



基于混合事件触发机制的多智能体系统有限时间包容控制

朱志斌, 刘忠信, 王付永, 陈增强

引用本文:

朱志斌, 刘忠信, 王付永, 等. 基于混合事件触发机制的多智能体系统有限时间包容控制[J]. 控制与决策, 2025, 40(5): 1494–1502.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2024.0803>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于影响度介数中心性的多智能体牵制控制算法

Multi-agent pinning control algorithm based on betweenness centrality with influence degree

控制与决策. 2021, 36(6): 1442–1448 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1106>

基于时间延时估计和自适应模糊滑模控制器的双机械臂协同阻抗控制

[Coordinated impedance control for dual-arm robots based on time delay estimation and adaptive fuzzy sliding mode controller](#)

控制与决策. 2021, 36(6): 1311–1323 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1701>

多航天器系统分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制

Distributed fixed-time output feedback attitude coordination tracking control for multiple rigid spacecraft

控制与决策. 2021, 36(5): 1049–1058 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0968>

基于反演算法的严格反馈非线性系统固定时间跟踪控制

Fixed-time tracking control for strict-feedback nonlinear systems based on backstepping algorithm

控制与决策. 2021, 36(1): 173–179 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0658>

基于神经动态优化的非线性系统近似最优跟踪控制

Approximate optimal tracking control for nonlinear systems based on neurodynamic optimization

控制与决策. 2021, 36(1): 97–104 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0056>

基于混合事件触发机制的多智能体系统有限时间包容控制

朱志斌, 刘忠信, 王付永[†], 陈增强

(南开大学 人工智能学院, 天津 300350)

摘要: 针对多智能体系统包容控制中跟随者和领导者存在的通信资源受限问题, 提出一种基于混合事件触发机制的有限时间包容控制方法, 将多智能体系统中的事件触发机制由跟随者拓展应用于领导者. 首先, 分别为跟随者和领导者设计专属的事件触发函数, 以实现跟随者的事件触发式的通信以及控制器更新, 同时, 实现领导者的事件触发式通信; 然后, 在触发函数中设计状态依赖的自适应参数, 可动态地调整触发阈值, 减少事件触发序列; 接着, 将所提出方法应用于有向拓扑结构下的包容控制问题, 可令跟随者在有限时间内不断地跟踪上凸包中的目标点, 并使其能够保持在动态变化的凸包中, 且由于滑模控制的存在使得收敛过程更具鲁棒性; 最后, 通过仿真表明所提出方法的有效性.

关键词: 包容控制; 多智能体系统; 事件触发机制; 有向拓扑; 有限时间稳定; 滑模控制

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2024.0803

引用格式: 朱志斌, 刘忠信, 王付永, 等. 基于混合事件触发机制的多智能体系统有限时间包容控制 [J]. 控制与决策, 2025, 40(5): 1494-1502.

Finite-time containment control for multi-agent systems via hybrid event-triggered mechanism

ZHU Zhi-bin, LIU Zhong-xin, WANG Fu-yong[†], CHEN Zeng-qiang

(College of Artificial Intelligence, Nankai University, Tianjin 300350, China)

Abstract: A finite-time containment control based on a hybrid event-triggered mechanism is proposed to address the issue of limited communication resources in multi-agent systems(MASs), where the event-triggered mechanism is extended from the followers to the leaders. First, dedicated event-triggered functions are designed for both followers and leaders, enabling event-triggered communication for both followers and leaders, with controller updates for followers. Furthermore, state-dependent adaptive parameters are designed in the triggering functions to dynamically adjust the triggering thresholds, thereby reducing the frequency of event-triggered actions. Applying the proposed method to directed topologies for containment control enables followers to track targets within a convex hull in finite time and stay within it as it changes. The sliding mode control makes the convergence more robust. Finally, simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Keywords: containment control; multi-agent system; event-triggered mechanism; directed topology; finite-time stability; sliding mode control

0 引言

在人工智能领域, 多智能体协同控制逐渐成为研究热点, 相关成果已应用于航空航天、无人机和多车辆协同编队等工程领域^[1-3]. 与单个系统所采取的集中式控制相比, 多智能体协同控制的困难在于每个智能体的控制律设计中只能获得局部信息, 即分布式控制. 一致性作为多智能体协同控制中的基础问题, 根据有无领导者可分为无领导一致性^[4-7]和领

导-跟随一致性^[8-10]. 当系统中存在多个领导者时, 一致性问题可演变为包容控制问题 (containment control), 也称包含控制.

包容控制的目标是引导所有跟随者逐步进入由领导者所构成的凸包里, 并稳定地保持在其中^[11-13]. 因此, 包容控制具有广泛的应用场景, 如在危险品处理过程中, 作为跟随者的救援机器人需要进入由传感器齐全的领导者所构成的目标区域内, 并按照领

收稿日期: 2024-07-05; 录用日期: 2024-10-24.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (62103203).

[†]通信作者. E-mail: wangfy@nankai.edu.cn.

领导者规划的特定路径移动. 为了使得二阶多智能体系统模型适用于实际工程, 许多工作考虑的二阶多智能体系统所面临的条件更为复杂, 如存在外界干扰且不需要任何全局信息^[14], 存在系统时间延迟^[15]、离散时间和连续时间共存的混合多智能体系统^[16].

尽管从分析和设计的角度看, 定期采样是一种成熟有效的方法, 但是从节约资源的角度看, 它有时不太可取. 事件触发机制可避免周期采样时不必要的通信资源浪费. 不同于传统的定周期采样, 事件触发机制的核心思想是通过事件来确定信息传输的时间序列^[17]. 根据触发函数类型, 事件触发机制可大致分为静态事件触发^[9,18]和动态事件触发^[19-21]. 动态事件触发是在静态事件触发的基础上在触发条件的右侧添加一个非负的(或严格正的)辅助动态变量来扩大阈值函数, 这样只有变化较为显著的数据才能跨越新定义的阈值^[22]. 针对分数阶非线性多智能体系统, 文献[23-25]将事件触发机制应用于包容控制协议设计; 文献[26-27]利用神经网络事件触发方法解决了未知非线性包容控制问题; 考虑到领导者的能量损耗问题, 文献[28-29]分别设计了混合事件触发机制, 应用于具有单一领导者的离散时间多智能体系统和多领导者的连续时间包容控制. 目前, 包容控制中的事件触发机制大多是针对跟随者设计的, 但是, 在实际中设备功能更复杂的领导者们可能会面临严峻的能量管理问题. 文献[29]提出了包容控制下的混合事件触发机制, 使得领导者们的能量管理问题得到了解决. 但是当领导者发出的控制信号不再连续时, 跟随者是否可在有限时间内到达凸包内各自指定的目标点. 本文针对上述问题进行探索, 并考虑如何使得收敛过程具有鲁棒性. 为此, 本文提出一种混合事件触发有限时间包容控制方法, 并应用于具有多个非自治领导者的多智能体系统. 本文主要内容如下.

