

控制与决策

Control and Decision



基于学生 t 核的最大相关熵卡尔曼滤波及其核带宽自适应选择方法

王国庆, 张冬生, 朱兆磊, 杨春雨, 马磊

引用本文:

王国庆, 张冬生, 朱兆磊, 等. 基于学生 t 核的最大相关熵卡尔曼滤波及其核带宽自适应选择方法[J]. 控制与决策, 2025, 40(5): 1541–1550.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2024.0422>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于混沌“微变异”自适应遗传算法

Adaptive genetic algorithm based on chaos “micro variation”

控制与决策. 2021, 36(8): 2042–2048 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0319>

含有分数阶有色关联噪声的分数阶系统的卡尔曼滤波器设计

Design of Kalman filter for fractional-order systems with correlated fractional-order colored noises

控制与决策. 2021, 36(7): 1672–1678 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1418>

超启发式交叉熵算法求解模糊分布式流水线绿色调度问题

Hyper-heuristic cross-entropy algorithm for green distributed permutation flow-shop scheduling problem with fuzzy processing time

控制与决策. 2021, 36(6): 1387–1396 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1681>

基于转换量测容积卡尔曼滤波器带多普勒量测的目标跟踪算法

Converted measurement cubature Kalman filter for Doppler-assisted target tracking

控制与决策. 2021, 36(6): 1425–1434 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1070>

基于KRLS的非均匀采样非线性系统辨识

Identification of non-uniformly sampled nonlinear systems based on KRLS

控制与决策. 2021, 36(12): 3049–3055 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0962>

基于学生 t 核的最大相关熵卡尔曼滤波及其核带宽自适应选择方法

王国庆, 张冬生, 朱兆磊, 杨春雨[†], 马 磊

(中国矿业大学 信息与控制工程学院, 江苏 徐州 221116)

摘 要: 研究时变厚尾非高斯噪声系统的状态估计问题. 基于最大相关熵准则的卡尔曼滤波算法具有计算负担小且能够抑制多种类型非高斯噪声的特点, 现有方法大多采用高斯核函数进行设计, 且现有核带宽自适应选取能力有限. 针对现有方法存在的问题, 首先, 采用学生 t 核函数替代现有方法中常用的高斯核函数以更加充分地利用非高斯噪声的厚尾分布信息, 进而定义一种新的代价函数, 并推导出一种基于学生 t 核的最大相关熵卡尔曼滤波; 然后, 针对所提出算法的单一固定核带宽在面对非高斯噪声特性时变时估计精度下降的问题, 引入交互多模型框架来实现对多个核带宽的自适应选择, 通过运行多个具有不同核带宽的子滤波器, 利用似然函数更新不同子滤波器的概率, 并利用每个子滤波器估计值的加权融合得到最后的后验估计; 最后, 通过目标跟踪的仿真实验表明, 所提出算法与同类算法相比具有更好的估计精度.

关键词: 厚尾非高斯噪声; 最大相关熵准则; 学生 t 核; 鲁棒卡尔曼滤波; 核带宽自适应

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2024.0422

引用格式: 王国庆, 张冬生, 朱兆磊, 等. 基于学生 t 核的最大相关熵卡尔曼滤波及其核带宽自适应选择方法 [J]. 控制与决策, 2025, 40(5): 1541-1550.

Student's t kernel maximum correntropy Kalman filter and its kernel bandwidth adaptive selection method

WANG Guo-qing, ZHANG Dong-sheng, ZHU Zhao-lei, YANG Chun-yu[†], MA Lei

(School of Information and Control Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China)

Abstract: In this paper, we consider the state estimation problem of the systems with time-varying heavy-tailed non-Gaussian noise. The Kalman filtering algorithms based on the maximum correntropy criterion are characterized by their small computational burden and the ability to suppress many types of non-Gaussian noise. However, most of the existing methods are designed using Gaussian kernel functions and the existing kernel bandwidths are limited by its adaptive selection ability. To overcome the problems associated with existing methods, we adopt the student's t kernel function instead of the Gaussian kernel function commonly used in the existing algorithms to fully capture the information of the heavy-tailed non-Gaussian noise. Based on this, we define a new cost function and derive the student's t kernel maximum correntropy Kalman filter. Subsequently, to enhance the estimation accuracy of the proposed algorithm under the time-varying heavy-tailed non-Gaussian noise, the interacting multiple model method is employed to select the kernel bandwidths adaptively by running multiple sub-filters with different kernel bandwidths, where the credibilities of all sub-filters are updated using the likelihood functions, and the final posterior estimation is obtained by using the weighted fusion of the sub-filters' estimation. The target tracking simulation experiments show that the proposed algorithm has better estimation accuracy compared with related algorithms.

Keywords: heavy-tailed non-gaussian noise; maximum correntropy criterion; the student's t kernel; robust Kalman filter; adaption of the kernel bandwidth

收稿日期: 2024-04-16; 录用日期: 2024-11-02.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (62373362, 62273350, 62203448, 62003348).

责任编委: 程龙.

[†]通信作者. E-mail: chunyu yang@cumt.edu.cn.

本文附带电子附录文件, 可登录本刊官网该文“资源附件”区自行下载阅览.

0 引言

状态估计是信号处理、信息融合、导航定位和系统控制中最基本的问题,其中卡尔曼滤波(KF)凭借其计算简单、估计精度高的优良特性^[1]在组合导航^[2]、目标跟踪^[3]、无线定位^[4]等诸多领域得到了广泛应用^[5].传统的KF是在最小均方误差准则下推导的,在系统满足线性高斯假设下是最优的^[6].为了解决非线性系统状态估计问题,出现了许多KF衍生体,包括扩展卡尔曼滤波(EKF)、无迹卡尔曼滤波(UKF)、容积卡尔曼滤波(CKF)等非线性滤波算法.EKF通过一阶泰勒展开将非线性函数线性化^[7],仅保留展开项的一阶项而省略高阶项,因此,当系统非线性程度较强时,其估计精度下降且稳定性难以保证;UKF是基于无迹变换进行近似推导的^[8],其能够达到泰勒展开的二阶估计精度;CKF使用球面-径向容积规则来近似高斯滤波的最优解^[9],UKF与CKF相较于EKF在系统非线性程度较强时具有更好的估计精度.

以上经典的估计算法均是针对高斯白噪声系统设计的,然而,在许多实际应用中噪声不服从高斯分布^[10].直接使用这些针对高斯噪声设计的滤波算法会导致状态估计精度下降甚至发散,特别是受到脉冲噪声等典型非高斯干扰的情况下.由于经典的KF仅通过捕获误差信号的二阶统计量来估计系统状态,当出现较大的异常值时,会使得KF的估计精度严重恶化^[11].针对脉冲噪声等非高斯噪声系统,具有代表性的状态估计算法 H_∞ ^[12]滤波,因其保守性过高导致估计精度较差,适用范围受限.近年来,相关熵作为一种新的相似性的度量^[13-15],因其对于非高斯噪声具有良好的抑制能力且对于噪声的类型没有严格限制的特点,在信号处理领域受到了广泛关注^[16-17].针对非高斯噪声系统,使用最大相关熵准则(MCC)作为代价函数的滤波算法^[18]相较于使用最小均方误差准则的传统滤波算法能够以较小的计算代价获得极强的鲁棒性.最大相关熵卡尔曼滤波(MCKF)算法估计精度在很大程度上取决于核带宽 σ 的参数值大小,但是在实际的导航定位等应用场景中,由于非高斯噪声情况未知且非高斯程度随时间变化,选用固定核带宽的MCKF算法难以保证其估计效果.一般而言,较小的核带宽具有较好的估计精度,但是其收敛速度缓慢;相反,较大的核带宽具有较快的收敛速度,但是其估计误差接近常规估计算法^[19-21].因此,MCKF需要在收敛速度与估计误差间进行良好的权衡,其核带宽缺乏严格的自适应更新依据,导致其估计精度有限.

