

# 控制与决策

Control and Decision

多智能体系统分布式直接型无模型自适应PID控制

范方远, 侯忠生

引用本文:

范方远, 侯忠生. 多智能体系统分布式直接型无模型自适应PID控制[J]. *控制与决策*, 2025, 40(4): 1107–1115.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2024.0679>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

基于PID参数整定的线性自抗扰控制参数整定

[Tuning of linear active disturbance rejection controllers based on PID tuning rules](#)

*控制与决策*. 2021, 36(7): 1592–1600 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1408>

一种改进的紧格式无模型自适应控制方法

An improved compact form model free adaptive control method

*控制与决策*. 2021, 36(2): 436–442 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0635>

基于反馈无源化的切换非线性系统 $H_\infty$ 跟踪控制

Passification-based  $H_\infty$  tracking control for a class of switched nonlinear systems

*控制与决策*. 2021, 36(11): 2729–2734 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0798>

基于神经动态优化的非线性系统近似最优跟踪控制

Approximate optimal tracking control for nonlinear systems based on neurodynamic optimization

*控制与决策*. 2021, 36(1): 97–104 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0056>

基于反演算法的严格反馈非线性系统固定时间跟踪控制

Fixed-time tracking control for strict-feedback nonlinear systems based on backstepping algorithm

*控制与决策*. 2021, 36(1): 173–179 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0658>

# 多智能体系统分布式直接型无模型自适应 PID 控制

范方远, 侯忠生<sup>†</sup>

(青岛大学 自动化学院, 山东 青岛 266071)

**摘要:** 针对未知异构非线性多智能体系统一致性跟踪问题, 设计基于控制器动态线性化的分布式直接型无模型自适应 PID 控制算法, 仅使用被控系统的输入输出数据以及智能体间的拓扑结构关系进行控制器参数整定, 不受被控系统数学模型的限制. 首先利用动态线性化技术将受控系统以及理想控制器等效转换成相应的动态数据模型, 基于理想控制器的动态数据模型设计控制器结构以及参数自适应更新算法; 然后利用压缩映射以及盖尔圆盘定理进行误差收敛分析; 最后进行大量仿真对比, 验证所设计控制算法的有效性和优越性.

**关键词:** 无模型自适应控制; 数据驱动; PID; 多智能体系统; 一致性控制

中图分类号: TP273 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2024.0679

引用格式: 范方远, 侯忠生. 多智能体系统分布式直接型无模型自适应 PID 控制 [J]. 控制与决策, 2025, 40(4): 1107-1115.

## Distributed direct model free adaptive PID control for multi-agent systems

FAN Fang-yuan, HOU Zhong-sheng<sup>†</sup>

(School of Automation, Qingdao University, Qingdao 266071, China)

**Abstract:** A distributed direct model free adaptive PID control algorithm based on controller dynamic linearization is designed to address the unified tracking problem of unknown heterogeneous nonlinear multi-agent systems, the tuning of controller parameters is only based on the input and output data of the controlled system and the topology relationship between intelligent agents, and is not limited by the mathematical model of the controlled system. Firstly, the controlled system and ideal controller are equivalently transformed into corresponding dynamic data models using dynamic linearization technology. Based on the dynamic data model of the ideal controller, the controller structure and parameter adaptive update algorithm are proposed. Then, error convergence analysis is conducted using compressed mapping and the Gale disk theorem. Finally, a large number of simulation comparisons are conducted to verify the effectiveness and superiority of the designed control algorithm.

**Keywords:** model free adaptive control; data-driven; PID; multi-agent systems; consensus control

## 0 引言

近年来, 多智能体系统 (MASs) 的分布式协调控制因其低成本、高灵活性和强鲁棒性等显著优势, 在机器人控制<sup>[1]</sup>、无人机控制<sup>[2]</sup>、互联网拥塞控制<sup>[3]</sup>等领域得到了广泛的应用. MASs 分布式协调控制的相关研究主要分为一致性控制<sup>[4-5]</sup>、包容控制<sup>[6]</sup>、编队控制<sup>[7]</sup>等, 其中一致性控制是 MASs 分布式协调控制研究的核心问题.

PID 控制方法被提出近一个世纪以来, 因其具有结构简单、鲁棒性强、适应面广等优点, 在工业应用中依然占据主导地位. 然而关于 PID 控制在 MASs

上的研究还是非常有限<sup>[8-14]</sup>. 文献 [8] 针对连续时间线性时不变 MASs 一致性跟踪问题, 提出了一种基于分布式 PID 控制的一致性协议; 二阶非线性 MASs 的滞后一致性以及滞后  $H_\infty$  一致性问题在文献 [9] 中得到讨论, 分析并设计了 PD 和 PI 两种控制协议; 文献 [10] 研究了 PID 控制各部分在 MASs 一致性问题上的作用及限制; 文献 [11] 通过使用时变延迟的 P 控制和 PD 控制, 研究了不稳定一阶非线性 MASs 鲁棒一致的延迟范围; 一种具有时滞的分布式 PID 控制器在文献 [12] 中被设计出, 用以解决具有单积分动态的 MASs 一致性问题; 文献 [13] 针对

收稿日期: 2024-06-07; 录用日期: 2024-09-24.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (62373206); 青岛大学系统+重大项目 (XT2024101).

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: zshou@qdu.edu.cn.

未知异构仿射非线性多智能体系统,设计了一种分布式PID控制算法(D-PID),运用补偿机制抵消未建模动力学等因素的影响.

上述一致性控制的相关研究通常假设智能体的模型是已知的.然而,就实际应用角度而言,由于系统的复杂性和大规模性,建立系统的精确模型是非常困难的.无模型自适应控制(MFAC)<sup>[14-15]</sup>作为一种使用系统在线输入输出数据进行控制器设计的数据驱动控制方法,从根本上避免了对系统模型的依赖.MFAC可以分为间接型MFAC和直接型MFAC两种.间接型MFAC理论典型内容见文献[16-17].相对于间接型MFAC而言,直接型MFAC的相关研究还比较少.直接型MFAC于2013年被首次提出<sup>[18]</sup>,是将数学意义下的理想控制器进行动态线性化得到与理想控制器等价的动态线性化控制器结构,然后基于对该动态线性化(CDL)后的控制器模型进行控制器参数整定.该类方法数学本质上,是将控制系统设计问题转化为控制器参数整定问题.文献[19]针对一阶线性时不变系统,给出了基于直接型MFAC方法设计的PID控制系统的参数整定算法;文献[20]将基于控制器动态线性化方法扩展到MASs分布式控制中,提出了一种领导者跟踪一致性的数据驱动分布式自适应控制方法;文献[21]讨论了基于控制器动态线性化的分布式无模型自适应控制方法应用于MASs有无领导者一致性以及包容控制问题,并将所得结果扩展到多入多出MASs.

