

控制与决策

Control and Decision

概率约束下基于观测器的高效模型预测控制

宋燕, 张奕淳

引用本文:

宋燕, 张奕淳. 概率约束下基于观测器的高效模型预测控制[J]. *控制与决策*, 2025, 40(5): 1669–1676.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2024.0770>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于观测器的网络化多智能体预测控制

Observer-based networked multi-agent predictive control

控制与决策. 2021, 36(9): 2290–2296 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1801>

基于PID参数整定的线性自抗扰控制参数整定

[Tuning of linear active disturbance rejection controllers based on PID tuning rules](#)

控制与决策. 2021, 36(7): 1592–1600 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1408>

基于随机系数回归模型的退化过程及维修策略

Degradation process and maintenance planning based on random coefficient regression model

控制与决策. 2021, 36(3): 754–760 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1087>

基于多维泰勒网的超前d步预测模型

d-step-ahead predictive model based on multi-dimensional Taylor network

控制与决策. 2021, 36(2): 345–354 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0722>

基于高斯混合模型聚类的非均匀采样系统的多模型切换辨识

[Multi-model switching identification for non-uniformly sampled systems based on Gaussian mixture model clustering](#)

控制与决策. 2021, 36(12): 2946–2954 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0671>

概率约束下基于观测器的高效模型预测控制

宋燕^{1†}, 张奕淳²

(1. 上海理工大学 光电信息与计算机工程学院, 上海 200093; 2. 上海理工大学 理学院, 上海 200093)

摘要: 提出一种随机模型预测控制 (SMPC) 算法, 适用于具有有界加性噪声和不完全状态信息的线性离散时间系统. 首先, 假设噪声的一阶矩和二阶矩已知, 利用 Chebyshev-Cantelli 不等式将施加在状态和输入上的概率约束重新表述为确定性形式; 然后, 在高效模型预测控制 (EMPC) 的框架下设计基于观测器的输出反馈控制器; 接着, 引入附加的摄动量, 采用“离线计算、在线综合”的方法最大化初始可行域并计算控制律; 最后, 给出一个平均渐进性能指标的上界, 验证所提出算法的递推可行性. 仿真结果表明了所提出算法的有效性.

关键词: 随机模型预测控制; 有界噪声; 概率约束; 输出反馈; 初始可行域

中图分类号: O231

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2024.0770

引用格式: 宋燕, 张奕淳. 概率约束下基于观测器的高效模型预测控制 [J]. 控制与决策, 2025, 40(5): 1669-1676.

Efficient model predictive control with probabilistic constraints based on observer

SONG Yan^{1†}, ZHANG Yi-chun²

(1. School of Optical-Electrical and Computer Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China; 2. College of Science, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: This paper proposes a stochastic model predictive control (SMPC) algorithm for linear discrete-time systems with bounded additive noise and incomplete state information. Firstly, assuming that the first-order and second-order moments of the noise are known. The probability constraints imposed on the state and input are reformulated in deterministic forms by using Chebyshev-Cantelli inequality. Then, an observer-based output feedback controller is designed under the framework of efficient model predictive control (EMPC). Moreover, additional perturbations are introduced, and the method of offline computation, online synthesis is adopted to maximize the initial feasible set and calculate the control law. Finally, we provide an average asymptotic performance bound and verify the recursive feasibility of the proposed algorithm. Simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed algorithm.

Keywords: stochastic model predictive control; bounded noise; chance constraint; output feedback; initial feasible region

0 引言

模型预测控制 (MPC), 又称为后退时域控制 (RHC), 因其在处理带约束的系统具有很大的优势而被广泛应用于各领域^[1-2]. MPC 的原理是利用系统在特定控制条件下的未来动态行为, 在此基础上, 根据给定的约束条件和性能指标, 滚动求解最优控制问题并实施当前控制序列中的第 1 个元素, 在下一时刻, 利用新的测量值重复上述步骤求解控制器. 由于传统的在线 MPC 在每一时刻均需要解决一个优化

问题, 其在线计算量大, 初始可行域小, 这些缺点导致其难以在实际工程中得到应用^[3]. 另一方面, 传统的离线 MPC 要求系统状态进入预先设计好的终端不变集内, 在集合内采用固定的反馈控制策略. 虽然离线 MPC 的计算负担小, 但是其系统性能往往难以达到期望的要求.

为了解决初始可行域、在线计算量与控制性能三者间的矛盾, 文献 [4] 提出了一种 EMPC (efficient model predictive control) 算法, 该算法首先离线设计

收稿日期: 2024-06-30; 录用日期: 2024-11-02.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (62073223); 上海市自然科学基金项目 (22ZR1443400).

责任编辑: 吴淮宁.

[†]通信作者. E-mail: sonya@usst.edu.cn.

了一个能够满足系统约束且能够稳定系统的固定反馈控制律;然后引入了摄动量附加在固定反馈控制律上并求解增广系统的不变集,通过最大化不变集在原始状态空间中的投影来扩大初始可行域.在线则只需要优化摄动量来获得令人满意的控制性能.这种“离线计算,在线综合”的方法不仅能够通过状态空间增广来扩大初始可行域,还可以利用额外的自由度来改善系统的控制性能,有效解决了初始可行域、在线计算量与控制性能三者间的矛盾^[5].

MPC是一种基于模型的算法,在实际情况中经常会因为模型的不确定性而导致误差.为了克服这种限制,SMPC考虑了系统在实践中最有可能遇到的噪声,并充分利用了噪声的概率信息和统计特征.在SMPC框架下,系统状态和控制输入的硬约束被概率约束或期望约束所取代,即系统允许在给定的概率内违反约束条件.因此,SMPC通常可以获得更好的系统性能,且能够处理在无界噪声影响下的系统.在众多SMPC方法中,最常见的方法有两种:解析近似方法和基于场景的方法,前者包括概率管^[6-7]和仿射参数化^[8-9]的方法,它们利用放缩的方法将概率约束重新表述为确定性的形式;而后者通过生成足够数量的随机样本来满足概率约束^[10].