针对固定核带宽的局限性,文献[22]将核带宽视为误差信号的函数,通过使得误差信号沿梯度上升的方向逐渐衰减,最终得到了核带宽的最优值;文献[23]进一步通过误差信号的峰值来预测误差分布的类型,然后将其用于调整预测误差的标准偏差,进而获得了每次迭代的核带宽参数.为了进一步降低计算量,文献[24]沿着误差信号随机梯度斜率减小的方向来计算最优核带宽参数;文献[25]使用瞬时误差与预定核带宽平方的和来获得最优核带宽.上述算法均是面向基于相关熵的参数估计算法中核带宽的自适应调整方法.针对基于相关熵的卡尔曼滤波算法,文献[26]提出了利用对主导量测噪声方差归一化的新息方差取逆来作为核带宽的值;文献[27]提出了一种基于变分贝叶斯的核带宽自适应最大相关熵容积卡尔曼滤波算法,其中利用马氏距离算法对异常量测值进行辨识,根据量测噪声特性对调节因子值进行自适应调整;文献[28]利用新息和估计误差协方差二者的加权求和来计算核带宽大小,以实现核带宽自适应.

上述方法均是考虑高斯核情况下核带宽自适应算法,虽然在一定程度上改善了固定核带宽下状态估计精度不高的现象,但是依然存在核带宽自适应调节范围较小的问题.本文针对高斯核噪声的厚尾特征捕捉不充分的问题,使用学生 t 核替代高斯核定义一种新的代价函数,推导得到基于学生 t 核的最大相关熵卡尔曼滤波(SMCKF),能够获得比现有方法更好的估计精度.在此基础上,针对核带宽参数自适应调节范围较小的问题,本文结合交互多模型^[29-30]思想来自适应选择SMCKF算法的核带宽,进而得到基于交互多模型的学生 t 核最大相关熵Kalman滤波(IMM-SMCKF),进一步提高算法的估计效果.最后,通过目标跟踪仿真实验验证所提出算法在估计精度上的优越性.

1 相关熵的基本概念

相关熵是一种表征两个随机变量间的相似性的度量.对于具有联合概率密度函数 $F_{X,Y}(x,y)$ 的随机变量 X 和 Y ,其相关熵定义^[26]为

$$V(X,Y) = \mathbb{E}[\kappa(X,Y)] = \int \int \kappa(x,y) dF_{X,Y}(x,y). \quad (1)$$

其中: $\mathbb{E}[\cdot]$ 为数学期望, $\kappa(\cdot)$ 为正定Mercer核函数.现有方法常选用如下高斯核:

$$\kappa(x,y) = G_\sigma(e) = \exp\left(-\frac{e^2}{2\sigma^2}\right). \quad (2)$$

这里: $e = x - y$, 且 $\sigma > 0$ 为核带宽参数. 通过泰勒展开可以发现, 基于高斯核的相关熵包含由核带宽 σ 加权的 X 和 Y 的所有偶阶矩, 选择合适的核带宽, 可利用高阶矩信息来改进估计算法精度. 基于熵的估计算法的性能主要受核函数的类型以及核带宽的大小决定.

考虑到学生 t 核函数相较于高斯核函数对于噪声的厚尾特征更加敏感, 能够更好地捕捉噪声中的厚尾分布信息, 本文选用学生 t 核函数代替高斯核函数. 其定义为

$$T_{\beta, \sigma}(e) = \kappa_{\beta, \sigma}(x, y) = \left(1 + \frac{\|e\|^2}{\beta\sigma^2}\right)^{-\left(\frac{\beta+2}{2}\right)}. \quad (3)$$

其中: $e = x - y$, β 为自由度参数, $\sigma > 0$ 同样为核带宽参数.

在实践中, 除有限数量的采样数据, 联合概率密度函数通常难以得到, 可通过使用 N 个采样数据 $\{x(i), y(i)\}_{i=1}^N$ 的采样估计器来获得相关熵的估计值^[26], 有

$$\hat{V}(X, Y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \kappa_{\beta, \sigma}(e(i)), \quad (4)$$

其中 $e(i) = x(i) - y(i)$.

注 1 学生 t 核函数的厚尾特性直接决定了其处理离群值等异常情况的能力, 并可通过自由度参数 β 调节核函数的尾部特性. 当 β 较小时, 学生 t 核函数表现出明显的厚尾特性; 随着 β 增大, 学生 t 核函数逐渐趋近于高斯核函数. 图 1 为不同自由度参数下学生 t 核函数曲线. 如图 1 所示: 通过调整 β , 学生 t 核函数可以适应不同程度的厚尾分布, 这种灵活性使得它相较于高斯核在面对不同分布特性的噪声时具有更好的适应性.

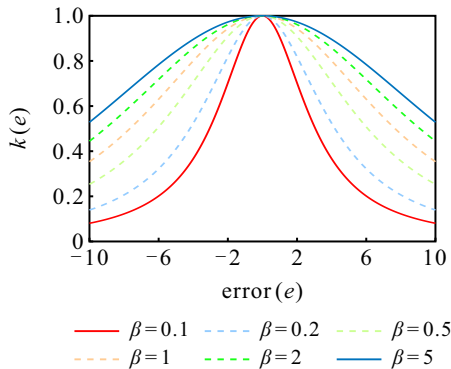


图1 不同自由度参数下学生 t 核函数曲线

2 基于学生 t 核的最大相关熵卡尔曼滤波

考虑如下线性加性噪声系统:

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{F}_i \mathbf{x}_{i-1} + \mathbf{w}_i, \quad (5)$$

$$\mathbf{z}_i = \mathbf{H}_i \mathbf{x}_i + \mathbf{v}_i. \quad (6)$$

其中: $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^n$ 和 $\mathbf{z}_i \in \mathbb{R}^m$ 分别为系统在 i 时刻的状态向量和量测向量; 函数 $\mathbf{F}_i$ 和 $\mathbf{H}_i$ 分别为已知的状态转移矩阵和量测转移矩阵; 过程噪声 $\mathbf{w}_i$ 和量测噪声 $\mathbf{v}_i$ 为不相关的非高斯噪声, 且主导误差协方差矩阵分别为 $\mathbf{Q}_i$ 和 $\mathbf{R}_i$. 初始状态向量 $\mathbf{x}_0$ 满足高斯分布 $\mathcal{N}(\mathbf{x}_0, \mathbf{P}_0)$, 其初始误差协方差 $\mathbf{P}_0 > 0$, 且与过程噪声和量测噪声均不相关.

所提出 SMCKF 时间更新与传统方法相同, 其状态一步预测 $\hat{\mathbf{x}}_{i|i-1}$ 和误差协方差矩阵 $\mathbf{P}_{i|i-1}$ 由下式给出:

$$\hat{\mathbf{x}}_{i|i-1} = \mathbf{F}_i \mathbf{x}_{i-1|i-1}, \quad (7)$$

$$\mathbf{P}_{i|i-1} = \mathbf{F}_i \mathbf{P}_{i-1|i-1} \mathbf{F}_i^T + \mathbf{Q}_i. \quad (8)$$

其中: $\mathbf{x}_{i-1|i-1}$ 和 $\mathbf{P}_{i-1|i-1}$ 分别为 $i-1$ 时刻的状态估计值及其状态估计的误差协方差矩阵, 上标 T 为转置运算.

