

# 控制与决策

Control and Decision

## 切换拓扑下二阶多智能体混合事件触发固定时间一致性

王加朋, 杨家宁, 罗家祥

引用本文:

王加朋, 杨家宁, 罗家祥. 切换拓扑下二阶多智能体混合事件触发固定时间一致性[J]. *控制与决策*, 2025, 40(3): 775–784.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2024.0660>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### [多航天器系统分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制](#)

Distributed fixed-time output feedback attitude coordination tracking control for multiple rigid spacecraft  
*控制与决策*. 2021, 36(5): 1049–1058 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0968>

#### [基于变速趋近律的Buck型变换器抗扰动控制](#)

Disturbance rejection control of Buck converters based on variable rate reaching law  
*控制与决策*. 2021, 36(4): 893–900 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1073>

#### [基于模型依赖驻留时间的异步切换控制](#)

Asynchronous switching control based on mode-dependent average dwell time  
*控制与决策*. 2021, 36(3): 609–618 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0645>

#### [带输入饱和的不确定非线性系统自适应模糊触发式补偿控制](#)

Adaptive fuzzy trigger compensation control for uncertain nonlinear system with input saturation  
*控制与决策*. 2021, 36(12): 3007–3014 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0907>

#### [有向切换拓扑条件下多航天器分组姿态协同控制](#)

Group attitude coordinated control of multi-spacecraft with directed switching topologies  
*控制与决策*. 2021, 36(10): 2389–2398 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0311>

# 切换拓扑下二阶多智能体混合事件触发固定时间一致性

王加朋<sup>1,2†</sup>, 杨家宁<sup>1</sup>, 罗家祥<sup>3</sup>

- (1. 河南理工大学 电气工程与自动化学院, 河南 焦作 454003;  
2. 河南省智能装备直驱技术与控制国际联合实验室, 河南 焦作 454003;  
3. 华南理工大学 自动化科学与工程学院, 广州 510640)

**摘要:** 对于任意切换拓扑下含未知干扰的二阶多智能体系统, 基于反步法提出一种新的混合事件触发固定时间一致性控制方法. 首先, 提出一种结合动态事件触发条件和静态事件触发条件的新型混合事件触发机制, 该机制在系统瞬态响应阶段, 基于辅助变量的幂次项设计新的动态事件触发条件, 可以根据智能体的测量误差和速度误差的变化自适应地动态调整触发阈值, 从而自组织地减少事件触发次数; 在系统稳态响应阶段, 采用静态事件触发条件, 基于适当固定阈值能够减少该阶段不必要的触发次数, 有效克服动态变量稳定后触发阈值太小的问题. 其次, 根据多共同 Lyapunov 函数分两阶段证明所提出方法和给出的一致性充分条件能够保证二阶多智能体系统在任意切换拓扑下实现实际固定时间一致性. 然后, 通过设计含双曲正切函数的测量误差的可导性验证系统排除 Zeno 行为. 最后的数字仿真结果验证了所提出控制方法的有效性和优越性.

**关键词:** 二阶多智能体; 固定时间; 混合事件触发; 切换拓扑; 反步法

中图分类号: TP13

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2024.0660

引用格式: 王加朋, 杨家宁, 罗家祥. 切换拓扑下二阶多智能体混合事件触发固定时间一致性 [J]. 控制与决策, 2025, 40(3): 775-784.

## Hybrid event-triggered fixed-time consensus for second-order multi-agent systems under switching topologies

WANG Jia-peng<sup>1,2†</sup>, YANG Jia-ning<sup>1</sup>, LUO Jia-xiang<sup>3</sup>

- (1. School of Electrical Engineering and Automation, Henan Polytechnic University, Jiaozuo 454003, China;  
2. Henan International Joint Laboratory of Direct Drive and Control of Intelligent Equipment, Jiaozuo 454003, China;  
3. College of Automation Science and Technology, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

**Abstract:** A novel hybrid event-triggered fixed-time consensus control method based on backstepping is proposed for second-order multi-agent systems with unknown disturbances under arbitrary switching topologies. Firstly, a new hybrid event-triggered mechanism that combines dynamic and static event-triggered conditions is presented. During the transient response phase of the system, a novel dynamic event-triggered condition is designed based on auxiliary variables' power terms, which can adaptively adjust the triggering threshold according to the evolution of the agents' measurement errors and velocity errors, thereby autonomously reducing the number of event triggers. During the steady-state response phase, a static event-triggered condition is employed with appropriate fixed thresholds to reduce unnecessary triggers in this phase, effectively overcoming the problem of triggering thresholds being too small after dynamic variables stabilize. Then, using multiple common Lyapunov functions, it has been proven through two stages that the proposed control method, along with sufficient consensus conditions, can achieve practical fixed-time consensus for second-order multi-agent systems under arbitrary switching topologies. Subsequently, it has been proven that Zeno behavior is excluded in the system by utilizing the differentiability of designed measurement errors that incorporate hyperbolic tangent functions. Finally, numerical simulation results validate the effectiveness and superiority of the proposed consensus control method.

**Keywords:** second-order multi-agent; fixed-time consensus; hybrid event-triggered; switching topologies; backstepping

收稿日期: 2024-06-03; 录用日期: 2024-08-28.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (61973105); 河南省高校基本科研业务费专项资金项目 (NSFRF240333).

责任编辑: 王龙.

†通信作者. E-mail: jpwang@hpu.edu.cn.

## 0 引言

近年来,随着飞行器编队<sup>[1]</sup>、机器人编队<sup>[2]</sup>等技术发展的需要,多智能体系统一致性控制问题得到广泛研究<sup>[3]</sup>,该问题核心任务是利用智能体之间局部信息设计控制器使各智能体系统状态最终趋于一致.以往多智能体系统一致性控制器大多采用时间周期采样机制<sup>[4]</sup>进行更新,这样会占用智能体计算机系统过多的计算和通信通道资源.

为节省通信资源,事件触发机制<sup>[5]</sup>被引入多智能体系统一致性中,该机制通过触发函数决定各智能体进行信息的传输和控制器的更新.文献[6]对一阶时滞多智能体系统提出了事件触发控制方法,文献[7]对一阶领导跟随多智能体系统设计了与时滞相关的事件触发控制协议.这些事件触发控制方法能够有效降低通信成本,但都采用了固定阈值,属于静态事件触发机制.最近,文献[8]提出了基于辅助动态变量的动态事件触发机制,相比静态事件触发机制,它通过辅助动态变量使触发函数阈值动态实时调整,增强了触发机制的适应性与灵活性,可以减少大量非必要触发次数,节约通信资源.文献[9-10]对一阶线性多智能体系统设计了动态事件触发一致性控制方法.文献[11]对高阶严反馈的非线性多智能体系统提出了动态事件触发一致性控制方法.文献[12]研究了一类非线性离散系统的动态事件触发一致性控制.文献[13]对一类含有扰动的非线性多智能体系统提出了一种基于状态观测器离散时间事件触发控制方法.然而,文献[9-13]的控制结果虽然节省了通信资源,但都是渐近收敛的,难以满足实际应用.