鉴于以上分析,本文针对未知异构非线性多智能体系统,提出一种分布式直接型无模型自适应PID控制算法(DD-MFAPID),本文贡献如下:

1) 已有的直接型MFAC成果<sup>[18]</sup>仅限于单个智能体,无法处理智能体间的动态关系和通信拓扑对控制目标的影响,而文献[22]所提算法仅使用前一时刻分布式误差对系统进行控制.相比之下,DD-MFAPID算法将直接型MFAC算法扩展到MASs的一致性控制中,扩展了直接型MFAC在多智能体领域的相关研究.此外,使用更多历史时刻的分布式误差信息进行系统控制,能够应对更为复杂的非线性系统控制问题.

2) 不同于传统PID的手动调参以及参数固定的PID控制算法<sup>[8-12]</sup>,本算法的参数根据自适应算法实时更新调参,可减小参数调节的难度,增强算法的可实际应用性.

3) 通过使用不可约亚随机矩阵和盖尔圆盘定理的理论,证明系统在所提算法控制下最终跟踪误差有界,可弥补传统PID缺乏稳定性分析的劣势.

## 1 问题描述

### 1.1 预备知识

实数的集合用 $\mathbb{R}$ 表示,  $\|A\|$ 是所给定矩阵 $A \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 的二范数,  $\text{diag}(\cdot)$ 是对角矩阵,  $(\cdot)$ 是分块对角矩阵,  $I_m$ 是维度为 $m$ 的单位矩阵,  $\max\{\cdot\}$ 是集合中的最大元素.图论中有向图的存在可以更好地理解智能体之间的拓扑关系.设 $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{A})$ 是多智能体系统的有向拓扑图.其中: $\mathcal{V}$ 是系统内智能体节点的集合; $\mathcal{E}$ 是系统内节点间通信边的集合; $\mathcal{A} = [a_{qp}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 是有向图 $\mathcal{G}$ 对应的邻接矩阵,  $a_{qq} = 0$ ,  $a_{qp}$ 是智能体 $q$ 与智能体 $p$ 之间的信息交互情况,  $a_{qp} = 0$ 表示智能体 $q$ 不能接收到来自智能体 $p$ 的信号,  $a_{qp} = 1$ 表示智能体 $q$ 可以接收到来自智能体 $p$ 的信号.  $\mathcal{L} = [l_{qp}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 是有向图 $\mathcal{G}$ 的Laplacian矩阵表达,其中
$$l_{qq} = \sum_{p=1}^N a_{qp} l_{qp} = -a_{qp} D = \text{diag}\{d_1, d_2, \dots, d_N\}$$
表示领导者与跟随者之间的通信情况,  $d_q = 0$ 表示智能体 $q$ 无法接收到来自领导者的信号,否则 $d_q = 1$ ,  $q = 1, 2, \dots, N$ ,  $p = 1, 2, \dots, N$ <sup>[22]</sup>.

### 1.2 受控系统动态线性化

考虑一个含有 $N$ 个智能体的未知异构非线性MASs,其中第 $q$ 个智能体的系统动态表达如下:

$$\begin{aligned} y_q(k+1) &= f_q(y_q(k), \dots, y_q(k-n_y), \\ &u_q(k), \dots, u_q(k-n_u)). \end{aligned} \quad (1)$$

其中: $y_q(k)$ ,  $u_q(k)$ 分别是智能体 $q$ 在 $k$ 时刻的输出和输入数据,  $n_y$ ,  $n_u$ 是两个未知的正整数,  $f_q(\cdot): \mathbb{R}^{n_y+n_u+2} \mapsto \mathbb{R}$ 是未知的非线性函数.

**假设1**<sup>[22]</sup> 非线性函数 $f_q(\cdot)$ 对 $u_q(k)$ 的偏导数是连续的.

**假设2**<sup>[22]</sup> 模型(1)是广义Lipschitz的,即如果 $|\Delta u_q(k)| \neq 0$ ,则对于任意时刻 $k$ 都有 $|\Delta y_q(k+1)| \leq b_1 |\Delta u_q(k)|$ .其中: $\Delta y_q(k+1) = y_q(k+1) - y_q(k)$ ,  $\Delta u_q(k) = u_q(k) - u_q(k-1)$ ,  $b_1 > 0$ 是一个常数.

**引理1**<sup>[22]</sup> 系统(1)满足假设1和假设2,且对于任意时刻 $k$ ,如果 $|\Delta u_q(k)| \neq 0$ ,则必然会存在一个被称为伪偏导数(PPD)的时变参数 $\Phi_q(k)$ ,将系统(1)等价转化为如下紧格式动态线性化(CFDL)数据模型:

$$\Delta y_q(k+1) = \Phi_q(k) \Delta u_q(k). \quad (2)$$

其中: $\Phi_q(k)$ 对于任意时刻 $k$ 都有界,即满足 $|\Phi_q(k)| < b_\Phi$ ,  $b_\Phi$ 是一个常数.

### 1.3 理想控制器动态线性化

对于每个智能体 $q = 1, 2, \dots, N$ ,在 $k$ 时刻的分

布式跟踪误差 $\Xi_q(k)$ 表示为

$$\Xi_q(k) = \sum_{p=1}^N a_{q,p}(e_q(k) - e_p(k)) + d_q e_q(k). \quad (3)$$

其中:  $e_q(k) = y_d(k) - y_q(k)$ ,  $e_p(k) = y_d(k) - y_p(k)$  分别是智能体  $q$ 、 $p$  的跟踪误差,  $y_d(k)$  是智能体的期望轨迹.

针对 MASs (1), 假设理论上存在一个理想控制器可以使其跟踪期望输出, 且具有如下形式<sup>[18]</sup>:

$$u_q(k) = C_q(\Xi_q(k+1), \dots, \Xi_q(k-n_e^q+2), u_q(k-1), \dots, u_q(k-n_u^q)). \quad (4)$$

其中:  $C_q(\cdot) : \mathbb{R}^{n_e^q+n_u^q} \mapsto \mathbb{R}$  是一类未知的非线性函数,  $n_e^q$ ,  $n_u^q$  是控制器的两个未知阶数.

**假设 3**<sup>[18]</sup> 理想控制器 (4) 为光滑非线性函数, 且非线性函数  $C_q(\cdot)$  对  $\Xi_q(k-i+2)$  ( $i=1, 2, \dots, L_e$ ) 的偏导数是连续的, 其中  $L_e$  是分布式跟踪误差线性化长度常数.

**假设 4**<sup>[18]</sup> 理想控制器 (4) 是广义 Lipschitz 的, 即如果  $\|\Delta H_q(k)\| \neq 0$ , 则对于任意时刻  $k$  都有  $|\Delta u_q(k)| \leq b_2 \|\Delta H_q(k)\|$ . 其中:  $b_2 > 0$  是一个常数;  $\Delta H_q(k) = [\Delta \Xi_q(k+1), \Delta \Xi_q(k), \dots, \Delta \Xi_q(k-L_e+2)]^T$ ,  $\Delta \Xi_q(k) = \Xi_q(k) - \Xi_q(k-1)$ .