传统 MCKF 算法的滤波更新可通过求解基于高斯核函数定义的极大后验代价函数得到. 为了获得对于非高斯噪声具有更好鲁棒性的滤波更新方程, 本文使用学生 t 核替代高斯核来定义新的代价函数, 即

$$\begin{aligned} J(\mathbf{x}_i) = & \kappa_{\beta, \sigma}(\|\mathbf{x}_i - \hat{\mathbf{x}}_{i|i-1}\|_{\mathbf{P}_{i|i-1}^{-1}}) + \\ & \kappa_{\beta, \sigma}(\|\mathbf{z}_i - \mathbf{H}_i \hat{\mathbf{x}}_i\|_{\mathbf{R}_i^{-1}}), \end{aligned} \quad (9)$$

其中 $\|\mathbf{x}\|_A^2 = \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x}$.

状态向量 $\mathbf{x}_i$ 的后验估计满足以下代价函数:

$$\hat{\mathbf{x}}_i = \arg \max_{\mathbf{x}_i} J(\mathbf{x}_i). \quad (10)$$

可通过求解代价函数的极大值来获得滤波更新的步骤. 对代价函数 (9) 求导, 可得到

$$\begin{aligned} \frac{\partial J(\mathbf{x}_i)}{\partial \mathbf{x}_i} = & L_{t_1}^{-1} \mathbf{P}_{i|i-1}^{-1} (\mathbf{x}_i - \hat{\mathbf{x}}_{i|i-1}) - \\ & L_{t_2}^{-1} \mathbf{H}_i^T \mathbf{R}_i^{-1} (\mathbf{z}_i - \mathbf{H}_i \mathbf{x}_i). \end{aligned} \quad (11)$$

其中

$$L_{t_1} = T_{\beta, \sigma}(\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{i|i-1}\|_{\mathbf{P}_{i|i-1}^{-1}}), \quad (12)$$

$$L_{t_2} = T_{\beta, \sigma}(\|\mathbf{z}_i - \mathbf{H}_i \hat{\mathbf{x}}_i\|_{\mathbf{R}_i^{-1}}). \quad (13)$$

令 $\frac{\partial J(\mathbf{x}_i)}{\partial \mathbf{x}_i} = 0$, 有

$$L_{t_1}^{-1} \mathbf{P}_{i|i-1}^{-1} (\mathbf{x}_i - \hat{\mathbf{x}}_{i|i-1}) = L_{t_2}^{-1} \mathbf{H}_i^T \mathbf{R}_i^{-1} (\mathbf{z}_i - \mathbf{H}_i \mathbf{x}_i). \quad (14)$$

将包含 $\mathbf{x}_i$ 的项移到左侧, 得到

$$\begin{aligned} (L_{t_1}^{-1} \mathbf{P}_{i|i-1}^{-1} + L_{t_2}^{-1} \mathbf{H}_i^T \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{H}_i) \mathbf{x}_i = \\ L_{t_1}^{-1} \mathbf{P}_{i|i-1}^{-1} \hat{\mathbf{x}}_{i|i-1} + L_{t_2}^{-1} \mathbf{H}_i^T \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{z}_i. \end{aligned} \quad (15)$$

在方程 (15) 两边同时加上 $L_{t_2}^{-1} \mathbf{H}_i^T \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{H}_i \hat{\mathbf{x}}_{i|i-1}$, 可得到

$$\begin{aligned} & (L_{t_1}^{-1} \mathbf{P}_{i|i-1}^{-1} + L_{t_2}^{-1} \mathbf{H}_i^T \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{H}_i) \mathbf{x}_i = \\ & (L_{t_1}^{-1} \mathbf{P}_{i|i-1}^{-1} + L_{t_2}^{-1} \mathbf{H}_i^T \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{H}_i) \hat{\mathbf{x}}_{i|i-1} + \\ & L_{t_2}^{-1} \mathbf{H}_i^T \mathbf{R}_i^{-1} (\mathbf{z}_i - \mathbf{H}_i \hat{\mathbf{x}}_{i|i-1}). \end{aligned} \quad (16)$$

由于方程 (16) 两端均含有 $\mathbf{x}_i$ 项, 即具有 $\mathbf{x}_i = \mathbf{f}(\mathbf{x}_i)$ 的结构. 由于不存在解析解, 对式 (16) 进行固定点迭代, 即 $\mathbf{x}_i = \mathbf{f}(\mathbf{x}_i)|_{\mathbf{x}_i = \hat{\mathbf{x}}_{i|i-1}}$, 可得到以下结果:

$$\hat{\mathbf{x}}_{i|i} = \hat{\mathbf{x}}_{i|i-1} + \bar{\mathbf{K}}_i (\mathbf{z}_i - \mathbf{H}_i \hat{\mathbf{x}}_{i|i-1}), \quad (17)$$

$$\bar{\mathbf{K}}_i = (\mathbf{P}_{i|i-1}^{-1} + L_{t_2}^{-1} \mathbf{H}_i^T \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{H}_i)^{-1} L_{t_2}^{-1} \mathbf{H}_i^T \mathbf{R}_i^{-1}. \quad (18)$$

其中

$$L_{t_1} = T_{\beta, \sigma}(\|\mathbf{x}_i - \hat{\mathbf{x}}_{i|i-1}\|_{\mathbf{P}_{i|i-1}^{-1}}) |_{\mathbf{x}_i = \hat{\mathbf{x}}_{i|i-1}} = 1, \quad (19)$$

$$L_{t_2} = T_{\beta, \sigma}(\|\mathbf{z}_i - \mathbf{H}_i \mathbf{x}_i\|_{\mathbf{R}_i^{-1}}) |_{\mathbf{x}_i = \hat{\mathbf{x}}_{i|i-1}}. \quad (20)$$

由 L_{t_2} 的表达式可以看出, 核带宽参数 σ 和自由度参数 β 是 SMCKF 算法中的两个重要参数, 它们影响 SMCKF 的估计性能. 针对核带宽参数 σ 和自由度 β 的大小对 SMCKF 算法性能的影响, 存在以下结论.

定理 1 当 σ 大小固定, $\beta \rightarrow \infty$ 时, SMCKF 退化为核带宽参数为 σ 的 MCKF.

证明 当 $\beta \rightarrow \infty$ 时, 如下等式成立:

$$\begin{aligned} & \lim_{\beta \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{\|\mathbf{z}_i - \mathbf{H}_i \hat{\mathbf{x}}_{i|i-1}\|^2}{\beta \sigma^2} \right)^{-(\frac{\beta+2}{2})} = \\ & \lim_{\beta \rightarrow \infty} e^{-(\frac{\beta+2}{2}) \ln(1 + \frac{\|\mathbf{z}_i - \mathbf{H}_i \hat{\mathbf{x}}_{i|i-1}\|^2}{\beta \sigma^2})} = \\ & \lim_{\beta \rightarrow \infty} e^{-(\frac{\beta+2}{2}) \frac{\|\mathbf{z}_i - \mathbf{H}_i \hat{\mathbf{x}}_{i|i-1}\|^2}{\beta \sigma^2}} = \\ & e^{-\frac{\|\mathbf{z}_i - \mathbf{H}_i \hat{\mathbf{x}}_{i|i-1}\|^2}{2\sigma^2}}. \end{aligned} \quad (21)$$

式 (21) 采用了 $\lim_{x \rightarrow 0} \ln(1+x) \sim x$ 的等价无穷小替换, 此时, 学生 t 核函数诱导的调节系数将趋近于传统基于高斯核函数 MCKF 的调节系数, 即 SMCKF 退化为 MCKF. $\square$

定理 2 当 β 固定, $\sigma \rightarrow \infty$ 时, SMCKF 将退化为经典 KF.