为提高事件触发控制的收敛速度,多智能体系统事件触发有限时间控制方法得到了发展.文献[14]对一类具有输出约束的机械臂系统提出了事件触发控制有限时间自适应方法.文献[15]研究了高阶非线性多智能体系统的事件触发有限时间模糊自适应一致性控制问题.文献[16]对含马尔可夫跳变的离散系统设计了事件触发有限时间模糊控制方法.文献[17]对领导-跟随多智能体系统提出了基于积分滑模的事件触发有限时间控制方法.文献[18]研究了有向拓扑下线性多智能体系统的分布式事件触发有限时间一致性控制方法.文献[14-18]的结果均属于静态事件触发有限时间一致性控制方法,然而该方法依赖系统初始状态.为解决这一问题,固定时间控制方法被应用到多智能体事件触发一致性控制领域.文献[19-20]分别对高阶线性和非线性多智能体

系统研究了静态事件触发固定时间一致性控制.文献[21]对领导-跟随多智能体系统设计了静态事件触发固定时间一致性控制.文献[22]研究了含有扰动的一阶非线性多智能体系统的静态事件触发固定时间一致性控制.文献[23]利用反步法对非严反馈的二阶多智能体系统提出了一种基于模糊的自适应事件触发固定时间控制方法.文献[14-22]的控制结果都是静态事件触发机制,为进一步减少触发次数,已有关于动态事件触发机制下一致性问题的研究.文献[24]研究了一阶非线性多智能体系统的动态事件触发固定时间控制问题,文献[25]针对具有死区的严反馈非线性多智能体系统设计了动态事件触发固定时间控制方法,文献[26]针对含有扰动的领导-跟随二阶多智能体系统设计了动态事件触发固定时间一致性控制方法.虽然文献[19-22,24-26]的事件触发固定时间控制结果获得了快速的收敛速度,但都没考虑多智能体通信切换拓扑的情形,很难满足应用实际需求,这是因为智能体通信网络拓扑结构会受到传感器传输距离限制和信号干扰等因素影响而发生突然改变.此外,虽然动态事件触发机制能够有效减少事件触发次数,但在系统趋于一致稳态时,动态变量趋于零,这会导致系统一致稳态时依然存在不必要的触发.因此,针对多智能体系统研究探索一种满足任意切换拓扑下触发次数较少且收敛速度较快的一致性控制方法仍然具有实用性和挑战性.

根据上述研究分析,本文对任意切换拓扑下含有未知干扰的二阶多智能体系统提出一种触发次数少、收敛速度快的新型混合事件触发实际固定时间一致性控制方法;同时,基于多共同 Lyapunov 函数证明系统实际固定时间一致性以及利用测量误差的可导性证明系统不存在 Zeno 行为.研究结果对通信切换拓扑变化下含干扰的二阶多智能体系统(如无人机群<sup>[1]</sup>、机器人群<sup>[2]</sup>等),开发收敛速度快和能节省通信触发资源的分布式一致性控制技术具有重要的理论意义和应用价值.本文主要工作如下:

- 1) 提出一种结合动态事件触发条件和静态事件触发条件的新型混合事件触发机制,该触发机制根据速度误差分为瞬态响应和稳态响应两个阶段.在瞬态响应阶段,引入辅助变量并根据测量误差和速度误差构建其动态方程,基于辅助变量的幂次项设计一种新的动态事件触发条件,可以在瞬态收敛阶段动态调整触发阈值,从而自组织地减少事件触发次数;在稳态响应阶段,动态变量稳定后触发阈值太小而导致不必要触发增多,采用静态事件触发条件能减少该阶段不必要的触发.

2) 与文献 [19-26] 的固定拓扑下一致性结果不同, 本文对二阶多智能体系统提出的共同 Lyapunov 函数与拉普拉斯矩阵无关, 即与多智能体间的通信拓扑无关, 结合反步法设计的控制方法能够在任意切换拓扑下使系统实现实际一致性, 与文献 [24,27] 相比, 本文的结果取消了严苛的等式约束条件, 因为所构造的共同 Lyapunov 函数中含有动态变量的二次项, 放宽了一致性条件.

3) 基于多共同 Lyapunov 函数分两阶段证明了所提出混合事件触发控制方法和一致性充分条件能够保证二阶多智能体系统在任意切换拓扑下实现实际固定时间一致性.

## 1 预备知识及引理

### 1.1 图论

考虑个体数量为  $N$  的多智能体系统, 图  $G = (V, E, A)$  表示各智能体之间的通信拓扑图, 顶点集合  $V = \{v_1, \dots, v_N\}$  代表  $N$  个智能体,  $E \subseteq V \times V$  是连接两个顶点的边组成的集合,  $A = [a_{ij}]_{N \times N}$  表示邻接的权重矩阵. 如果连接两个顶点的边是双向连通的, 则称图  $G$  为无向图, 边  $(i, j)$  记作  $\varepsilon_{i,j} \in E$ , 表示智能体  $j$  能够获得来自智能体  $i$  的信息. 邻接矩阵  $A = [a_{ij}]_{N \times N}$  定义为: 当  $\varepsilon_{i,j}(i \neq j) \in E$  时,  $a_{ij} = 1$ , 否则  $a_{ij} = 0$ .

当  $G$  是无向图时, 有  $\varepsilon_{i,j} \in E \Leftrightarrow \varepsilon_{j,i} \in E$ , 即  $a_{ij} = a_{ji} > 0$ , 否则  $a_{ij} = a_{ji} = 0$ . 对于无向图  $G$ , 若在任意一对顶点之间均有一条路径, 则称图  $G$  是连通的. 本文所考虑的通信拓扑是无向且连通的. 度矩阵被定义为  $D = \text{diag}\{d_1, \dots, d_N\}$ , 其中  $d_i = \sum_{i=1, j \neq i}^N a_{ij}$ . 图  $G$  的 Laplacian 矩阵  $L = [l_{ij}]_{N \times N}$  被定义为  $L = D - A$ .

### 1.2 相关引理

**引理 1**<sup>[16]</sup> 考虑系统  $\dot{x}(t) = f(x(t), t)$ , 其中  $x = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T \in R^N$ , 初值  $x(0) = x_0$ ,  $f(x(t), t) : R^N \times R^+ \rightarrow R^N$  是非线性函数, 且  $f(0, t) = 0$ . 对于 Lyapunov 函数  $V(x(t))$ , 系统任意的解  $x(t)$  满足  $D^+V(x(t)) \leq -\alpha V^p(x(t)) - \beta V^q(x(t)) + \gamma$ . 其中:  $\alpha, \beta, \gamma > 0$ ;  $p \in (0, 1)$ ;  $q \in (1, +\infty)$ ;  $D^+V(t)$  表示求函数  $V$  的右上导数. 则称系统达到全局实际固定时间稳定, 且系统解的集合为

$$\left\{ \lim_{t \rightarrow T} x(t) \mid V(x(t)) \leq \min \left\{ \alpha^{-\frac{1}{p}} \left( \frac{\gamma}{1-\kappa} \right)^{\frac{1}{p}}, \beta^{-\frac{1}{q}} \left( \frac{\gamma}{1-\kappa} \right)^{\frac{1}{q}} \right\} \right\},$$

收敛时间满足

$$T(x_0) \leq T_{\max} = \frac{1}{\alpha\kappa(1-p)} + \frac{1}{\beta\kappa(q-1)},$$

其中  $0 < \kappa < 1$ .

**引理 2**<sup>[6]</sup> 假设  $w_1, w_2, \dots, w_N \geq 0, 0 < p < 1, q > 1$ , 则有

$$\left( \sum_{i=1}^N w_i \right)^p \leq \sum_{i=1}^N w_i^p \leq N^{1-p} \left( \sum_{i=1}^N w_i \right)^p,$$

$$\left( \sum_{i=1}^N w_i \right)^q \geq \sum_{i=1}^N w_i^q \geq N^{1-q} \left( \sum_{i=1}^N w_i \right)^q.$$

**引理 3**<sup>[12]</sup> 连通无向图  $G$  的拉普拉斯矩阵  $L(A) \in R^{N \times N}$ , 简记为  $L$ , 是半正定对称矩阵, 它的特征值从小到大为  $0 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_N, 1 = [1, 1, \dots, 1]^T \in R^N$  是与特征值 0 对应的特征向量, 如果  $1^T x = 0, x = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T$ , 则  $\lambda_2 x^T x \leq x^T L x \leq \lambda_N x^T x$ , 其中,  $x^T L x = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} (x_i - x_j)^2$ .