在MPC优化问题中,预测系统未来的行为往往与当前系统的真实状态有关.然而,在SMPC的一些应用中,由于传感器不确定性等因素不可能直接测量到所有的系统状态^[11-12],从实际和理论两个角度,有必要研究状态不可测的随机系统的输出反馈问题.文献[13]讨论了在无界加性噪声下的输出反馈SMPC问题,文中利用卡尔曼滤波器来估计系统状态,但是卡尔曼滤波器对噪声的假设比较严格,即噪声需要满足均值和方差已知的高斯分布,所提出的算法只能在概率意义下保证递归可行性并不能保证系统的稳定性;文献[14]使用了一种新的随机模型来描述系统的行为,且考虑了系统的间歇性观测数据和噪声,但是该方法的计算复杂度较高,需要进行大量的数值计算,这可能会增加控制系统的计算负担,并不一定适用于一般的系统,在实际应用中具有局限性;文献[15]针对一类受无界噪声影响的离散线性系统,提出了一种基于输出反馈的新型SMPC算法,该方法通过施加终端约束和选取标称状态的不变集来保证算法的递归可行性和系统的稳定性,然而,该方法在线需要对系统状态的方差矩阵进行迭代计算,计算负担过大.

对于现有的SMPC算法,包括上述提到的文献,均采用 n 步控制法,即每次需要计算整个未来的状态

序列.此外,这些算法的实现是完全在线的,需要进行大量的数值计算,这会导致计算时间过长,在实际应用中难以实现.为此,本文首次在EMPC算法的框架下针对一类受有界加性噪声影响的离散线性系统设计一种SMPC算法.采用“离线计算、在线综合”的方法来计算控制律并最大化初始可行域,从而大大降低在线计算的负担,能够更好地处理实时控制问题.此外,所提出算法的递归可行性和系统的稳定性也能够被保证.

1 问题描述

考虑如下受有界加性噪声影响的离散时间线性时不变系统:

$$\begin{aligned} x_{t+1} &= Ax_t + Bu_t + F\omega_t, \quad t \geq 0; \\ y_t &= Cx_t + v_t. \end{aligned} \quad (1)$$

其中: $x_t \in \mathbb{R}^{n_x}$ 、 $u_t \in \mathbb{R}^{n_u}$ 、 $y_t \in \mathbb{R}^{n_y}$ 分别为系统状态、控制输入、测量输出;有界噪声 $\omega_t \in \mathbb{W}$ 、 $v_t \in \mathbb{V}$ 为满足独立同分布的随机噪声,具有零均值且协方差矩阵满足 $W \succeq 0$ 、 $V \succ 0$. 本文假设 (A, C) 是可观测的,且 (A, B) 和 (A, \tilde{F}) 是可达的,这里矩阵 \tilde{F} 满足 $\tilde{F}\tilde{F}^T = FWF^T$.

假设系统状态和控制输入满足以下概率约束:

$$\Pr\{\mu_{x,r}^T x_t \geq m_r^x\} \leq p_r^x, \quad r = 1, 2, \dots, \mathcal{N}_r; \quad (2)$$

$$\Pr\{\mu_{u,l}^T u_t \geq m_l^u\} \leq p_l^u, \quad l = 1, 2, \dots, \mathcal{N}_s. \quad (3)$$

其中: $\mu_{x,r}$ 、 $\mu_{u,l}$ 、 m_r^x 、 m_l^u 、 p_r^x 和 p_l^u 是由控制器设计者为了满足不同的控制要求而选择的向量或数值; p_r^x 、 p_l^u 分别为系统状态和控制输入允许违反约束的概率上界,当它们等于0时,概率约束转换为硬约束.因此,所提出算法也适用于系统约束为硬约束的情况.

1.1 控制器结构

设计 Luenberger 观测器对状态进行估计,即

$$\hat{x}_{t+1} = A\hat{x}_t + Bu_t + L(y_t - C\hat{x}_t). \quad (4)$$

其中: \hat{x}_t 为估计状态, L 为需要离线进行优化的观测器增益.然后,设计如下双模控制策略:

$$u_t = \begin{cases} K\hat{x}_t + c_t, & 0 \leq t \leq N-1; \\ K\hat{x}_t, & t \geq N. \end{cases} \quad (5)$$

对于模态 1 (式 (5) 中前 N 步附加额外摄动量的 c_t 控制输入) 中的每一步,摄动量 c_t 作为额外的自由度能够优化控制性能.反馈增益 K 是离线选取的,可基于设计好的系统和模型,在仿真过程中对其进行整定,使得控制器能够满足控制要求和优化目标.特别地,必须保证 $A+BK$ 是渐近稳定的.模态 2 (式 (5) 中在 N 步后采取固定反馈控制律) 中则采用固定反馈

控制策略. 接着, 定义标称系统的状态和控制输入, 如下所示:

$$\bar{x}_{t+1} = A\bar{x}_t + B\bar{u}_t, \quad (6)$$

这里

$$\bar{u}_t = \begin{cases} K\bar{x}_t + c_t, & 0 \leq t \leq N-1; \\ K\bar{x}_t, & t \geq N. \end{cases} \quad (7)$$

再定义估计误差和预测误差为

$$e_t = x_t - \hat{x}_t, \quad (8a)$$

$$\varepsilon_t = \hat{x}_t - \bar{x}_t. \quad (8b)$$

由式 (8), 可得到

$$\Delta x_t = x_t - \bar{x}_t = e_t + \varepsilon_t. \quad (9)$$

定义增广向量 $\sigma_t = [e_t^T \ \varepsilon_t^T]^T$, 其动态方程可由式 (1) ~ (9) 计算得到, 有

$$\sigma_{t+1} = \Phi_L \sigma_t + \Psi_L \begin{bmatrix} \omega_t \\ v_t \end{bmatrix}. \quad (10)$$

其中

$$\Phi_L = \begin{bmatrix} A - LC & 0 \\ LC & A + BK \end{bmatrix}, \quad \Psi_L = \begin{bmatrix} F & -L \\ 0 & L \end{bmatrix}.$$

由于噪声 ω_t 和 v_t 均值为 0, 在增加初始条件 $\mathbb{E}\{\sigma_0\} = 0$ 后, 可得到 σ_t 均值也为 0, 即 $\mathbb{E}\{\sigma_t\} = 0$. 然后, 用 $\Sigma_t = \mathbb{E}\{\sigma_t \sigma_t^T\}$ 和 Ω 分别表示 σ_t 和 $[\omega_t^T \ v_t^T]$ 的协方差矩阵. 由式 (10), 可计算出 Σ_t 的动态方程为

$$\Sigma_{t+1} = \Phi_L \Sigma_t \Phi_L^T + \Psi_L \Omega \Psi_L^T. \quad (11)$$

由式 (9), 可得到 Δx_t 是零均值的, 即 $\mathbb{E}\{x_t\} = \bar{x}_t$. 其协方差矩阵 $X_t = \mathbb{E}\{\Delta x_t \Delta x_t^T\} = [I \ I] \Sigma_t [I \ I]^T$. 此外, 令 $\Delta u_t = u_t - \bar{u}_t = K(\hat{x}_t - \bar{x}_t)$, Δu_t 同样也是零均值的, 且协方差矩阵

$$U_t = \mathbb{E}\{\Delta u_t \Delta u_t^T\} = [0 \ K] \Sigma_t [0 \ K]^T.$$

1.2 概率约束的处理和代价函数

采用文献 [15] 中的方法来处理施加于系统状态和控制输入上的概率约束. 这种方法以一定的保守性为代价, 利用 Chebyshev-Cantelli 不等式将概率约束重新表述为确定性形式.

