

控制与决策

Control and Decision

数据驱动的未知线性离散系统双模模型预测控制

刘鑫, 严爱军

引用本文:

刘鑫, 严爱军. 数据驱动的未知线性离散系统双模模型预测控制[J]. *控制与决策*, 2025, 40(3): 813–821.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2024.0545>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

丢包和量化约束下的不确定系统分布式滚动时域估计

Distributed moving horizon estimation for stochastic uncertain system with packet dropouts and quantized measurements

控制与决策. 2021, 36(7): 1771–1778 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1603>

基于PID参数整定的线性自抗扰控制参数整定

[Tuning of linear active disturbance rejection controllers based on PID tuning rules](#)

控制与决策. 2021, 36(7): 1592–1600 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1408>

基于模型依赖驻留时间的异步切换控制

Asynchronous switching control based on mode-dependent average dwell time

控制与决策. 2021, 36(3): 609–618 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0645>

基于多维泰勒网的超前d步预测模型

d-step-ahead predictive model based on multi-dimensional Taylor network

控制与决策. 2021, 36(2): 345–354 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0722>

基于神经动态优化的非线性系统近似最优跟踪控制

Approximate optimal tracking control for nonlinear systems based on neurodynamic optimization

控制与决策. 2021, 36(1): 97–104 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0056>

数据驱动的未知线性离散系统双模模型预测控制

刘鑫^{1,2}, 严爱军^{1,2,3†}

(1. 北京工业大学 信息科学技术学院, 北京 100124; 2. 数字社区教育部工程研究中心, 北京 100124;
3. 城市轨道交通北京实验室, 北京 100124)

摘要: 针对模型参数未知的线性离散系统, 提出一种数据驱动的双模模型预测控制方法, 无需预先对系统进行建模, 能够在约束条件下对目标设定点的最优跟踪控制. 首先, 根据有限的系统历史运行数据预测系统未来一段时间的运行轨迹, 并在代价函数中加入实时优化的人工平衡点, 通过在线求解滚动优化问题来获得控制输入, 进而平稳地驱动系统进入一个控制不变集内; 然后, 在控制不变集内, 基于系统历史运行数据, 采用策略迭代的方法求解动态反馈控制器, 同时可得到静态前馈控制器, 实现驱动系统收敛至平衡点的局部最优跟踪控制; 最后, 验证所提出方法的稳定性, 并将其应用于一个线性化的四容水箱系统. 实验结果表明, 所提出方法有效可行, 具有更小的超调量和更好的收敛性能.

关键词: 模型预测控制; 线性离散系统; 约束系统; 数据驱动; 最优控制; 稳定性分析

中图分类号: TP273 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2024.0545

引用格式: 刘鑫, 严爱军. 数据驱动的未知线性离散系统双模模型预测控制 [J]. 控制与决策, 2025, 40(3): 813-821.

Data-driven dual-mode model predictive control for unknown linear discrete systems

LIU Xin^{1,2}, YAN Ai-jun^{1,2,3†}

(1. School of Information Science and Technology, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China;
2. Engineering Research Center of Digital Community of Ministry of Education, Beijing 100124, China; 3. Beijing Laboratory for Urban Mass Transit, Beijing 100124, China)

Abstract: This paper proposes a data-driven dual-mode model predictive control method for linear discrete systems with unknown parameters, eliminating the need for system modeling. The proposed method enables optimal tracking of the setpoint under constraints. First, the system's future trajectory is predicted based on limited historical operational data, and a real-time optimized artificial equilibrium point is incorporated into the cost function. Control inputs are then determined by solving an online rolling optimization problem, driving the system into a control-invariant set. Within this invariant set, a dynamic feedback controller is derived using the policy iteration method based on historical operational data, and a static feedforward controller is also obtained, achieving locally optimal control in guiding the system to converge to the equilibrium point. Finally, the stability of the proposed method is proven, and it is applied to a linearized four-tank system. Experimental results demonstrate the effectiveness and feasibility of the proposed method, with reduced overshoot and improved convergence performance.

Keywords: model predictive control; linear discrete system; constrained system; data-driven; optimal control; stability analysis

0 引言

随着计算机技术的快速发展, 对高效精确控制的需求日益增长, 数字控制器逐渐成为现代控制系统中的主流设备. 这一转变意味着现代生产过程的建模越来越多地采用离散系统的形式^[1]. 通过对线性离

散系统的研究, 可以更好地理解和控制各种复杂系统. 线性离散系统的控制方法有很多种, 包括 PID 控制^[2]、自抗扰控制^[3]、状态/输出反馈控制^[4-5]、最优控制^[6]、模型预测控制 (model predictive control, MPC)^[7] 等. 其中 MPC 是一种融合了优化理论和控制理论的先进

收稿日期: 2024-05-09; 录用日期: 2024-07-15.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (62373017, 62073006); 北京市自然科学基金项目 (4212032).

责任编辑: 侯忠生.

†通信作者. E-mail: yanaijun@bjut.edu.cn.

控制方法,更适用于具有约束条件的多变量控制系统,因此广泛应用于石油化工^[8]、电力电子^[9]、自动驾驶^[10]等行业。

MPC 通过建立系统的数学模型来预测未来系统的行为轨迹,通过在每个采样周期内求解一个有限时域优化控制问题,获得最优的控制输入作用于系统.对于模型参数已知的系统,文献[11]在MPC优化过程中引入了人工平衡点的思想,使得线性系统更加平稳地运行;文献[12]和文献[13]分别将该方法拓展到了非线性系统和动态参考轨迹中.而在实际控制问题中,被控对象模型通常是未知的,此时一般采用基于数据驱动的MPC方法,如:文献[14]提出了一种监督学习逼近未知线性参数变化系统的MPC框架,文献[15]提出了一种基于高斯过程模型的在线学习MPC方法.上述数据驱动的MPC建立预测模型的过程较为繁琐且模型通用性较差,在系统发生变化时需要重新调整建模.文献[16]指出,任何线性时不变系统的有限长度系统运行轨迹均可由一段持续激励的系统轨迹来表示,能够解决未知系统获取预测模型困难且控制律难以求解的问题.基于此,衍生出了基于持续激励轨迹的数据驱动MPC方法^[17-19].

上述MPC方法均是求解有限时域的优化问题,需要在每个时刻进行求解,时间消耗会在一定程度上影响系统的性能^[20].另外,由于MPC仅考虑了有限步长的预测,难以捕捉系统未来长期趋势,从而可能会导致次优的控制策略.针对上述问题,文献[21]提出了一种双模MPC方法,即在系统进入原点附近的不变集后,通过设计最优反馈控制器产生控制输入,从而避免了在稳态附近的实时计算,保证了局部控制性能.对于系统未知的情况,由于不变集的计算和局部最优控制器的求解依赖于系统模型,这种双模方法无法直接应用于数据驱动的MPC.

基于上述分析,本文提出一种基于数据的未知线性系统双模MPC方法,无需已知系统模型或建模过程,能够有效减少实时计算并提升系统性能.由于系统未知,仅根据有限的系统运行数据预测系统轨迹,根据滚动优化求解控制输入,将系统平稳地驱动至一个控制不变集内.采用策略迭代的方法求解最优输出调节中动态问题,同时求解静态问题,得到的系统局部最优跟踪控制器,在不变集内满足系统约束,进一步驱动系统到设定点.最后,在一个线性化的四容水箱系统上进行实验,验证所提出方法的有效性和优越性.

