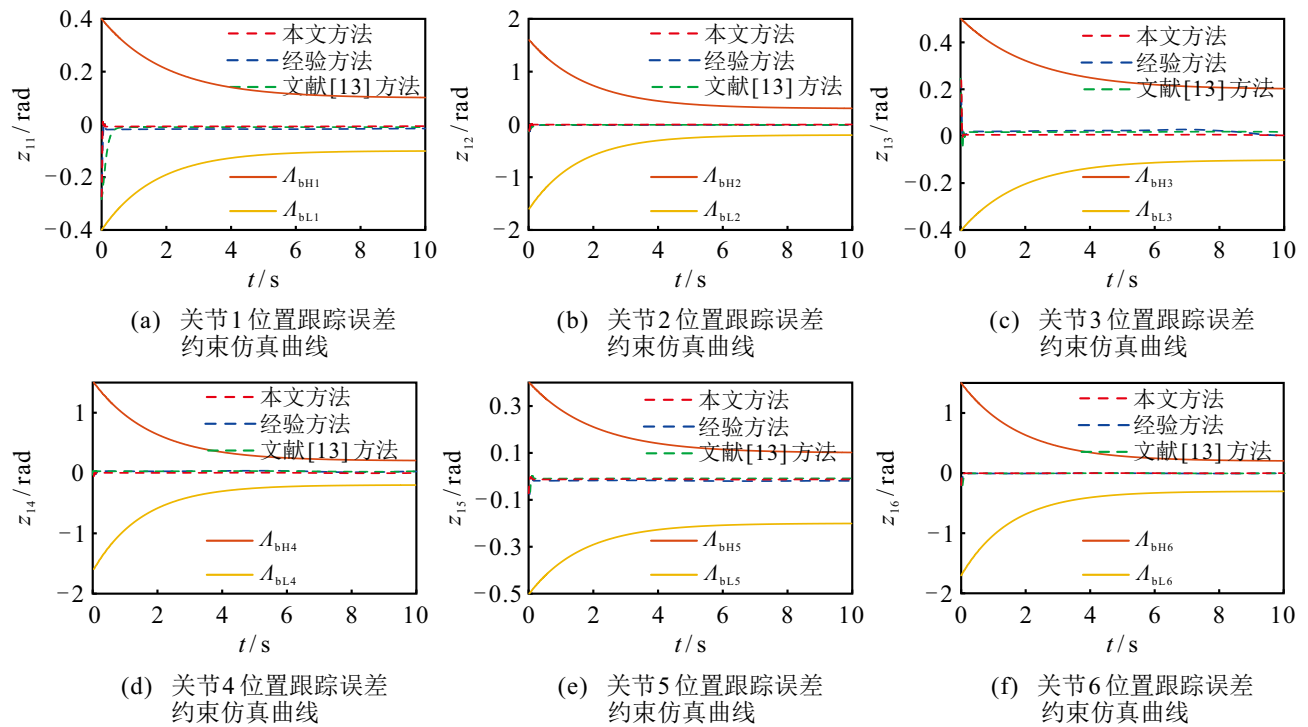


图3 PUMA560型机械臂位置跟踪误差约束仿真曲线

差约束仿真曲线. 由图3可见, 与文献[13]方法相比, 所提出方法的跟踪误差更小、更稳定.

图4为扰动项的观测值曲线. 由图4可见: 所构造固定时间干扰观测器可有效估计出机械臂系统的匹配/非匹配扰动项.

表2为基于均方根误差的机械臂轨迹跟踪性能对比结果. 由表2可见: 所提出方法与经验方法相比, 机械臂各关节跟踪性能改善比在15.67%~38.93%之间; 所提出方法与文献[13]方法相比, 机械臂各关节

跟踪性能改善比在4.17%~50.41%之间, 验证了所提出方法的优越性.

表2 PUMA560型机械臂轨迹跟踪性能对比

$n$	本文方法	经验方法	文献[13]方法	改善比1/%	改善比2/%
1	0.0215	0.0255	0.0259	15.67	16.97
2	0.0196	0.0233	0.0247	16.59	20.65
3	0.0122	0.0187	0.0246	34.76	50.41
4	0.0077	0.0133	0.0092	38.93	16.30
5	0.0069	0.0110	0.0072	37.27	4.17
6	0.0061	0.0095	0.0068	35.79	10.29