给定一个噪声 γ , 它的期望和方差分别为 $\bar{\gamma} = \mathbb{E}\{\gamma\}$, $\Gamma = \mathbb{E}\{(\gamma - \bar{\gamma})(\gamma - \bar{\gamma})^T\}$, 需要满足如下概率约束:

$$\Pr\{h^T \gamma \geq m\} \leq p. \quad (12)$$

命题 1 令 $f(p) = \sqrt{(1-p)p}$, 则约束 (12) 的充分条件为

$$h^T \bar{\gamma} \leq m - \sqrt{h^T \Gamma h} f(p). \quad (13)$$

命题 2 假设 γ 是高斯噪声. 若当 $f(p) = \mathcal{N}^{-1}(1-p)$

时, 式 (13) 成立, 则约束 (12) 成立, 其中 \mathcal{N} 为标准正态分布的累积分布函数.

综上所述, 概率约束 (2) 和 (3) 可重新表述为

$$\mu_{x,r}^T \bar{x}_i \leq m_r^x - \sqrt{\mu_{x,r}^T X_i \mu_{x,r}} f(p_r^x), \quad (14a)$$

$$\mu_{u,l}^T \bar{u}_i \leq m_s^u - \sqrt{\mu_{u,l}^T U_i \mu_{u,l}} f(p_l^u). \quad (14b)$$

在 t 时刻定义 N 步预测上的标称控制序列 $\bar{u}_t, \dots, \bar{u}_{t+N-1} = \{\bar{u}_t, \dots, \bar{u}_{t+N-1}\}$, 本文所考虑的问题是在保证约束 (14) 满足的条件下最小化代价函数, 即

$$\begin{aligned} J_t = & \sum_{i=0}^{N-1} (\|\bar{x}_{t+i}\|_Q^2 + \|\bar{u}_{t+i}\|_R^2) + \|\bar{x}_{t+N}\|_P^2 + \\ & \mathbb{E} \left[\sum_{i=0}^{N-1} \|x_{t+i} - \hat{x}_{t+i}\|_{Q_L}^2 + \|x_{t+N} - \bar{x}_{t+N}\|_{P_L}^2 \right] + \\ & \mathbb{E} \left[\sum_{i=0}^{N-1} (\|\hat{x}_{t+i} - \bar{x}_{t+i}\|_Q^2 + \|u_{t+i} - \bar{u}_{t+i}\|_R^2) + \right. \\ & \left. \|\hat{x}_{t+N} - \bar{x}_{t+N}\|_P^2 \right] = \\ & \sum_{i=0}^{N-1} (\|\bar{x}_{t+i}\|_Q^2 + \|\bar{u}_{t+i}\|_R^2) + \|\bar{x}_{t+N}\|_P^2 + \\ & \sum_{i=0}^{N-1} \text{tr}(\bar{Q}_T \Sigma_{t+i}) + \text{tr}(P_T \Sigma_{t+N}). \end{aligned} \quad (15)$$

正定矩阵 Q 、 Q_L 、 P 、 P_L 必须满足如下不等式:

$$Q_T - P_T + \Phi^T P_T \Phi \preceq 0. \quad (16)$$

其中

$$\begin{aligned} \Phi &= \begin{bmatrix} A - \bar{L}C & 0 \\ \bar{L}C & A + BK \end{bmatrix}, \\ Q_T &= \text{diag}(Q_L, Q + K^T R K), \quad P_T = \text{diag}(P_L, P), \end{aligned}$$

且 \bar{L} 的选取需要保证 $A - \bar{L}C$ 渐近稳定.

为了保证系统的稳定性, 本文设计了如下终端约束条件:

$$\Sigma_{t+N} \preceq \bar{\Sigma}. \quad (17)$$

其中

$$\bar{\Sigma} = \Phi \bar{\Sigma} \Phi^T + \Psi \Omega \Psi^T, \quad \Psi = \begin{bmatrix} F & -\bar{L} \\ 0 & \bar{L} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

由代价函数 (15) 可以看出, 优化问题有两个目标: 一个是通过设计控制序列 $\bar{u}_t, \dots, \bar{u}_{t+N-1}$ 使得标称状态 \bar{x}_t 趋于 0, 另一个是设计观测器增益 L 来最小化 σ 的协方差矩阵 Σ .

2 SMPC 算法设计

由于约束 (14) 是非线性的, 为了得到一个易于处理的 SMPC 算法, 本文将约束 (14) 近似为线性约束. 然后, 在 EMPC 框架下设计 SMPC 算法, 可简单总结如下: 首先, 构造一个辅助优化问题, 离线求解

观测器增益; 然后, 离线求解增广系统的不变集, 并通过最大化该不变集在原始状态空间中的投影来扩大初始可行域; 最后, 通过在线计算摄动量来得到控制律.

2.1 约束近似

首先定义 $A^D = \sqrt{2}A, B^D = \sqrt{2}B, C^D = \sqrt{2}C, V^D = 2V, W^D = 2W$, 且增益 K, \bar{L} 满足下面的假设.

假设 1 给定系统 (A^D, B^D, C^D) , 状态和控制输入的权矩阵分别为 Q 和 R , 增益 K 和 \bar{L} 是在该系统下 LQR 调节器的稳定增益.