1 系统描述

考虑如下形式的未知线性离散系统:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k, \\ y_k &= Cx_k. \end{aligned} \quad (1)$$

其中: $x_k \in \mathbb{R}^{n_x}$ 、 $u_k \in \mathbb{R}^{n_u}$ 、 $y_k \in \mathbb{R}^{n_y}$ 、 $r_k \in \mathbb{R}^{n_r}$ 分别为系统的状态、输入、输出和参考输出, \mathbb{R} 为实数域, n_x 、 n_u 、 $n_y = n_r$ 分别为相应的维度; $A \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$ 、 $B \in \mathbb{R}^{n_x \times n_u}$ 、 $C \in \mathbb{R}^{n_y \times n_x}$ 为常数矩阵.

目标设定点形成的轨迹表示为

$$r_{k+1} = Ir_k, \quad r_0 = y^r, \quad (2)$$

这里 $I \in \mathbb{R}^{n_r \times n_r}$ 为单位矩阵. 该系统的状态可在线测量,且存在一段已知的系统轨迹 $\{u_k^d, y_k^d\}_{k=0}^{N-1}$. 定义Hankel矩阵为

$$H_L(x) = \begin{bmatrix} x_0 & x_1 & \dots & x_{N-L} \\ x_1 & x_2 & \dots & x_{N-L+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{L-1} & x_L & \dots & x_{N-1} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

定义1 若存在一段输入轨迹 $\{u_k^d\}_{k=0}^{N-1}$ 满足

$$\text{rank}(H_L(u^d)) = n_u L, \quad (4)$$

则称 $\{u_k^d\}_{k=0}^{N-1}$ 是 L 阶持续激励的.

引理1 若 $\{u_k^d\}_{k=0}^{N-1}$ 为满足 $L+n$ 阶持续激励的一段系统输入轨迹, $\{u_k^d, y_k^d\}_{k=0}^{N-1}$ 为系统的一段运行轨迹,则结合Hankel矩阵的定义,存在 $g \in \mathbb{R}^{N-L+1}$ 满足下式^[16]:

$$\begin{bmatrix} x^p \\ u^p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_L(x^d) \\ H_L(u^d) \end{bmatrix} g, \quad (5)$$

则 $\{u^p, x^p\}$ 也是系统的一段运行轨迹.

假设1 在系统(1)中, (A, B) 为满足能控性判据, (A, C) 为满足能观性判据.

假设2 在系统(1)中, $\text{rank} \left(\begin{bmatrix} A-I & B \\ C & 0 \end{bmatrix} \right) = n_x + n_u$.

2 滚动优化

2.1 标准MPC滚动优化

首先,对于经典的MPC算法,考虑如下形式的滚动优化:

$$\begin{aligned} \min_{u^p, y^p} & \sum_{k=0}^{L-1} \|y_{t+k}^p - r_{t+k}\|_Q^2 + \|u_{t+k}^p\|_R^2, \\ \text{s.t.} & \quad x_{t+k+1}^p = Ax_{t+k}^p + Bu_{t+k}^p; \\ & \quad y_{t+k}^p = Cx_{t+k}^p; \\ & \quad r_{t+k+1}^p = Ir_{t+k}^p, r_0 = y^r; \\ & \quad u_{t+k}^p \in \mathbb{U}, y_{t+k}^p \in \mathbb{Y}, k \in \mathbb{I}_{[0, L-1]}. \end{aligned} \quad (6)$$

其中: $\|\cdot\|$ 为二范数; $\|x\|_P$ 为 $\sqrt{x^T P x}$; L 为预测步长;

$Q \in \mathbb{R}^{n_y \times n_y}$ 和 $R \in \mathbb{R}^{n_u \times n_u}$ 为正定矩阵; $u^p = \{u_t^p, \dots, u_{t+L-1}^p\}$, $y^p = \{y_t^p, \dots, y_{t+L-1}^p\}$ 为决策变量; \mathbb{U}, \mathbb{Y} 为约束集; $t \in \mathbb{I}$ 为求解最优问题时刻, \mathbb{I} 为非负整数的集合, 其区间 $[a, b]$ 中整数的集合表示为 $\mathbb{I}_{[a,b]}$; 在标准模型预测控制优化问题中, A, B, C 均为已知矩阵, 预测的系统轨迹由系统参数矩阵产生. 因此, 可通过求解该优化问题得到最优输出序列 u^p .

2.2 数据驱动 MPC 滚动优化

引理 1 提供了一个数据驱动的预测模型替代方案, 由引理 1 可知, 若一段输入轨迹是持续激励的, 则所有可能的系统轨迹均可由这段轨迹产生. 因此, 若要实现数据驱动的 MPC 方案, 则可使用形如式 (5) 的约束来替代式 (6) 中已知的系统模型^[19], 直接预测系统未来一段时间的轨迹. 在 t 时刻, 加入人工平衡点 (u^s, y^s) , 则给定系统运行的一段含有 N 对数据的运行轨迹 $\{u_k^d, y_k^d\}_{k=0}^{N-1}$, 产生的优化问题如下所示:

$$\begin{aligned} \min_{u^p, y^p, g} & \sum_{k=0}^{L-1} \|u_{t+k}^p - u^s\|_R^2 + \|y_{t+k}^p - y^s\|_Q^2. \\ \text{s.t.} & \begin{bmatrix} u_{[t-n, t+L-1]}^p \\ y_{[t-n, t+L-1]}^p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{L+n}(u^d) \\ H_{L+n}(y^d) \end{bmatrix} g; \\ & \begin{bmatrix} u_{[t-n, t-1]}^p \\ y_{[t-n, t-1]}^p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{[t-n, t-1]} \\ y_{[t-n, t-1]} \end{bmatrix}; \\ & r_{k+1} = Ir_k, r_0 = y^r; \\ & u_{t+k}^p \in \mathbb{U}, y_{t+k}^p \in \mathbb{Y}, k \in \mathbb{I}_{[0, L-1]}. \end{aligned} \quad (7)$$

为了保证预测轨迹是连续的, 式 (7) 对初始条件进行了限制. 预测轨迹包含系统在过去 $n = n_x$ 步中的轨迹, 即预测的前 n 步为系统过去 n 步信息. 由于滚动优化问题需要使用终端 n 步状态来构建终端约束, 输入持续激励的阶次需为 $L + 2n$. 同时, 通过加入在线实时计算的人工平衡点使得系统运行过程更加平稳, 设 (u^r, y^r) 为一个可达的设定点, 则 $u^{sr} = u^r$, $y^{sr} = y^r$. 设 u_n^s 和 y_n^s 分别为人工平衡点处的 n 维向量, (u^{sr}, y^{sr}) 为如下优化问题的最优解:

$$\begin{aligned} J_s^* &= \min_{u^s, y^s, g} \|u^s - u^r\|_S^2 + \|y^s - y^r\|_T^2. \\ \text{s.t.} & \begin{bmatrix} u_n^s \\ y_n^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_n(u^d) \\ H_n(y^d) \end{bmatrix} g; \\ & r_{t+k+1} = Ir_{t+k}, r_0 = y^r; \\ & u^s \in \mathbb{U}_s, y^s \in \mathbb{Y}_s. \end{aligned} \quad (8)$$