**引理 4**<sup>[22]</sup> 对于任意实数  $y \in R$ , 有  $0 \leq |y| - y \tanh(\psi y) \leq \iota / \psi$ . 其中:  $\psi \gg 1, \iota = 0.2785$ .

## 2 问题描述

考虑由  $N$  个智能体组成含未知干扰的二阶多智能体系统, 智能体  $i$  的动力学方程描述为

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = v_i(t), \\ \dot{v}_i(t) = u_i(t) + d_i(t, x_i(t), v_i(t)). \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $i = 1, 2, \dots, N, x_i(t) \in R^n$  为智能体  $i$  的状态变量, 正整数  $n$  为维数,  $v_i(t) \in R^n$  为智能体  $i$  的速度变量,  $u_i(t) \in R^n$  为系统控制输入,  $d_i(t, x_i(t), v_i(t)) \in R^n$  为不确定外部干扰. 为清楚地展示研究结果, 本文假设智能体在一维空间中 ( $n = 1$ ), 即  $x_i(t), v_i(t), u_i(t), d_i \in R$ , 所获研究结果可用 Kronecker 积推广  $n \geq 2$  维空间上的智能体系统.

**定义 1** 对二阶多智能体系统 (1) 给定一致性控制器  $u_i$ , 对任意初始条件  $[x_i(0), v_i(0)]^T, i = 1, 2, \dots, N$ , 都存在与之对应的收敛时间  $T$  以及一个足够小的正常数  $\Delta$ , 如果任意两个智能体  $i, j \in \{1, 2, \dots, N\}$ , 都有  $\lim_{t \rightarrow T} |x_i(t) - x_j(t)| \leq \Delta$  和  $\lim_{t \rightarrow T} |v_i(t) - v_j(t)| \leq \Delta$  成立, 当  $t \geq T$  时,  $|x_i(t) - x_j(t)| \leq \Delta$  和  $|v_i(t) - v_j(t)| \leq \Delta$  也都成立, 而且存在固定的有界常数  $T_{\max} > 0$ , 对所有初始条件下收敛时间都满足  $T \leq T_{\max}$ , 则称系统 (1) 实现实际固定时间一致性. 特别地, 如果  $\Delta = 0$ , 则称系统 (1) 实现固定时间一致性.

本文控制目标是对在通信拓扑切换的情况下的二阶多智能体系统 (1) 设计一种混合事件触发固定

时间控制方法,使各智能体仅利用局部信息交换,无需连续进行控制器更新和通信,并且以较少的触发次数在固定时间 $T_{\max} > 0$ 内实现实际一致性.系统(1)所有可能的通信拓扑图用连通的无向图图集 $G_s = \{G_1, G_2, \dots, G_M\}$ 表示,其中 $G_l = G(A^{(l)}) (\forall l \in \Gamma = \{1, 2, \dots, M\}, M$ 为正整数)表示为切换通信拓扑结构的个数, $\Gamma$ 是图集 $G_s$ 的索引集.未知的通信拓扑变化可以用切换信号 $h(t) : [0, +\infty) \rightarrow \Gamma$ 描述,则 $t$ 时刻系统(1)的通信拓扑结构图是在图集 $G_s$ 里的索引为 $h(t)$ 的图 $G_{h(t)} \in G_s$ .

**假设1** 对于智能体 $i$ 受到的外部未知干扰 $d_i(x_i(t), v_i(t), t)$ 满足 $|d_i(x_i(t), v_i(t), t)| \leq D, \forall i$ ,其中 $D > 0$ 是一个已知常数.

**假设2** 多智能体系统(1)的通信拓扑无向图在任意时刻 $t$ 都是连通的.

**注1** 假设1考虑干扰有界,实际应用系统<sup>[1-2]</sup>中普遍存在的未知干扰不能精确测量,但其界限容易测定.假设2确保每个智能体能够利用邻居信息,简单假设是方便探索新型混合事件触发一致性方法.

### 3 主要结果

#### 3.1 混合事件触发固定时间一致性控制器

本文基于反步控制智能体的控制输入,采用双曲正切函数(记 $\tanh(\cdot)$ )避免了抖振现象或不连续问题.首先,为各智能体 $i$ 设计一个虚拟速度 $v_i^*(t), i \in \{1, 2, \dots, N\}$ ,为保证多智能体系统(1)在固定时间内达到一致收敛的状态, $v_i^*(t)$ 设计为

$$v_i^*(t) = -b_1 \chi_i^\varpi(t) - b_2 \tanh(\vartheta \chi_i(t)) + \tau. \quad (2)$$

其中: $\chi_i(t)$ 描述了与智能体 $i$ 相邻通信连通智能体间的局部位置信息交换情况,定义为 $\chi_i(t) = \sum_{j=1}^N a_{ij}(x_i(t) - x_j(t)); b_1, b_2, \tau$ 为正设计常数; $\vartheta \gg 1$ 为设计参数; $\varpi > 2$ 是满足正奇数之比的设计参数.

定义智能体 $i$ 的速度误差变量

$$e_i(t) = v_i(t) - v_i^*(t). \quad (3)$$

为实现控制目标,只需设计一致性控制器 $u_i(t)$ 使真实速度 $v_i(t)$ 能够在固定的时间内跟踪上设计的虚拟速度 $v_i^*(t)$ ,则设计分布式一致性控制器

$$u_i(t) = -b_1 \varpi \chi_i^{\varpi-1}(t_{k_i}^i) \xi_i(t_{k_i}^i) - b_5 \chi_i(t_{k_i}^i) - b_2 \vartheta (1 - \tanh^2(\vartheta \chi_i(t_{k_i}^i))) \xi_i(t_{k_i}^i) - b_3 e_i^\varpi(t_{k_i}^i) - b_4 \tanh(\vartheta e_i(t_{k_i}^i)). \quad (4)$$

其中: $\xi_i(t)$ 表示与智能体 $i$ 相邻通信连通智能体间的局部速度误差之和,定义为 $\xi_i(t) = \sum_{j=1}^N a_{ij}(v_i(t) -$

$v_j(t))$ ;设计常数 $b_3, b_4$ 为正, $b_5 \geq 1$ ;  $t_k^i$ 表示智能体 $i$ 第 $k(k = 1, 2, \dots)$ 次事件触发时刻,在时间 $t \in [t_k^i, t_{k+1}^i)$ 内智能体 $i$ 的控制输入由零阶保持器作用保持不变.

定义智能体 $i$ 测量误差

$$E_i(t) = b_1 \varpi \chi_i^{\varpi-1}(t_k^i) \xi_i(t_k^i) - b_1 \varpi \chi_i^{\varpi-1}(t) \xi_i(t) + b_2 \vartheta (1 - \tanh^2(\vartheta \chi_i(t_k^i))) \xi_i(t_k^i) + b_3 e_i^\varpi(t_k^i) + b_4 \tanh(\vartheta e_i(t_k^i)) + b_5 \chi_i(t_{k_i}^i) - b_3 e_i^\varpi(t) - b_5 \chi_i(t) - b_2 \vartheta (1 - \tanh^2(\vartheta \chi_i(t))) \xi_i(t) - b_4 \tanh(\vartheta e_i(t)). \quad (5)$$

基于测量误差(5),智能体 $i$ 的触发函数定义为

$$\phi_i(t) = |E_i(t)| - \omega b_3 |e_i^\varpi(t)| - \omega b_4, \quad (6)$$

其中 $\omega \in (0, 1]$ 为设计参数.

为在瞬态响应阶段设计动态事件触发条件,对智能体 $i$ 引入辅助动态变量 $\varphi_i$ ,根据测量误差和速度误差设计如下固定时间收敛的新型动态方程:

$$\dot{\varphi}_i(t) = -\mu \varphi_i(t) (|E_i(t)| + \omega b_3 |e_i^\varpi(t)| + \omega b_4 + b_6) - \alpha \varphi_i^\varpi(t) - \frac{1}{\delta} |e_i(t)| \varphi_i^{\varpi-2}(t). \quad (7)$$

其中:辅助动态变量的初始值为 $\varphi_i(0) > 0$ ,且 $\alpha > 0, \mu \in (0, 1]$ 都是设计参数.