**引理 2**<sup>[18]</sup> 理想控制器 (4) 满足假设 3 和假设 4, 且对于所有时刻  $k$ , 如果  $\|\Delta H_q(k)\| \neq 0$ , 则必然会存在一个被称为伪梯度 (PG) 的时变参数向量  $\theta_q(k)$ , 将理想控制器 (4) 等价转化为如下偏格式动态线性化 (PFDL) 数据模型:

$$\Delta u_q(k) = \theta_q^T(k) \Delta H_q(k), \quad (5)$$

其中  $\theta_q(k) = [\theta_{q,1}(k), \theta_{q,2}(k), \dots, \theta_{q,L_e}(k)]^T$  是控制

器的时变参数向量.

**注 1** 在设计分布式理想控制器 (5) 时, 由于非因果项  $\Xi_q(k+1)$  的存在, 理想控制器 PFDL 动态线性化数据模型法 (5) 不能直接用于 MASs (1) 的控制. 然而, 理想控制器数据模型 (5) 是理想控制器 (4) 在满足一些合理假设下的等价表述, 这意味着使用控制器 (5), 理论上可以实现系统理想的跟踪性能, 即  $\Xi_q(k+1) = 0$ . 由此便得到了实用的理想控制器动态线性化数据模型, 且具有如下形式<sup>[18]</sup>:

$$\begin{aligned} \Delta u_q(k) &= \theta_q^T(k) \Delta \bar{H}_q(k), \\ \theta_q(k) &= [\theta_{q,1}(k), \theta_{q,2}(k), \dots, \theta_{q,L_e}(k)]^T, \\ \Delta \bar{H}_q(k) &= [-\Xi_q(k), \Delta \Xi_q(k), \dots, \Delta \Xi_q(k-L_e+2)]^T. \end{aligned} \quad (6)$$

### 1.4 控制目标

本文的控制目标是, 对于未知异构非线性 MASs 内的每个智能体  $q$ , 设计一套基于输入输出数据进行控制器参数整定的无模型自适应 PID 控制算法, 以确保系统在跟踪时变期望函数时跟踪误差有界, 即

$$\lim_{k \rightarrow \infty} |y_d(k+1) - y_q(k+1)| \leq M, \quad (7)$$

其中  $M$  是一个正值常数.

## 2 控制系统设计

DD-MFAPID 算法控制下的总体结构框图如图 1 所示. 其中:  $Z^{-1}$  表示移位算子,  $q=1, 2, \dots, N$ ,  $p=1, 2, \dots, N$ . 由图 1 可知, 不同智能体的跟踪误差信息通过系统拓扑结构关系进行交互, 所组成的分布式跟踪误差信息作用于 PID 控制器的控制器参数估计以及 PID 控制器.

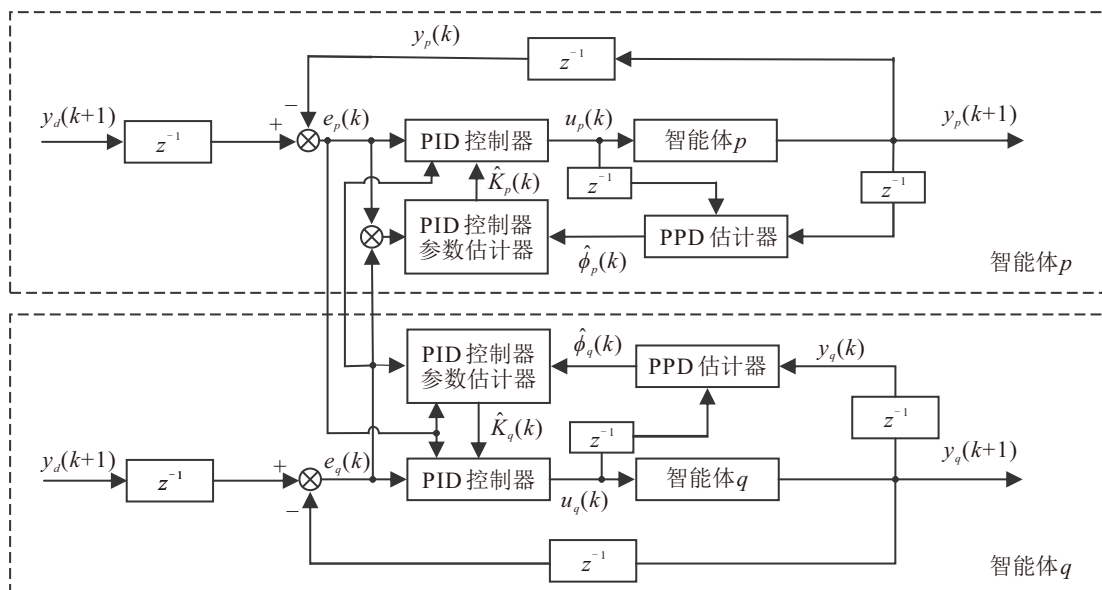


图1 DD-MFAPID 控制系统结构

## 2.1 控制器

选取注1中实用分布式理想控制器动态线性化数据模型(6)中 $L_e = 3$ 便可得到控制器结构

$$\Delta u_q(k) = -\theta_{q,1}(k)\Xi_q(k) + \theta_{q,2}(k)\Delta\Xi_q(k) + \theta_{q,3}(k)\Delta\Xi_q(k-1). \quad (8)$$

重写式(8)可以得到如下增量式 DD-MFAPID 控制器的结构:

$$\Delta u_q(k) = K_{P,q}(k)\Delta\Xi_q(k) + K_{I,q}(k)\Xi_q(k) + K_{D,q}(k)[\Delta\Xi_q(k) - \Delta\Xi_q(k-1)] + K_q^T(k)\Delta\hat{H}_q(k). \quad (9)$$

其中:  $K_q(k) = [K_{P,q}(k), K_{I,q}(k), K_{D,q}(k)]^T$ ,  $\Delta\hat{H}_q(k) = [\Delta\Xi_q(k), \Xi_q(k), \Delta\Xi_q(k) - \Delta\Xi_q(k-1)]^T$ ,  $K_{P,q}(k) = \theta_{q,2}(k) + \theta_{q,3}(k)$ ,  $K_{I,q}(k) = -\theta_{q,1}(k)$ ,  $K_{D,q}(k) = -\theta_{q,3}(k)$ .

参考 DD-MFAPID 控制器, 选取实用分布式理想控制器动态线性化数据模型(6)中 $L_e = 2$ , 便可得到以下的 DD-MFAPID 控制器结构:

$$\Delta u_q(k) = K_{P,q}(k)\Delta\Xi_q(k) + K_{I,q}(k)\Xi_q(k). \quad (10)$$

**注2** 由 DD-MFAPID 控制器(9)以及 DD-MFAPID 控制器(10)的结构可知, DD-MFAPID 是 DD-MFAPID 的一种特殊情况, DD-MFAPID 控制器是实用分布式理想控制器动态线性化数据模型的特例.

**注3** 由引理2和文献[18]中定理1证明中的讨论可知, DD-MFAPID 控制器(9)独立于智能体系统(1)的动态模型. 当智能体 $q$ 的动态模型未知时, 控制器参数 $K_q(k)$ 可以通过测量和分析传递给智能体 $q$ 的输入输出数据进行优化获得. 当智能体系统(1)的动态模型已知时, 将 DD-MFAPID 控制器(9)代入智能体系统(1), 采用基于模型的优化方法也可直接得到控制器参数 $K_q(k)$ , 具体内容见文献[18].