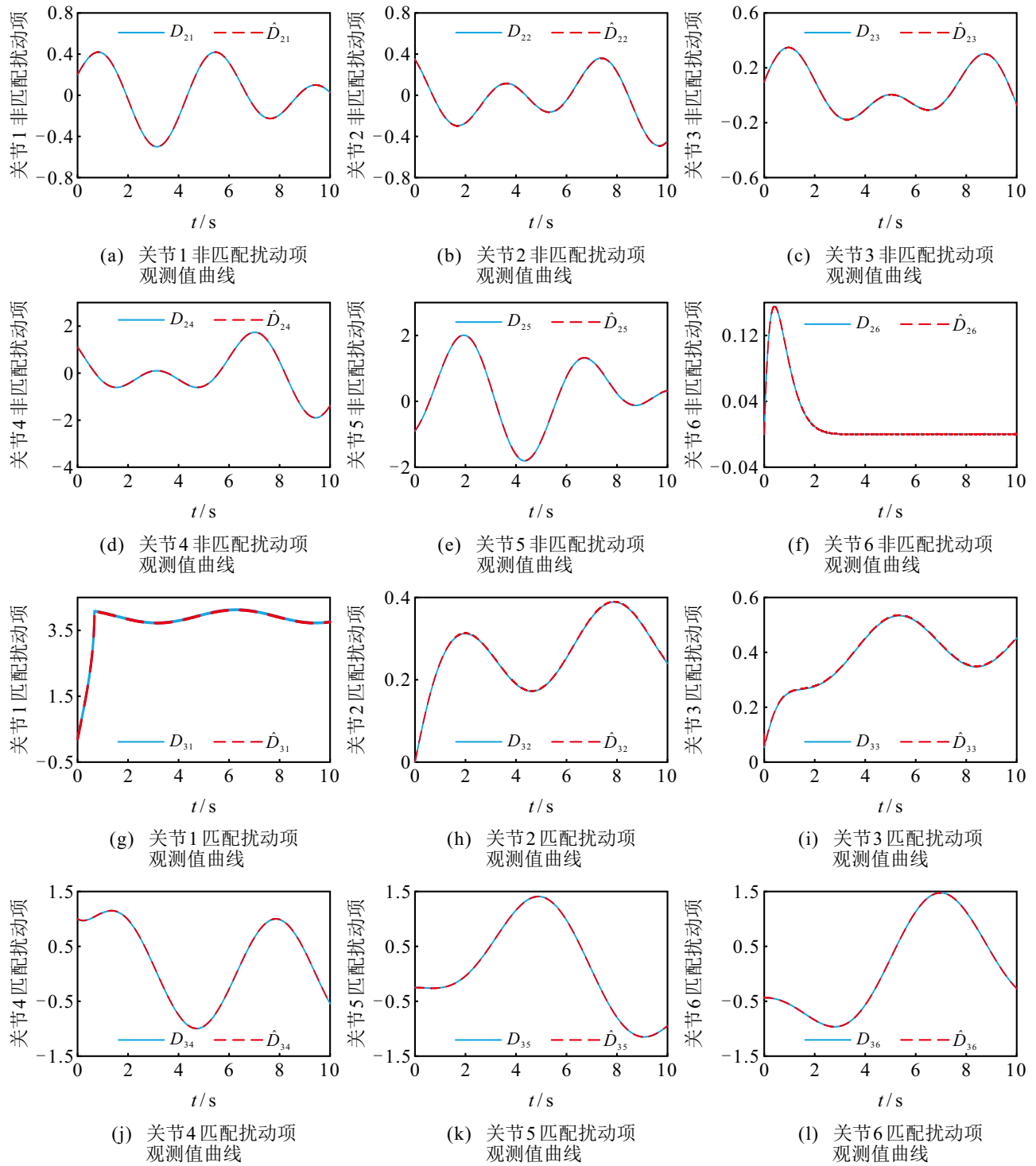


图4 扰动项观测值曲线

### 6 结论

本文研究了考虑时变非对称输出约束的机械臂系统位置跟踪固定时间优化控制问题. 通过设计固定时间干扰观测器对系统的不确定项进行观测, 实现了观测误差在固定时间内收敛. 将反步法与新型的障碍 Lyapunov 函数相结合, 完成了机械臂系统固定时间自适应控制器设计, 使得系统跟踪误差在固定时间内收敛至 0 附近的小邻域内. 利用 ING 算法对所设计观测器和控制器的主要参数进行了优化整定, 进一步提高了机械臂系统的收敛速度和稳态精

度. 仿真结果验证了所提出方法具有较好的暂稳态性能.

### 参考文献 (References)

- [1] Fallaha C, Saad M, Ghommam J, et al. Sliding mode control with model-based switching functions applied on a 7-DOF exoskeleton arm[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2021, 26: 539-550.
- [2] Lee D, Byun J, Kim H J. RISE-based trajectory tracking control of an aerial manipulator under uncertainty[J]. *IEEE Control Systems Letters*, 2022, 6: 3379-3384.
- [3] Razmjooei H, Shafiei M H, Palli G, et al. Non-linear finite-time tracking control of uncertain robotic