引理 1 给定一个半正定矩阵 G , 有

$$G = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{12}^T & G_{22} \end{bmatrix} \succeq \begin{bmatrix} 2G_{11} & 0 \\ 0 & 2G_{22} \end{bmatrix}.$$

证明 由于 $G \succeq 0$, 对于任意 y_1, y_2 且 $[y_1^T \ y_2^T] \neq 0$, 有

$$[y_1^T \ -y_2^T]G \begin{bmatrix} y_1 \\ -y_2 \end{bmatrix} =$$

$$y_1^T G_{11} y_1 + y_2^T G_{22} y_2 - y_1^T G_{12} y_2 - y_2^T G_{12} y_1 \succeq 0,$$

进而, 可得到

$$[y_1^T \ y_2^T]G \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} =$$

$$y_1^T G_{11} y_1 + y_2^T G_{22} y_2 + y_1^T G_{12} y_2 + y_2^T G_{12} y_1 \leq$$

$$2y_1^T G_{11} y_1 + 2y_2^T G_{22} y_2 =$$

$$[y_1^T \ y_2^T] \begin{bmatrix} 2G_{11} & 0 \\ 0 & 2G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix},$$

即 $G \preceq \begin{bmatrix} 2G_{11} & 0 \\ 0 & 2G_{22} \end{bmatrix}$. \square

引理 2 定义 $A_L^D = A^D - LC^D, A_K^D = A^D + B^D K$ 以及分块对角矩阵 $\Sigma_t^D = \text{diag}(\Sigma_{11,t}^D, \Sigma_{22,t}^D)$, 其中 $\Sigma_{11}^D \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}, \Sigma_{22}^D \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$ 满足下列条件:

$$\Sigma_{11,t+1}^D = A_L^D \Sigma_{11,t}^D (A_L^D)^T + F W^D F^T + L V^D L^T, \tag{19a}$$

$$\Sigma_{22,t+1}^D = A_K^D \Sigma_{22,t}^D (A_K^D)^T + L C^D \Sigma_{11,t}^D (L C^D)^T + L V^D L^T. \tag{19b}$$

根据上述定义, 若 $\Sigma_t^D \succeq \Sigma_i$, 则 $\Sigma_{t+1}^D = \text{diag}(\Sigma_{11,t+1}^D, \Sigma_{22,t+1}^D) \succeq \Sigma_{t+1}$.

证明 将矩阵 Σ_{t+1} 用分块矩阵形式表示为

$$\Sigma_{t+1} = \begin{bmatrix} \Sigma_{11,t+1} & \Sigma_{12,t+1} \\ \Sigma_{12,t+1}^T & \Sigma_{11,t+1} \end{bmatrix},$$

可得到

$$\begin{aligned} \Sigma_{t+1} &= \begin{bmatrix} \Sigma_{11,t+1} & \Sigma_{12,t+1} \\ \Sigma_{12,t+1}^T & \Sigma_{11,t+1} \end{bmatrix} \preceq \\ &\Phi_L \Sigma_t^D \Phi_L^T + \Psi_L \Omega \Psi_L^T = \\ &\begin{bmatrix} G_{\Sigma,11} & G_{\Sigma,12} \\ G_{\Sigma,12}^T & G_{\Sigma,22} \end{bmatrix} \preceq \\ &\begin{bmatrix} 2G_{\Sigma,11} & 0 \\ 0 & 2G_{\Sigma,22} \end{bmatrix} = \Sigma_{t+1}^D. \end{aligned}$$

其中

$$G_{\Sigma,11} = A_L \Sigma_{11,t}^D A_L^T + F W F^T + L V L^T T,$$

$$G_{\Sigma,12} = A_L \Sigma_{11,t}^D (L C)^T - L V L^T,$$

$$G_{\Sigma,22} = L C \Sigma_{11,t}^D (L C)^T + A_K \Sigma_{22,t}^D A_K^T + L V L^T,$$

$$A_L = A - L C, A_K = A + B K. \quad \square$$

在引理 2 的基础上, 可用 Σ^D 替换 Σ , 从而改写约束 (14). 此外, 根据文献 [15], 以一定的保守性为代价, 约束 (14) 可进一步表述为

$$\mu_{x,r}^T \bar{x}_i \leq (1 - 0.5\alpha_x) m_r^x - \frac{\mu_{x,r}^T X_i \mu_{x,r}}{2\alpha_x m_r^x} f(p_r^x)^2, \tag{20a}$$

$$\mu_{u,l}^T \bar{u}_i \leq (1 - 0.5\alpha_u) m_s^u - \frac{\mu_{u,l}^T U_i \mu_{u,l}}{2\alpha_u m_s^u} f(p_l^u)^2. \tag{20b}$$

其中: α_x, α_u 为人工设计的参数, 且 $\alpha_x \in (0, 1], \alpha_u \in (0, 1]$. 在 $\Sigma_t^D \succeq \Sigma_t$ 的假设下, 协方差矩阵 X_t 和 U_t 还具有以下结论:

$$X_t \preceq [I \ I] \Sigma_t^D [I \ I]^T = \Sigma_{11,t}^D + \Sigma_{22,t}^D \triangleq X_t^D,$$

$$U_t \preceq [0 \ K] \Sigma_t^D [0 \ K]^T = K \Sigma_{22,t}^D K^T \triangleq U_t^D.$$

进而, 约束 (20) 可写为

$$\mu_{x,r}^T \bar{x}_i \leq (1 - 0.5\alpha_x) m_r^x - \frac{\mu_{x,r}^T X_i^D \mu_{x,r}}{2\alpha_x m_r^x} f(p_r^x)^2, \tag{21a}$$

$$\mu_{u,l}^T \bar{u}_i \leq (1 - 0.5\alpha_u) m_s^u - \frac{\mu_{u,l}^T U_i^D \mu_{u,l}}{2\alpha_u m_s^u} f(p_l^u)^2. \tag{21b}$$

以约束 (21a) 为例, 约束 (14a) 中不等式右边的第 1 项被放缩为 $(1 - 0.5\alpha_x) x_r^{\max}$, 这将导致更新后的约束集大小相对于之前会变得小一些, 且由于 α_x 在第 2 项的分母上, 其取值也不能任意小. 作为自由设计的参数, 可根据具体的控制需求和模型参数进行调试来选取合适的参数从而得到合适的约束集.

经过以上讨论, 约束 (14a) 已成功地被转换为可处理的线性约束. 同样地, 需要将代价函数和终端约束条件中的 Σ 用 Σ^D 替换. 根据假设 1 和分离原理, 可得到稳态方程 (22) 的解 $\bar{\Sigma}^D$ 是块对角的, 即 $\bar{\Sigma}^D = \text{diag}(\bar{\Sigma}_{11}^D, \bar{\Sigma}_{22}^D)$, 有

$$\bar{\Sigma}^D = \Phi^D \bar{\Sigma}^D (\Phi^D)^T + \Psi \bar{\Omega} \Psi^T, \quad (22)$$

其中

$$\Phi^D = \begin{bmatrix} A^D - \bar{L}C^D & 0 \\ \bar{L}C^D & A^D + B^D K \end{bmatrix}.$$