## 2.2 DD-MFAPID 的参数整定

DD-MFAPID 控制器(9)本质上是将分布式控制器的设计问题转化为控制器参数 $K_q(k)$ 的整定问题. 即对于每个智能体 $q = 1, 2, \dots, N$ , 根据数据 $[\Delta\Xi_q(k), \Xi_q(k), \Delta\Xi_q(k) - \Delta\Xi_q(k-1)]$ 调整控制器参数 $[K_{P,q}(k), K_{I,q}(k), K_{D,q}(k)]$ , 从而达到跟踪误差收敛. 然而由于 MASs 模型未知, 导致测量输出 $y_q(k+1)$ 与输入 $u_q(k)$ 之间映射关系未知, 从而控制器参数 $K_q(k)$ 无法整定. 为此, 引入智能体系统(1)等价转化的 CFDL 数据模型(2)是一种十分合理且有效的办法.

设计如下沿时间轴的准则函数:

$$J(K_q(k)) = \left\| \sum_{p=1}^N a_{p,q}(y_p(k) - y_q(k+1)) + d_q(y_d(k) - y_q(k+1)) \right\|^2 + \gamma \|K_q(k) - \hat{K}_q(k-1)\|^2. \quad (11)$$

将式(2)和(9)代入(11), 并取 $\frac{\partial J}{\partial K_q(k)} = 0$ , 运用矩阵求逆引理<sup>[23]</sup>可以得到如下控制器参数 $K_q(k)$ 估计算法:

$$\Delta\hat{K}_q(k) = \frac{\Phi_q(k)\Delta\hat{H}(k)\Xi_q(k)}{\gamma + |\Phi_q(k)|^2\|\Delta\hat{H}(k)\|^2} - \frac{\hat{K}_q(k-1)|\Phi_q(k)|^2\|\Delta\hat{H}(k)\|^2}{\gamma + |\Phi_q(k)|^2\|\Delta\hat{H}(k)\|^2}. \quad (12)$$

其中:  $\gamma > 0$ 是参数突变的惩罚加权数,  $\hat{K}_q(k-1)$ 是 $K_q(k-1)$ 的估计值.

为了增加算法对时变参数的跟踪能力, 增加控制器参数估计值 $\hat{K}_q(k)$ 的复位条件<sup>[15]</sup>如下:

$$\begin{aligned} \hat{K}_{P,q}(k) &= b_K, \quad \hat{K}_{P,q}(k) < 0 \text{ or } \hat{K}_{P,q}(k) > b_K; \\ \hat{K}_{I,q}(k) &= \text{sign}(\hat{K}_{I,q}(k))b_K, \quad |\hat{K}_{I,q}(k)| > b_K; \\ \hat{K}_{D,q}(k) &= \text{sign}(\hat{K}_{D,q}(k))b_K, \quad |\hat{K}_{D,q}(k)| > b_K. \end{aligned} \quad (13)$$

其中:  $b_K$ 是 DD-MFAPID 参数的变化值上限, 其存在意义为防止参数无限变大而出现失控.

由式(12)可知, 时变参数 $\Phi_q(k)$ 会参与到控制器参数估计值 $\hat{K}_q(k)$ 的更新算法中, 为了估计时变参数 $\Phi_q(k)$ 考虑如下估计准则函数<sup>[18]</sup>:

$$J(\Phi_q(k)) = \frac{1}{2}|\Delta y_q(k) - \Phi_q(k)\Delta u_q(k-1)|^2 + \mu|\Phi_q(k) - \hat{\Phi}_q(k-1)|^2. \quad (14)$$

将式(14)对 $\Phi_q(k)$ 求极值, 可得如下 PPD 估计算法:

$$\hat{\Phi}_q(k) = \hat{\Phi}_q(k-1) + \frac{\eta\Delta u_q(k-1)\Delta y_q(k)}{\mu + \Delta u_q(k-1)^2} - \frac{\eta\Delta u_q(k-1)^2\hat{\Phi}_q(k-1)}{\mu + \Delta u_q(k-1)^2}. \quad (15)$$

其中:  $\eta \in (0, 1]$ 是步长因子,  $\mu > 0$ 的存在目的是防止分母项等于0,  $\hat{\Phi}_q(k)$ 是 $\Phi_q(k)$ 的估计值.

为了使 PPD 估计算法具有更强的对时变参数的跟踪能力, 引入如下 PPD 重置算法<sup>[15]</sup>:

$$\hat{\Phi}_q(k) = \hat{\Phi}_q(k-1), \quad \hat{\Phi}_q(k) \leq 0 \text{ or } \hat{\Phi}_q(k) > b_\Phi. \quad (16)$$

将 PPD 估计值代入到式(12)中得到使用 PPD 估计值的 $\hat{K}_q(k)$ 参数更新算法

$$\Delta \hat{K}_q(k) = \frac{\hat{\Phi}_q(k) \Delta \hat{H}(k) \Xi_q(k)}{\gamma + |\hat{\Phi}_q(k)|^2 \|\Delta \hat{H}(k)\|^2} - \frac{\hat{K}_q(k-1) |\hat{\Phi}_q(k)|^2 \|\Delta \hat{H}(k)\|^2}{\gamma + |\hat{\Phi}_q(k)|^2 \|\Delta \hat{H}(k)\|^2}. \quad (17)$$

**注4**  $K_q(k)$ 参数估计算法(17)、 $\hat{K}_q(k)$ 重置算法(13)、PPD估计算法(15)、PPD重置算法(16)以及控制器(9)共同构成了针对MASs一致性问题的DD-MFAPID算法. 所提出的DD-MFAPID算法中没有使用受控系统智能体动力学模型, 仅依据多智能体系统的输入输出数据以及智能体之间的拓扑关系进行算法设计, 因此DD-MFAPID算法是一种纯数据驱动算法.

**注5** 与控制器参数固定的PID控制算法<sup>[8-12]</sup>相比, 本算法PID的控制器参数可进行自适应方式整定, 增强了算法的可实际应用性. 尽管本文与文献<sup>[18]</sup>均采用直接型无模型自适应控制算法解决系统跟踪问题, 但本文算法是针对未知异构非线性非仿射异构MASs给出的, 是一种分布式自适应的PID算法. 此外, 与现有研究<sup>[22]</sup>相比, 本文的控制器设计基于数学意义上的理想控制器模型, 而非通过优化条件得出, 同时利用更多历史时刻的分布式误差信息进行系统控制, 从而能够应对更为复杂的非系统控制问题.