- manipulators using time-varying disturbance observer-based sliding mode method[J]. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2022, 104(2): 36.
- [4] Shang D Y, Li X P, Yin M, et al. Dynamic modeling and fuzzy adaptive control strategy for space flexible robotic arm considering joint flexibility based on improved sliding mode controller[J]. *Advances in Space Research*, 2022, 70(11): 3520-3539.
- [5] Jiang Y M, Wang Y N, Miao Z Q, et al. Composite-learning-based adaptive neural control for dual-arm robots with relative motion[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2022, 33(3): 1010-1021.
- [6] Santos J C, Gouttefarde M, Chemori A. A nonlinear model predictive control for the position tracking of cable-driven parallel robots[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2022, 38(4): 2597-2616.
- [7] He W, Huang H F, Ge S S. Adaptive neural network control of a robotic manipulator with time-varying output constraints[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, 47(10): 3136-3147.
- [8] 华长春, 陈传虎, 陈健楠, 等. 基于干扰观测器的水下机器人预定性能控制[J]. *控制与决策*, 2022, 37(5): 1160-1166.  
(Hua C C, Chen C H, Chen J N, et al. Prescribed performance control of underwater robot based on disturbance observer[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(5): 1160-1166.)
- [9] Chen X D, Zhang X F, Qian C J. Fixed-time stability analysis and stabilization control of a class of nonlinear systems with output constraints[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2022, 32(1): 498-513.
- [10] Polyakov A. Nonlinear feedback design for fixed-time stabilization of linear control systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(8): 2106-2110.
- [11] Wang H Q, Shen L Y. Adaptive fuzzy fixed-time tracking control for nonlinear systems with time-varying full-state constraints and actuator hysteresis[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2023, 31(4): 1352-1361.
- [12] Zhang L Y, Liu H, Tang D F, et al. Adaptive fixed-time fault-tolerant tracking control and its application for robot manipulators[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2022, 69(3): 2956-2966.
- [13] 王芳, 吕紫青, 单锐, 等. 输出受限的不确定非线性系统的自适应固定时间控制[J]. *控制与决策*, 2022, 37(9): 2265-2273.  
(Wang F, Lv Z Q, Shan R, et al. Adaptive fixed-time control for uncertain nonlinear systems with output constraints[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(9): 2265-2273.)
- [14] Fateh M M, Khorashadizadeh S. Robust control of electrically driven robots by adaptive fuzzy estimation of uncertainty[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2012, 69(3): 1465-1477.
- [15] 陈强, 丁科新, 南余荣. 带有输出约束的柔性关节机械臂预设性能自适应控制[J]. *控制与决策*, 2021, 36(2): 387-394.  
(Chen Q, Ding K X, Nan Y R. Prescribed performance adaptive control of flexible-joint manipulators with output constraints[J]. *Control and Decision*, 2021, 36(2): 387-394.)
- [16] 赵林, 徐志国. 不确定机械臂系统的自适应命令滤波反步渐近跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2023, 38(9): 2701-2706.  
(Zhao L, Xu Z G. Adaptive command filtered backstepping asymptotic tracking control for uncertain manipulator systems[J]. *Control and Decision*, 2023, 38(9): 2701-2706.)
- [17] Ba D S, Li Y X, Tong S C. Fixed-time adaptive neural tracking control for a class of uncertain nonstrict nonlinear systems[J]. *Neurocomputing*, 2019, 363: 273-280.
- [18] 郭一鸣, 闫建国, 肖冰, 等. 采用固定时间观测器的翼伞控制方法与应用[J]. *控制理论与应用*, 2023, 40(2): 390-399.  
(Guo Y M, Yan J G, Xiao B, et al. Fixed-time disturbance observer-based parafoil control method and application[J]. *Control Theory & Applications*, 2023, 40(2): 390-399.)
- [19] Jin X. Adaptive fixed-time control for MIMO nonlinear systems with asymmetric output constraints using universal barrier functions[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019, 64(7): 3046-3053.
- [20] Wang F, He S, Zhou C, et al. Distributed practical finite-time formation control of quadrotor UAVs based on finite-time event-triggered disturbance observer[J]. *IEEE Systems Journal*, 2024, 18(1): 355-366.
- [21] Guo Q, Zhang X K, Meng Y, et al. Fixed-time adaptive path-following control of autonomous surface vehicles with asymmetric output performance and feasibility constraints[J]. *Ocean Engineering*, 2023, 288: 115999.
- [22] El-Dabah M A, El-Schiemy R A, Hasanien H M, et al. Photovoltaic model parameters identification using northern goshawk optimization algorithm[J]. *Energy*, 2023, 262: 125522.

## 作者简介

刘乐 (1985-), 男, 副教授, 博士, 博士生导师, 主要研究方向为复杂动态系统建模、分析与控制、智能优化控制, E-mail: [leliu@ysu.edu.cn](mailto:leliu@ysu.edu.cn);

孟德宇 (1999-), 男, 硕士生, 主要研究方向为机械臂暂稳态约束下的轨迹跟踪控制, E-mail: [dymeng2024@163.com](mailto:dymeng2024@163.com);

常刘杰 (1999-), 男, 硕士生, 主要研究方向为机械臂轨迹跟踪控制, E-mail: [liujiechang2024@163.com](mailto:liujiechang2024@163.com);

方一鸣 (1965-), 男, 教授, 博士, 博士生导师, 主要研究方向为复杂系统的建模仿真与控制、自适应鲁棒控制理论与应用, E-mail: [fyiming@ysu.edu.cn](mailto:fyiming@ysu.edu.cn).