1) 与包容控制中只有跟随者采用事件触发机制的结果^[24-27]相比, 本文提出一种基于混合事件触发机制的有限时间包容控制方法, 使得领导者和跟随者均可采用事件触发通信, 有效降低多领导者系统的整体能耗. 不同于已有的混合事件触发包容控制方法中, 跟随者渐近地收敛至凸包内^[29], 所设计控制方法可令跟随者在有限时间内跟踪上凸包中的目标点, 并使其能够保持在动态变化的凸包中, 且由于积分滑模的存在使得收敛过程更具鲁棒性.

2) 不同于现有的事件触发有限时间包容控制结果^[23,25], 本文解决不对称 Laplacian 矩阵特征值无法

满足李普希茨条件的问题, 将原有的无向拓扑下包容控制结果推广至有向拓扑, 使其更具普适性. 与包容控制中依赖时间的动态阈值相比^[24-27], 所设计事件触发条件具有依赖状态的自适应参数, 可动态地调整触发阈值, 提高不同智能体参数选择的灵活性, 减少不必要的触发时刻.

为了简便, 本文中 $\|\cdot\|_2$ 均用 $\|\cdot\|$ 表示.

1 预备知识和问题描述

1.1 图论

给定一个有向图 $G=(\mathfrak{N}, \mathfrak{E}, F)$. 其中: 节点 $\mathfrak{N}=\{n_1, n_2, \dots, n_N\}$ 由不同的边 $\mathfrak{E} \subseteq \mathfrak{N} \times \mathfrak{N}$ 所连接, 共同组成多智能体系统的网络拓扑; 邻接矩阵 $F=[a_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N}$ 中的元素 a_{ij} 为连接权重, 若信息流可从 n_j 流向 n_i ($n_j, n_i \in \mathfrak{E}$), 则 n_j 可被认为是 n_i 的邻居节点, 此时 $a_{ij} > 0$, 否则 $a_{ij} = 0$, 需要注意的是, 本文中 $a_{i,i} = 0$. 节点 n_i 的入度表示为 $\deg_{\text{in}}(n_i) = \sum_{j \in \mathfrak{N}} a_{ij}$, 出度表示为 $\deg_{\text{out}}(n_i) = \sum_{j \in \mathfrak{N}} a_{ji}$. 序列 $(n_1, n_2), (n_2, n_3), \dots, (n_{i-1}, n_i)$ 表示节点 n_1 到节点 n_i 存在一个有向路径. 拉普拉斯矩阵定义为 $\mathcal{L}=[l_{ij}]$ ($l_{ij} = -a_{ij}$, $i \neq j$), 且 $l_{ii} = \sum_{j \in \mathfrak{N}} a_{ij}$.

假设 1 有向图 G 包含一个有向生成树, 且至少存在一条由领导者指向跟随者的有向路径.

引理 1 在假设 1 成立的情况下, 正定矩阵 $\mathcal{L}_s = \mathcal{L}_1^T \mathcal{L}_1$ 的最小特征值 $\lambda_1(\mathcal{L}_s)$ 具有如下性质: 对于任意非零向量 δ , 满足 $\delta^T \mathcal{L}_s \delta \geq \lambda_1(\mathcal{L}_s) \|\delta\|^2$.

证明 由非奇异矩阵 $\mathcal{L}_1$ 构成的矩阵 $\mathcal{L}_s$ 为正定实对称矩阵, 因此, 存在正交矩阵 M 满足 $\mathcal{L}_s = M^T \Lambda M$, 即 $\delta^T \mathcal{L}_s \delta = \delta^T M^T \Lambda M \delta$ 成立, 其中 Λ 为对角矩阵. 已知矩阵 $\mathcal{L}_s$ 与对角矩阵 Λ 相似, 令 $y = M\delta$, 可得到 $\lambda_1(\mathcal{L}_s) \delta^T \delta = \lambda_{\min}(\Lambda) y^T y \leq y^T \Lambda y$. $\square$

引理 2^[11] 对于任意 $\chi_i \in \mathbf{R}$ ($i=1, 2, \dots, m$), $0 < p \leq 1$, 下列关系式成立:

$$\left(\sum_{i=1}^m \|\chi_i\| \right)^p \leq \sum_{i=1}^m \|\chi_i\|^p \leq m^{1-p} \left(\sum_{i=1}^m \|\chi_i\| \right)^p.$$

引理 3^[11] 对于实数变量 a, b , 存在常数 $c_1 > 0$, $c_2 > 0$, $q > 0$, 则如下不等式成立:

$$\|a\|^{c_1} \|b\|^{c_2} \leq \frac{c_1}{c_1 + c_2} q \|a\|^{c_1 + c_2} + \frac{c_2}{c_1 + c_2} q^{\frac{-c_1}{c_2}} \|b\|^{c_1 + c_2}.$$

引理 4^[5] 给定一个系统可描述为 $\dot{x} = f(x)$, 若存在参数 $\theta > 0$, $1 > \alpha > 0$, $\Pi > 0$, 使得光滑正定函数 $V(x)$ 满足下列不等式:

$$\dot{V}(x) \leq -\theta V^\alpha(x) + \Pi,$$

则系统 $\dot{x} = f(x)$ 对于任意 $0 < \zeta < 1$, 均可在实际有限时间 $T \leq T_{\max} = V^{1-\alpha}(x_0)/[\theta\zeta(1-\alpha)]$ 收敛至如下残差集内:

$$\Omega_x := \left\{ x \mid V^\alpha(x) \leq \frac{\Pi}{\theta(1-\zeta)} \right\}.$$

1.2 问题描述

给定一个包含 N 个智能体的二阶多智能体系统. M 个跟随者的动力学如下所示:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) &= v_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, M; \\ \dot{v}_i(t) &= f(x_i, v_i, t) + d_i(t) + u_i(t). \end{aligned} \quad (1)$$

$N - M$ 个非自治领导者的动力学如下所示:

$$\begin{aligned} \dot{x}_l(t) &= v_l(t), \quad l = M + 1, \dots, N; \\ \dot{v}_l(t) &= f(x_l, v_l, t) + u_l(t). \end{aligned} \quad (2)$$

其中: $x_i(t), x_l(t) \in \mathbf{R}^n$ 分别为领导者和跟随者的位置; $v_l(t), v_i(t) \in \mathbf{R}^n$ 分别为领导者和跟随者的速度; $u_l(t), u_i(t) \in \mathbf{R}^n$ 分别为领导者和跟随者的控制输入. 外界未知干扰用 $d_i(t) \in \mathbf{R}^n$ 表示, 其存在上界 $\|d_i(t)\| \leq \bar{d}$, 而 $f(x_l, v_l, t), f(x_i, v_i, t) : \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}^n$ 均为非线性函数. 根据图论的预备知识, 本文的拉普拉斯矩阵 $\mathcal{L}$ 为

$$\mathcal{L} = \begin{bmatrix} \mathcal{L}_1 & \mathcal{L}_2 \\ 0_{(N-M) \times M} & 0_{(N-M) \times (N-M)} \end{bmatrix}.$$

这里: $\mathcal{L}_1 \in \mathbf{R}^{M \times M}$, $\mathcal{L}_2 \in \mathbf{R}^{M \times (N-M)}$.