**注6** 与现有基于PFDL<sup>[16]</sup>和全格式动态线性化(FFDL)<sup>[17]</sup>数据模型的MFAC算法相比, 本文提出的DD-MFAPID算法是一种控制器结构固定的数据驱动算法, 不会面临线性化长度常数选择问题, 结构明确且简单.

### 3 收敛性分析

**假设5<sup>[22]</sup>** 在领导者跟随一致性框架下, 多智能体的有向拓扑 $\mathcal{G}$ 是强连通的, 保证所有智能体能够直接或间接接收到来自领导者的信息, 并且至少有一个跟随智能体可以访问领导者的轨迹.

**注7** 假设5中的通信条件是领导者跟踪一致性问题可解性的必要条件. 在定理1收敛性分析中, 需要使用该假设获得不可约矩阵. 此假设在其他文献中也有广泛应用<sup>[20-23]</sup>.

**假设6** 对于每个智能体 $q = 1, 2, \dots, N$ 且时间 $k = 1, 2, \dots, N_k$ ,  $\Phi_q(k)$ 的符号保持不变, 本文假设 $0 < \Phi_q(k) \leq b_\Phi$ ,  $\Delta y_d(k)$ 是有界的, 即 $|\Delta y_d(k)| \leq b_r$ .

**注8** 假设6与传统基于模型框架中控制增益的符号已知或不不变的条件相同, 很多文献<sup>[22-24]</sup>应用了相类似的假设. 此外, 用 $b_\Phi$ 、 $b_r$ 表示 $\Phi_q(k)$ 、 $\Delta y_d(k)$ 是有限的, 这在实际中是常见和可用的.

**引理3<sup>[25]</sup>** 设 $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^{N \times N}$ 表示所有具有正对角元素的不可约亚随机矩阵的集合, 则存在两个常数 $0 < b_G < 1$ 且 $l \in \mathbb{N}$ , 使得

$$\|D(l)D(l-1)\dots D(1)\| \leq b_G, \quad (18)$$

其中 $D(l)$ 是从集合 $\mathcal{D}$ 中任意选择的矩阵.

**引理4<sup>[26]</sup>** 设 $D = [d_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$ ,  $R_i(D) = \sum_{j=1, j \neq i}^N |d_{ij}|$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ )为矩阵 $D$ 去对角线元素行和, 考虑如下 $N$ 个Gerschgorin圆盘:

$$\{z \in \mathbb{C} : |z - d_{ii}| \leq R_i(D)\}, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (19)$$

矩阵 $D$ 的特征值在 $N$ 个Gerschgorin圆盘并集中.

**定理1** 针对固定通信拓扑的MASs(1), 若满足假设1、假设2、假设5和假设6, 且理想控制器(4)满足假设3和假设4, 应用DD-MFAPID算法控制, 则存在 $0 < b_G < 1$ ,  $l \in \mathbb{N}$ , 当参数变换值上界 $b_K$ 满足条件 $b_K b_\Phi < 1$ 时, 可以实现跟踪误差向量 $E(k+1) = [e_1(k+1), e_1(k), e_1(k-1), \dots, e_N(k+1), e_N(k+1), e_N(k+1)]^T$ 收敛, 且其上界为

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|E(k+1)\| \leq \frac{2\sqrt{N}b_r}{1-b_G} \left( \frac{(1+\hat{b})^l - 1 + \hat{b}}{\hat{b}} \right),$$

$$\hat{b} = 7 \max \left\{ \sum_{p=1}^N (2a_{1p} + d_1), \dots, \sum_{p=1}^N (2a_{Np} + d_N) \right\}.$$

**证明** 通过智能体 $q$ 跟踪误差的表达可知

$$e_q(k+1) = y_d(k+1) - y_q(k+1). \quad (20)$$

将被控系统动态线性化模型(2)代入式(20)中可得

$$e_q(k+1) = y_d(k+1) - y_q(k) - \Phi_q(k) \Delta u_q(k). \quad (21)$$

将DD-MFAPID控制器(9)代入式(21), 则有

$$e_q(k+1) = y_d(k+1) - y_q(k) - \Phi_q(k) K_q^T(k) A \Xi_q(k) = e_q(k) - \Phi_q(k) K_q^T(k) A \Xi_q(k) + \Delta y_d(k+1). \quad (22)$$

其中:  $\Xi_q(k) = [\Xi_q(k), \Xi_q(k-1), \Xi_q(k-2)]^T$ ,  $A =$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}, \quad \Delta y_d(k+1) = y_d(k+1) - y_d(k).$$

扩展到全局, 考虑以下矩阵及向量:

$$E(k) = [e_1(k), e_1(k-1), e_1(k-2), \dots, e_N(k), e_N(k-1), e_N(k-2)]^T,$$

$$\Delta Y_d(k) = [[\Delta y_d(k), 0, 0], \dots, [\Delta y_d(k), 0, 0]]^T,$$

$$\Phi(k) = \text{blkdiag}([\Phi_1(k), 0, 0]^T, [\Phi_2(k), 0, 0]^T, \dots, [\Phi_N(k), 0, 0]^T),$$

$$K(k) = \text{blkdiag}(K_1^T(k), K_2^T(k), \dots, K_N^T(k)),$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathcal{A} = \text{blkdiag}(A, \dots, A),$$

$$\mathcal{B} = \text{blkdiag}(B, \dots, B),$$

$$\Xi(k) = [\Xi_1(k), \Xi_2(k), \dots, \Xi_N(k)]^T.$$

结合以上向量及矩阵, 式 (22) 转换成如下表达:

$$E(k+1) = \mathcal{B}E(k) - \Phi(k)K(k)\mathcal{A}\Xi(k) + \Delta Y_d(k+1). \quad (23)$$

根据分布式跟踪误差  $\Xi_q(k)$  的表达形式, 向量  $\Xi(k)$  与向量  $E(k)$  的关系<sup>[22]</sup> 可表达为

$$\Xi(k) = ((L + D) \otimes I_3)E(k). \quad (24)$$

将式 (24) 代入 (23) 可以得到

$$E(k+1) = (\mathcal{B} - \Phi(k)K(k)\mathcal{A}((L + D) \otimes I_3)) \cdot E(k) + \Delta Y_d(k+1). \quad (25)$$

为了方便接下来的分析, 设立矩阵  $G(k)$ , 即

$$G(k) = \mathcal{B} - \Phi(k)K(k)\mathcal{A}((L + D) \otimes I_3).$$

式 (25) 可以转换成如下表达:

$$E(k+1) = G(k)E(k) + \Delta Y(k+1) = \dots = \prod_{g=0}^l G(k-g)E(k-l) + \sum_{g=0}^{l-1} \prod_{h=0}^g G(k-h)\Delta Y(k-g) + \Delta Y(k+1), \quad (26)$$

其中  $g = 1, 2, \dots, l$ .