证明 当 $\sigma \rightarrow \infty$ 时, $T_{\beta, \sigma}(\mathbf{z}_i - \mathbf{H}_i \hat{\mathbf{x}}_{i|i-1}) = I$, 则 SMCKF 退化为 KF. $\square$

给出式 (18) 的另一种等效形式为

$$\bar{\mathbf{K}}_i = \mathbf{P}_{i|i-1} L_{t_2}^{-1} \mathbf{H}_i^T (\mathbf{R}_i + \mathbf{H}_i \mathbf{P}_{i|i-1} L_{t_2}^{-1} \mathbf{H}_i^T)^{-1}. \quad (22)$$

由于式 (22) 只需要进行一次矩阵逆运算, 其计算复杂度比式 (18) 更低.

相应估计的误差协方差矩阵为

$$\mathbf{P}_{i|i} = (\mathbf{I} - \bar{\mathbf{K}}_i \mathbf{H}_i) \mathbf{P}_{i|i-1} (\mathbf{I} - \bar{\mathbf{K}}_i \mathbf{H}_i)^T + \bar{\mathbf{K}}_i \mathbf{R}_i \bar{\mathbf{K}}_i^T, \quad (23)$$

其中 $\mathbf{I}$ 为具有合适维度的单位矩阵.

SMCKF 引入了标量权重 L_{t_2} 来调整滤波增益 $\bar{\mathbf{K}}_i$ 的大小, 当系统出现较大的测量噪声引起新息增大时, $\bar{\mathbf{K}}_i$ 减小, 从而通过实现对于非高斯噪声下估计结果的自适应调节.

由定理 1 可以发现, 在自由度参数 β 给定的情况下, 核带宽参数 σ 大小直接影响 SMCKF 的估计精度, 但是单一固定核带宽限制了 SMCKF 算法的灵活性. 针对单一固定核带宽使得 SMCKF 在非高斯噪声变化时估计精度下降的问题, 本文结合交互多模型框架来提高 SMCKF 算法的核自适应能力. 与传统的自适应算法相比, IMM-SMCKF 提高了核带宽自适应调节范围, 其详细步骤将在第 3 节给出.

3 SMCKF 核带宽自适应选择

3.1 IMM-SMCKF

为了解决单一固定核带宽限制 SMCKF 估计性能的问题, 本节将利用交互多模型算法框架来实现 SMCKF 算法自适应核带宽选择, 即 IMM-SMCKF. 在 IMM-SMCKF 中, 同时运行 l 个 SMCKF, 其中每个 SMCKF 除核带宽参数不一样, 其他参数均一致. 每个 SMCKF 以模型匹配似然函数为基础更新模型概率, 最后融合所有滤波器后验估计的权重计算得到最终的估计结果. 不同子滤波器间的马尔可夫转移概率矩阵为

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_{1,1} & P_{1,2} & \cdots & P_{1,l} \\ P_{2,1} & P_{2,2} & \cdots & P_{2,l} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{l,1} & P_{l,2} & \cdots & P_{l,l} \end{bmatrix}, \quad (24)$$

其中 $P_{j,k}$ 为模型 j 到模型 k 的转移概率.

具体而言, IMM-SMCKF 算法步骤如下.

step 1: 交互输入. 计算混合归一化模型从模型 j 到模型 k 的概率, 如下所示:

$$\mu_{i-1|i-1,j,k} = \frac{P_{j,k} \mu_{i-1,j}}{\bar{c}_k}. \quad (25)$$

其中: $\bar{c}_k = \sum_{j=1}^l P_{j,k} \mu_{i-1,j}$ 为归一化常数, $\mu_{j,i-1}$ 为模型概率.

step 2: 计算模型 k 的初始状态估计, 如下所示:

$$\hat{\mathbf{x}}_{i-1|i-1,k} = \sum_{j=1}^l \hat{\mathbf{x}}_{i-1|i-1,j} \mu_{i-1|i-1,j,k}. \quad (26)$$

step 3: 计算模型 k 的混合协方差矩阵为

$$\begin{aligned} P_{i-1|i-1,k} = & \sum_{j=1}^l \mu_{i-1|i-1,j,k} \times \\ & (P_{i-1|i-1,j} + (\hat{x}_{i-1|i-1,j} - \hat{x}_{i-1|i-1,k}) \times \\ & (\hat{x}_{i-1|i-1,j} - \hat{x}_{i-1|i-1,k})^T). \end{aligned} \quad (27)$$

step 4: 计算状态预测值和状态预测误差协方差, 即

$$\begin{aligned} \hat{x}_{i|i-1,k} &= F_i \hat{x}_{i-1|i-1,k}, \\ P_{i|i-1,k} &= F_i P_{i-1|i-1,k} F_i^T + Q_i. \end{aligned} \quad (28)$$

step 5: 计算新息以及新息协方差矩阵为

$$\begin{aligned} E_{i,k} &= z_i - H_i \hat{x}_{i|i-1,k}, \\ S_{i,k} &= H_i P_{i|i-1,k} L_{i,k}^{-1} H_i^T + R_i. \end{aligned} \quad (29)$$

step 6: 计算模型 k 的后验估计值, 如下所示:

$$\hat{x}_{i|i,k} = \hat{x}_{i|i-1,k} + \bar{K}_{i,k} E_{i,k}. \quad (30)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{K}_{i,k} &= (P_{i|i-1}^{-1} + L_{i,k}^{-1} H_i^T R_i^{-1} H_i)^{-1} L_{i,k}^{-1} H_i^T R_i^{-1}, \\ L_{i,k} &= T_{\beta, \sigma_k}(\|z_{i,k} - H_i x_{i,k}\|_{R_i^{-1}}), \end{aligned} \quad (31)$$

这里 σ_k 为模型 k 的核带宽参数.

step 7: 计算模型 k 的后验协方差矩阵为

$$\begin{aligned} P_{i|i,k} &= (I - \bar{K}_{i,k} H_i) P_{i|i-1,k} (I - \bar{K}_{i,k} H_i)^T + \\ & \bar{K}_{i,k} R_i \bar{K}_{i,k}^T. \end{aligned} \quad (32)$$

step 8: 模型概率更新如下所示:

$$\mu_{i,k} = \frac{\lambda_{i,k} \bar{c}_k}{\sum_{k=1}^l \lambda_{i,k} \bar{c}_k}, \quad (33)$$

其中

$$\lambda_{i,k} = \frac{1}{\sqrt{2\pi} |S_{i,k}|} \exp\left(-\frac{1}{2} E_{i,k}^T S_{i,k}^{-1} E_{i,k}\right). \quad (34)$$

step 9: 交互输出为

$$\hat{x}_{i|i} = \sum_{k=1}^l \hat{x}_{i|i,k} \mu_{i,k}, \quad (35)$$

$$\begin{aligned} P_{i|i} &= \\ & \sum_{k=1}^l \mu_{i,k} (P_{i|i,k} + (\hat{x}_{i|i,k} - \hat{x}_{i|i})(\hat{x}_{i|i,k} - \hat{x}_{i|i})^T). \end{aligned} \quad (36)$$

上述式 (24) ~ (36) 给出了 IMM-SMCKF 自适应选择核带宽的一次递推过程, 每次迭代将上一次的交互输出值作为输入值并输出下次迭代需要的数据, 从而完成核带宽自适应选择的循环. IMM-SMCKF 完整的算法流程如算法 1 所示.