接着, 考虑将人工平衡点 u^s 作为终端等式约束, 直接包含于数据驱动的滚动优化框架中. 结合式 (7) 和 (8), 在预测步长 L 内的开环代价函数如下所示:

$$\begin{aligned} J_L^* &= \\ \min_{u^p, y^p, u^r, y^r, g} & \sum_{k=0}^{L-1} \|u_{t+k}^p - u^s\|_R^2 + \|y_{t+k}^p - y^s\|_Q^2 + \\ & \|u^s - u^r\|_S^2 + \|y^s - y^r\|_T^2. \\ \text{s.t.} & \begin{bmatrix} u_{[t-n, L-1]}^p \\ y_{[t-n, L-1]}^p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{L+n}(u^d) \\ H_{L+n}(y^d) \end{bmatrix} g; \\ & \begin{bmatrix} u_{[t-n, -1]}^p \\ y_{[t-n, -1]}^p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{[t-n, -1]} \\ y_{[t-n, -1]} \end{bmatrix}; \\ & \begin{bmatrix} u_{[t+L-n, t+L-1]}^p \\ y_{[t+L-n, t+L-1]}^p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_n^s \\ y_n^s \end{bmatrix}; \\ & u^s \in \mathbb{U}_s, y^s \in \mathbb{Y}_s; \\ & r_{t+k+1} = Ir_{t+k}, r_0 = y^r; \\ & u_{t+k}^p \in \mathbb{U}, y_{t+k}^p \in \mathbb{Y}, k \in \mathbb{I}_{[0, L-1]}. \end{aligned} \quad (9)$$

式 (9) 只需要一段已知的输入输出轨迹便可直接进行模型预测, 不需要已知的系统模型参数和辨识建模. 该代价函数中存在的 $\|u_{t+k}^p - u^s\|_R^2$ 可使得预测输入趋近于 u^s , 而 u^s 可由式 (9) 中的约束条件到达 u^{sr} , 因此, 式 (9) 中可取 $S = 0$. 可以看出, 式 (9) 为一个线性约束的二次规划问题, 通过直接求解该问题可得到系统的控制输入序列. 在 t 时刻, 控制输入为该序列的第 1 个元素, 即 $u_t = u_t^p$.

假设 1 保证了系统 (1) 为最小实现, 因此系统的输出所对应的状态是唯一的. 接着, 考虑系统状态在式 (9) 求解出的控制输入的作用下进入一个不变集. 设 K_1 为一个使得系统 (1) 稳定的控制器反馈增益, 则存在 P 为如下 Lyapunov 方程的唯一解^[22]:

$$(A - BK_1)^T P (A - BK_1) - P + \bar{Q} + K_1^T \bar{R} K_1 = 0, \quad (10)$$

其中 $\bar{Q} \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$ 和 $\bar{R} \in \mathbb{R}^{n_u \times n_u}$ 为正定矩阵. 定义

$$\mathbb{X} = \{x \in \mathbb{R}^{n_x} | Cx \in \mathbb{Y}\},$$

$$\mathbb{X}_K = \{x \in \mathbb{R}^{n_x} | x \in \mathbb{X}, -K_1 x + K_2 x^r \in \mathbb{U}\},$$

$$\mathbb{Z}_{K,c} = \{x \in \mathbb{R}^{n_x} | x \in \mathbb{X}, \|x - x^r\|_P^2 \leq c, c > 0\}.$$

由 (10) 可知, $\mathbb{Z}_{K,c}$ 为一个不变集. 且由于 \mathbb{X}_K 为凸集, 存在一个足够小的 c , 使得 $\mathbb{Z}_{K,c} \subset \mathbb{X}_K$. 则对于任意 $x_{k_0} \in \mathbb{Z}_{K,c}$, 系统在 $k \geq k_0$ 后, 始终满足 $x_k \in \mathbb{X}_K$, 即当系统状态进入不变集后, 可始终使得系统状态和输入满足约束条件. 根据文献 [23], c 的值可由下式获得:

$$c = \min \frac{\|b_c^i - A_c^i x^r\|^2}{A_c P^{-1} A_c^T}. \quad (11)$$

其中: A_c^i 和 b_c^i 分别为 A_c 和 b_c 的第 i 行, 且 A_c 和 b_c 是由约束集 \mathbb{X}, \mathbb{U} 决定的. 由于系统参数 A, B 未知, 式 (10) 中的 P 和 K_1 无法直接求取, 第 3 节将给出求解方法.

3 局部最优控制

当系统状态进入不变集 $\mathbb{Z}_{K,c}$ 内时,在局部最优控制器的作用下,系统状态始终保持在 $\mathbb{Z}_{K,c}$ 内并趋近于设定点,本文采用最优输出调节方法求解局部最优跟踪控制器,同时确定不变集 $\mathbb{Z}_{K,c}$.

3.1 标准最优输出调节

对于系统(1),一个标准解决线性输出调节器问题^[24]的控制输入为

$$u = -K_1x + K_2r. \quad (12)$$

其中: K_1 可根据 $A - BK_1$ 为 Schur 矩阵求解, K_2 的设计如下所示:

$$K_2 = U + K_1X. \quad (13)$$

这里: $X \in \mathbb{R}^{n_x \times n_r}$, $U \in \mathbb{R}^{n_u \times n_r}$.在假设2的条件下,形如式(12)的最优跟踪控制器存在唯一解^[25],可通过求解一个静态优化问题和一个动态优化问题得到.静态优化问题为

$$\begin{aligned} \min \quad & \text{Tr}(\|X\|_{\bar{Q}}^2 + \|U\|_{\bar{R}}^2); \\ \text{s.t.} \quad & AX + BU = X, \\ & CX - I = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

动态优化问题为

$$\begin{aligned} \min_{K_1} \quad & \sum_{k=0}^{\infty} \|\bar{x}_{t+k}\|_{\bar{Q}}^2 + \|\bar{u}_{t+k}\|_{\bar{R}}^2, \\ \text{s.t.} \quad & x_{t+k+1} = A\bar{x}_{t+k+1} + B\bar{u}_{t+k}. \end{aligned} \quad (15)$$

其中: $\bar{x}_k = x_k - Xr_k$, $\bar{u}_k = u_k - Ur_k$.为了方便求解静态优化问题(14),定义如下 Sylvester 映射 $\mathbb{R}^{n_x \times n_r} \rightarrow \mathbb{R}^{n_x \times n_r}$:

$$\ell(X) = XM - AX. \quad (16)$$

选择一个常数矩阵 $X_1 \in \mathbb{R}^{n_x \times n_r}$,使得 $CX - I = 0$.接着,选择 $X_i \in \mathbb{R}^{n_x \times n_r}(i = 2, 3, \dots, s + 1, s = (n_x - n_r)n_r)$,满足 $CX_i = 0$.存在 $\alpha_i \in \mathbb{R}$,使得 X 可表示为

$$X = X_1 + \sum_{i=2}^{s+1} \alpha_i X_i. \quad (17)$$

结合式(16)和(17),可得到

$$\ell(X) = \ell(X_1) + \sum_{i=2}^{s+1} \alpha_i \ell(X_i) = BU. \quad (18)$$

则静态优化问题(14)中的约束条件可替换为

$$\Omega \Gamma = \vartheta. \quad (19)$$

其中

$$\begin{aligned} \Omega = & \begin{bmatrix} \text{vec}(\ell(X_2)) & \dots & \text{vec}(\ell(X_{s+1})) \\ \text{vec}(X_2) & \dots & \text{vec}(X_{s+1}) \end{bmatrix} \rightarrow \\ & \begin{bmatrix} 0 & \text{kr}(-I_{n_r}, B) \\ -I_{n_x \times n_r} & 0 \end{bmatrix} = \\ & \begin{bmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} \\ \Omega_{21} & \Omega_{22} \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$\Gamma = [\alpha_1 \dots \alpha_{s+1} \text{vec}(X)^T \text{vec}(U)^T]^T,$$

$$\vartheta = \begin{bmatrix} \text{vec}(-\ell(X_1)) \\ -\text{vec}(X_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vartheta_1 \\ \vartheta_2 \end{bmatrix}.$$

通过求解静态优化问题(14),可求得 (X^*, U^*) .