为兼顾减少瞬态响应和稳态响应两个阶段的事件触发次数,为多智能体系统(1)设计如下一种新型混合事件触发机制:

$$t_{k+1}^i = \begin{cases} \max\{t \in R \mid t > t_k^i \cap \delta \phi_i(t) \geq \varphi_i^{\varpi-1}(t), \\ |e_i(t)| \geq \varepsilon\}, & (8a) \\ \max\{t \in R \mid t > t_k^i \cap \delta \phi_i(t) \geq \beta_i\}, \\ |e_i(t)| < \varepsilon. & (8b) \end{cases}$$

其中: $\delta > 0, \beta_i > 0, \varepsilon > 0, i = 1, 2, \dots, N, k = 1, 2, \dots, \beta_i, \varepsilon$ 都是设计参数.

**注2** 机制(8)在瞬态响应阶段,基于辅助变量幂次项的动态事件触发条件(8a),可以在瞬态收敛阶段根据动态方程(7)而自适应地调整触发阈值,从而自组织地减少事件触发次数.根据式(7)和(8a),辅助动态变量满足 $\dot{\varphi}_i(t) \geq \Psi(t)$ ,得到 $\eta_i(t) \geq e^{\int_0^t \Psi(t) dt} \varphi_i(0) > 0$ ,其中 $\Psi(t) = -\left(\alpha - \frac{\mu}{\delta}\right) \varphi_i^\varpi(t) - 2\mu \varpi(t) (\omega b_3 |e_i^\varpi(t)| + \omega b_4 + b_6) - \frac{1}{\delta} |e_i(t)| \varphi_i^{\varpi-2}(t)$ .在稳态响应阶段,采用适当固定阈值的静态事件触发条件(8b)能够克服动态变量稳定后触发阈值太小问题,减少该阶段不必要的触发次数.

**注3** 当系统(1)的通信拓扑图切换变化时,智能体 $i$ 根据新的局部邻居智能体信息和混合事件触

发机制 (8) 决定是否触发并进行控制器 (4) 的更新.

### 3.2 稳定性分析

**定理 1** 任意切换拓扑下二阶多智能体系统 (1) 满足假设 1 和假设 2, 在基于混合触发机制 (8) 的控制器 (4) 作用下, 控制参数满足下式:

$$b_4(1 - \omega) - D \geq 0, \sqrt{2\lambda_2^{\min}(L_2)}(b_2 - \tau) \geq 0, \alpha - \frac{\mu}{\delta} \geq 0, b_4(1 - \omega) - D + \frac{\beta_i}{\delta} \geq 0, \quad (9)$$

关于任意初始状态的多智能体系统 (1) 都能实现实际固定时间一致. 其中:  $\lambda_2^{\min}(L_2) = \min(\lambda_2(L_2(t)))$ , 且固定收敛时间为

$$T_{\max} = \max\{T_{\max}^1 + T_{\max}^2\}. \quad (10)$$

$T_{\max}^1, T_{\max}^2$  定义如下 (其中参数  $K_1, K_2, K'_1, K'_2$  证明中给出):

$$T_{\max}^1 = \frac{3^{\frac{2}{1-\varpi}}}{K_1\kappa(\varpi - 1)} + \frac{2}{K_2\kappa}, T_{\max}^2 = \frac{2^{\frac{2}{1-\varpi}}}{K'_1\kappa(\varpi - 1)} + \frac{2}{K'_2\kappa}.$$

**证明** 1) 当误差变量  $|e_i(t)| \geq \varepsilon$  时, 采用动态事件触发条件 (8a), 构建如下共同 Lyapunov 函数:

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N e_i^2(t) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N x_i^2(t) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \varphi_i^2(t). \quad (11)$$

$$\text{令 } V_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N e_i^2(t), V_2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N x_i^2(t). \text{ 对式 (11)}$$

进行求导, 并将触发机制 (8a) 和动态变量 (7) 以及引理 4 代入计算, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & \sum_{i=1}^N |e_i(t)| \left( \omega b_3 |e_i^\varpi(t)| + \omega b_4 + \frac{1}{\delta} \varphi_i^{\varpi-1}(t) \right) - \\ & b_3 \sum_{i=1}^N |e_i(t)|^{\varpi+1} - (b_4 - D) \sum_{i=1}^N |e_i(t)| - \\ & b_5 \sum_{i=1}^N e_i(t) \chi_i(t) - b_1 \sum_{i=1}^N |\chi_i(t)|^{\varpi+1} - \\ & b_2 \sum_{i=1}^N |\chi_i(t)| + \sum_{i=1}^N e_i(t) \chi_i(t) + \frac{N\iota(b_4 + b_2)}{\vartheta} - \\ & \alpha \sum_{i=1}^N \varphi_i^{\varpi+1}(t) + \sum_{i=1}^N \varphi_i(t) \left( -\frac{1}{\delta} |e_i(t)| \eta_i^{\varpi-2}(t) + \right. \\ & \left. \tau \sum_{i=1}^N |\chi_i(t)| - \mu \varphi_i(t) (|E_i(t)| + \omega b_4 + \right. \\ & \left. \omega b_3 |e_i^\varpi(t)| + b_6) \right). \quad (12) \end{aligned}$$

又由切换触发机制条件 (8a), 式 (12) 可改写为

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & -b_3 N(1 - \omega) \varepsilon^{\varpi+1} - N(b_4(1 - \omega) - D) \varepsilon - \\ & b_1 \sum_{i=1}^N |\chi_i(t)|^{\varpi+1} - b_6 \mu \sum_{i=1}^N \varphi_i^2(t) + \frac{N\iota(b_4 + b_2)}{\vartheta} - \\ & (b_2 - \tau) \sum_{i=1}^N |\chi_i(t)| - \left( \alpha - \frac{\mu}{\delta} \right) \sum_{i=1}^N \varphi_i^{\varpi+1}(t). \quad (13) \end{aligned}$$

由引理 2 和引理 3 可得, 式 (13) 在满足式 (9) 条件下, 有

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & -K_1(V_1(t) + V_2(t) + \sum_{i=1}^N \varphi_i^2(t))^{\frac{1+\varpi}{2}} - \\ & K_2(V_1(t) + V_2(t) + \sum_{i=1}^N \varphi_i^2(t))^{\frac{1}{2}} + \\ & \frac{N\vartheta b_6 \mu + N\iota(b_4 + b_2)}{\vartheta}. \quad (14) \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} K_1 = \min & \left\{ b_3(1 - \omega) N^{\frac{1-\varpi}{2}}, \left( \alpha - \frac{\mu}{\delta} \right) N^{\frac{1-\varpi}{2}}, \right. \\ & \left. b_1 N^{\frac{1-\varpi}{2}} (2\lambda_2^{\min}(L_{\frac{2}{\varpi+1}}))^{\frac{\varpi+1}{2}} \right\}, \\ K_2 = \min & \{ N b_4(1 - \omega) - D, 2N b_6 \mu, \\ & \sqrt{2\lambda_2^{\min}(L_2)}(b_2 - \tau) \}. \quad (15) \end{aligned}$$

又由引理 2 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & -3^{\frac{1-\varpi}{2}} K_1(V(t))^{\frac{1+\varpi}{2}} - K_2(V(t))^{\frac{1}{2}} + \\ & \frac{N\vartheta b_6 \mu + N\iota(b_4 + b_2)}{\vartheta}. \quad (16) \end{aligned}$$

由式 (16) 可看出, 当速度误差变量  $|e_i(t)| \geq \varepsilon$  时, 多智能体系统 (1) 可实现实际固定时间一致性, 且收敛时间为  $T_{\max}^1$ .