接下来改写代价函数 J_t , 即

$$\begin{aligned} J_t \leq J_t^D = & \sum_{i=0}^{N-1} (\|\bar{x}_{t+i}\|_Q^2 + \|\bar{u}_{t+i}\|_R^2) + \|\bar{x}_{t+N}\|_P^2 + \\ & \sum_{i=0}^{N-1} \text{tr}(Q_L \Sigma_{11,t+i}^D + Q \Sigma_{22,t+i}^D + RK \Sigma_{22,t+i}^D K^T) + \\ & \text{tr}(P_L \Sigma_{11,t+N}^D + P \Sigma_{22,t+N}^D). \end{aligned} \quad (23)$$

终端权矩阵 P 和 P_L 需要满足类李雅普诺夫方程, 有

$$(A_K^D)^T P A_K^D - P + Q + K^T R K = 0, \quad (24)$$

$$(\bar{A}_L^D)^T P_L \bar{A}_L^D - P_L + Q_L + (\bar{L}C^D)^T P \bar{L}C^D = 0, \quad (25)$$

这里 $\bar{A}_L^D = A^D - \bar{L}C^D$. 另外, 终端约束 (17) 需要重写为 $\Sigma_{t+N}^D \preceq \bar{\Sigma}^D$, 其等价于下式:

$$\Sigma_{11,t+N}^D \preceq \bar{\Sigma}_{11}^D, \quad \Sigma_{22,t+N}^D \preceq \bar{\Sigma}_{22}^D. \quad (26)$$

目前为止, 本文已使用近似方法将原问题重新表述为一个新问题. 接下来在 EMPC 框架下设计 SMPC 算法.

2.2 离线计算观测器增益和初始可行域

首先, 假设附加的摄动量均等于 0, 即采用固定的反馈控制律 $\bar{u} = K\bar{x}$. 在所得近似问题的基础上, 构建如下优化问题来计算观测器增益 L :

$$\begin{aligned} \text{OP1 : } \min_L & J_t^D; \\ \text{s.t. } & \text{式(6), (19), (21), (26)}. \end{aligned}$$

由 OP1 得到的观测器增益 L 能够保证系统在固定的反馈控制律 $\bar{u} = K\bar{x}$ 下是稳定的.

MPC 的初始可行域表明, 从其中任何初始状态出发, 均能够在理论上保证闭环系统稳定. 虽然从其之外的初始状态出发可能也会得到稳定的结果, 但是缺乏理论保证. 下面引入摄动量来最大化初始可行域.

在下面的讨论中, 将应用由 OP1 得到的观测器增益 L . 令 $f_t = [c_t^T \quad c_{t+1}^T \quad \dots \quad c_{t+N-1}^T]^T$, $\tau_t = [\bar{x}_t^T \quad f_t^T]^T$, 标称系统 (6) 可写为自治形式, 如下所示:

$$\tau_{t+1} = \Gamma \tau_t. \quad (27)$$

其中

$$\Gamma = \begin{bmatrix} A + BK & B & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & 0 & \ddots & \vdots \\ & & & \vdots & \ddots & I \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}. \quad (28)$$

定义集合 Ω_τ 为自治系统 (27) 的不变集, 即

$$\Omega_\tau = \{\tau \in \mathbb{R}^{n+Nn_u} \mid \tau^T Q_\tau^{-1} \tau \leq 1\}, \quad Q_\tau^{-1} \succ 0. \quad (29)$$

若状态 τ_t 落在不变集 Ω_τ 内, 则满足 $\Gamma_j^T Q_\tau^{-1} \Gamma_j - Q_\tau^{-1} \leq 0$, 用线性矩阵不等式技术可表示为

$$\begin{bmatrix} Q_\tau & Q_\tau \Gamma^T \\ \Gamma Q_\tau & Q_\tau \end{bmatrix} \preceq 0. \quad (30)$$

记 $\mathcal{T} = [I \quad 0]$, 可得到 $\bar{x} = \mathcal{T}\tau$, 则式 (29) 等价于

$$\begin{bmatrix} \mathcal{T} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_\tau & \tau \\ \tau^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathcal{T}^T & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{T} Q_\tau \mathcal{T}^T & x \\ x^T & 1 \end{bmatrix} \succeq 0. \quad (31)$$

用 Ω_{τ_x} 表示 Ω_τ 在原始状态空间上的投影, 即 $\Omega_{\tau_x} = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x^T (\mathcal{T} Q_\tau \mathcal{T}^T)^{-1} x \leq 1\}$.

在使得 Ω_{τ_x} 尽可能大的同时还需要满足约束 (21). 以状态约束 (21a) 为例, 其可写为

$$\begin{aligned} \mu_{x,r}^T [I \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0] \tau_i \leq \\ (1 - 0.5\alpha_x) m_r^x - \frac{\mu_{x,r}^T X_i^D \mu_{x,r}}{2\alpha_x m_r^x} f(p_r^x)^2. \end{aligned} \quad (32)$$

由于对于所有的 $i = t, t+1, \dots, t+N$, $\Sigma_{11,i}^D$ 和 $\Sigma_{22,i}^D$ 可由式 (19) 离线计算得到. 进而, 可求得 X_i^D 的上界 X_{\max}^D . 记

$$X_{\max} = (1 - 0.5\alpha_x) m_r^x - \frac{\mu_{x,r}^T X_{\max}^D \mu_{x,r}}{2\alpha_x m_r^x} f(p_r^x)^2,$$

则条件 (32) 可写为

$$\mu_{x,r}^T [I \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0] \tau_i \leq X_{\max}. \quad (33)$$

由于 τ_i 需要落在不变集 Ω_τ 的范围内, 由条件 (29), 可得到

$$\mu_{x,r}^T [I \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0] Q_\tau [I \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0]^T \mu_{x,r} \leq X_{\max}^2, \quad r = 1, 2, \dots, \mathcal{N}_r. \quad (34)$$

类似地, 约束 (21b) 可改写为

$$\mu_{u,l}^T [K \quad I \quad 0 \quad \dots \quad 0] Q_\tau [K \quad I \quad 0 \quad \dots \quad 0]^T \mu_{u,l} \leq U_{\max}^2, \quad l = 1, 2, \dots, \mathcal{N}_s. \quad (35)$$

其中 U_{\max} 的定义与 X_{\max} 类似, 为约束 (21b) 不等式右边的上界.

给出获得更大的初始可行域的凸优化问题, 如下所示:

$$\begin{aligned} \text{OP2 : } \min_{Q_\tau} & \log \det(\mathcal{T} Q_\tau \mathcal{T}^T)^{-1}; \\ \text{s.t. } & \text{式(30), (34), (35)}. \end{aligned}$$

优化问题 OP2 等价于优化矩阵 $(\mathcal{T}Q_\tau\mathcal{T}^\top)^{-1}$ 决定的椭球的体积, 可通过调用 Yalmip 工具箱中的 logdet() 函数来求解^[16].