由式(15),可得到如下 Riccati 方程:

$$\bar{Q} - P + A^T P A - A^T P B (\bar{R} + B^T P B)^{-1} B^T P A = 0. \quad (20)$$

通过求解 Riccati 方程,得到 P^* ,最优反馈输入为

$$\bar{u}_k = -(\bar{R} + B^T P B)^{-1} B^T P^* A \bar{x}_k = -K_1^* \bar{x}_k. \quad (21)$$

式(21)可直接求解,也可通过给定初始可行控制器,进行离线策略迭代求解,具体步骤如下.

step 1: 计算 P^j ,即

$$\begin{aligned} P^j = & \\ & \bar{Q} + (K_1^j)^T \bar{R} K_1^j + (A - BK_1^j)^T P^j (A - BK_1^j). \end{aligned} \quad (22)$$

step 2: 计算 K_1^{j+1} ,有

$$K_1^{j+1} = (\bar{R} + B^T P^j B)^{-1} B^T P^j A. \quad (23)$$

step 3: 判断 $\|P^{j+1} - P^j\| < \varepsilon$ 是否成立.若成立,则停止迭代;否则,令 $j = j + 1$,返回至 step 1.

至此,通过已知模型求得最优控制输入为 $u_k^* = -K_1^* x_k + K_2^* r_k$.其中: K_1^* 通过式(15)解得, (X^*, U^*) 通过式(14)解得,从而得到 $K_2^* = U^* + K_1^* X^*$.

3.2 数据驱动最优输出调节

若系统参数信息未知,式(14)和(15)这两个优化问题中包含对系统矩阵参数的计算,则不能根据式(19)、(22)和(23)进行求解.为了实现基于数据求解,定义如下系统状态:

$$\bar{x}_{k+1}^i = \bar{A}^j \bar{x}_k^i + B(K_1^j \bar{x}_k^i + u_k) - \ell(X_i) r_k. \quad (24)$$

其中: $\bar{A}^j = (A - BK_1^j)$, $\bar{x}_k^i = x_k - X_i r_k$.由式(24),Bellman 方程可写为如下形式:

$$\begin{aligned} & \|\bar{x}_{k+1}^i\|_{P_{j+1}}^2 - \|\bar{x}_k^i\|_{P_{j+1}}^2 = \\ & \|\bar{x}_k^i\|_{-\bar{Q} - (K_1^j)^T \bar{R} K_1^j}^2 - 2u_k^T B^T P^{j+1} \ell(X_i) r_k + \\ & 2\bar{x}_k^{i^T} A^T P^{j+1} B (K_1^j \bar{x}_k^i + u_k) + \\ & \|r_k \ell(X_i)\|_{P_{j+1}}^2 - 2\bar{x}_k^{i^T} A^T P^{j+1} \ell(X_i) r_k + \\ & (-K_1^j \bar{x}_k^i + u_k)^T B^T P^{j+1} B (K_1^j \bar{x}_k^i + u_k). \end{aligned} \quad (25)$$

移项后,式(25)转化为如下 Kronecker 乘积形式:

$$\begin{aligned}
 & \text{kr}(\bar{x}_k^i) \text{vec}(-\bar{Q} - (K_1^j)^T \bar{R} K_1^j) = \\
 & (\text{kr}(\bar{x}_{k+1}^i) - \text{kr}(\bar{x}_k^i)) \text{vec}(P^{j+1}) - \\
 & 2\text{kr}(K_1^j \bar{x}_k^i u_k, \bar{x}_k^i) \text{vec}(A^T P^{j+1} B) - \\
 & \text{kr}(K_1^j \bar{x}_k^i + u_k, -K_1^j \bar{x}_k^i + u_k) \text{vec}(B^T P^{j+1} B) - \\
 & \text{kr}(r_k) \text{vec}(\ell(X_i)^T P^{j+1} \ell(X_i)) + \\
 & 2\text{kr}(r_k, \bar{x}_k^i) \text{vec}(A^T P^{j+1} \ell(X_i)) + \\
 & 2\text{kr}(r_k, u_k) \text{vec}(B^T P^{j+1} \ell(X_i)). \tag{26}
 \end{aligned}$$

这里: $\text{kr}(x)$ 为 x^T 与 x^T 的 Kronecker 乘积; $\text{kr}(x, y)$ 为 x^T 与 y^T 的 Kronecker 乘积; $\text{vec}(X) = [x_1^T, x_2^T, \dots, x_n^T]^T$, x_i 表示矩阵 X 的第 i 列. 为了简化公式, 定义下式:

$$\begin{aligned}
 \psi_{11} &= \text{kr}(\bar{x}_{k+l+1}^i) - \text{kr}(\bar{x}_{k+l}^i), \\
 \psi_{12} &= -2\text{kr}(K_1^j \bar{x}_{k+l}^i + u_{k+l}, \bar{x}_{k+l}^i), \\
 \psi_{13} &= -\text{kr}(K_1^j \bar{x}_{k+l}^i + u_{k+l}, -K_1^j \bar{x}_{k+l}^i + u_{k+l}), \\
 \psi_{14} &= -\text{kr}(r_{k+l}), \quad \psi_{15} = 2\text{kr}(r_{k+l}, \bar{x}_{k+l}^i), \\
 \psi_{16} &= 2\text{kr}(r_{k+l}, u_{k+l}), \quad \Xi_1^{j+1} = A^T P^{j+1} B, \\
 \Xi_2^{j+1} &= B^T P^{j+1} B, \quad \Xi_{3i}^{j+1} = \ell(X_i)^T P^{j+1} \ell(X_i), \\
 \Xi_{4i}^{j+1} &= A^T P^{j+1} \ell(X_i), \quad \Xi_{5i}^{j+1} = B^T P^{j+1} \ell(X_i),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Xi_k^{ij} &= \begin{bmatrix} \text{kr}(\bar{x}_k^i) \text{vec}(-\bar{Q} - (K_1^j)^T \bar{R} K_1^j) \\ \text{kr}(\bar{x}_{k+1}^i) \text{vec}(-\bar{Q} - (K_1^j)^T \bar{R} K_1^j) \\ \vdots \\ \text{kr}(\bar{x}_{k+m}^i) \text{vec}(-\bar{Q} - (K_1^j)^T \bar{R} K_1^j) \end{bmatrix}, \\
 \Psi_k^{ij} &= \begin{bmatrix} \psi_{11} & \psi_{12} & \dots & \psi_{16} \\ \psi_{21} & \psi_{22} & \dots & \psi_{26} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \psi_{m1} & \psi_{m2} & \dots & \psi_{m6} \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