算法 1 IMM-SMCKF.

1. 初始化每个模型的 $x_{0,k}$, $P_{0,k}$, $\mu_{0,k}$;

2. for $k = 1, 2, \dots, l$;

3. 由式 (25) 计算模型混合概率 $\mu_{i-1|i-1,j,k}$;

4. 由式 (26) 计算模型 k 的初始融合状态

$x_{i-1|i-1,k}$;

5. 由式 (27) 计算模型 k 的混合协方差矩阵

$P_{i-1|i-1,k}$;

6. 由式 (29) 计算模型 k 的新息及其协方差矩阵 $E_{i,k}$ 和 $S_{i,k}$;

7. 由式 (30) 计算模型 k 的后验估计 $x_{i|i,k}$;

8. 由式 (32) 计算模型 k 的后验协方差 $P_{i|i,k}$;

9. 由式 (33) 计算模型 k 的概率更新 $\mu_{i,k}$;

10. end for

11. 由式 (35) 和 (36) 计算交互输出值 $\hat{x}_{i|i}$ 和 $P_{i|i}$.

IMM-SMCKF 利用交互多模型框架实现核带宽自适应选择, 通过同时并行运行多个不同核带宽的 SMCKF 滤波器, 根据先验信息计算每个滤波器的初始状态, 利用马尔可夫状态转移矩阵来实现不同核带宽间的相互转换. 当具有某个核带宽的滤波器与当前状态匹配时, 该核带宽对应的滤波器被赋予较高的概率; 反之, 不匹配的核带宽对应滤波器获得较低的概率, 并采用最大似然函数更新模型概率, 以实现对不同核带宽的 SMCKF 的滤波输出的加权融合, 最终得到交互输出的状态估计值及其误差协方差. 所提出算法的核带宽自适应范围主要受每个子滤波器核带宽参数大小影响, 因此, 所提出算法的核带宽自适应范围相较于现有方法更大. 此外, 所提出算法借助泰勒展开或数值积分等方法很容易扩展到非线性系统.

注 2 文献 [31] 给出了最大相关熵准则下不动点迭代算法的收敛性分析, 文献 [32] 证明了交互多模型算法稳定性的条件. 因此, 所提出 SMCKF 可参考文献 [31] 得到其收敛性分析的结果, 若能够保障 IMM-SMCKF 中每个子滤波算法的收敛性, 结合交互多模型算法指数稳定性的结论, 则 IMM-SMCKF 在特定条件下的收敛性和稳定性是能够得到保证的. 此外, 本文实验中对于多种不同噪声条件下的仿真结果表明, 所提出算法均具有较好的估计性能.

注 3 若异常干扰或噪声的参数已知, 可借助后验克拉美罗下界来分析估计算法的性能极限^[33]. 本文所考虑的是异常干扰或噪声的统计特性和参数未知的情形, 因此, 难以得到算法理论上的性能界限. 由于所提出算法在极限情况下可退化为现有的 MCKF 和 KF, 考虑到学生 t 核代价函数的特性并结合后文在多种复杂噪声下的仿真对比实验结果, 可以认为在统计特性未知的非高斯噪声干扰下, 所提

出算法在理论上能够获得比现有 MCKF 与 KF 更好的估计精度.

3.2 IMM-SMCKF 计算复杂度分析

进一步分析 IMM-SMCKF 算法的计算复杂度. 根据算法 1, 所提出 IMM-SMCKF 各步骤的计算复杂度如表 1 所示.

表1 IMM-SMCKF 算法各步骤的计算复杂度

步骤	计算复杂度
式(25) ~ (27)	$l^2(n^2 + n + 2)$
式(28)	$l(2n^3 + n^2)$
式(29) ~ (31)	$l(3n^2m + 3m^2n + 4mn + m^2 + m + 2O(m^3))$
式(28)	$l(2n^3 + 3n^2m + m^2n)$
式(33)和(34)	$l(m^2 + m + O(m^3))$
式(35)和(36)	$l(n^2 + n)$

由表 1 可见, 所提出 IMM-SMCKF 算法是在 SMCKF 的基础上增加了交互多模型来实现对核带宽的自适应选择. 根据算法的每个步骤的计算量, 可得到其总体计算复杂度为

$$S_{\text{IMM-SMCKF}} = 4ln^3 + 3ln^2m + (l^2 + l)n^2 + lm^2n + 3lO(m^3). \quad (37)$$

由式 (37) 可以发现, IMM-SMCKF 算法的复杂度与其交互多模型的模型数量 l 有关, 交互的模型越多, 计算复杂度越高. 实际应用中, l 一般不需要取太大即可得到较为满意的效果, 因此, 所提出算法的计算复杂度与常规 MCKF 算法计算复杂度仍然在同一量级.

4 仿真实验

4.1 实验设置

为了验证所提出算法的有效性和优越性, 下面以一个二维平面内目标跟踪的例子来比较所提出算法与同类算法的估计性能.

目标跟踪问题的状态空间方程^[16]表示为

$$\mathbf{x}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_{i-1} + \mathbf{w}_{i-1}, \quad (38)$$

$$\mathbf{z}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_i + \mathbf{v}_i. \quad (39)$$

其中: 系统状态 $\mathbf{x}_i = [x_i \ y_i \ \dot{x}_i \ \dot{y}_i]^T$ 为目标在 x 和 y 两个方向上的位置和速度, $T=1$ s 为采样间隔. 过程噪声为厚尾非高斯噪声, 其噪声按照如下方式生成:

$$\mathbf{Q} \sim 0.9N(0, \mathbf{Q}_0) + 0.1N(0, 10\mathbf{Q}_0), \quad (40)$$

$$\mathbf{Q}_0 = q \begin{bmatrix} T^3/3 & 0 & T^2/2 & 0 \\ 0 & T^3/3 & 0 & T^2/2 \\ T^2/2 & 0 & T & 0 \\ 0 & T^2/2 & 0 & T \end{bmatrix}, \quad (41)$$

这里 $q=20 \text{ m}^2/\text{s}^3$.

仿真实验中, 滤波算法状态初始值设为 $\bar{\mathbf{x}}_0 = [100 \text{ m} \ 100 \text{ m} \ 10 \text{ ms}^{-1} \ 10 \text{ ms}^{-1}]^T$, 误差协方差矩阵为 $\mathbf{P}_0 = \text{diag}\{100 \text{ m}^2, 100 \text{ m}^2, 10 \text{ m}^2\text{s}^{-2}, 10 \text{ m}^2\text{s}^{-2}\}$.

为了便于比较现存算法与所提出算法的估计效果, 采用蒙特卡洛仿真, 其总实验次数设置为 $N=200$, 单次的仿真时间设为 $t_s=300$ s. 利用位置和速度的均方根误差 (RMSE)^[27] 来评价估计误差.

本文对比以下 7 种算法: 经典的 KF 算法; 文献 [16] 中最大相关熵卡尔曼滤波算法 ($\sigma_0=15$, 记作 MCKF); 文献 [26] 中核带宽自适应最大熵滤波算法 ($\sigma_0=15$, 记作 AMCKF); 文献 [27] 中基于变分贝叶斯和马氏距离的核带宽自适应最大相关熵卡尔曼滤波器 ($\sigma_0=15$, 记作 VBAMCKF); 文献 [28] 中基于过新息和滤波器每个时间步长的估计误差协方差二者加权核的核带宽自适应滤波算法 ($\sigma_0=10$, 记作 MCCA KF); 所提出基于学生 t 核的最大相关熵卡尔曼滤波 ($\sigma_0=15$, 记作 SMCKF) 以及所提出 IMM-SMCKF 算法. 其中: IMM-SMCKF 算法选择 3 个不同核带宽的子估计器, 分别设置为 $\sigma_1=15$, $\sigma_3=13$, $\sigma_3=11$, 自由度设置为 $\beta=1.5$.