对式 (26) 等号两边取范数可得

$$\|E(k+1)\| \leq \left\| \prod_{g=0}^l G(k-g) \right\| \|E(k-l)\| + \sum_{g=0}^{l-1} \left\| \prod_{h=0}^g G(k-h) \right\| \|\Delta Y(k-g)\| + \|\Delta Y(k+1)\|. \quad (27)$$

由假设 5 可知, 矩阵  $G(k)$  是不可约矩阵<sup>[27]</sup>. 此外, 由假设 6 和条件  $b_K b_\Phi < 1$  可知, 矩阵  $G(k)$  至少存在一个行和严格小于 1 的行向量, 即该矩阵是非负对角元素的不可约亚随机矩阵. 由引理 3 可知, 存在一个常数  $0 < b_G < 1$ , 使得

$$\left\| \prod_{g=0}^l G(k-g) \right\| \leq b_G. \quad (28)$$

根据假设 6、引理 4 以及条件  $b_K b_\Phi < 1$  可以得出, 矩阵  $G(k)$  特征值的绝对值具有如下上界:

$$\|G(k)\| = \rho(G(k)) < 1 + 7 \max \left\{ \sum_{p=1}^N (2a_{1p} + d_1), \dots, \sum_{p=1}^N (2a_{Np} + d_N) \right\}, \quad (29)$$

其中  $\rho(\cdot)$  表示矩阵的谱半径.

根据有向图  $\mathcal{G}$  不难得知,  $7 \sum_{p=1}^N (2a_{qp} + d_q)$  存在上界  $\hat{b}$ , 因此式 (29) 可以改写为  $\rho(G(k)) < 1 + \hat{b}$ . 由此可知

$$\left\| \prod_{h=0}^g G(k-h) \right\| \leq 1 + \hat{b}. \quad (30)$$

对于任意时刻  $k = 1, 2, \dots, N_k$ ,  $\Delta Y_d(k)$  都有如下表示:

$$\|\Delta Y_d(k)\| = \sqrt{N(\Delta y_d(k))^2} \leq 2\sqrt{N}b_r. \quad (31)$$

将分析结果 (28)、(30)、(31) 代入到 (27) 中可得

$$\|E(k+1)\| \leq b_G \|E(k-l)\| + 2\sqrt{N}b_r \left( \sum_{g=0}^{l-1} (1 + \hat{b})^g + 1 \right) = b_G \|E(k-l)\| + 2\sqrt{N}b_r \left( \frac{(1 + \hat{b})^l - 1 + \hat{b}}{\hat{b}} \right). \quad (32)$$

进一步扩展可得

$$\|E(k+1)\| \leq b_G^{\lfloor \frac{k-l}{T} \rfloor} \|E(1)\| + 2\sqrt{N}b_r \left( \frac{(1 + \hat{b})^l - 1 + \hat{b}}{\hat{b}} \right) \frac{1 - b_G^{\lfloor \frac{k-l}{T} \rfloor}}{1 - b_G}. \quad (33)$$

当取  $k \rightarrow \infty$  时可得

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|E(k+1)\| \leq \frac{2\sqrt{N}b_r}{1 - b_G} \left( \frac{(1 + \hat{b})^l - 1 + \hat{b}}{\hat{b}} \right).$$

定理 1 得证.  $\square$

**注 9** 当期望函数为常数, 即  $y_d(k)$  为恒值时,  $\|\Delta Y(k)\|$  恒等于 0, 则式 (33) 可以改写为

$$\|E(k+1)\| \leq b_G^{\lfloor \frac{k-l}{T} \rfloor} \|E(1)\|. \quad (34)$$

由式 (34) 可知, 此时跟踪误差向量的范数  $\|E(k+1)\|$  是单调收敛的, 因此当  $k \rightarrow \infty$  时便可得到与 FFDL-MFAC 稳定性证明<sup>[17]</sup> 相同的结论  $\lim_{k \rightarrow \infty} \|E(k+1)\| = 0$ .

**注 10** 需要说明的是, PPD 仅是一个数学意义上的概念, 其有界性已有严格的理论证明<sup>[15-17]</sup>, 但一般无法用解析式表达, 也无法获得其准确值<sup>[15]</sup>. 为此, 在应用及仿真中要对 PPD 的绝对值上界  $b_\Phi$  进行人为估计,  $b_\Phi$  的估计值在一定程度上决定了控制效果.

**注 11** 文献 [8-12] 收敛性分析需要基于系统状态空间模型, 文献 [18] 需要对无法准确获得的控制器参数范围进行假设以及限制, 文献 [22-24] 收敛性分析依赖于优化后的控制器结构. 相比之下, 本文控制器结构固定, 不涉及线性化长度常数最优选择问题, 收敛性分析仅基于受控系统和控制器中一些参数的有界性, 并没有使用系统的模型信息, 给出了控制器参数范围的获取标准.

### 4 仿真分析与验证

本节给出如下两个仿真示例. 例 1 根据系统  $b_\phi$  是否可获得设计了两套 MASS, 在例 1 第 1 部分展示了  $b_\phi$  未知系统在 DD-MFAPID 及 DD-MFAPI 算法控制下的跟踪效果, 在第 2 部分展示了  $b_\phi$  可知系统在不同  $b_\phi$  估计值情况下系统的跟踪情况. 例 2 中将本文算法与现有的 D-PID 算法<sup>[13]</sup>、基于紧格式动态线性化的分布式无模型自适应控制 (CFDL-DMFAC) 算法<sup>[22]</sup>、基于控制器动态线性化的分布式无模型自适应控制 (CDL-DMFAC) 算法<sup>[21]</sup> 在一致性跟踪问题上进行了比较. 需要说明的是, 智能体模型仅用于产生输入输出数据, 并不包含在算法内.

#### 4.1 例 1

##### 4.1.1 $b_\phi$ 未知情况

考虑如下多智能体系统:

$$\begin{cases} y_1(k+1) = 0.5y_1(k) + \alpha_1 u_1(k), \\ y_2(k+1) = 0.6 \cos(y_2(k)) + \alpha_2 u_2(k), \\ y_3(k+1) = \frac{y_3(k)y_3(k-1)}{1 + y_3^2(k) + y_3^2(k-1)} + \alpha_3 u_3(k), \\ y_4(k+1) = \frac{y_4(k)u_4(k)}{1 + y_4^2(k)} + \alpha_4 u_4^z(k). \end{cases}$$

其中:  $\alpha_1 = 3, \alpha_2 = 2, \alpha_3 = 4, \alpha_4 = 1, z = 3$ .

智能体 1~智能体 4 具有不同的动态结构, 且智能体 4 为非线性非仿射智能体<sup>[23]</sup>. 值得说明的是, PID 方法被广泛应用于连续时间线性系统<sup>[28]</sup>, 且在控制系统设计时大多要求智能体模型相同或者类似<sup>[8-12]</sup>. 因此, 设计不同类型的智能体系统可以印证本文所提算法的有效性以及优越性.