同时, m 需要满足 $m \geq (n_x \times (n_x + 1)/2) + (n_u \times (n_u + 1)/2) + (n_r \times (n_r + 1)/2) + n_x \times n_u + n_x \times n_r + n_u \times n_r - 1$. 接着, 式 (26) 多步的形式可表示为

$$\Psi_k^{ij} [P^{j+1}, \Xi_1^{j+1}, \Xi_2^{j+1}, \Xi_{3i}^{j+1}, \Xi_{4i}^{j+1}, \Xi_{5i}^{j+1}] = \Xi_k^{ij}. \tag{27}$$

由式 (27), 可求得以下最小二乘解:

$$[P^{j+1}, \Xi_1^{j+1}, \Xi_2^{j+1}, \Xi_{3i}^{j+1}, \Xi_{4i}^{j+1}, \Xi_{5i}^{j+1}] = (\Psi_k^{ijT} \Psi_k^{ij})^{-1} \Psi_k^{ijT} \Xi_k^{ij}. \tag{28}$$

由式 (23), K_1^{j+1} 的计算为

$$K_1^{j+1} = (\bar{R} + \Xi_2^{j+1})^{-1} \Xi_{1i}^{j+1T}. \tag{29}$$

在式 (28) 和 (29) 中, 只需要收集系统运行过程中的输入和状态数据信息, 即可求解 P^* 和 K_1^* 的值. 给定初始可行控制器 K_1^0 , 同时在控制输入中加入探测噪声, 则基于系统运行数据的离线策略迭代如下所示.

- step 1: 由式 (28), 计算 P^{j+1} .
- step 2: 由式 (29), 计算 K_1^{j+1} .
- step 3: 判断 $\|P^{j+1} - P^j\| < \varepsilon$ 是否成立, 若成立,

则停止迭代; 否则, 令 $j = j + 1$, 返回至 step1.

接着, 求解前馈控制器增益. 由式 (14)、(19) 和 (28), 可得到

$$\begin{aligned}
 \min & \begin{bmatrix} \text{vec}(X) \\ \text{vec}(U) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \text{kr}(I_{n_r}, \bar{Q}) & 0 \\ 0 & \text{kr}(I_{n_r}, \bar{R}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{vec}(X) \\ \text{vec}(U) \end{bmatrix}, \\
 \text{s.t.} & \Theta \begin{bmatrix} \text{vec}(X) \\ \text{vec}(U) \end{bmatrix} = \text{vec}(\Upsilon). \tag{30}
 \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
 \Theta &= -\bar{\Omega}_{11} \bar{\Omega}_{21}^{-1} \bar{\Omega}_{22} + \bar{\Omega}_{12}, \quad \Upsilon = -\bar{\Omega}_{11} \bar{\Omega}_{21}^{-1} \bar{\vartheta}_2 + \bar{\vartheta}_1, \\
 \bar{\Omega} &= \begin{bmatrix} \text{vec}(\Xi_{42}^{j+1}) & \dots & \text{vec}(\Xi_{4(s+1)}^{j+1}) \\ \text{vec}(X_2) & \dots & \text{vec}(X_{s+1}) \end{bmatrix} \rightarrow \\
 & \leftarrow \begin{bmatrix} 0 & \text{kr}(-I_{n_r}, L_1^{j+1}) \\ -I_{n_x \times n_r} & 0 \end{bmatrix} = \\
 & \begin{bmatrix} \bar{\Omega}_{11} & \bar{\Omega}_{12} \\ \bar{\Omega}_{21} & \bar{\Omega}_{22} \end{bmatrix}, \\
 \bar{\vartheta} &= \begin{bmatrix} \text{vec}(-\Xi_{41}^{j+1}) \\ -\text{vec}(X_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\vartheta}_1 \\ \bar{\vartheta}_2 \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

式 (30) 为一个等式线性约束的二次规划问题, 除 (X, U) , 其他参数已知, 从而可直接求解得到 (X^*, U^*) . 至此, 可得到完整的数据驱动的双模 MPC 算法, 算法流程如图 1 所示, 详细的算法步骤如算法 1 所示.

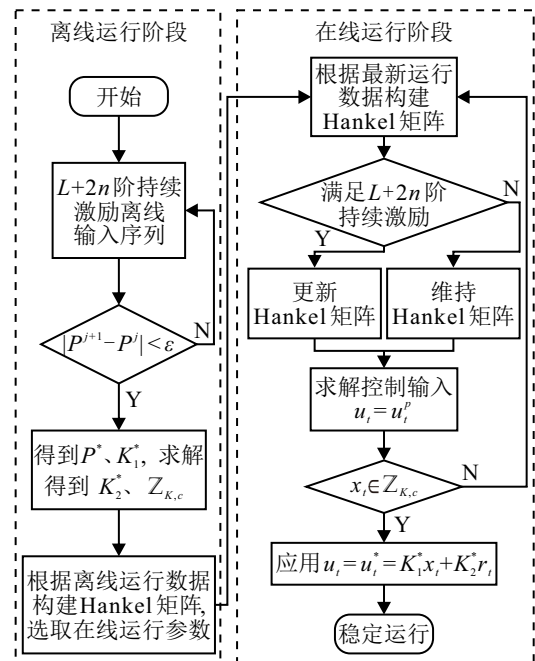


图1 数据驱动的双模 MPC 算法流程

算法 1 数据驱动的双模 MPC.

离线运行阶段.

- step 1: 采用 $L + 2n$ 阶持续激励的离线输入序列 $\{u_k^d\}_{k=t=0}^{N-1}$.
- step 2: 由式 (28), 求解 $P^{j+1}, \Xi_1^{j+1}, \Xi_2^{j+1}, \Xi_{3i}^{j+1}, \Xi_{4i}^{j+1}, \Xi_{5i}^{j+1}$; 由式 (29), 求解 K_1^{j+1} , 设置 $j = j + 1$, 直至满足 $\|P^{j+1} - P^j\| < \varepsilon$.

step 3: 由式 (30), 求解 X 、 U , 得到 $K_2^* = U + K_1^* X$; 由式 (11), 计算不变集 $\mathbb{Z}_{K,c}$.

step 4: 根据初始离线数据 $\{u_k^d, y_k^d\}_{k=t=0}^{N-1}$ 构建 Hankel 矩阵, 选择预测区间 $L > 2n$, 权重矩阵 $P > 0$, $Q > 0$, $S \geq 0$, $T \geq 0$, $\bar{P} > 0$, $\bar{Q} > 0$.

在线运行阶段.

step 1: 根据历史数据 $\{u_k^d, y_k^d\}_{k=t-N}^{t-1}$ 构建 Hankel 矩阵, 若满足 $L + 2n$ 阶持续激励, 则更新 Hankel 矩阵; 否则, 不更新.

step 2: 求解式 (9), 并应用 $u_t = u_t^p$, 直至 $x_t \in \mathbb{Z}_{K,c}$.

step 3: 应用 $u_t = u_t^* = -K_1^* x_t + K_2^* r_t$ 于系统.

注 1 类似于大部分的 MPC 和最优控制方法, 算法 1 中的 L 、 Q 、 \bar{Q} 、 R 、 \bar{R} 、 S 、 T 为需要人工整定的参数. 在实际应用中, 这些参数需要通过经验调整, 以在系统的快速响应、准确跟踪与控制能耗间寻求权衡.