2) 当速度误差变量  $|e_i(t)| < \varepsilon$  时, 采用静态事件触发条件 (8b), 建立如下共同 Lyapunov 函数:

$$V^*(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N e_i^2(t) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N x_i^2(t). \quad (17)$$

对式 (17) 进行求导, 将切换触发机制 (8b) 代入计算, 有

$$\begin{aligned} \dot{V}^*(t) \leq & -b_3(1 - \omega) \sum_{i=1}^N |e_i(t)|^{\varpi+1} - (b_2 - \tau) \sum_{i=1}^N |\chi_i(t)| - \\ & \left( b_4(1 - \omega) - D + \frac{\beta_i}{\delta} \right) \sum_{i=1}^N |e_i(t)| + \frac{N\iota(b_2 + b_4)}{\vartheta} - \\ & (b_5 - 1) \sum_{i=1}^N e_i(t) \chi_i(t) - b_1 \sum_{i=1}^N \chi_i^{\varpi+1}(t). \quad (18) \end{aligned}$$

应用引理 3 的不等式, 式 (18) 可写为

$$\begin{aligned} \dot{V}^*(t) \leq & -b_3(1-\omega)N^{\frac{1-\varpi}{2}}(2V_1(t))^{\frac{\varpi+1}{2}} + \frac{N\iota(b_2+b_4)}{\vartheta} - \\ & b_1N^{\frac{1-\varpi}{2}}(2\lambda_2^{\min}V_2(t))^{\frac{\varpi+1}{2}} - (b_2-\tau)(2\lambda_2^{\min}V_2(t))^{\frac{1}{2}} - \\ & \left(b_4(1-\omega) - D + \frac{\beta_i}{\delta}\right)(2V_1(t))^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (19)$$

式(19)在满足式(9)条件下,有

$$\begin{aligned} \dot{V}^*(t) \leq & -2^{\frac{1-\varpi}{2}}K'_1(V_1(t)+V_2(t))^{\frac{1+\varpi}{2}} - K'_2(V_1(t)+ \\ & V_2(t))^{\frac{1}{2}} + \frac{N\vartheta b_6\mu + N\iota(b_2+b_4)}{\vartheta}. \end{aligned} \quad (20)$$

其中

$$\begin{aligned} K'_1 &= \min\left\{2^{\frac{\varpi+1}{2}}b_3(1-\omega)N^{\frac{1-\varpi}{2}}, \right. \\ & \left. b_1N^{\frac{1-\varpi}{2}}(2\lambda_2^{\min}(L_{\frac{2}{\varpi+1}}))^{\frac{\varpi+1}{2}}\right\}, \\ K'_2 &= \min\left\{b_4(1-\omega) - D + \frac{\beta_i}{\delta}, \right. \\ & \left. \sqrt{2\lambda_2^{\min}(L_2)(b_2-\tau)}\right\}. \end{aligned} \quad (21)$$

又由引理2可得

$$\begin{aligned} \dot{V}^*(t) \leq & -2^{\frac{1-\varpi}{2}}K'_1(V(t))^{\frac{1+\varpi}{2}} - K'_2(V(t))^{\frac{1}{2}} + \\ & \frac{N\vartheta b_6\mu + N\iota(b_2+b_4)}{\vartheta}. \end{aligned} \quad (22)$$

由式(22)可看出,当速度误差变量 $|e_i(t)| < \varepsilon$ 时,多智能体系统(1)亦可实现实际固定时间收敛,且收敛时间为 $T_{\max}^2$ .

综上,多智能体系统(1)在所提出控制方法下可实现实际固定时间一致性,且收敛固定时间上界为

$$\begin{aligned} T_{\max} &= \max\left\{\frac{3^{\frac{2}{1-\varpi}}}{K_1\kappa(\varpi-1)} + \frac{2}{K_2\kappa} + \right. \\ & \left. \frac{2^{\frac{2}{1-\varpi}}}{K'_1\kappa(\varpi-1)} + \frac{2}{K'_2\kappa}\right\}. \end{aligned} \quad (23)$$

定理得证.  $\square$

**注4** 假设2虽然对多智能体系统的通信拓扑要求是无向图且连通的,但通信拓扑结构可任意切换.由证明过程可以得出:本文方法可直接推广到含有生成树的有向图通信下的智能体系统;如果设定适当的通信采样周期,采样周期内可不连通,能够推广到采样通信下的情况;当设定适当驻留时间时,也容易推广到联合联通的情况.

### 3.3 排除 Zeno 行为

**定理2** 切换拓扑下二阶多智能体系统(1)在基于混合事件触发机制(8)的控制器(4)作用下不存在 Zeno 行为.

**证明** 由 $\xi_i(t)$ 的表达式可得

$$\begin{aligned} |\xi_i(t)| \leq & \left|\sum_{j=1}^N a_{ij}(e_i(t) - e_j(t))\right| + 2b_2\sum_{j=1}^N a_{ij} + \\ & b_1\left|\sum_{j=1}^N a_{ij}(-\chi_i^{\varpi}(t) + \chi_j^{\varpi}(t))\right| \leq \\ & |e(t)|_1 + (l_{ii} - 1)|e(t)|_2 + \\ & 2b_1l_{ii}|e(t)|_2^{\varpi} + 2b_2l_{ii} \leq \psi_{i1}, \end{aligned} \quad (24)$$

其中

$$\begin{aligned} \psi_{i1} &= (l_{ii} - 1 + N^{\frac{1}{2}})(2V_1(0))^{\frac{1}{2}} + 2c_2l_{ii} + \\ & 2c_1l_{ii}(2\lambda_N^{\max}V_2(0))^{\frac{\varpi-1}{2}}. \end{aligned}$$

根据测量误差(5)可得

$$\begin{aligned} D^+|E_i(t)| \leq & |\dot{E}_i(t)| = \\ & |-(b_1\varpi\chi_i^{\varpi-1}(t)\xi_i(t))' - (b_3e_i^{\varpi}(t))' - \\ & (b_2\vartheta(1 - \tanh^2(\vartheta\chi_i(t)))\xi_i(t))' - \\ & (b_4\tanh(\vartheta e_i(t)))' - (b_5\chi_i(t))'| \leq \\ & \psi_2(|u_i(t)| + D) + \psi_3|\dot{\xi}_i(t)| + \psi_4\xi_i^2(t) + \\ & \psi_2|b_1\varpi(2\lambda_N^{\max}V_2(0))^{\frac{\varpi-1}{2}} + b_2\psi||\xi_i(t)| + b_5|\xi_i(t)| \leq \\ & \psi_2(|u_i(t)| + D) + \psi_{i1}(\psi_2\psi_3 + b_5) + \\ & \psi_{i1}^2\psi_4 + \psi_3\left(\left|\sum_{j=1}^N l_{ij}u_j(t_{k_j(t)}^j)\right| + 2l_{ii}D\right) \leq \\ & \zeta(t_{k_i}^i, t_{k_j(t)}^j). \end{aligned} \quad (25)$$

其中

$$\begin{aligned} \psi_2 &= |b_3\varpi(2V_1(0))^{\frac{\varpi-1}{2}} + b_4\vartheta|, \\ \psi_3 &= |b_1\varpi(2\lambda_N^{\max}V_2(0))^{\frac{\varpi-1}{2}} + b_2\vartheta|, \\ \psi_4 &= |2b_2\vartheta^2| + |b_1\varpi(\varpi-1)(2\lambda_N^{\max}V_2(0))^{\frac{\varpi-1}{2}}|, \\ \zeta(t_{k_i}^i, t_{k_j(t)}^j) &= \\ & \psi_2\left(\left|\sum_{j=1}^N l_{ij}u_j(t_{k_j(t)}^j)\right| + 2l_{ii}D\right) + \psi_{i1}\psi_2\psi_3 + \\ & \psi_{i1}^2\psi_4 + b_5\psi_{i1} + \psi_2(|u_i(t_{k_i}^i)| + D). \end{aligned}$$