图 2 为仿真示例 1 的多智能体通信拓扑结构图.

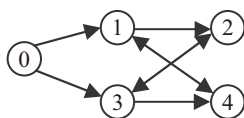


图2 多智能体通信拓扑结构<sup>[21]</sup>

##### 1) 时变期望轨迹.

设立以下时变期望轨迹函数:

$$y_d(k) = 3\sin(k \cdot \pi/200) + 1.5\cos(k \cdot \pi/180).$$

其中:  $k = 1, 2, \dots, N_K, N_K = 700$ .

系统初始状态为  $y_1(0) = 1, y_2(0) = 2, y_3(0) = 3, y_4(0) = 4, u_i(0) = 0$ . 其中:  $i = 1, 2, \dots, 4$ . DD-MFAPID 及 DD-MFAPI 算法控制参数的选取如表 1 所示.

表1 DD-MFAPID 及 DD-MFAPI 算法所用参数

控制算法	算法所用参数				
	$\eta$	$\mu$	$\gamma$	$b_\phi$	$b_K$
DD-MFAPID	1	1	0.15	10	0.095
DD-MFAPI	1	1	0.1	10	0.095

由表 1 中的参数选取可知,  $b_\phi$  和  $b_K$  的取值符合条件  $b_K b_\phi < 1$ .

为了更好地观察到系统跟踪误差的情况, 引入定理 1 中误差向量  $E(k)$  的范数, 跟踪误差向量  $E(k)$  内包含了智能体 1~智能体 4 当前及前两个时刻的跟踪误差, 结果如图 3 所示.

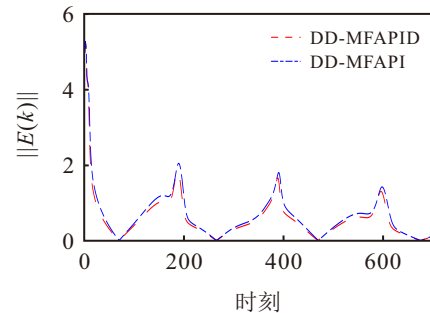


图3 不同算法控制下误差向量  $E(k)$  范数

由图 3 可知, 系统在 DD-MFAPID 算法控制下系统跟踪误差向量  $E(k)$  的范数比在 DD-MFAPI 算法控制下小, 这是因为 DD-MFAPID 算法要比 DD-MFAPI 算法使用更多的历史误差信息来更新控制器参数  $K_q(k)$ . 此外, 由图 3 可知, 系统的跟踪误差向量  $E(k)$  的范数始终小于某正值且误差峰值逐渐变低, 这在一定程度上验证了定理 1 的内容.

##### 2) 时不变期望轨迹.

设立以下时不变期望轨迹函数:

$$y_d(k) = \begin{cases} 2, & 0 \leq k < 100; \\ 0.5, & 100 \leq k < 200. \end{cases}$$

系统初始状态同上, DD-MFAPID 算法控制参数的选取如表 2 所示.

表2 DD-MFAPID 算法所用参数

控制算法	算法所用参数				
	$\eta$	$\mu$	$\gamma$	$b_\phi$	$b_K$
DD-MFAPID	1	10	1	8.5	0.11

图 4 为时不变期望轨迹下系统在 DD-MFAPID 算法控制下的跟踪情况.

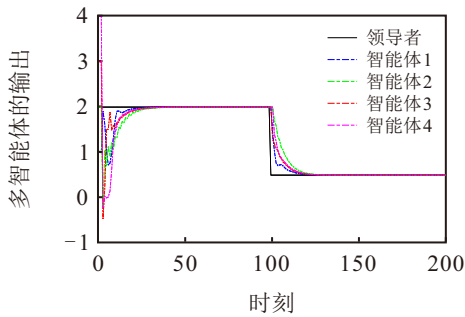


图4 DD-MFAPID 算法控制下系统输出

从图4可知,当期望函数为定值时,系统在所给算法控制下可以实现快速跟踪期望函数,注9中期望函数为定值的特殊情况得证。

4.1.2  $b_\phi$  可知情况

考虑如下多智能体系统:

$$\begin{cases} y_1(k+1) = 0.7u_1(k), \\ y_2(k+1) = e^{-\frac{k}{200}}u_2(k), \\ y_3(k+1) = 1.3u_3(k), \\ y_4(k+1) = \arctan(k)u_4(k). \end{cases}$$

智能体间的拓扑结构关系以及系统的初始状态同例1第1部分(4.1.1)。

设立以下时不变期望轨迹函数:

$$y_d(k) = 1.5, k = 1, 2, \dots, 200.$$

与例1第1部分(4.1.1)不同,第1部分中智能体动态模型结构复杂,无法获得准确的 $b_\phi$ ,因此要对 $b_\phi$ 进行人为估计.而本部分智能体结构相对简单,由智能体1~智能体4的结构可知 $b_\phi \leq 1.3$ ,根据定理1中的条件选取参数如表3所示。

表3 不同 $b_\phi$ 估计值算法所用参数

$\eta$	$\mu$	$\gamma$	$b_\phi$	$b_\kappa$
1	0.01	190	1.3	0.76
1	0.01	190	10	0.099
1	0.01	190	15	0.066

图5展示了不同 $b_\phi$ 估计值情况下系统跟踪误差向量 $E(k)$ 的范数。

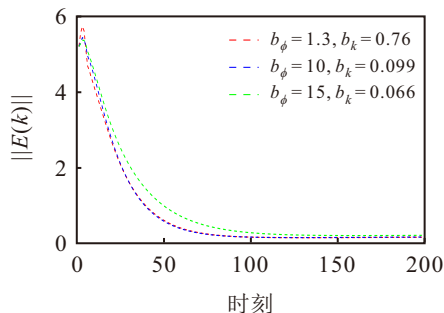


图5 不同 $b_\phi$ 估计值情况下 $E(k)$ 的范数

由图5可知,  $b_\phi$  的估计值越接近真实的 $b_\phi$ , 控制效果越好, 这在一定程度上验证了注10中所讨论的

内容。

通过例1的仿真验证可知, 面对复杂未知的受控系统, DD-MFAPID 算法的使用只需要对 $b_\phi$ 进行估值以及 $\eta$ 、 $\mu$ 、 $\gamma$ 人为调参即可, 不再依赖受控系统的准确模型, 也不需要每个智能体单独调参, 拓展了直接型MFAC在多智能体系统领域的应用. 当面对某些特定的系统, 在 $b_\phi$ 可以准确获得的情况下, DD-MFAPID 算法的调参难度将会进一步降低。

4.2 例2

在例2中将本文算法与D-PID算法<sup>[13]</sup>、CFDL-DMFAC算法<sup>[22]</sup>、CDL-DMFAC算法<sup>[21]</sup>在一致性跟踪问题上进行比较. 考虑如下期望函数:

$$\begin{cases} y_d(k) = 3 \sin(k\pi/130) + 1.5 \cos(k\pi/80), \\ \quad 0 < k < 400; \\ y_d(k) = 4, \quad 400 \leq k < 600; \\ y_d(k) = -1, \quad 600 \leq k < 800. \end{cases}$$