引理 5^[11] 令假设 1 成立, 矩阵 $\mathcal{L}_1$ 的所有特征值均有正实部, 且非负矩阵 $-\mathcal{L}_1^{-1}\mathcal{L}_2$ 的行和为 1.

定义 1 给定一个实向量空间 $\mathbb{N} \subseteq \mathbf{R}^n$, 若对于任意 $x, y \in \mathbb{N}$, $\bar{h} \in [0, 1]$, 存在 $(1 - \bar{h})x + \bar{h}y \in \mathbb{N}$, 则集合 $\mathbb{N} \subseteq \mathbf{R}^n$ 可称为凸集. 对于有限点集合 $x_L = \{x_{M+1}, \dots, x_N\} \in \mathbb{N}$, 凸包的数学描述为

$$\text{Co}(x_L) =$$

$$\left\{ \sum_{l=M+1}^N h_l x_l \mid h_l \in \mathbf{R}, h_l \geq 0, \sum_{l=M+1}^N h_l = 1 \right\}.$$

假设 2 每个领导者的控制输入均不会被任何一个跟随者所获取, 且存在一个常值上界 $\bar{\mu} > 0$, 即 $\|u_l(t)\| \leq \bar{\mu}$.

假设 3 若非负常数 $h_{M+1}, h_{M+2}, \dots, h_N$ 满足等式 $\sum_{l=M+1}^N h_l = 1$, 则存在 $\varsigma_1 > 0, \varsigma_2 > 0$ 使得如下不等式成立:

$$\left\| f(x_i, v_i, t) - \sum_{l=M+1}^N h_l f(x_l, v_l, t) \right\| \leq$$

$$\varsigma_1 \left\| x_i - \sum_{l=M+1}^N h_l x_l \right\| + \varsigma_2 \left\| v_i - \sum_{l=M+1}^N h_l v_l \right\|.$$

注 1 假设 3 常用于具有多个领导者的非线性多智能体系统中, 它相较于李普希茨条件更加严格, 即当假设 3 满足时, 李普希茨条件也满足; 反之, 则不成立. 值得一提的是, 当多智能体系统中只存在一个领导者时, 假设 3 完全变为李普希茨条件 $\|f(x_i, v_i, t) - f(x_l, v_l, t)\| \leq \varsigma_1 \|x_i - x_l\| + \varsigma_2 \|v_i - v_l\|$. 为了简便, 后文所有非线性函数 $f(x_i, v_i, t)$ 中的 t 均省略, 即 $f(x_i, v_i)$.

2 主要结论

2.1 混合事件触发机制

本节将构建一种新的混合事件触发机制应用于具有多个领导者的多智能体系统, 并为领导者和跟随者分别设计事件触发函数, 可得到领导者的事件触发序列 $\{t_k^l\}$ 和跟随者的事件触发序列 $\{t_k^i\}$ ($i = 1, 2, \dots, M, l = M + 1, \dots, N$). 在触发时刻 t_k^i , 第 i 个跟随者将自己的状态信息 $x_i(t_k^i)$ 和 $v_i(t_k^i)$ 向周围邻居进行广播, 同时更新自己的控制器. 而在触发时刻 t_k^l , 第 l 个领导者仅将自己的状态信息 $x_l(t_k^l)$ 和 $v_l(t_k^l)$ 发送至邻居跟随者.

定义每个跟随者的测量误差为 $e_{1i}(t) = x_i(t) - x_i(t_k^i)$, $e_{2i}(t) = v_i(t) - v_i(t_k^i)$, 定义每个领导者的测量误差为 $e_{1l}(t) = x_l(t) - x_l(t_k^l)$, $e_{2l}(t) = v_l(t) - v_l(t_k^l)$.

多智能体系统的位置和速度包容误差分别定义为

$$\delta_i^x(t) = \sum_{j=1}^N a_{ij}(x_i(t) - x_j(t)),$$

$$\delta_i^v(t) = \sum_{j=1}^N a_{ij}(v_i(t) - v_j(t)).$$

进一步给出其紧凑形式, 有

$$\delta^x(t) = (\mathcal{L}_1 \otimes I_n) x_F(t) + (\mathcal{L}_2 \otimes I_n) x_L(t), \quad (3a)$$

$$\delta^v(t) = (\mathcal{L}_1 \otimes I_n) v_F(t) + (\mathcal{L}_2 \otimes I_n) v_L(t). \quad (3b)$$

值得注意的是, 当 $\lim_{t \rightarrow \infty} \delta^x(t) = 0$ 时, 可得到 $\lim_{t \rightarrow \infty} x_F(t) = -(\mathcal{L}_1^{-1}\mathcal{L}_2 \otimes I_n) x_L(t)$. 此时, 多智能体系统 (1) 和 (2) 实现了包容控制目标. 对应的 $\delta_i^x(t)$ 和 $\delta_i^v(t)$ 的测量误差分别为

$$e_{1i}^\delta(t) = \delta_i^x(t) - \delta_i^x(t_k^i),$$

$$e_{2i}^\delta(t) = \delta_i^v(t) - \delta_i^v(t_k^i).$$

接下来, 分别设计领导者和跟随者的事件触发条件, 即

$$\begin{cases} t_0^l = 0, t_{k+1}^l = \inf\{t > t_k^l | \psi_l(t) \geq 0\}; \\ t_0^i = 0, t_{k+1}^i = \inf\{t > t_k^i | \psi_i(t) \geq 0\}. \end{cases}$$

进一步地, 本文给出第 i 个跟随者 ($i=1, 2, \dots, M$) 和第 l 个领导者 ($l=M+1, \dots, N$) 的事件触发函数, 有

$$\psi_i(t) = \Lambda_i \cdot z_i(t) \cdot (\omega_{1i} \|e_{1i}(t)\| + \omega_{2i} \|e_{2i}(t)\|) - \varrho_{1i} \Theta(t_k^i, t_k^j) - \varrho_{2i} \Theta(t_k^i, t_k^l) - \sigma_i, \quad (4a)$$

$$\psi_l(t) = g_l(t) \cdot [a_{il}(\omega_{1l} \|e_{1l}(t)\| + \omega_{2l} \|e_{2l}(t)\|)] - \sigma_l. \quad (4b)$$

其中

$$\begin{aligned} \Theta(t_k^i, t_k^j) &= \left\| \sum_{j=1}^M a_{ij} (x_i(t_k^i) - x_j(t_k^j)) \right\| + \\ &\quad \left\| \sum_{j=1}^M a_{ij} (v_i(t_k^i) - v_j(t_k^j)) \right\|; \\ \Theta(t_k^i, t_k^l) &= \left\| \sum_{l=M+1}^N a_{il} (x_i(t_k^i) - x_l(t_k^l)) \right\| + \\ &\quad \left\| \sum_{l=M+1}^N a_{il} (v_i(t_k^i) - v_l(t_k^l)) \right\|; \end{aligned}$$