$\zeta(t_{k_i}^i, t_{k_j(t)}^j)$ 有一个上界 $\zeta_M$ ,  $t_{k_j(t)}^j$ 是个体 $j$ 最新的触发时刻.由于 $E_i(t_{k_i}^i) = 0$ ,可以得到如下不等式:

$$|E_i(t)| \leq \int_{t_{k_i}^i}^t |\dot{E}_i(s)| ds \leq \int_{t_{k_i}^i}^t \zeta(t_{k_i}^i, t_{k_j(t)}^j) ds. \quad (26)$$

当误差函数 $|e_i(t)| \geq \varepsilon$ 时,多智能体系统采用动态触发机制,由触发函数(6)、动态触发条件(8a)和不等式(26),可以得到如下结论成立:

$$\begin{aligned} |E_i(t_{k_{i+1}}^i)| &= \varphi_i^{\varpi-1}(t) + \omega b_3|e_i^{\varpi}(t_{k_{i+1}}^i)| + \omega b_4 \leq \\ & \int_{t_{k_i}^i}^{t_{k_{i+1}}^i} \zeta(t_{k_i}^i, t_{k_j(t)}^j) ds. \end{aligned} \quad (27)$$

因此,可以得到

$$t_{k_{i+1}}^i - t_{k_i}^i \geq \frac{\varphi_i^{\varpi-1}(t) + \omega b_3 \varepsilon^{\varpi} + \omega b_4}{\zeta_M} > 0. \quad (28)$$

当误差函数  $|e_i(t)| \leq \varepsilon$  时,多智能体系统采用静态触发机制,由上述触发函数(6)、静态触发条件和上述不等式(26),可以得到如下结论成立:

$$|E_i(t_{k_{i+1}}^i)| = \beta_i + \omega b_3 |e_i^{\varpi}(t_{k_{i+1}}^i)| + \omega b_4 \leq \int_{t_{k_i}^i}^{t_{k_{i+1}}^i} \zeta(t_{k_i}^i, t_{k_j(t)}^j) ds. \quad (29)$$

因此,可得

$$t_{k_{i+1}}^i - t_{k_i}^i \geq \frac{\beta_i + \omega b_4}{\zeta(t_{k_i}^i, t_{k_j(t)}^j)} \geq \frac{\beta_i + \omega b_4}{\zeta_M} > 0. \quad (30)$$

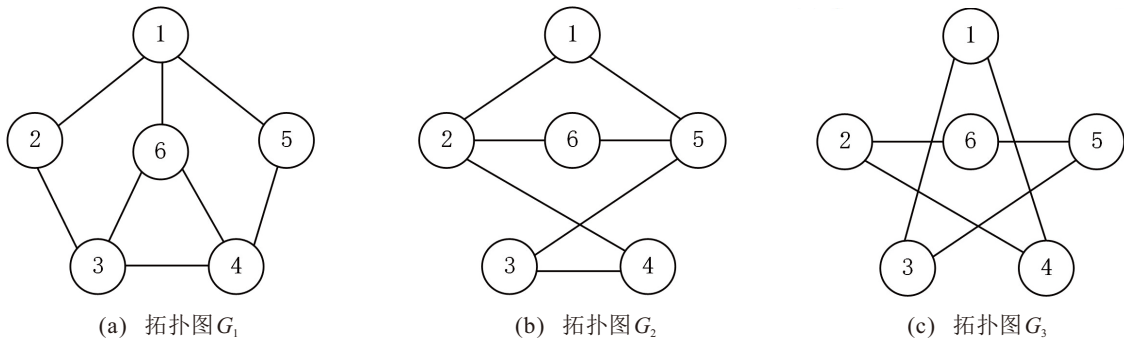


图1 多智能体系统的切换拓扑结构

#### 4.1 本文混合事件触发固定时间控制实验

根据定理1设置控制器(4)的参数为  $b_1 = 0.001$ ,  $b_2 = 0.6$ ,  $b_3 = 1$ ,  $b_4 = 10$ ,  $b_5 = 30$ ,  $\varpi = 13/5$ ,  $\vartheta = 100$ ,  $\tau = 0.5$ . 辅助动态变量(7)和混合事件触发机制(8)的参数设定为  $\omega = 0.6$ ,  $\delta = 0.6$ ,  $\mu = 0.02$ ,  $\alpha = 0.06$ ,  $b_6 = 0.2$ ,  $\varphi_i(0) = 13$ ,  $\varepsilon = 0.4$ ,  $\beta_i = [0.4; 1; 0.4; 1; 0.4; 1]$ . 设置系统通信拓扑切换变化机制为: 当  $t < 0.03$  s 时,通信拓扑图为图1(a), 当  $0.03 \text{ s} \leq t < 0.06$  s 时,通信拓扑图为图1(b), 当  $t \geq 0.06$  s 时,通信拓扑图为图1(c).

多智能体系统在所提出混合事件触发固定时间控制下实验仿真结果如图2~图4所示,图2展示了各智能体状态  $x_i(t)$ 、速度  $v_i(t)$  和触发时刻  $t_k^i$  的变化,图3给出动态变量  $\varphi_i(t)$  的变化,图4刻画了所设计的虚拟速度与智能体的真实速度之间的误差.

从图2可看出多智能体系统在约 0.95 s 实现了一致性;从图3可看出动态变量  $\varphi_i(t)$  缓慢下降并逐渐收敛至 0 的右上小邻域内,验证了所设计动态变量的非负性.从图2各智能体触发时刻图可得出全部智能体在本文所提出的混合事件触发固定时间控制作用下实现一致性过程中,大量减少了不必要的触发,节省了大量通信资源.从图4可看出,各智能体在 0.87 s 左右跟踪上了其虚拟速度,并最终达到

由式(28)和(30)可得,系统不存在 Zeno 行为. □

#### 4 仿真实例

实验考虑有  $N = 6$  个智能体组成,设置  $i = 1, 3, 5$  号智能体所受到的干扰为  $d(x_i(t), v_i(t), t) = 0.5 \sin(v_i(t)) + 0.8 \cos(x_i(t))$ ;  $i = 2, 4, 6$  号智能体所受到的干扰为  $d(x_i(t), v_i(t), t) = 0.5 \cos(v_i(t)) + 0.8 \sin(x_i(t))$ . 可知  $D = 1.3$ . 令初始位置状态为  $x_0 = [4; -2; 2.8; -2.3; 1.7; -3.9]$ , 初始速度状态为  $v_0 = [-0.2; 0.8; -1.5; 2.1; 1.4; -1.6]$ , 考虑多智能体之间的通信拓扑切换如图1所示.

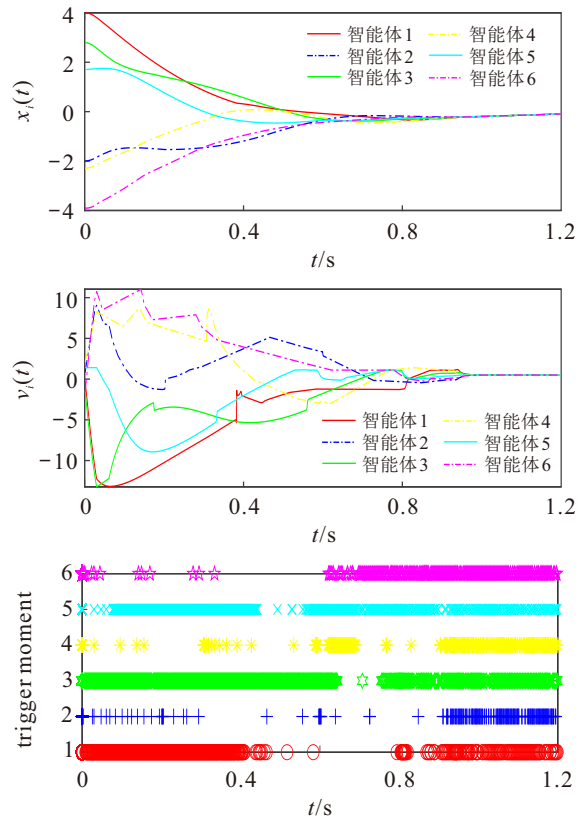


图2 混合事件触发下智能体的  $x_i(t)$ ,  $v_i(t)$ ,  $t_k^i$  变化一致.