2.3 在线优化摄动量

c_t 可看作附加在固定反馈控制律 $\bar{u}_t = K\bar{x}_t$ 上的微调控制变量, 它能够保证预测轨迹的可行性. 在每个时刻, 只需要在线求解以下优化问题得到最优的 f_t , 并将其首项元素代入式 (7), 以此得到当前时刻的控制量 \bar{u}_t :

$$\begin{aligned} \text{OP3 : } \min_{f_t} & f_t^\top f_t; \\ \text{s.t. } & \begin{bmatrix} 1 & \tau_t^\top \\ \tau_t & Q_\tau \end{bmatrix} \leq 1. \end{aligned} \quad (36)$$

然而, 在条件 (36) 中, τ_t 包含不可测项 \bar{x}_t . 下面用观测状态 \hat{x}_t 替换 \bar{x}_t , 进而转化为可处理的优化问题. 令

$$Q_\tau^{-1} = \begin{bmatrix} Q_{11,\tau} & Q_{21,\tau}^\top \\ Q_{21,\tau} & Q_{22,\tau} \end{bmatrix}.$$

将条件 (36) 展开, 可得到

$$\bar{x}_t^\top Q_{11,\tau} \bar{x}_t \leq 1 - 2f_t^\top Q_{21,\tau} \bar{x}_t - f_t^\top Q_{22,\tau} f_t.$$

由式 (8), 将上式中的 \bar{x}_t 用 $\hat{x}_t - \varepsilon_t$ 替换, 可得到

$$\begin{aligned} \hat{x}_t^\top Q_{11,\tau} \hat{x}_t + 2f_t^\top Q_{21,\tau} \hat{x}_t + f_t^\top Q_{22,\tau} f_t + 2f_t^\top Q_{21,\tau} \varepsilon_t \leq \\ 1 + 2\hat{x}_t^\top Q_{11,\tau} \varepsilon_t - \varepsilon_t^\top Q_{11,\tau} \varepsilon_t. \end{aligned} \quad (37)$$

注意到, 对于式 (10), 有

$$e_{t+1} = (A - LC)e_t + Fw_t - Lv_t, \quad (38a)$$

$$\varepsilon_{t+1} = LCe_t + (A + BK)\varepsilon_t + Lv_t. \quad (38b)$$

取 $\mathbb{E}_0 = \mathbb{V}_0 = \{0\}$, 可用集合来限制 e_t 和 ε_t 的取值范围, 即 $e_t \in \mathbb{E}_t$, $\varepsilon_t \in \mathbb{V}_t$. 其中

$$\mathbb{E}_{t+1} = (A - LC)\mathbb{E}_t \oplus FW \oplus (-LV), \quad (39a)$$

$$\mathbb{V}_{t+1} = LC\mathbb{E}_t \oplus (A + BK)\mathbb{V}_t \oplus LV. \quad (39b)$$

根据文献 [17], 集合 \mathbb{V}_t 在 Hausdorff 度量下收敛至最小鲁棒不变集 $\mathbb{V}_\infty = LC\mathbb{E}_\infty \oplus (A + BK)\mathbb{V}_\infty \oplus LV$, 这里 $\mathbb{E}_\infty = (A - LC)\mathbb{E}_\infty \oplus FW \oplus (-LV)$, 即对于 $\forall \varepsilon_t \in \mathbb{V}_t$, 有 $\varepsilon_t \in \mathbb{V}_\infty$. \mathbb{E}_∞ 和 \mathbb{V}_∞ 均可通过有限集合的并集近似计算得到. 最后, 得到一个新的优化问题 OP4 来在线计算摄动量, 即

$$\begin{aligned} \text{OP4 : } \min_{f_t} & f_t^\top f_t; \\ \text{s.t. } & \text{式(37), } \varepsilon_t \in \mathbb{V}_\infty. \end{aligned} \quad (40)$$

2.4 可行性与稳定性

定理 1 在离线计算观测器增益 L 和初始可行域 $\Omega_{\tau x}$ 后, 如 OP4 在当前时刻可行, 则 OP4 是递归可行的. 此外, 平均阶段成本是有界的, 即存在一个正数 \mathcal{L}_{\max} , 使得

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} (\|\bar{x}_{t+i|t+i}\|_Q^2 + \|\bar{u}_{t+i|t+i}\|_R^2 + \\ \text{tr}[Q_L \Sigma_{11,t+i}^D + Q \Sigma_{22,t+i}^D + RK \Sigma_{22,t+i}^D K^\top]) \leq \\ \mathcal{L}_{\max}. \end{aligned} \quad (41)$$

证明 首先给出递归可行性的证明. 假设 $f_t^* = [c_{t|t}^{*\top} \cdots c_{t+N-2|t}^{*\top} c_{t+N-1|t}^{*\top}]^\top$ 为 OP4 在当前时刻 t 的最优解. ε_t 不依赖序列 f_t , 因此, 只要找到一个满足约束 (36) 的可行解即可. 令 $f_{t+1} = [c_{t+1|t}^{*\top} \cdots c_{t+N-1|t}^{*\top} 0]^\top$, $\tau_{t+1|t} = [\bar{x}_{t+1|t}^\top f_{t+1}^\top]^\top$. 根据条件 (29), τ_t 位于不变集 Q_τ 内, 因此, $\tau_{t+1|t}$ 也位于不变集 Q_τ 内, 进而, f_{t+1} 满足约束 (36). 于是 f_{t+1} 是 OP4 在 $t+1$ 时刻的可行解, 因此, OP4 是递归可行的.