4 稳定性分析

4.1 迭代可行性

若优化问题 (9) 在 $t = 0$ 时刻是可行的, 则其在 $t \in \mathbb{N}$ 时刻也是可行的. 对于人工平衡点, $t + 1$ 处的候选解为先前时刻 t 处最优解, 即 $u_{t+1}^{s'} = u_t^{s*}$, $y_{t+1}^{s'} = y_t^{s*}$. 对于输入输出, 由前一时刻的解并结合 $u_{t+1}^{s'}$ 、 $y_{t+1}^{s'}$ 的最优解组成, 即

$$\begin{aligned} u_{t+1|k}^{p'} &= u_{t|k+1}^*, y_{t+1|k}^{p'} = y_{t|k+1}^*, k \in \mathbb{I}_{[-n, L-2]}; \\ u_{t+1|L-1}^{p'} &= u_{t+1}^{s'}, y_{t+1|L-1}^{p'} = y_{t+1}^{s'}. \end{aligned} \quad (31)$$

由引理 1, 存在 $\alpha'(t + 1)$ 满足式 (9) 中的约束条件. 因此, 滚动优化目标在 $t + 1$ 时刻是可行的.

4.2 稳定性

定理 1 对于形如式 (1) 且满足假设 1 和假设 2 的线性离散系统, 若存在一段 $L + 2n$ 阶持续激励的系统输入轨迹, $L > 2n$, 则系统 (1) 在算法 1 的控制作用下是稳定的.

证明 定义如下 Lyapunov 函数:

$$\begin{aligned} V(x_t, u^r, y^r) &= \\ J_L^*(x_t, u^r, y^r) &+ \beta W(x_t - x^{sr}) - J_s^*(u^r, y^r). \end{aligned} \quad (32)$$

其中; x^{sr} 为对应 (u^{sr}, y^{sr}) 的状态量, $x^{sr} = x^r$; $W(x_t - x^{sr}) = \|x_t - x^{sr}\|_P$, $P > 0$; $\beta > 0$. 且存在 $c_1 > 0$, $c_2 > 0$ [26] 满足下式:

$$\begin{aligned} W(Ax + Bu) - W(x) &\leq \\ -\frac{1}{2}\|x\|_2^2 &+ c_1\|u\|_2^2 + c_2\|y\|_2^2. \end{aligned} \quad (33)$$

由式 (8) 和 (32), $V(x_t, u^r, y^r)$ 下界为

$$V(x_t, u^r, y^r) \geq \beta \lambda_{\min}(P) \|x_t - x^{sr}\|_2^2. \quad (34)$$

由于

$$\begin{aligned} J_L^*(x_{t+1}, u^r, y^r) &\leq \\ J_L(x_{t+1}, u^r, y^r, u_{t+1}^{s'}, y_{t+1}^{s'}, g'_{t+1}) &= \\ J_L^*(x_t, u^r, y^r) &- \|u_t - u^{s*}\|_R^2 - \|y_t - y^{s*}\|_Q^2, \end{aligned} \quad (35)$$

存在常数 c_3 [18] 使得以下不等式成立:

$$\begin{aligned} J_L^*(x_{t+1}, u^r, y^r) - J_L^*(x_t, u^r, y^r) &\leq \\ -(\|u_t - u^{s*}\|_R^2 + \|y_t - y^{s*}\|_Q^2) &\leq \\ -c_3(\|u_t - u^{sr}\|_R^2 + \|y_t - y^{sr}\|_Q^2). \end{aligned} \quad (36)$$

由式 (33), W 满足下式:

$$\begin{aligned} W(x_{t+1} - x^{sr}) - W(x_t - x^{sr}) &= \\ W(A(x_t - x^{sr}) - B(u_t - u^{sr})) - W(x_t - x^{sr}) &\leq \\ -\frac{1}{2}\|x_t - x^{sr}\|_2^2 + c_1\|u_t - u^{sr}\|_2^2 + c_2\|y_t - y^{sr}\|_2^2. \end{aligned} \quad (37)$$

定义 $\rho = \frac{c_3}{\max\{c_1, c_2\}}$, 结合式 (36) 和 (37), 可得到

$$V(x_{t+1}, u^r, y^r) - V(x_t, u^r, y^r) \leq -\frac{\rho}{2} \|x_t - x^{sr}\|_2^2. \quad (38)$$

根据 Lyapunov 定理, 可得到 x_t 收敛于 x^{sr} . 因此, 存在时刻 t_c , 使得 $\|x_{t_c} - x^{sr}\|_P^2 \leq c$, 即系统状态进入不变集 $\mathbb{Z}_{K,c}$. 在不变集内, K_1^* 、 K_2^* 由式 (29) 和 (30) 求得, 分别等价于式 (20) 与 (14) 的最优解, 即为系统 (1) 的最优输出调节控制器. 因此, 系统在算法 1 的作用下是稳定的, 且系统状态收敛于 x^r . \square

5 实验与结果分析

为了验证算法 1 的有效性, 将其应用于一个线性化的四容水箱系统, 采样周期为 0.1 s, 系统形式如式 (1) 所示. 其中: 系统状态 x 为水箱液位, 控制输入 u 为水泵输入电压, 输出 y 为观测水箱液位. 定义系统 (1) 的相关矩阵参数如下所示:

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0.921 & 0 & 0.041 & 0 \\ 0 & 0.918 & 0 & 0.033 \\ 0 & 0 & 0.924 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.937 \end{bmatrix}, \\ B &= \begin{bmatrix} 0.017 & 0.001 \\ 0.001 & 0.023 \\ 0 & 0.061 \\ 0.072 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

定义约束集 $\mathbb{U} = [-1.2, 1.2] \times [-2, 2]$, $\mathbb{Y} = [0.2, 2]^2$. 人工平衡点约束集为 $\mathbb{U}_s = 0.99 \mathbb{U}$, $\mathbb{Y}_s = 0.99 \mathbb{Y}$. 系统矩阵 A 和控制矩阵 B 的参数信息未知, 即其包含的各水箱的截面积和底部出水孔截面积、分流系数、控制电压的比例系数等系统的物理信息未知. 已知输出观测矩阵 C , 同时, 系统的输入水泵输入电压

和输出液位高度信息可实时采集并记录. 存在一段上述系统生成的满足 $L + 2n$ 阶持续激励的运行数据 $\{u_k^d, y_k^d\}_{k=0}^{N-1}$, 数据长度为 $N = 100$. 定义权重矩阵 $Q = 5I_2, \bar{Q} = 5I_4, R = \bar{R} = I_2, T = 200I_2$, 预测步长为 $L = 25$. 设定点为 $y^r = [1, 1]^T$, 由式 (28) ~ (30), 解得

$$K_1^* = \begin{bmatrix} -0.2509 & -0.2334 & 0.0170 & -1.4258 \\ -0.2823 & -0.3867 & -1.2532 & 0.0039 \end{bmatrix},$$

$$P^* = \begin{bmatrix} 31.8956 & -1.2111 & 5.4904 & -3.2215 \\ -1.2111 & 30.3475 & -3.7967 & 3.8803 \\ 5.4904 & -3.7967 & 25.5777 & -1.6229 \\ -3.2215 & 3.8803 & -1.6229 & 24.4131 \end{bmatrix},$$

$$X^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0.7247 & 0.5972 \\ 0 & 1 & 0.7247 & 0.5972 \end{bmatrix}^T,$$

$$U^* = \begin{bmatrix} 0.5226 & 0.5226 \\ 0.9028 & 0.9028 \end{bmatrix},$$

$$K_2^* = \begin{bmatrix} 1.6128 & 1.5953 \\ 2.0909 & 2.1954 \end{bmatrix}.$$

图 2 和图 3 分别为 P^j 和控制器 K_1^j 的迭代收敛过程, P^j 和 K_1^j 收敛至最优值 P^* 和 K_1^* .