参数 ϱ_{1i} 、 ϱ_{2i} 、 ω_{1i} 、 ω_{2i} 、 ω_{1l} 和 ω_{2l} 均为正数; $\Lambda_i = l_{ii} + \sum_{j=1}^M a_{ji}$; $\sigma_i > 0$ 、 $\sigma_l > 0$ 分别构成了跟随者与领导者触发函数的触发阈值; 自适应参数 $z_i(t)$ 、 $g_l(t)$ 可动态地调整触发阈值大小, 其动力学方程可表示为

$$\begin{aligned} \dot{z}_i(t) &= \kappa_{1i} [\Lambda_i (\omega_{1i} \|e_{1i}(t)\| + \omega_{2i} \|e_{2i}(t)\|) \|s_i(t)\| - \eta_1 z_i(t)], \\ &\quad (5a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{g}_l(t) &= \kappa_{2l} [a_{il} (\omega_{1l} \|e_{1l}(t)\| + \omega_{2l} \|e_{2l}(t)\|) \|s_i(t)\| - \eta_2 g_l(t)]. \\ &\quad (5b) \end{aligned}$$

这里: 参数条件满足 $\kappa_{1i} > 0$ 、 $\kappa_{2l} > 0$ 、 $z_i(0) > 0$ 、 $g_l(0) > 0$. 滑模变量 $s_i(t)$ 将在后文给出.

注 2 在混合事件触发机制下, 领导者与跟随者间, 跟随者与跟随者间均避免了连续通信, 每个跟随者所接收到的邻居智能体信息 (包括相邻的领导者) 均是其触发时刻的状态值而并非实时的状态值. 领导者只与他们的邻居跟随者进行通信, 其事件触发函数中包含的邻居跟随者的信息仅用于构建触发条件, 以判断是否发送领导者下一时刻的状态信息, 并不会影响领导者自身的闭环控制, 从而保留了领导者本身的非自治性. 跟随者的触发函数也只需要邻居智能体的信息, 因此, 所提出混合事件触发机制

是完全分布式的. Λ_i 包含了第 i 个跟随者与邻居智能体的出度和入度信息是为了更好地适用于有向拓扑.

注 3 自适应参数 (5a) 和 (5b) 为每个智能体专属的异构参数, 使得所提出事件触发机制的自调节能力得到了很大的提升. 同时, 触发阈值也可随之不断调整, 从而减少了不必要的触发时间序列, 其中末项 $-\eta_1 z_i(t)$ 和 $-\eta_2 g_l(t)$ 用于防止自适应参数无限制地增长.

2.2 分布式自适应包容控制协议

本节将设计一个分布式自适应包容控制器, 使得所有跟随者可在有限时间内进入由领导者所构成的凸包, 并稳定地保持在其中. 首先, 构建一个分布式积分滑模变量, 使得多智能体系统的误差变量可在有限时间内到达并保持在滑模面上, 如下所示:

$$s_i(t) = \delta_i^v(t) - \delta_i^v(0) - \int_0^t u_{itc}(\tau) d\tau,$$

其中 $u_{itc}(t)$ 属于控制器的一部分. 下面重新给出滑模变量的紧凑形式:

$$S(t) = \delta^v(t) - \delta^v(0) - \int_0^t u_{tc}(\tau) d\tau. \quad (6)$$

基于混合事件触发机制, 分布式自适应包容控制协议设计如下所示:

$$u_i(t) = u_{is}(t) + u_{itc}(t), \quad (7)$$

其中

$$\begin{aligned} u_{is}(t) &= -\left\{ \frac{1}{\lambda_1(\mathcal{L}_s)} (\varsigma_1 \|\delta_i^x(t_k^i)\| + \varsigma_2 \|\delta_i^v(t_k^i)\|) + \right. \\ &\quad \frac{1}{\iota_1} [\varrho_{1i} \Theta(t_k^i, t_k^j) + \varrho_{2i} \Theta(t_k^i, t_k^l)] + \\ &\quad \left. \bar{d} + \bar{\mu} + \sigma_0 \right\} \text{sgn}(s_i(t)), \end{aligned}$$

$$u_{itc}(t) = -K(\delta_i^x(t_k^i) + \delta_i^v(t_k^i)).$$

这里: K 为控制器耦合增益, 参数 σ_0 、 ι_1 均为正数, $\lambda_1(\mathcal{L}_s)$ 为正定对称矩阵 $\mathcal{L}_s = \mathcal{L}_1^T \mathcal{L}_1$ 的最小特征值.

注 4 不同于集中式的滑模设计^[18], 本文的滑模面 (6) 采用了分布式设计, 即不需要 Laplacian 矩阵特征值、智能体个数等全局信息, 只需利用与周围邻居的局部误差构建滑模面. 使得滑模面 (6) 可以适应系统中拓扑结构改变带来的参数变化, 提高了其应用和拓展能力. 由于符号函数的存在, 使得积分滑模控制器 (7) 对外界干扰和不确定项具有鲁棒性. 而其中的积分环节则可减少滑模控制中的抖振现象, 提升了控制器的控制精度. 基于所设计混合事件触发机制, 控制器 (7) 不再需要进行连续更新, 只在触发时刻 t_k^i 更新, 从而最大程度地节省了多智能体系统的计算资源.

定理 1 在假设 1 ~ 假设 3 均成立的情况下, 考虑具有多个非自治领导者的多智能体系统 (1) 和 (2). 基于所提出混合事件触发机制, 分别对系统中的跟随者和领导者设计事件触发函数 (4a) 和 (4b). 多智能体系统中所有跟随者利用控制协议 (7) 均可在有限时间内进入由领导者所构建的目标区域, 并稳定地保持在其中.

证明 设计如下 Layapunov 函数:

$$\begin{aligned} V(t) &= V_1(t) + V_2(t) + V_3(t), \\ V_1(t) &= \frac{1}{2} S^T(t) (\| \mathcal{L}_1^{-1} \otimes I_n \|) S(t), \\ V_2(t) &= \sum_{i=1}^M \frac{(z_i(t) - z)^2}{2\kappa_{1i}\iota_1}, \\ V_3(t) &= \sum_{i=1}^M \sum_{l=M+1}^N \frac{(g_l(t) - g)^2}{2\kappa_{2l}\iota_2}, \end{aligned} \quad (8)$$

其中参数 ι_2 、 z 和 g 均为正数. 对式 (8) 求导, 可得到

$$\dot{V}(t) = \dot{V}_1(t) + \dot{V}_2(t) + \dot{V}_3(t).$$

根据假设 3, 可推导

$$\begin{aligned} \|(\mathcal{L}_1^{-1} \mathcal{L}_2 \otimes I_n) \mathbb{F}(x_l, v_l) + \mathbb{F}(x_i, v_i)\| &\leq \\ \|(\varsigma_1 \|\tilde{x}_1\| + \varsigma_2 \|\tilde{v}_1\|, \dots, \varsigma_1 \|\tilde{x}_M\| + \varsigma_2 \|\tilde{v}_M\|)^T\| &\leq \\ \varsigma_1 \|\tilde{x}\| + \varsigma_2 \|\tilde{v}\|. \end{aligned}$$