定义 $J_t^D(\tau_t^*)$ 为代价函数 J_t^D 在 t 时刻的最优值, 由条件 (22) ~ (26), 可得到

$$\begin{aligned} J_{t+1}^D(\tau_{t+1}^*) - J_t^D(\tau_t^*) \leq J_{t+1}^D(\tau_{t+1|t}) - J_t^D(\tau_t^*) \leq \\ - \|\bar{x}_{t|t}\|_Q^2 - \|\bar{u}_{t|t}\|_R^2 - \text{tr}[Q_L \Sigma_{11,t+i}^D + Q \Sigma_{22,t+i}^D + \\ RK \Sigma_{22,t}^D K^\top] + \text{tr}(P_T \Psi^D \bar{\Omega} (\Psi^D)^\top). \end{aligned}$$

进而, 有

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} (\|\bar{x}_{t+i|t+i}\|_Q^2 + \|\bar{u}_{t+i|t+i}\|_R^2 + \\ \text{tr}[Q_L \Sigma_{11,t+i}^D + Q \Sigma_{22,t+i}^D + RK \Sigma_{22,t+i}^D K^\top]) \leq \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} (J_{t+i}^D(\tau_{t+i}^*) - J_{t+i+1}^D(\tau_{t+i+1}^*)) + \\ \text{tr}(P_T \Psi^D \bar{\Omega} (\Psi^D)^\top) = \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} (J_t^D(\tau_t^*) - J_{t+n}^D(\tau_{t+n}^*)) + \\ \text{tr}(P_T \Psi^D \bar{\Omega} (\Psi^D)^\top) = \\ \text{tr}(P_T \Psi^D \bar{\Omega} (\Psi^D)^\top). \end{aligned}$$

令 $\mathcal{L}_{\max} = \text{tr}(P_T \Psi^D \bar{\Omega} (\Psi^D)^\top)$, 结论成立. \square

3 算法与仿真实例

3.1 算法流程

为了叙述方便, 本文用 E-SMPC 表示所提出算法. 所提出算法的主要步骤如下.

算法 1 E-SMPC 算法.

离线部分:

step 1: 在初始时刻 t_0 , 求解优化问题 OP1 得到观测器增益 L .

step 2: 在得到观测器增益 L 后, 求解优化问题 OP2 计算出 Q_τ , 从而最大化初始可行域 $\Omega_{\tau x}$. 若初始标称状态 $\bar{x}_0 \in \Omega_{\tau x}$, 则进入在线部分.

在线部分:

step 1: 在每个 t 时刻, 若 $t > t_0 + N - 1$, 则令 $c_t = 0$, 由式 (5) 和 (7), 可得到控制输入 u_t 和标称控制输入 \bar{u}_t ; 若 $t \leq t_0 + N - 1$, 则通过求解 OP4 来确定 f_t ,

将 f_t 中的第 1 个 c_t 代入式 (5) 和 (7), 可得到控制输入 u_t 和标称控制输入 \bar{u}_t .

step 2: 将 u_t 作用于系统, 令 $t=t+1$, 返回至 step 1.

3.2 仿真实例

为了验证所提出算法的有效性, 本文选择单连杆刚性机器人系统作为仿真实例^[18], 以 $f=25\text{ Hz}$ 作为采样频率. 系统模型如下所示:

$$\begin{aligned}
 x_{t+1} &= \begin{bmatrix} 0.9796 & 0.0400 \\ -0.8410 & 0.9796 \end{bmatrix} x_t + \\
 &\quad \begin{bmatrix} 0.0020 \\ 0.1990 \end{bmatrix} u_t + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \omega_t, \\
 y_t &= [0 \quad 1]x_t + v_t.
 \end{aligned}
 \tag{42}$$

其中: ω 和 v 服从均值为 0, 方差分别为 $W=0.04^2I_1$, $V=0.01^2I_1$ 的截断高斯分布, 截断区间设置为均值加减 3 倍标准差, 即 $\omega \in [-0.12, 0.12]$, $v \in [-0.03, 0.03]$. 状态和控制输入需要满足概率约束 $\Pr\{x_2 \leq -4\} \leq 0.1$, $\Pr\{|u| \geq 2\} \leq 0.15$. 此外, 本文设置采样步数 $N_{\text{step}} = 100$, $Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$, $R = I_2$, $K = [0.4619 \quad -0.5698]$, $\alpha_x = \alpha_u = 0.2$, 摄动量的自由度 $N = 11$. 通过离线求解 OP1 可得到观测器增益 $L = [0.8366 \quad -0.4362]^T$.

为了验证所提出 SMPC 算法的有效性, 本文从各方面比较了系统的控制性能.

图 1 为开环系统的状态轨迹. 如图 1 所示, 开环系统的状态是发散的. 在实验中, 给定初始化条件

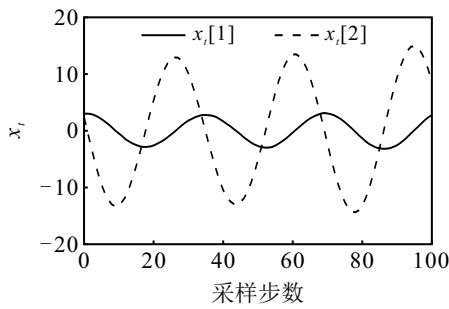


图1 开环系统的状态轨迹

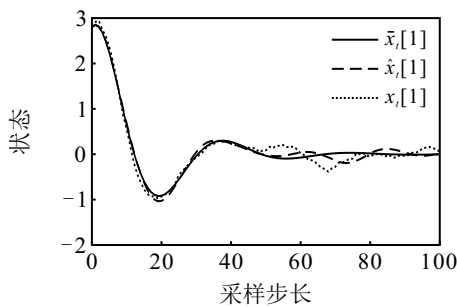


图2 系统状态响应的第 1 个分量

$\hat{x}_0 = \bar{x}_0 = [2.8 \quad 2.5]^T$, $x_0 = [2.81 \quad 2.49]^T$. 在上述初值条件下, 本文进行了一项 1 000 次的蒙特卡罗模拟实验来测试算法的概率特性, 对 \bar{x}_t 、 \hat{x}_t 、 x_t 取平均值, 如图 2 和图 3 所示. 由图 2 和图 3 可见, 所提出算法能够稳定系统的状态. 图 4 和图 5 分别为上述实验中闭环系统的状态和控制输入的轨迹. 根据仿真结果发现, 在所有模拟中, 状态约束和输入约束的经验满足度分别为 90.64% 和 85.26%, 能够满足指定的概率约束.