由于D-PID算法<sup>[13]</sup>对系统的特殊要求, 需要将仿真例1系统中 $z$ 取值为1, 智能体间的拓扑结构关系以及系统的初始状态同例1。

DD-MFAPID 算法参数取值如表4所示。

表4 DD-MFAPID 算法所用参数

$\eta$	$\mu$	$\gamma$	$b_\phi$	$b_\kappa$
1	5	0.1	6.5	0.15

由图6可知, 相比于其他3类控制算法, 本文提出的DD-MFAPID 算法面对不同的函数都会产生较低的跟踪误差, 且可以更快地使跟踪误差变为0。

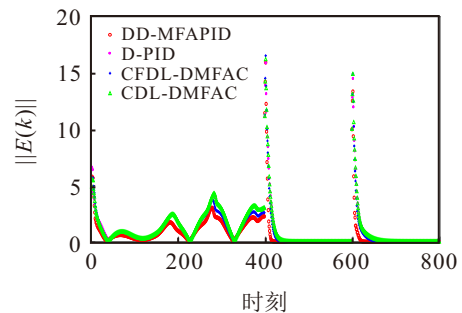


图6 不同算法控制下误差向量 $E(k)$ 的范数

5 结论

针对未知异构非线性MASs一致性跟踪问题, 设计了DD-MFAPID控制算法. 该算法在设计中仅利用系统输入输出数据及智能体间的拓扑结构关系, 避免了未建模动力学等方面的问题, 具有更简单方便的调参方式, 在MASs一致性跟踪问题上具有良好的表现. 利用压缩映射以及盖尔圆盘定理进行了误差收敛分析. 经过大量仿真对比, 验证了所设计控制算法的优越性和有效性。

## 参考文献 (References)

- [1] Tang Y, Xing X, Karimi H R, et al. Tracking control of networked multi-agent systems under new characterizations of impulses and its applications in robotic systems[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2016, 63(2): 1299-1307.
- [2] Dong X W, Hua Y Z, Zhou Y, et al. Theory and experiment on formation-containment control of multiple multirotor unmanned aerial vehicle systems[J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2019, 16(1): 229-240.
- [3] Wang Y, Cao J D, Lu B, et al. Global asymptotic consensus of multi-agent Internet congestion control system[J]. *Neurocomputing*, 2021, 446: 50-64.
- [4] Olfati-Saber R, Murray R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(9): 1520-1533.
- [5] Gao C, Wang Z D, He X, et al. Encryption-decryption-based consensus control for multi-agent systems: Handling actuator faults[J]. *Automatica*, 2021, 134: 109908.
- [6] Zhang J, Zhang H G, Cai Y L, et al. Containment control of general linear multi-agent systems by event-triggered control mechanisms[J]. *Neurocomputing*, 2021, 433: 263-274.
- [7] Jin S T, Li C, Ren Y, et al. Model-free adaptive formation control for unknown heterogeneous nonlinear multi-agent systems[J]. *Control and Decision*, 2020, 35(6): 1519-1524.
- [8] Li H L, Yang R N, Li Q N, et al. Consensus of multi-agent systems with general linear dynamics based on distributed PID control[J]. *Control and Decision*, 2017, 32(5): 899-905.
- [9] Wang J L, Han X, Huang T W. PD and PI control for the lag consensus of nonlinear multiagent systems with and without external disturbances[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2024, 54(6): 3716-3726.
- [10] Ma D, Chen J, Chai T Y. Role of integral control for enlarging second-order delay consensus margin under PID protocols: None[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, 52(11): 11874-11884.
- [11] Ma D. Delay range for consensus achievable by proportional and PD feedback protocols with time-varying delays[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2022, 67(6): 3212-3219.
- [12] Ma Q, Xu S Y. Consensusability of first-order multiagent systems under distributed PID controller with time delay[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2022, 33(12): 7908-7912.
- [13] Lui D G, Petrillo A, Santini S. Leader tracking control for heterogeneous uncertain nonlinear multi-agent systems via a distributed robust adaptive PID strategy[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2022, 108(1): 363-378.
- [14] Hou Z S, Wang Z. From model-based control to data-driven control: Survey, classification and perspective[J]. *Information Sciences*, 2013, 235: 3-35.
- [15] Hou Z S, Jin S T. Model-free adaptive control: Theory and application[M]. Beijing: Science Press, 2013: 34-75.
- [16] Hou Z S, Jin S T. A novel data-driven control approach for a class of discrete-time nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2011, 19(6): 1549-1558.
- [17] Hou Z S, Xiong S S. On model-free adaptive control and its stability analysis[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019, 64(11): 4555-4569.
- [18] Hou Z S, Zhu Y M. Controller-dynamic-linearization-based model free adaptive control for discrete-time nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2013, 9(4): 2301-2309.
- [19] Li X, Hou Z S. Parameter tuning of the PG initial values for direct model-free adaptive control based on PID tuning methods[J]. *Control Theory & Applications*, 2023, 40(10): 1737-1745.
- [20] Yu X, Hou Z S, Chen T S. Data-driven distributed adaptive consensus tracking of nonlinear multiagent systems: A controller-based dynamic linearization method[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2023, 53(11): 6953-6965.
- [21] Li F H, Hou Z S. Controller-dynamic-linearization-based distributed model-free adaptive control for nonlinear multiagent systems[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2024, 54(2): 985-996.
- [22] Bu X H, Hou Z S, Liang J Q, et al. Data driven multiagent systems consensus tracking using model free adaptive control[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2018, 29(5): 1514-1524.
- [23] Bu X H, Cui L Z, Hou Z S, et al. Formation control for a class of nonlinear multiagent systems using model-free adaptive iterative learning[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2018, 28(4): 1402-1412.
- [24] Li J, Wang Y N, Zhao X W, et al. Model free adaptive control of large and flexible wind turbine rotors with controllable flaps[J]. *Renewable Energy*, 2021, 180: 68-82.
- [25] Goodwin G C, Sin K S. Adaptive filtering, prediction and control[M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1984: 53-64.
- [26] Horn R A, Johnson C R. Matrix Analysis[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2012: 120-132.
- [27] Yang S P, Xu J X, Li X F. Iterative learning control with input sharing for multi-agent consensus tracking[J]. *Systems & Control Letters*, 2016, 94: 97-106.
- [28] Ang K H, Chong G, Li Y. PID control system analysis, design, and technology[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2005, 13(4): 559-576.

## 作者简介

范方远 (2000-), 男, 硕士生, 主要研究方向为无模型自适应控制、PID、多智能体协调控制, E-mail: [2681154865@qq.com](mailto:2681154865@qq.com);

侯忠生 (1962-), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为数据驱动控制、无模型自适应控制、学习控制、智能交通, E-mail: [zshou@qdu.edu.cn](mailto:zshou@qdu.edu.cn).