由引理 1, 进一步得到

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^M \left(f(x_i, v_i) - \sum_{l=M+1}^N h_{il} f(x_l, v_l) \right) &\leq \\ \sum_{i=1}^M \frac{1}{\lambda_1(\mathcal{L}_s)} (\varsigma_1 \|e_{1i}^\delta(t)\| + \varsigma_2 \|e_{2i}^\delta(t)\|) + \\ \sum_{i=1}^M \frac{1}{\lambda_1(\mathcal{L}_s)} (\varsigma_1 \delta_i^x(t_k^i) + \varsigma_2 \delta_i^v(t_k^i)), \end{aligned} \quad (9)$$

且

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^M \frac{1}{\lambda_1(\mathcal{L}_s)} (\varsigma_1 \|e_{1i}^\delta(t)\| + \varsigma_2 \|e_{2i}^\delta(t)\|) &\leq \\ \frac{1}{\lambda_1(\mathcal{L}_s)} \sum_{i=1}^M \max \left\{ \frac{\varsigma_1}{\omega_{1i}}, \frac{\varsigma_2}{\omega_{2i}} \right\} \vartheta_i(t) + \\ \frac{1}{\lambda_1(\mathcal{L}_s)} \sum_{i=1}^M \sum_{l=M+1}^N \max \left\{ \frac{\varsigma_1}{\omega_{1l}}, \frac{\varsigma_2}{\omega_{2l}} \right\} \vartheta_l(t). \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \vartheta_i(t) &= [A_i(\omega_{1i} \|e_{1i}(t)\| + \omega_{2i} \|e_{2i}(t)\|)], \\ \vartheta_l(t) &= [a_{il}(\omega_{1l} \|e_{1l}(t)\| + \omega_{2l} \|e_{2l}(t)\|)]. \end{aligned}$$

由引理 1 可知, 矩阵 $-\mathcal{L}_1^{-1} \mathcal{L}_2$ 的行和为 1, 即 $\sum_{l=M+1}^N h_{il} = 1$. 因此, 可得到如下不等式:

$$\begin{aligned} S^T(t) (\| \mathcal{L}_1^{-1} \mathcal{L}_2 \otimes I_n \|) u_L(t) &= \\ - \sum_{i=1}^M s_i^T(t) \sum_{l=M+1}^N h_{il} u_l(t) &\leq \\ \sum_{i=1}^M s_i^T(t) \bar{\mu}. \end{aligned} \quad (10)$$

假定 $\tilde{z}_i(t) = z - z_i(t)$, $\tilde{g}_l(t) = g - g_l(t)$, 有

$$\begin{aligned} -z_i(t)(z_i(t) - z) &= (z - \tilde{z}_i(t))\tilde{z}_i(t), \\ -g_l(t)(g_l(t) - g) &= (g - \tilde{g}_l(t))\tilde{g}_l(t). \end{aligned}$$

对上式应用杨氏不等式, 可得到

$$\begin{aligned} z\tilde{z}_i(t) - \tilde{z}_i^2(t) &\leq \frac{1}{2} z^2 + \frac{1}{2} \tilde{z}_i^2(t) - \tilde{z}_i^2(t) \leq \\ \frac{1}{2} z^2 - \frac{1}{2} \tilde{z}_i^2(t), \\ g\tilde{g}_l(t) - \tilde{g}_l^2(t) &\leq \frac{1}{2} g^2 + \frac{1}{2} \tilde{g}_l^2(t) - \tilde{g}_l^2(t) \leq \\ \frac{1}{2} g^2 - \frac{1}{2} \tilde{g}_l^2(t). \end{aligned}$$

基于引理 3, 令 $a = \frac{1}{2} \tilde{z}_i^2(t)$, $b = 1$, $c_1 = \epsilon$, $c_2 = 1 - \epsilon$, $q = \frac{1}{\epsilon}$, 有

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2} \tilde{z}_i^2(t) \right)^\epsilon \cdot 1 &\leq \epsilon \cdot \frac{1}{2} \tilde{z}_i^2(t) + (1 - \epsilon) \epsilon^{\frac{1}{1-\epsilon}}, \\ -\frac{1}{2} \tilde{z}_i^2(t) &\leq -\left(\frac{1}{2} \tilde{z}_i^2(t) \right)^\epsilon + (1 - \epsilon) \epsilon^{\frac{1}{1-\epsilon}}. \end{aligned}$$

相同地, 有

$$-\frac{1}{2} \tilde{g}_l^2(t) \leq -\left(\frac{1}{2} \tilde{g}_l^2(t) \right)^\epsilon + (1 - \epsilon) \epsilon^{\frac{1}{1-\epsilon}}.$$

若存在

$$\begin{aligned} z &> \frac{\iota_1}{\lambda_1(\mathcal{L}_s)} \max \left\{ \frac{\varsigma_1}{\omega_{1i}}, \frac{\varsigma_2}{\omega_{2i}} \right\}, \\ g &> \frac{\iota_2}{\lambda_1(\mathcal{L}_s)} \max \left\{ \frac{\varsigma_1}{\omega_{1l}}, \frac{\varsigma_2}{\omega_{2l}} \right\}, \end{aligned}$$

则可进一步推导, 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq -\theta \left[\frac{1}{2} S^T(t) (\mathcal{L}_1^{-1} \otimes I_n) S(t) + \sum_{i=1}^M \frac{\tilde{z}_i^2(t)}{2\iota_1 \kappa_{1i}} + \right. \\ &\quad \left. \sum_{i=1}^M \sum_{l=M+1}^N \frac{\tilde{g}_l^2(t)}{2\iota_2 \kappa_{2l}} \right]^{\frac{1}{2}} + \Pi \leq \\ &\quad -\theta V^{\frac{1}{2}}(t) + \Pi. \end{aligned} \quad (11)$$

其中: $\sigma_1 = \max\{\sigma_i\}$ 和 $\sum_{l=M+1}^N \sigma_l \leq \sigma_2$, $i = 1, 2, \dots, M$, $l = M + 1, \dots, N$. 定义

$$\theta_1 = \sqrt{2} \| \mathcal{L}_1 \otimes I_n \|^{1/2} \left(\sigma_0 - \frac{\sigma_1}{\iota_1} - \frac{\sigma_2}{\iota_2} \right),$$

$$\begin{aligned}\theta_{i2} &= \eta_1 \sqrt{\frac{\kappa_{1i}}{l_1}}, \\ \theta_{i3} &= \eta_2 \sqrt{\frac{\kappa_{2i}}{l_2}}, \\ \theta &= \min\{\theta_1, \theta_{i2}, \theta_{i3}\},\end{aligned}$$