由图 6 所示的初始可行域的比较可以看出, 所

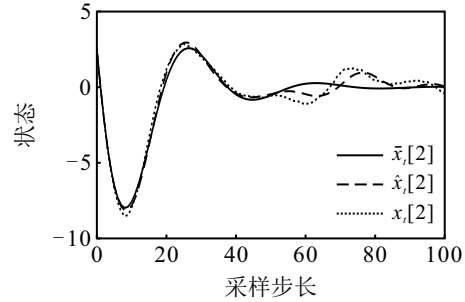


图3 系统状态响应的第 2 个分量

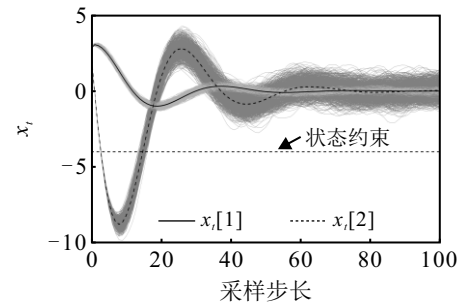


图4 闭环系统的状态轨迹

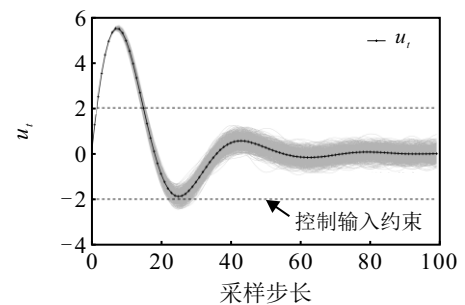


图5 闭环系统的控制输入轨迹

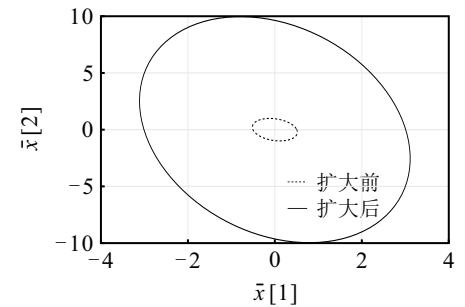


图6 初始可行域的比较

提出算法能够有效地扩大初始可行域. 文献 [15] 提出的算法 (用 F-SMPC 表示) 与所提出算法在线计算时间比较如表 1 所示. 由表 1 可见, 所提出算法能够大大降低在线计算负担, 能够满足实时控制的要求.

表1 在线计算时间比较

迭代次数/steps	E-SMPC/s	F-SMPC/s
1	0.087 6	10.112 1
100	0.136 5	409.481 3
200	0.205 3	927.630 2

4 结论

本文研究了一类在有界加性噪声和概率约束作用下系统的随机模型预测控制问题, 设计了基于状态观测器的输出反馈控制器. 利用 Chebyshev-Cantelli 不等式将概率约束转换为确定性形式, 并通过矩阵不等式技巧进一步线性化. 离线构造了辅助优化问题来求解观测器增益, 并引入了摄动量对初始可行域进行了定量求解, 在线则只需要优化摄动量. 此外, 给出了完整的算法, 并验证了该算法的递归可行性和控制系统的稳定性. 最后, 通过仿真结果验证了所提出算法在扩大初始可行域和减少在线计算负担方面的有效性. 在未来的研究工作中, 将试图研究混合噪声等不同类型的噪声下的随机模型预测控制问题.

参考文献 (References)

- [1] 鲜斌, 宋宁. 基于模型预测控制与改进人工势场法的多无人机路径规划[J]. 控制与决策, 2024, 39(7): 2133-2141.
(Xian B, Song N. A multiple UAVs path planning method based on model predictive control and improved artificial potential field[J]. Control and Decision, 2024, 39(7): 2133-2141.)
- [2] 陈龙, 何德峰, 李壮. 约束非线性车辆队列分布式多目标模型预测控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(12): 3122-3128.
(Chen L, He D F, Li Z. Distributed multi-objective model predictive control for constrained nonlinear vehicle platoons[J]. Control and Decision, 2022, 37(12): 3122-3128.)
- [3] 丁宝苍, 杨鹏, 孙鹤旭, 等. 离线鲁棒预测控制器综合方法的改进方案[J]. 控制与决策, 2005, 20(3): 312-315.
(Ding B C, Yang P, Sun H X, et al. Improved off-line synthesis approach of robust model predictive control[J]. Control and Decision, 2005, 20(3): 312-315.)
- [4] Kouvaritakis B, Rossiter J A, Schuurmans J. Efficient robust predictive control[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2000, 45(8): 1545-1549.
- [5] 马江涛, 宋燕. 带有欺骗攻击的区间二型 T-S 模糊系统的高效模型预测控制[J]. 控制与决策, 2024, 39(7): 2205-2214.
(Ma J T, Song Y. Efficient model predictive control for interval type-2 T-S fuzzy systems with deception attacks[J]. Control and Decision, 2024, 39(7): 2205-2214.)
- [6] Arcari E, Iannelli A, Carron A, et al. Stochastic MPC with robustness to bounded parameteric uncertainty[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2023, 68(12): 7601-7615.
- [7] Hewing L, Wabersich K P, Zeilinger M N. Recursively feasible stochastic model predictive control using indirect feedback[J]. Automatica, 2020, 119: 109095.
- [8] Chatterjee D, Hokayem P, Lygeros J. Stochastic receding horizon control with bounded control inputs: A vector space approach[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2011, 56(11): 2704-2710.
- [9] Paulson J A, Buehler E A, Braatz R D, et al. Stochastic model predictive control with joint chance constraints[J]. International Journal of Control, 2020, 93(1): 126-139.
- [10] Fleming J, Cannon M. Stochastic MPC for additive and multiplicative uncertainty using sample approximations[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2019, 64(9): 3883-3888.
- [11] Chen C C, Qian C J, Sun Z Y, et al. Global output feedback stabilization of a class of nonlinear systems with unknown measurement sensitivity[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2018, 63(7): 2212-2217.
- [12] Li W Q, Yao X X, Krstic M. Adaptive-gain observer-based stabilization of stochastic strict-feedback systems with sensor uncertainty[J]. Automatica, 2020, 120: 109112.
- [13] Joa E, Bujarbaruah M, Borrelli F. Output feedback stochastic MPC with hard input constraints[C]. American Control Conference. San Diego, 2023: 2034-2039.
- [14] Yan S H, Cannon M, Goulart P J. Stochastic output feedback MPC with intermittent observations[J]. Automatica, 2022, 141: 110282.
- [15] Farina M, Giulioni L, Magni L, et al. An approach to output-feedback MPC of stochastic linear discrete-time systems[J]. Automatica, 2015, 55: 140-149.
- [16] Li D W, Xi Y G. Design of robust model predictive control based on multi-step control set[J]. Acta Automatica Sinica, 2009, 35(4): 433-437.
- [17] Mayne D Q, Raković S V, Findeisen R, et al. Robust output feedback model predictive control of constrained linear systems[J]. Automatica, 2006, 42(7): 1217-1222.
- [18] Li H Y, Wu C W, Yin S, et al. Observer-based fuzzy control for nonlinear networked systems under unmeasurable premise variables[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2016, 24(5): 1233-1245.

作者简介

宋燕 (1979-), 女, 教授, 博士, 博士生导师, 主要研究方向为模型预测控制、大数据分析、图像处理, E-mail: sonya@usst.edu.cn;

张奕淳 (2000-), 男, 硕士生, 主要研究方向为模型预测控制, E-mail: zhangyichun_0601@163.com.