4.2 高斯混合非高斯噪声下算法对比

首先, 考虑鲁棒状态估计算法中常用的采用高斯混合分布生成的非高斯量测噪声, 即

$$\mathbf{R}_i \sim \begin{cases} 0.9N(0, \mathbf{R}_0) + 0.1N(0, 50\mathbf{R}_0), & i < \frac{t_s}{3}; \\ 0.9N(0, \mathbf{R}_0) + 0.1N(0, 100\mathbf{R}_0), & \frac{t_s}{3} \leq i < \frac{2t_s}{3}; \\ 0.9N(0, \mathbf{R}_0) + 0.1N(0, 150\mathbf{R}_0), & \frac{2t_s}{3} \leq i < t_s. \end{cases} \quad (42)$$

其中

$$\mathbf{R}_0 = r \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 0.5 & 1 \end{bmatrix}, \quad (43)$$

这里取 $r=100 \text{ m/s}$. 通过以上方式, 获得分别在 $[0 \text{ s}, 100 \text{ s}]$ 、 $[100 \text{ s}, 200 \text{ s}]$ 和 $[200 \text{ s}, 300 \text{ s}]$ 三个时间段内模拟 3 种不同厚尾程度的非高斯噪声.

仿真结果如图 2 所示. 由图 2 可见, 在噪声非高

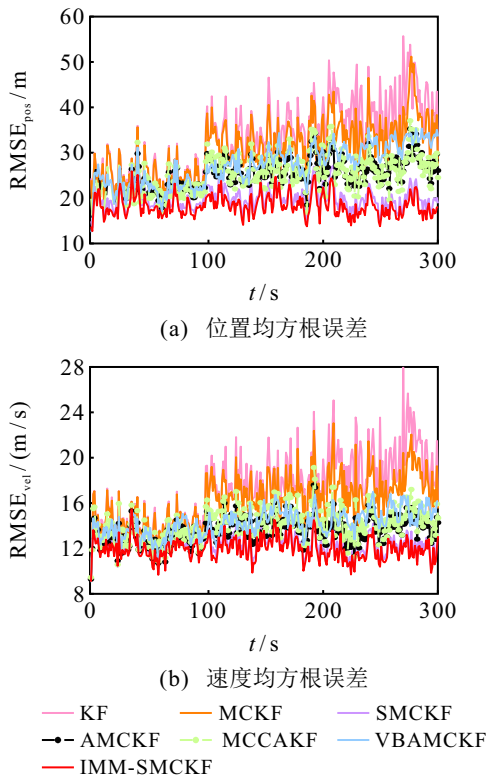


图2 高斯混合噪声下不同算法的均方根误差

斯程度较低的第 1 段区间内, IMM-SMCKF 算法接近于普通的 MCKF, 但是随着噪声非高斯程度逐渐增加, IMM-SMCKF 算法能够获得比同类算法更好的估计精度。

表 2 为 200 次蒙特卡洛仿真下, 所提出 IMM-SMCKF 和 SMCKF 与现有 KF、MCKF、AMCKF、AMMCKF 在 3 段不同非高斯程度噪声下所获得的平均均方根估计方差 (ARMSE)。由表 2 具体数据可见, IMM-SMCKF 算法在不同非高斯程度噪声下均获得了最好的估计性能。

表2 高斯混合噪声下不同算法的平均均方根误差

算法类型	位置均方根误差/m	速度均方根误差/(m/s)
KF	32.969	17.211 1
MCKF	30.677 1	16.199 7
SMCKF	19.785 6	12.327 5
AMCKF	25.226 1	13.614 2
MCCA KF	25.396 1	14.142 4
VBAMCKF	27.255 3	14.260 2
IMM-SMCKF	18.349 6	11.939 7

4.3 高斯混合耦合冲击噪声下算法对比

本文进一步考虑非高斯噪声添加大的冲击噪声的情况。为了更清楚地观察冲击噪声对滤波算法估计精度的影响, 在整个仿真时间段的中间时刻添加冲击噪声, 其他参数与之前的仿真情况相同, 如图 3 和表 3 所示。由图 3 和表 3 可见, 在第 150 s 采样时刻, 在所有滤波算法均受到冲击噪声影响的情况下,

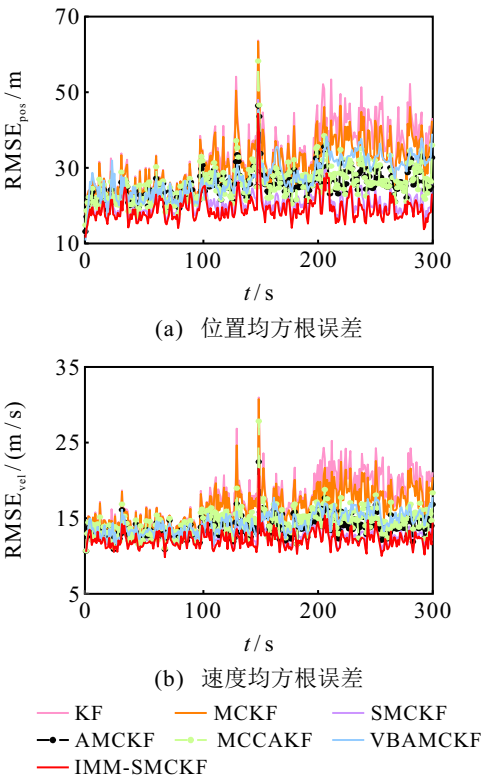


图3 加入冲击噪声后不同算法的均方根误差

表3 加入冲击噪声后不同算法的平均均方根误差

算法类型	位置均方根误差/m	速度均方根误差/(m/s)
KF	32.747 5	17.242 2
MCKF	30.818 1	16.381 2
SMCKF	20.624 3	12.585 3
AMCKF	25.429 6	13.762 1
MCCA KF	25.906	14.382 6
VBAMCKF	27.544 2	14.376 5
IMM-SMCKF	19.146 3	12.066 9

所提出 IMM-SMCKF 算法依然可以保持最优的估计精度。

4.4 均匀噪声下算法对比

在给出常见混合高斯噪声和加入冲击噪声两种情形下算法对比的基础上, 为了进一步验证算法的一般性, 增加了在均匀量测噪声下不同算法的性能对比, 量测噪声由以下方式生成:

$$v_i \sim U(-2, 2), \tag{44}$$

其中 U 为均匀分布。其余参数设置与高斯混合噪声下的仿真保持一致。仿真结果如图 4 所示, 仿真数据如表 4 所示。由图 4 和表 4 可见, 所提出算法由于其较强的核带宽自适应能力, 在均匀噪声下依然表现出最佳估计性能。

4.5 非线性系统下算法对比

为了进一步验证算法的性能, 进一步考虑非线性系统下算法的估计性能。非线性系统的过程方程保持不变, 量测模型具有如下结构:

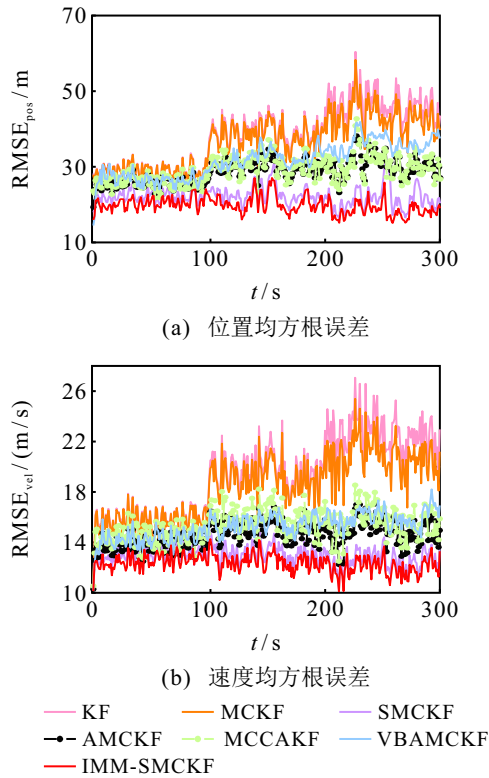


图4 均匀噪声下不同算法的均方根误差

表4 均匀噪声下不同算法的平均均方根误差

算法类型	位置均方误差/m	速度均方误差/(m/s)
KF	38.207 8	19.289 4
MCKF	36.790 7	18.525 1
SMCKF	21.617 2	12.896 6
AMCKF	28.644 1	14.639 9
MCCA KF	20.189 4	15.402 1
VBAMCKF	31.857 3	15.197 9
IMM-SMCKF	19.498 6	12.306 7

$$\mathbf{z}_i = \begin{bmatrix} \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2} \\ \arctan \frac{y_i - y_0}{x_i - x_0} \end{bmatrix} + \mathbf{v}_i, \quad (45)$$

其中 $\mathbf{x}_i = [x_i \ y_i \ \dot{x}_i \ \dot{y}_i]^T$ 为系统状态. 过程噪声按照如下方式生成:

$$\mathbf{Q} \sim 0.9N(0, \mathbf{Q}_0) + 0.1N(0, 10\mathbf{Q}_0), \quad (46)$$

这里

$$\mathbf{Q}_0 = q \times \text{diag}\{(0.2)^2 \text{m}^2 \text{s}^{-3}, (0.2)^2 \text{m}^2 \text{s}^{-3}, (0.015)^2 \text{s}^{-3}, (0.015)^2 \text{s}^{-3}\},$$

取 $q=10$. 量测噪声按照如下方式生成:

$$\mathbf{R}_i \sim$$

$$\begin{cases} 0.9N(0, \mathbf{R}_0) + 0.1N(0, 100\mathbf{R}_0), & i < \frac{t_s}{3}; \\ 0.9N(0, \mathbf{R}_0) + 0.1N(0, 200\mathbf{R}_0), & \frac{t_s}{3} \leq i < \frac{2t_s}{3}; \\ 0.9N(0, \mathbf{R}_0) + 0.1N(0, 300\mathbf{R}_0), & \frac{2t_s}{3} \leq i < t_s. \end{cases} \quad (47)$$

其中 $\mathbf{R}_0 = r \times \text{diag}\{(0.2)^2, (0.015)^2\}$, 取 $r=100 \text{ m/s}$. 仿真实验中, 各类滤波算法的初始状态值设为 $\bar{\mathbf{x}}_0 = [-40 \text{ m} \ 10 \text{ m} \ 3 \text{ ms}^{-1} \ -1 \text{ ms}^{-1}]^T$, 误差协方差矩阵设为 $\mathbf{P}_0 = \text{diag}\{4 \text{ m}^2, 4 \text{ m}^2, 0.01 \text{ m}^2 \text{s}^{-2}, 0.01 \text{ m}^2 \text{s}^{-2}\}$. 本文对比了如下算法: MCEKF (对于文献 [16] 中算法采用泰勒展开得到的非线性算法)、AMCEKF [26]、VBAMCEKF [27]、MCCA KF [28] 以及所提出 SMCEKF 和 IMM-SMCEKF (基于泰勒展开扩展到非线性系统). 上述算法的核带宽等参数与线性系统的参数设置保持一致.

仿真结果如图 5 和表 5 所示. 由图 5 和表 5 可见, 在高斯混合噪声下 EKF 估计精度严重恶化, MCCA KF 和 VBAMCEKF 的算法性能也有所下降, 所提出 SMCEKF 算法相较于 EKF、MCEKF 与 AMCEKF 取得了较好的估计精度, 所提出 IMM-SMCEKF 算法具有最佳的估计精度.

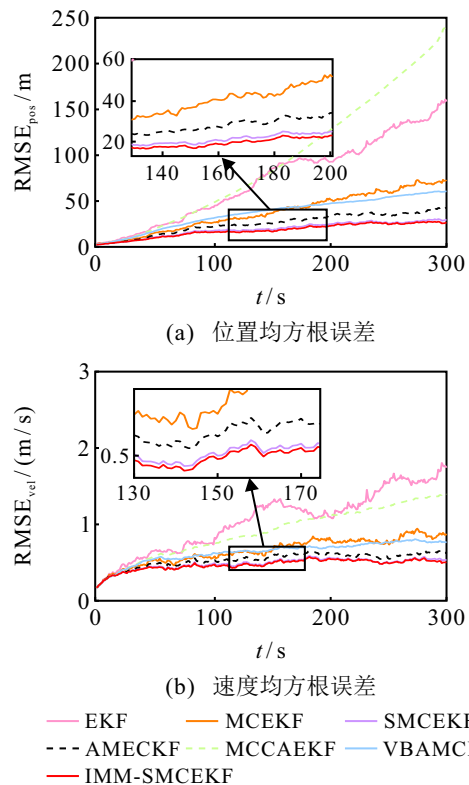


图5 高斯混合噪声下不同非线性算法的均方根误差

表5 高斯混合噪声下不同非线性算法的平均均方根误差

算法类型	位置均方根误差/m	速度均方根误差/(m/s)
EKF	74.219 1	1.048 6
MCEKF	38.145 1	0.657 01
SMCEKF	19.382 8	0.482 73
AMCEKF	25.352 7	0.536 19
MCCA KF	94.769 9	0.905 61
VBAMCEKF	37.143 8	0.635 2
IMM-SMCEKF	18.048 4	0.471 58

5 结 论

为了提高基于相关熵状态估计算法对于非高斯噪声系统的估计精度, 本文使用学生 t 核替代常用的高斯核, 定义了一种新的代价函数, 推导得到基于学生 t 核的最大相关熵卡尔曼滤波。引入了交互多模型框架来实现核带宽自适应更新, 通过对不同核带宽的滤波算法并行运行, 以似然函数为基础更新模型概率, 融合了不同核带宽滤波器的估计结果以获得更好的估计精度。仿真实验表明, 所提出算法相较于现有的几种相关熵滤波算法具有更好的估计精度。

参考文献 (References)