且

$$\Pi = \frac{1}{4} \left(\frac{\eta_1}{l_1} + \frac{\eta_2}{l_2} \right) + \frac{1}{2} \left(z^2 \frac{\eta_1}{l_1} + g^2 \frac{\eta_2}{l_2} \right).$$

根据引理 4, 滑模变量可在有限时间内收敛至如下残差集内:

$$\|S(t)\| \leq W_1 = \min\{\sqrt{2}\|\mathcal{L}_1\|^{\frac{1}{2}}\Pi/(\theta(1-\zeta))\}.$$

已知 $\delta^x(t) = \delta^x(0) + \int_0^t \delta^v(\tau) d\tau$, 由式 (6) 中的滑模变量定义可知, 滑模变量 $S(t)$ 有界, 使得 $\delta^v(t)$ 也是有限时间有界, 亦可得到 $\delta^x(t)$ 是有限时间有界. 因此, 包容控制的目标可在有限时间内实现. $\square$

2.3 Zeno Behavior 分析

定理 2 在假设 1 ~ 假设 3 均成立的情况下, 将所提出混合事件触发机制应用于多智能体系统 (1) 和 (2), 相应的跟随者和领导者的事件触发函数分别为 (4a) 和 (4b). 跟随者任意两次相邻触发时刻间的差值为 $t_{k+1}^i - t_k^i > 0$, 且存在下界; 同理, 领导者任意两次相邻触发时刻间的差值为 $t_{k+1}^l - t_k^l > 0$, 且存在下界. 因此, Zeno Behavior 不存在于多智能体系统 (1) 和 (2) 中.

证明 给定 $\Upsilon(t) = (\omega_{1i}\|e_{1i}(t)\| + \omega_{2i}\|e_{2i}(t)\| + \omega_{1l}\|e_{1l}(t)\| + \omega_{2l}\|e_{2l}(t)\|)$, 对其进行右上求导, 可得

$$\begin{aligned}D^+(\Upsilon(t)) &\leq \varpi(\omega_{1i}\|e_{1i}(t)\| + \omega_{2i}\|e_{2i}(t)\| + \\ &\quad \omega_{1l}\|e_{1l}(t)\| + \omega_{2l}\|e_{2l}(t)\|) + \\ &\quad \Gamma(t_k^i, t_k^j, t_k^l).\end{aligned}\quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned}\varpi &= \max\left\{\frac{\varsigma_1\omega_{2i}}{\omega_{1i}}, \frac{\omega_{1i} + \varsigma_2\omega_{2i}}{\omega_{2i}}, \frac{\varsigma_1\omega_{2l}}{\omega_{1l}}, \frac{\varsigma_2\omega_{2l}}{\omega_{2l}}\right\}, \\ \Gamma(t_k^i, t_k^j, t_k^l) &= \\ &\omega_{2i}(\|u_{itc}(t)\| + \|u_{is}(t)\|) + (\omega_{2i}\bar{d} + \omega_{2l}\bar{\mu}) + \\ &(\omega_{1i} + \varsigma_2\omega_{2i})\|v_i(t_k^i)\| + \varsigma_1\omega_{2i}\|x_i(t_k^i)\| + \\ &\varsigma_1\omega_{2l}\|x_l(t_k^l)\| + \varsigma_2\omega_{2l}\|v_l(t_k^l)\|.\end{aligned}$$

因此, 可得到如下结果:

$$\Upsilon(t) \leq \frac{\Gamma(t_k^i, t_k^j, t_k^l)}{\|\varpi\|} (e^{\|\varpi\|(t-t_k^i)} - 1). \quad (13)$$

若事件触发函数 (4a) 满足触发条件, 则

$$\begin{aligned}&\frac{1}{\Lambda_i z_i(t)} [\varrho_{1i}\Theta(t_k^i, t_k^j) + \varrho_{2i}\Theta(t_k^i, t_k^l) + \sigma_i] < \\ &\omega_{1i}\|e_{1i}(t)\| + \omega_{2i}\|e_{2i}(t)\| \leq \\ &\frac{\Gamma(t_k^i, t_k^j, t_k^l)}{\|\varpi\|} (e^{\|\varpi\|(t-t_k^i)} - 1).\end{aligned}\quad (14)$$

基于不等式 (14), 可得到

$$t_{k+1}^i - t_k^i > \|\varpi\|^{-1} \ln(\Xi(t_k^i, t_k^j, t_k^l) + 1),$$

其中

$$\begin{aligned}\Xi(t_k^i, t_k^j, t_k^l) &= \\ &\frac{\|\varpi\|}{\Lambda_i z_i(t) \Gamma(t_k^i, t_k^j, t_k^l)} [\varrho_{1i}\Theta(t_k^i, t_k^j) + \varrho_{2i}\Theta(t_k^i, t_k^l) + \sigma_i].\end{aligned}$$

相似地, 领导者们也可被证明任意两个触发时间间隔是存在下界的. 由此, 本文的多智能体系统是不存在 Zeno Behavior 行为的. $\square$

3 数值仿真

本节将采用 F-18 飞行器模型^[30] 进行仿真, 表明所提出混合事件触发有限时间包容控制的有效性. 考虑一个由 5 个跟随者飞行器和 4 个领航者飞行器组成的多飞行器系统, 跟随者的编号分别为 1、2、3、4、5, 领导者的编号分别为 6、7、8、9, 拓扑结构如图 1 所示. 领航者装备了更高精度的探测仪器用于避开障碍或危险并构成安全区域, 跟随者只具备基本性能的设备, 他们需要进入由领导者构建的安全区域并稳定地保持在其中.

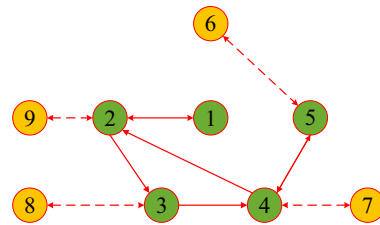


图1 通信拓扑结构

通过线性化和解耦技术, F-18 飞机的纵向运动动力学可表示为

$$\begin{aligned}x_i(t) &= [\gamma_{Ai}(t), \gamma_{Pi}(t)]^T, \\ u_i(t) &= [\varrho_{PTVi}(t), \varrho_{Ei}(t)]^T,\end{aligned}$$

其中 $\gamma_{Ai}(t)$ 、 $\gamma_{Pi}(t)$ 、 $\varrho_{PTVi}(t)$ 和 $\varrho_{Ei}(t)$ 分别为攻角 ($^\circ$)、俯仰率 ($^\circ/\text{s}$)、对称俯仰速度喷嘴位置 ($^\circ$) 和对称升降舵位置 (程度). 仿真中, 跟随者和领导者的动力学方程分别为式 (1) 和 (2), 跟随者的非线性函数为

$$f(x_i, v_i, t) = 0.4\gamma_{Ai}(t) \sin(t) + 1.1\gamma_{Pi}(t) \cos(t),$$

领导者的非线性函数为

$$f(x_l, v_l, t) = 0.4\gamma_{Al}(t) \sin(t) + 1.1\gamma_{Pl}(t) \cos(t).$$

领导者的控制输入为 $u_l(t) = 1.2 \sin(1.5t)$, 跟随者受

到的干扰为 $d_i(t)=4\sin(0.5t+(i\pi)/5)$.