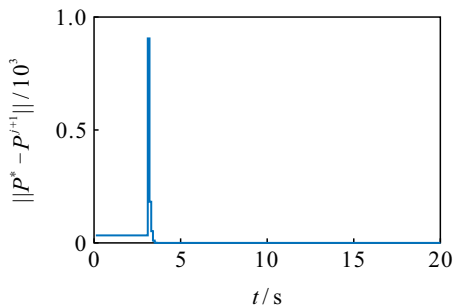


图2 P^j 迭代收敛过程

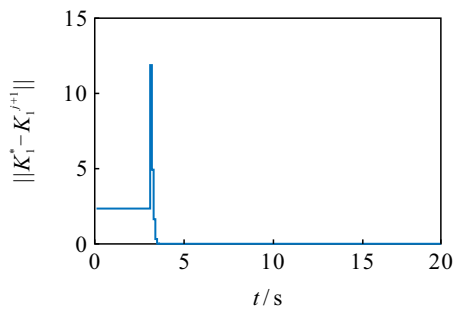
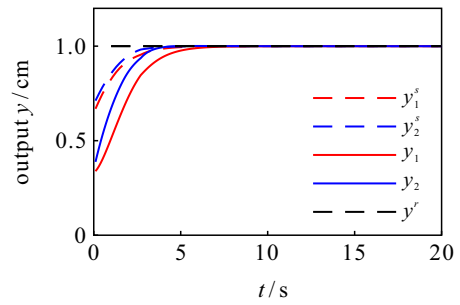
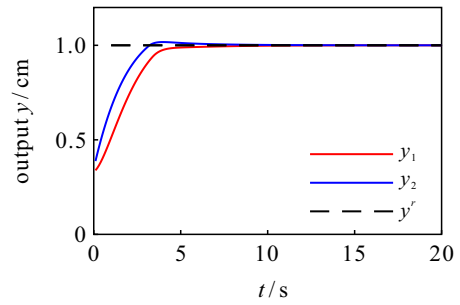


图3 控制器 K_1^j 迭代收敛过程

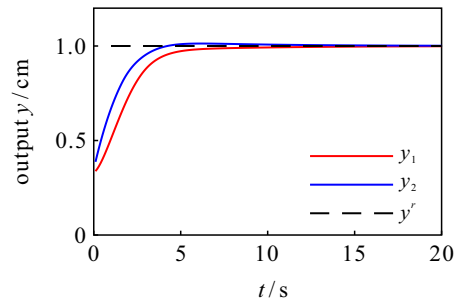
通过滚动优化求解式 (9) 获得在线优化的控制输入 $u_t = u_t^p$, 作用于四容水箱系统. 在进入控制不变集后, 采用最优控制输入 $u_t^* = -K_1^* x_t + K_2^* r_t$, 从而可以最优化系统的性能指标. 图 4 和图 5 为不同算法作用下的输出响应和控制输入曲线. 图 4(a) 为采用算法 1 系统的输出响应曲线. 其中: y_1 和 y_2 为观测水箱液



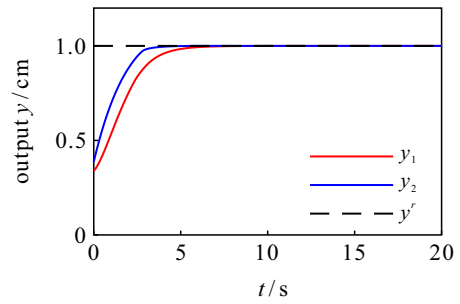
(a) 算法1



(b) 文献[27]算法



(c) 文献[18]算法



(d) 线性MPC

图4 不同算法输出响应

位曲线, y_1^s 和 y_2^s 为人工平衡点的曲线, y^r 为液位目标设定点. 由图 4(a) 可见: 输出 y_1 和 y_2 能够收敛至目标设定点, 验证了算法 1 的有效性. 图 5(a) 为采用算法 1 的系统输入曲线, 其中 u_1 和 u_2 为水泵的输入电压曲线. 由图 5(a) 可见: 在进入控制不变集后, 系统输入 u 具有一个明显的变化, 即此时系统状态进入不变集内, 切换至最优控制器.

在文献 [27] 中, 需要对输入设定点 $u^r = [1, 1.8]^T$ 进行显式计算, 通过固定的终端等式约束将系统驱动至设定点, 其输出响应和控制输入如图 4(b) 和图 5(b) 所示. 通常在没有模型参数的情况下, 设定点处

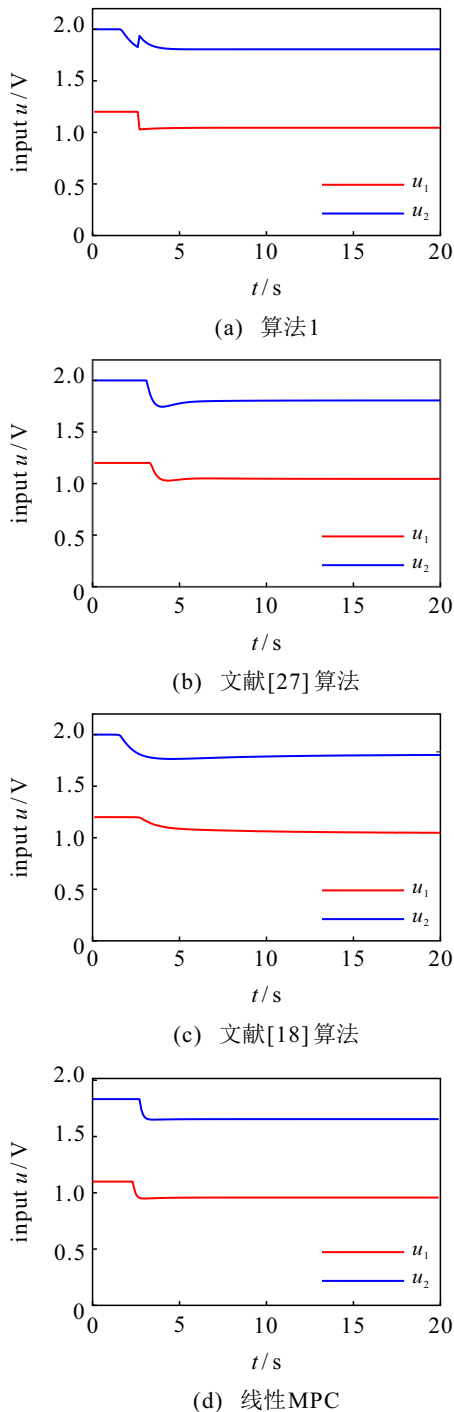


图5 不同算法控制输入

的输入是难以获取的. 与文献 [27] 相比, 本文采用了动态的人工平衡点作为终端等式约束, 因此不需要对输入设定点进行显式计算, 同时具有更加平滑的响应曲线. 在文献 [18] 中也采用了与本文类似的人工平衡点, 然而在接近稳态时, 由于其只考虑有限域内的优化问题, 系统收敛速度缓慢且超调量较大, 其输出响应和控制输入如图 4(c) 和图 5(c) 所示. 与文献 [18] 相比, 算法 1 具有更小的超调和更快的收敛速率. 文献 [27]、文献 [18] 中的算法和所提出算法 1 均属于数据驱动的 MPC 方法. 尽管数据驱动的 MPC

方法在预测精度上可能不及基于精确模型的线性 MPC, 导致性能上并没有提升, 但是, 在系统模型未知的场景下能够实现有效的控制, 具有一定的实用性优势. 基于精确模型的线性模型 MPC 输出响应和控制输入如图 4(d) 和图 5(d) 所示. 与其他数据驱动的 MPC 方法相比, 所提出方法得到的输出响应曲线更接近线性 MPC 的结果, 这是因为在稳态附近邻域内切换为最优控制器, 考虑了无限时域的性能指标, 从而在一定程度上使得系统性能得到了优化.