- [1] 王子赞, 张帅, 占雅聪, 等. 基于多胞体双重滤波的系统状态估计方法[J]. 控制与决策, 2022, 37(1): 127-134. (Wang Z Y, Zhang S, Zhan Y C, et al. Orthotopic double filtering based state estimation algorithm[J]. Control and Decision, 2022, 37(1): 127-134.)
- [2] 郝顺义, 卢航, 魏翔, 等. 简化高阶强跟踪容积卡尔曼滤波及其在组合导航中的应用[J]. 控制与决策, 2019, 34(10): 2105-2114. (Hao S Y, Lu H, Wei X, et al. Reduced high-degree strong tracking cubature Kalman filter and its application in integrated navigation system[J]. Control and Decision, 2019, 34(10): 2105-2114.)
- [3] Wang G Q, Fan X X, Zhao J X, et al. Iterated maximum mixture correntropy Kalman filter and its applications in tracking and navigation[J]. IEEE Sensors Journal, 2024, 24(17): 27790-27802.
- [4] 王国庆, 赵鑫, 杨春雨, 等. 煤矿地下空间定位技术研究进展[J]. 工程科学学报, 2024, 46(10): 1713-1727. (Wang G Q, Zhao X, Yang C Y, et al. Recent advances in research on underground space positioning technology for coal mining[J]. Chinese Journal of Engineering, 2024, 46(10): 1713-1727.)
- [5] Huang Y L, Zhang Y G, Li N, et al. A novel robust student's t -based Kalman filter[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2017, 53(3): 1545-1554.
- [6] Kalman R E. A new approach to linear filtering and prediction problems[J]. Journal of Basic Engineering, 1960, 82(1): 35-45.
- [7] Chang L B, Hu B Q, Li K L. Iterated multiplicative extended Kalman filter for attitude estimation using vector observations[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2016, 52(4): 2053-2060.
- [8] Wang G Q, Zhang Y G, Wang X D. Iterated maximum correntropy unscented Kalman filters for non-Gaussian systems[J]. Signal Processing, 2019, 163: 87-94.
- [9] 秦康, 董新民, 陈勇, 等. 基于正交变换的改进 CKF 算法[J]. 控制与决策, 2018, 33(2): 330-336. (Qin K, Dong X M, Chen Y, et al. Modified CKF algorithm based on orthogonal transformation[J]. Control and Decision, 2018, 33(2): 330-336.)
- [10] 王国庆, 杨春雨, 马磊, 等. 基于高斯-广义双曲混合分布的非线性卡尔曼滤波[J]. 自动化学报, 2023, 49(2): 448-460. (Wang G Q, Yang C Y, Ma L, et al. Nonlinear Kalman filter based on Gaussian-generalized-hyperbolic mixing distribution[J]. Acta Automatica Sinica, 2023, 49(2): 448-460.)
- [11] Huang Y L, Zhang Y G, Zhao Y X, et al. A novel outlier-robust Kalman filtering framework based on statistical similarity measure[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2021, 66(6): 2677-2692.
- [12] Yang Y, Luo Y L, Qi A, et al. Huber Kalman filter for Wi-Fi based vehicle driver's respiration detection[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2022, 71(8): 8933-8943.
- [13] Liu W F, Pokharel P P, Principe J C. Correntropy: Properties and applications in non-Gaussian signal processing[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(11): 5286-5298.
- [14] Santamaria I, Pokharel P P, Principe J C. Generalized correlation function: Definition, properties, and application to blind equalization[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(6): 2187-2197.
- [15] Izanloo R, Fakoorian S A, Yazdi H S, et al. Kalman filtering based on the maximum correntropy criterion in the presence of non-Gaussian noise[C]. Annual Conference on Information Science and Systems. Princeton, 2016: 500-505.
- [16] Chen B D, Liu X, Zhao H Q, et al. Maximum correntropy Kalman filter[J]. Automatica, 2017, 76: 70-77.
- [17] 马海平, 刘婷, 张雅静, 等. 非高斯环境下基于信息熵准则的定点平滑估计算法[J]. 控制与决策, 2024, 39(8): 2711-2718. (Ma H P, Liu T, Zhang Y J, et al. Fixed-point smoothing estimation algorithm based on information entropy criterion in non-Gaussian environment[J]. Control and Decision, 2024, 39(8): 2711-2718.)
- [18] Wang G Q, Zhu Z L, Ma L, et al. A novel correntropy-based estimation algorithm for multi-sensor systems under hybrid cyber-attacks using multi-dimension-student's t -kernel[C]. The 6th International Conference on Electronic Engineering and Informatics. Chongqing, 2024: 58-62.
- [19] Huang W, Shan H J, Xu J S, et al. Robust variable kernel width for maximum correntropy criterion algorithm[J]. Signal Processing, 2021, 182: 107948.
- [20] Wang G Q, Gao Z X, Zhang Y G, et al. Adaptive maximum correntropy Gaussian filter based on variational Bayes[J]. Sensors, 2018, 18(6): 1960.
- [21] Wang G Q, Zhang Y G, Wang X D. Maximum correntropy rauch-tung-striebel smoother for nonlinear and non-Gaussian systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2021, 66(3): 1270-1277.
- [22] Huang F Y, Zhang J S, Zhang S. Adaptive filtering under a variable kernel width maximum correntropy

- criterion[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2017, 64(10): 1247-1251.
- [23] Zhao S L, Chen B D, Príncipe J C. An adaptive kernel width update for correntropy[C]. *The International Joint Conference on Neural Networks*. Brisbane, 2012: 1-5.
- [24] Wang W H, Zhao J H, Qu H, et al. An adaptive kernel width update method of correntropy for channel estimation[C]. *IEEE International Conference on Digital Signal Processing*. Singapore, 2015: 916-920.
- [25] Wang W H, Zhao J H, Qu H, et al. A switch kernel width method of correntropy for channel estimation[C]. *International Joint Conference on Neural Networks*. Killarney, 2015: 1-7.
- [26] Wang G Q, Li N, Zhang Y G. Maximum correntropy unscented Kalman and information filters for non-Gaussian measurement noise[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2017, 354(18): 8659-8677.
- [27] Li Z W, Ouyang S J, Cheng Y M, et al. A variational Bayesian maximum correntropy cubature Kalman filter with adaptive kernel bandwidth[C]. *IEEE International Conference on Signal Processing, Communications and Computing*. Zhengzhou, 2023: 1-6.
- [28] Fakoorian S, Izanloo R, Shamshirgaran A, et al. Maximum correntropy criterion Kalman filter with adaptive kernel size[C]. *IEEE National Aerospace and Electronics Conference*. Dayton, 2019: 581-584.
- [29] Wang G Q, Wang X D, Zhang Y G. Variational Bayesian IMM-filter for JMSs with unknown noise covariances[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2020, 56(2): 1652-1661.
- [30] Fan X X, Wang G, Han J C, et al. Interacting multiple model based on maximum correntropy Kalman filter[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2021, 68(8): 3017-3021.
- [31] Chen B D, Wang J J, Zhao H Q, et al. Convergence of a fixed-point algorithm under maximum correntropy criterion[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2015, 22(10): 1723-1727.
- [32] Hwang I, Seah C E, Lee S J. A study on stability of the interacting multiple model algorithm[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, 62(2): 901-906.
- [33] 张勇刚, 黄玉龙, 李宁, 等. 带一步随机延迟量测非线性序列贝叶斯估计的条件后验克拉美罗下界[J]. *自动化学报*, 2015, 41(3): 559-574.
- (Zhang Y G, Huang Y L, Li N, et al. Conditional posterior Cramer-Rao lower bound for nonlinear sequential Bayesian estimation with one-step randomly delayed measurements[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2015, 41(3): 559-574.)

作者简介

王国庆 (1990-), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为智能机器人导航定位以及多传感器智能信息融合, E-mail: guoqingwang@cumt.edu.cn;

张冬生 (1997-), 男, 硕士生, 主要研究方向为鲁棒状态估计及其在协同导航的应用, E-mail: zdsbluesky@163.com;

朱兆磊 (2001-), 男, 硕士生, 主要研究方向为网络攻击下鲁棒状态估计与信息融合, E-mail: zhaoleizhu@cumt.edu.cn;

杨春雨 (1979-), 男, 教授, 博士, 博士生导师, 主要研究方向为智能系统控制以及奇异摄动系统优化控制, E-mail: chunyuyang@cumt.edu.cn;

马磊 (1989-), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为自主无人系统安全感知与智能控制、信息物理系统安全控制, E-mail: maleinjust@126.com.