图2为多智能体系统的轨迹. 其中: 图2(a)为初始时刻, 跟随者们均存在于领导者所构成的凸包外; 图2(b)为 $t=1\text{ s}$ 时各智能体所处的位置, 跟随者们利用控制协议(7)开始逐渐向凸包靠拢; 当 $t=2\text{ s}$ 时, 在图2(c)中, 已有部分跟随者进入领导者构成的凸包里; 由图2(d)可见, 所有跟随者最终顺利地进入由领导者构成的凸包里.

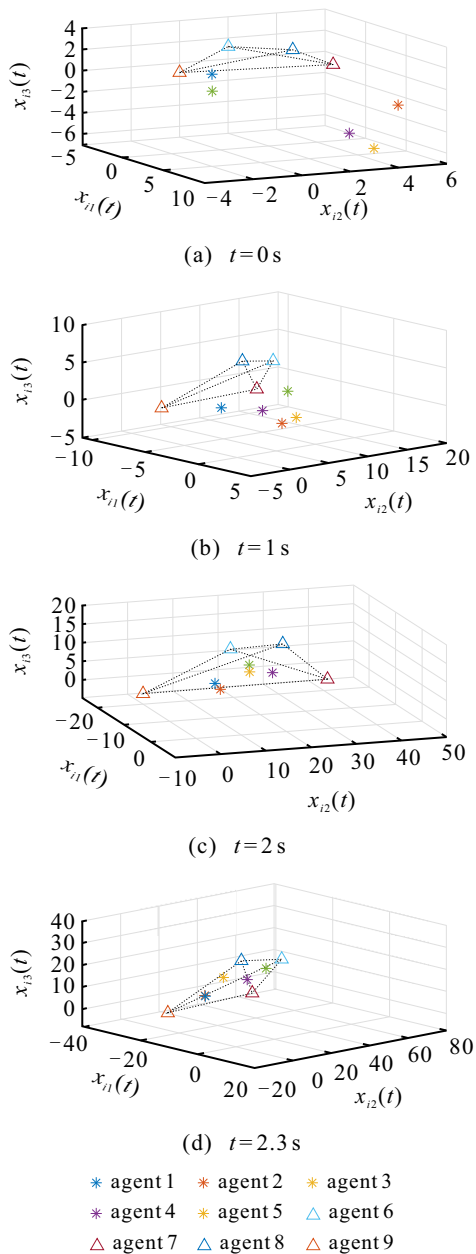


图2 多智能体系统的轨迹

事件触发函数(4a)和(4b)中的参数的初值如下:
 $\varrho_{1i}=0.5, \varrho_{2i}=0.5, \omega_{1i}=\omega_{1l}=0.3, \omega_{2i}=\omega_{2l}=0.5,$
 $\sigma_i=\sigma_l=3, \kappa_{1i}=0.6, \kappa_{2l}=0.5, \eta_1=2, \eta_2=3, i=1, 2,$
 $\dots, 5, l=6, 7, \dots, 9.$ 为了实现包容控制目标, 跟随者采用控制协议(7), 其中的初值设定为 $\varsigma_1=0.06,$
 $\varsigma_2=0.08, \iota_1=2, \bar{d}=6, \bar{\mu}=5, \sigma_0=8, K=4.$ 图3

和图4分别为自适应参数 $z_i(t)$ 和 $g_{il}(t)$ 的演化过程, 且最终是一致有界的.

相比于常规的周期性采样, 本文中领导者们的通信次数大大减少了. 为了更直观地体现所提出混合事件触发机制的优势, 本文以AD采集芯片MCP3421为例, 选择其编程速率位为240, SPS(每

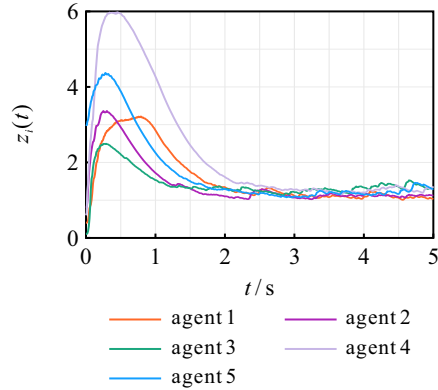


图3 参数 $z_i(t)$ 的演变

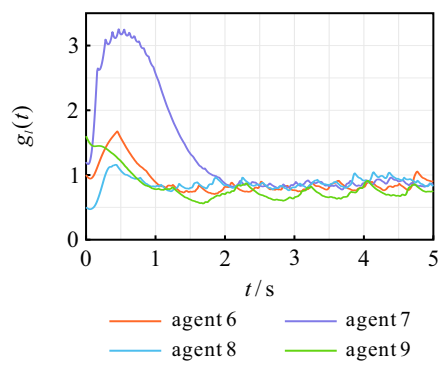


图4 参数 $g_{il}(t)$ 的演变

表1 智能体的事件触发率

智能体序号	触发次数	触发率/%
1	99	12.2
2	170	20.9
3	137	16.9
4	328	40.4
5	141	17.4
6	13	1.6
7	36	4.4
8	19	2.3
9	6	0.7

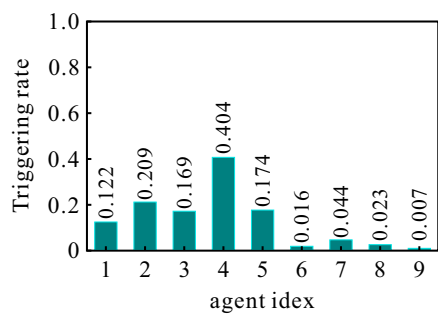


图5 混合事件触发机制下事件触发率

秒钟采样点的数量), 12 位, 0.004 s/次. 该采集芯片下智能体常规采样频率为 250 次/s, 包容控制目标实现需要的时间为 2.3 s, 如表 1 和图 5 所示. 领导者和跟随者的事件触发率 (事件触发次数/总常规采样次数) 可通过计算得到, 其中领导者们的通信频率被大大降低. 因此, 将混合事件触发机制应用于具有多个领导者的多智能体系统上可有效地节约系统的通信资源.

4 结 论

本文提出了一种基于混合事件触发机制的有限时间包容控制方法, 并将其应用于具有多个非自治领导者的多智能体系统. 相较于包容控制中现有的事件触发机制, 不仅使得跟随者实现了事件触发通信和控制器更新, 还实现了领导者与跟随者间的事件触发通信, 这极大地提高了多智能体系统包容控制下的通信资源使用效率, 并防止领导者可能会出现网络堵塞问题. 未来希望将该事件触发机制应用于模型未知的多智能体系统, 或许会有更多新的挑战.