#### 4.2 动态事件触发固定时间控制对比实验

为验证所提出混合事件触发机制的优势,考虑

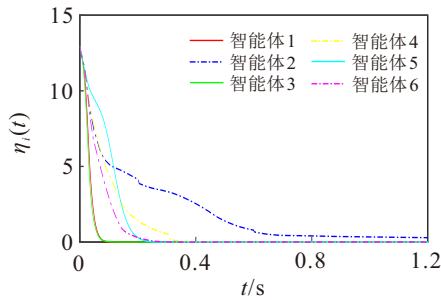


图3 混合事件触发下各智能体动态变量变化 $\eta_i(t)$

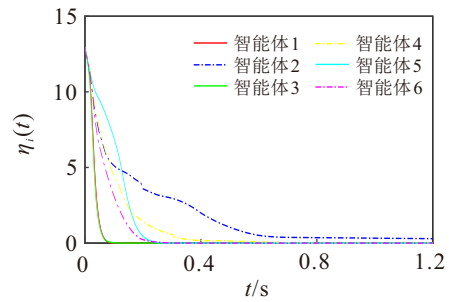


图6 动态事件触发下各智能体动态变量变化 $\eta_i(t)$

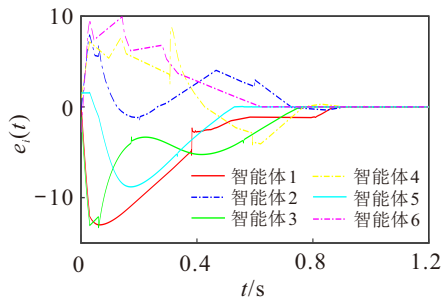


图4 混合事件触发下智能体速度误差变量 $e_i(t)$

与以下动态事件触发固定时间控制方法实验对比,其动态触发机制为 $t_{k+1}^i = \max\{t \in R | t > t_k^i \cap \delta\phi_i(t) - \varphi_i^{\sigma-1}(t) \geq 0\}$ ,其中控制参数、触发参数、动态变量形式及参数和通信拓扑结构均与混合事件触发固定时间控制实验相同.实验仿真结果如图5和图6所示.

从图5可看出多智能体系统在约1.05s实现一致性.从图6可看出所刻画动态变量是非负的且缓

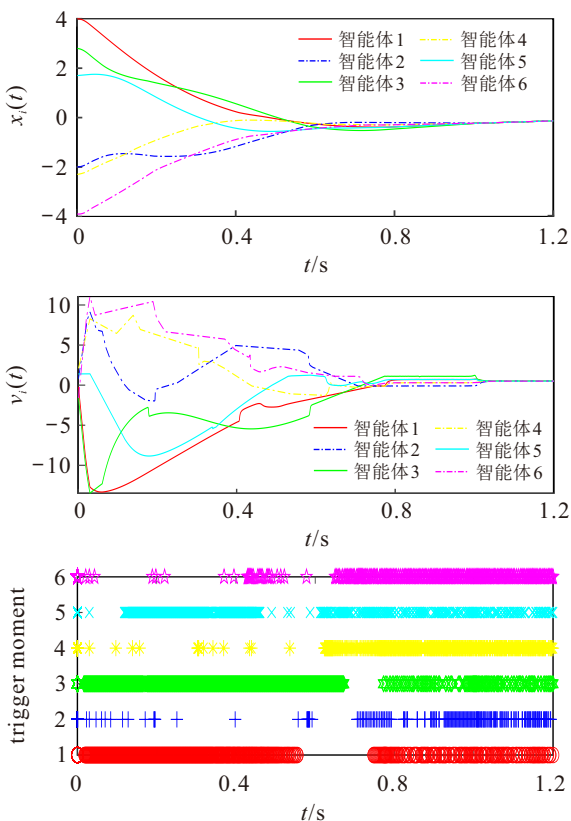


图5 动态触发下智能体 $x_i(t), v_i(t), t_k^i$ 变化

慢下降并逐渐收敛至0的右上小邻域内.通过图5、图6与上述混合事件触发控制实验中图2、图3相对比可知,与动态事件触发固定时间控制实验结果相比,本文所设计的混合事件触发固定时间控制有更快的收敛速度,而且所提出的混合事件触发控制在趋于稳定进入稳态响应阶段之后减少的触发次数具有明显优势.

### 4.3 静态事件触发固定时间控制对比实验

为了进一步说明所提出混合事件触发控制在动态响应阶段减少触发次数的优越,与传统的静态触发机制控制 $t_{k+1}^i = \inf\{t \in R | t > t_k^i \cap \delta\phi_i(t) \geq \beta_i\}$ 作对比实验,控制器其他参数设置与4.1节实验相同,静态事件触发机制参数 $\omega$ 设置为0.1, $\delta$ 设置为0.5.实验结果如图7所示.

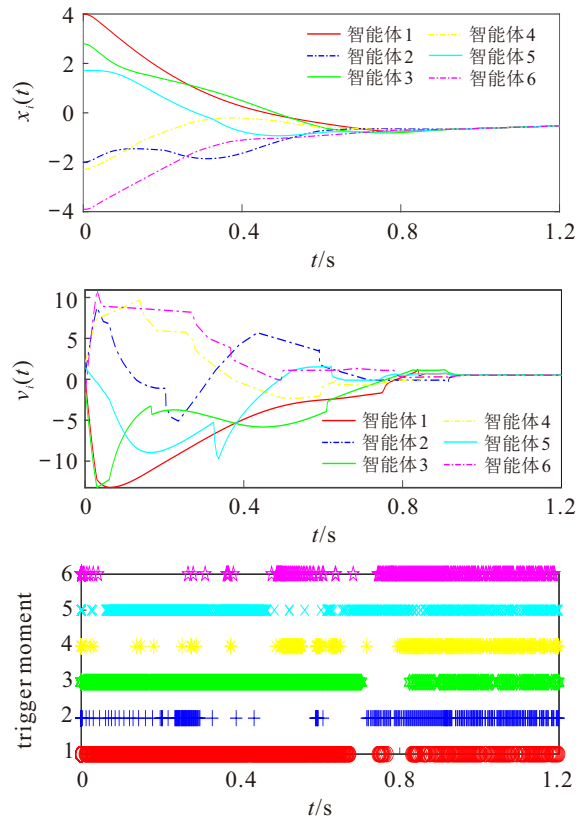


图7 静态事件触发下的智能体的 $x_i(t), v_i(t), t_k^i$ 变化

从图7可看出多智能体系统(1)在静态触发机制固定时间控制作用下约0.88s实现一致性收敛.