6 结论

本文提出了一种数据驱动的双模模型预测控制方法, 对具有约束的未知线性离散系统实现了设定点的跟踪. 本文的主要内容如下.

1) 对于未知离散系统, 根据有限数量的数据样本结合系统行为理论预测了系统轨迹, 加入了人工平衡点, 通过滚动优化求解系统控制律, 将系统平稳地驱动至控制不变集内.

2) 在不变集内采用最优控制器, 将输出调节问题分为静态优化问题和动态优化问题. 根据系统输入和状态数据, 采用一种离线策略迭代的方法求解动态优化问题, 同时给出了基于数据的静态优化问题求解方法, 从而得到了局部最优跟踪控制器.

最后验证了所提出方法的稳定性, 通过仿真实验表明了该方法有效可行. 对于线性化参数未知的四容水箱系统, 所提出方法无需对其进行建模辨识, 只通过收集系统运行数据, 便能够将水箱液位调节至设定点. 与已有文献相比, 所提出方法具有更小的超调量和更好的收敛性能. 本文的研究目前未涉及到系统扰动问题, 因此未来将考虑该方法的鲁棒性研究工作.

参考文献 (References)

- [1] Amato F, Ariola M. Finite-time control of discrete-time linear systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2005, 50(5): 724-729.
- [2] Borase R P, Maghade D K, Sondkar S Y, et al. A review of PID control, tuning methods and applications[J]. International Journal of Dynamics and Control, 2021, 9(2): 818-827.
- [3] 李醒飞, 王凡, 拓卫晓, 等. 基于 NOB 的线性自抗扰控制在惯性参考单元中的应用[J]. 控制与决策, 2024, 39(2): 483-489.
(Li X F, Wang F, Tuo W X, et al. Application of linear active disturbance rejection control based on NOB in inertial reference unit[J]. Control and Decision, 2024, 39(2): 483-489.)
- [4] Niwa K, Hattaha K, Sato M, et al. State feedback synthesis for discrete-time linear systems with stochastic

- parameters guaranteeing deterministic H_2 performance and stochastic stability[J]. IFAC-PapersOnLine, 2019, 52(16): 664-669.
- [5] Zhang Y J, Zhang J F, Liu X K, et al. Quantized-output feedback model reference control of discrete-time linear systems[J]. Automatica, 2022, 137: 110027.
- [6] Cai X, Wang C L, Liu S X, et al. Optimal output tracking control of linear discrete-time systems with unknown dynamics by adaptive dynamic programming and output feedback[J]. International Journal of Systems Science, 2022, 53(16): 3426-3448.
- [7] Wang Z M, Ong C J. Distributed model predictive control of linear discrete-time systems with local and global constraints[J]. Automatica, 2017, 81: 184-195.
- [8] Hakimzadeh A, Ghaffari V. Designing of non-fragile robust model predictive control for constrained uncertain systems and its application in process control[J]. Journal of Process Control, 2020, 95: 86-97.
- [9] Gan L K, Zhang P F, Lee J, et al. Data-driven energy management system with Gaussian process forecasting and MPC for interconnected microgrids[J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2021, 12(1): 695-704.
- [10] 赵红专, 吴浩, 卢宁宁, 等. V2X 环境下基于 MPC 算法的弯道区域 CACC 车队轨迹跟踪控制策略[J]. 控制与决策, 2024, 39(3): 975-984.
(Zhao H Z, Wu H, Lu N N, et al. An MPC-based driving trajectory tracking control strategy of CACC fleet in curves under V2X environment[J]. Control and Decision, 2024, 39(3): 975-984.)
- [11] Limon D, Alvarado I, Alamo T, et al. MPC for tracking piecewise constant references for constrained linear systems[J]. Automatica, 2008, 44(9): 2382-2387.
- [12] Limon D, Ferramosca A, Alvarado I, et al. Nonlinear MPC for tracking piece-wise constant reference signals[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2018, 63(11): 3735-3750.
- [13] Köhler J, Müller M A, Allgöwer F. A nonlinear tracking model predictive control scheme for dynamic target signals[J]. Automatica, 2020, 118: 109030.
- [14] Zhang X J, Bujarbaruah M, Borrelli F. Near-optimal rapid MPC using neural networks: A primal-dual policy learning framework[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2021, 29(5): 2102-2114.
- [15] Maiworm M, Limon D, Findeisen R. Online learning-based model predictive control with Gaussian process models and stability guarantees[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2021, 31(18): 8785-8812.
- [16] Willems J C, Markovskiy I, Rapisarda P, et al. A note on persistency of excitation[C]. Proceedings of the 43rd IEEE Conference on Decision and Control. Nassau, 2004: 2630-2631.
- [17] Coulson J, Lygeros J, Dörfler F. Data-enabled predictive control: In the shallows of the DeePC[C]. Proceedings of the 18th European Control Conference. Naples, 2019: 307-312.
- [18] Berberich J, Köhler J, Müller M A, et al. Data-driven tracking MPC for changing setpoints[J]. IFAC-PapersOnLine, 2020, 53(2): 6923-6930.
- [19] Liu W J, Sun J, Wang G, et al. Data-driven self-triggered control via trajectory prediction[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2023, 68(11): 6951-6958.
- [20] Schwenzer M, Ay M, Bergs T, et al. Review on model predictive control: An engineering perspective[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2021, 117(5): 1327-1349.
- [21] Kouvaritakis B, Rossiter J A, Schuurmans J. Efficient robust predictive control[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2000, 45(8): 1545-1549.
- [22] Pang B, Jiang Z P. A data-driven approach for constrained infinite-horizon linear quadratic regulation[C]. Proceedings of the 59th IEEE Conference on Decision and Control. Jeju, 2020: 6010-6015.
- [23] Bemporad A, Morari M, Dua V, et al. The explicit linear quadratic regulator for constrained systems[J]. Automatica, 2002, 38(1): 3-20.
- [24] Huang J, Chen Z Y. A general framework for tackling the output regulation problem[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2004, 49(12): 2203-2218.
- [25] Jiang Y, Kiumarsi B, Fan J L, et al. Optimal output regulation of linear discrete-time systems with unknown dynamics using reinforcement learning[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020, 50(7): 3147-3156.
- [26] Cai C H, Teel A R. Input-output-to-state stability for discrete-time systems[J]. Automatica, 2008, 44(2): 326-336.
- [27] Berberich J, Köhler J, Müller M A, et al. Data-driven model predictive control with stability and robustness guarantees[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2021, 66(4): 1702-1717.

作者简介

刘鑫 (1997-), 男, 博士生, 主要研究方向为复杂过程建模与智能优化控制, E-mail: liuxin@emails.bjut.edu.cn;

严爱军 (1970-), 男, 教授, 博士, 博士生导师, 主要研究方向为复杂过程建模与智能优化控制、人工智能技术及应用, E-mail: yanaijun@bjut.edu.cn.