参考文献 (References)

- [1] 伍国华, 毛妮, 徐彬杰, 等. 基于自适应大规模邻域搜索算法的多车辆与多无人机协同配送方法[J]. 控制与决策, 2023, 38(1): 201-210.
(Wu G H, Mao N, Xu B J, et al. The cooperative delivery of multiple vehicles and multiple drones based on adaptive large neighborhood search[J]. Control and Decision, 2023, 38(1): 201-210.)
- [2] 王浩丞, 罗贺, 马滢滢, 等. 基于纳什均衡博弈的多无人机对地攻击目标分配方法[J]. 控制与决策, 2024, 39(4): 1361-1369.
(Wang H C, Luo H, Ma Y Y, et al. A target assignment method based on Nash equilibrium game for multi UAV ground attack[J]. Control and Decision, 2024, 39(4): 1361-1369.)
- [3] 鲜斌, 宋宁. 基于模型预测控制与改进人工势场法的多无人机路径规划[J]. 控制与决策, 2024, 39(7): 2133-2141.
(Xian B, Song N. A multiple UAVs path planning method based on model predictive control and improved artificial potential field[J]. Control and Decision, 2024, 39(7): 2133-2141.)
- [4] 朱志斌, 王付永, 尹艳辉, 等. 基于 Q -learning 的离散时间多智能体系统一致性[J]. 控制理论与应用, 2021, 38(7): 997-1005.
(Zhu Z B, Wang F Y, Yin Y H, et al. Consensus of discrete-time multi-agent system based on Q -learning[J]. Control Theory & Applications, 2021, 38(7): 997-1005.)
- [5] Zou W C, Shi P, Xiang Z R, et al. Finite-time consensus of second-order switched nonlinear multi-agent systems[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2020, 31(5): 1757-1762.
- [6] Chen C, Lewis F L, Li X L. Event-triggered coordination of multi-agent systems via a Lyapunov-based approach for leaderless consensus[J]. Automatica, 2022, 136: 109936.
- [7] Zuo Z Y, Ke R Q, Han Q L. Fully distributed adaptive practical fixed-time consensus protocols for multi-agent systems[J]. Automatica, 2023, 157: 111248.
- [8] Liu Z X, Li Y B, Wang F Y, et al. Reduced-order observer-based leader-following formation control for discrete-time linear multi-agent systems[J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2021, 8(10): 1715-1723.
- [9] Cai Y L, Dai J, Zhang H G, et al. Fixed-time leader-following/containment consensus of nonlinear multi-agent systems based on event-triggered mechanism[J]. Applied Mathematics and Computation, 2021, 396: 125881.
- [10] Yin Y H, Wang F Y, Liu Z X, et al. Finite-time leader-following consensus of multiagent systems with actuator faults and input saturation[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2022, 52(5): 3314-3325.
- [11] Zhu Z B, Yin Y H, Wang F Y, et al. Practical robust fixed-time containment control for multi-agent systems under actuator faults[J]. Expert Systems with Applications, 2024, 245: 123152.
- [12] Cao R, Cheng L. Distributed dynamic event-triggered control for Euler-Lagrange multiagent systems with parametric uncertainties[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2023, 53(2): 1272-1284.
- [13] Zhang J, Zhang H G, Ming Z Y, et al. Adaptive event-triggered time-varying output bipartite formation containment of multiagent systems under directed graphs[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2023, 34(11): 8909-8922.
- [14] Sun H J, Xia R, Yu A L. Fully distributed containment control for second-order nonlinear multi-agent systems with external disturbances[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2022, 69(4): 2126-2130.
- [15] Ma Q, Xu S Y. Consensus switching of second-order multiagent systems with time delay[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52(5): 3349-3353.
- [16] Su H S, Wang X, Chen X, et al. Second-order consensus of hybrid multiagent systems[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2021, 51(10): 6503-6512.
- [17] Deng C, Er M J, Yang G H, et al. Event-triggered consensus of linear multiagent systems with time-varying communication delays[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020, 50(7): 2916-2925.
- [18] Yao D Y, Li H Y, Lu R Q, et al. Distributed sliding-mode tracking control of second-order nonlinear multiagent systems: An event-triggered approach[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020, 50(9): 3892-

- 3902.
- [19] Liu K E, Ji Z J. Dynamic event-triggered consensus of general linear multi-agent systems with adaptive strategy[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2022, 69(8): 3440-3444.
- [20] Wang Y Z, Zhao J. Periodic event-triggered sliding mode control for switched uncertain T-S fuzzy systems with a logistic adaptive event-triggering scheme[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2022, 30(10): 4115-4126.
- [21] Xu C J, Xu H C, Guan Z H, et al. Observer-based dynamic event-triggered semiglobal bipartite consensus of linear multi-agent systems with input saturation[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2023, 53(5): 3139-3152.
- [22] Ge X H, Han Q L, Ding L, et al. Dynamic event-triggered distributed coordination control and its applications: A survey of trends and techniques[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2020, 50(9): 3112-3125.
- [23] Li M C, Guo C, Yu H M, et al. Event-triggered containment control of networked underactuated unmanned surface vehicles with finite-time convergence[J]. *Ocean Engineering*, 2022, 246: 110548.
- [24] Xia X, Bai J, Li X H, et al. Containment control for fractional order MASs with nonlinearity and time delay via pull-based event-triggered mechanism[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2023, 454: 128094.
- [25] Liu Y, Zhang H G, Sun J Y, et al. Event-triggered adaptive finite-time containment control for fractional-order nonlinear multiagent systems[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2024, 54(2): 1250-1260.
- [26] Zheng Y K, Li Y X, Che W W, et al. Adaptive NN-based event-triggered containment control for unknown nonlinear networked systems[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2023, 34(6): 2742-2752.
- [27] Zhou H D, Tong S C. Adaptive neural network event-triggered output-feedback containment control for nonlinear MASs with input quantization[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2023, 53(11): 7406-7416.
- [28] Cheng B, Lv Y Z, Li Z K, et al. Discrete communication and control updating in adaptive dynamic event-triggered consensus[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2024, 69(1): 347-354.
- [29] Wang D, Wang Z D, Wang Z H, et al. Design of hybrid event-triggered containment controllers for homogeneous and heterogeneous multiagent systems[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, 51(10): 4885-4896.
- [30] Adams R J, Buffington J M, Sparks A G, et al. Robust multivariable flight control[M]. London: Springer London, 1994.

作者简介

朱志斌 (1995-), 男, 博士生, 主要研究方向为多智能体系统容错控制、多智能体系统事件触发控制, E-mail: 657707375@qq.com;

刘忠信 (1990-), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为群体智能 (多智能体系统、群智能优化算法等) 与复杂动态网络、智能控制, E-mail: lzhx@nankai.edu.cn;

王付永 (1975-), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为分布式智能决策与协同控制、分布式博弈与优化、信息物理系统安全分析与控制, E-mail: wangfy@nankai.edu.cn;

陈增强 (1964-), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为智能预测控制与智能优化计算、复杂系统建模优化与控制、多智能体系统与复杂网络, E-mail: chenzzq@nankai.edu.cn.