通过对比图 7 和 4.1 节实验中的图 2 可看出: 本文所提出混合触发控制方法比静态事件触发控制能够使多智能体系统 (1) 以更少的触发次数达到一致性, 尤其在动态响应阶段本文所提出混合事件触发控制方法的触发次数更少。

表 1 列举了 3 种不同触发机制下各智能体达到一致性后 1 s 的触发次数。从表 1 可直观看出本文所提出方法触发次数最少, 说明对减少事件触发次数有很好的效果。

表1 3种触发控制方法下的事件触发次数

	混合事件触发	动态事件触发	静态事件触发
智能体1	472	638	756
智能体2	84	137	216
智能体3	763	774	775
智能体4	155	328	212
智能体5	563	536	565
智能体6	172	284	198

通过对比图 2 与图 5 可得, 所提出混合事件触发机制 (8) 与动态事件触发机制相比, 其主要减少的是一致性稳态之后的触发次数, 即在系统达到一致性稳定后, 其减少触发次数主要依靠混合触发机制 (8) 中静态事件触发条件 (8b) 的作用。将图 2 与图 5、图 7 对比可知: 所提出混合事件触发机制 (8) 和动态事件触发机制都可减少系统在瞬态响应时的触发次数, 也验证了系统在瞬态响应阶段所提出混合事件触发机制比静态事件触发机制的触发次数更少, 因为该阶段主要是所提出混合事件触发机制 (8) 中的动态事件触发条件 (8a) 起作用。综合对比实验结果, 本文所提出混合事件触发固定时间控制在动态响应和稳态响应两个阶段, 对减少事件触发次数都有明显的优势。

## 5 结论

本文对任意切换拓扑下含未知干扰的二阶多智能体系统提出了一种触发次数少、收敛速度快的新型混合事件触发实际固定时间控制方法, 仿真实验验证了所提出控制方法的有效性和优越性。未来工作将考虑切换拓扑下多智能体系统在采样通信、联合连通或有向图通信等条件下研究触发次数少、收敛速度快的事件触发控制方法。

### 参考文献 (References)

[1] 鲜斌, 李宏图. 分布式多无人机的时变编队非线性控制设计[J]. 控制与决策, 2021, 36(10): 2490-2496.  
(Xian B, Li H T. Time-varying formation nonlinear control of distributed multiple UAVs[J]. Control and Decision, 2021, 36(10): 2490-2496.)

[2] 杨甜甜, 刘志远, 陈虹, 等. 多移动机器人避障编队控制[J]. 自动化学报, 2008, 34(5): 588-592.  
(Yang T T, Liu Z Y, Chen H, et al. Formation control and obstacle avoidance for multiple mobile robots[J]. Acta Automatica Sinica, 2008, 34(5): 588-592.)

[3] 马小陆, 谭毅波, 梅宏. 符号图下含扰动的多智能体系统预定时间二分一致性[J]. 控制与决策, 2024, 39(5): 1517-1526.  
(Ma X L, Tan Y B, Mei H. Predefined-time bipartite consensus of multi-agent systems with disturbances under signed graph[J]. Control and Decision, 2024, 39(5): 1517-1526.)

[4] Vandendorpe L, Delogne P, Maison B, et al. MMSE design of interpolation and downsampling FIR filters in the context of periodic nonuniform sampling[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1997, 45(5): 1144-1152.

[5] Tabuada P. Event-triggered real-time scheduling of stabilizing control tasks[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2007, 52(9): 1680-1685.

[6] Zhang K X. Event-triggered stabilization of linear time-delay systems via halanay-type inequality[J]. IEEE Control Systems Letters, 2023, 7: 3205-3210.

[7] Zhang W, Gong B Y. Observer-based consensus of nonlinear multi-agent systems with input delay via delay-dependent event-triggered control[J]. IEEE Transactions on Industrial Cyber-Physical Systems, 2023, 1: 157-166.

[8] Polyakov A. Nonlinear feedback design for fixed-time stabilization of linear control systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 57(8): 2106-2110.

[9] Liu K E, Ji Z J. Dynamic event-triggered consensus of general linear multi-agent systems with adaptive strategy[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2022, 69(8): 3440-3444.

[10] Lin N, Ling Q. Dynamic periodic event-triggered consensus protocols for linear multiagent systems with network delay[J]. IEEE Systems Journal, 2023, 17(1): 1204-1215.

[11] Liu Y Z, Chen Y. Dynamic memory event-triggered adaptive control for a class of strict-feedback nonlinear systems[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2022, 69(8): 3470-3474.

[12] Sun J K, Yang J, Zheng W X, et al. Periodic event-triggered control for a class of nonminimum-phase nonlinear systems using dynamic triggering mechanism[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2022, 69(3): 1302-1311.

[13] Wang X, Park J H. State-based dynamic event-triggered observer for one-sided lipschitz nonlinear systems with disturbances[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2022, 69(4): 2326-2330.

[14] Li C, Zhao L, Xu Z G. Finite-time adaptive event-triggered control for robot manipulators with output constraints[J]. IEEE Transactions on Circuits and

- Systems II: Express Briefs*, 2022, 69(9): 3824-3828.
- [15] Zhou H D, Sui S, Tong S C. Fuzzy adaptive finite-time consensus control for high-order nonlinear multiagent systems based on event-triggered[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2022, 30(11): 4891-4904.
- [16] Qi W H, Zhang C, Zong G D, et al. Finite-time event-triggered stabilization for discrete-time fuzzy Markov jump singularly perturbed systems[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2023, 53(7): 4511-4520.
- [17] Nair R R, Behera L, Kumar S. Event-triggered finite-time integral sliding mode controller for consensus-based formation of multirobot systems with disturbances[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2019, 27(1): 39-47.
- [18] Du C K, Liu X D, Ren W, et al. Finite-time consensus for linear multiagent systems via event-triggered strategy without continuous communication[J]. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2020, 7(1): 19-29.
- [19] Ni J K, Shi P, Zhao Y, et al. Fixed-time event-triggered output consensus tracking of high-order multiagent systems under directed interaction graphs[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, 52(7): 6391-6405.
- [20] Meng Q T, Ma Q, Shi Y. Fixed-time stabilization for nonlinear systems with low-order and high-order nonlinearities via event-triggered control[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2022, 69(7): 3006-3015.
- [21] Ni J K, Duan F Y, Shi P. Fixed-time consensus tracking of multiagent system under DOS attack with event-triggered mechanism[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2022, 69(12): 5286-5299.
- [22] Liu J, Zhang Y L, Yu Y, et al. Fixed-time leader-follower consensus of networked nonlinear systems via event/self-triggered control[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2020, 31(11): 5029-5037.
- [23] Wang H Q, Xu K, Qiu J B. Event-triggered adaptive fuzzy fixed-time tracking control for a class of nonstrict-feedback nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2021, 68(7): 3058-3068.
- [24] Liu J, Ran G T, Wu Y B, et al. Dynamic event-triggered practical fixed-time consensus for nonlinear multiagent systems[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2022, 69(4): 2156-2160.
- [25] Yang Y L, Tang L Q, Zou W C, et al. Dynamic event-triggered design with fixed-time performance and input dead-zone[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2022, 69(11): 4344-4348.
- [26] Chai J Y, Lu Q, Tao X D, et al. Dynamic event-triggered fixed-time consensus control and its applications to magnetic map construction[J]. *CAA Journal of Automatica Sinica*, 2023, 10(10): 2000-2013.
- [27] 孙梦薇, 任璐, 刘剑, 等. 切换拓扑下动态事件触发多智能体系统固定时间一致性[J]. *自动化学报*, 2023, 49(6): 1295-1305.  
(Sun M W, Ren L, Liu J, et al. Dynamic event-triggered fixed-time consensus control of multi-agent systems under switching topologies[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2023, 49(6): 1295-1305.)

### 作者简介

王加朋 (1985-), 男, 讲师, 博士, 硕士生导师, 主要研究方向为多智能体事件触发控制, E-mail: [jpwang@hpu.edu.cn](mailto:jpwang@hpu.edu.cn);

杨家宁 (1997-), 男, 硕士生, 主要研究方向为多智能体事件触发控制, E-mail: [1255013373@qq.com](mailto:1255013373@qq.com);

罗家祥 (1979-), 女, 教授, 博士, 博士生导师, 主要研究方向为智能优化, E-mail: [luojx@scut.edu.cn](mailto:luojx@scut.edu.cn).