

控制与决策

Control and Decision

基于双层约束结构的不确定系统低复杂度预设时间跟踪控制

韩冲冲, 刘棕成, 李秋妮, 陈勇, 建佳龙, 孙亚楠

引用本文:

韩冲冲, 刘棕成, 李秋妮, 等. 基于双层约束结构的不确定系统低复杂度预设时间跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2025, 40(3): 1050-1056.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2024.0805>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[基于移动传感器/执行器网络的时滞分布参数系统镇定控制](#)

Stabilization control for a class of distributed parameter systems with time-delay based on mobile sensor and actuator networks
控制与决策. 2021, 36(8): 1955-1962 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1309>

[基于PID参数整定的线性自抗扰控制参数整定](#)

[Tuning of linear active disturbance rejection controllers based on PID tuning rules](#)
控制与决策. 2021, 36(7): 1592-1600 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1408>

[带输入饱和的不确定非线性系统自适应模糊触发式补偿控制](#)

Adaptive fuzzy trigger compensation control for uncertain nonlinear system with input saturation
控制与决策. 2021, 36(12): 3007-3014 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0907>

[基于反演算法的严格反馈非线性系统固定时间跟踪控制](#)

Fixed-time tracking control for strict-feedback nonlinear systems based on backstepping algorithm
控制与决策. 2021, 36(1): 173-179 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0658>

[基于神经动态优化的非线性系统近似最优跟踪控制](#)

Approximate optimal tracking control for nonlinear systems based on neurodynamic optimization
控制与决策. 2021, 36(1): 97-104 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0056>

基于双层约束结构的不确定系统低复杂度 预设时间跟踪控制

韩冲冲^{1,2}, 刘棕成^{1†}, 李秋妮¹, 陈勇¹, 建佳龙¹, 孙亚楠¹

(1. 空军工程大学航空工程学院, 西安 710038; 2. 中国人民解放军 93682 部队, 北京 101300)

摘要: 针对具有全状态非对称时变约束的不确定严格反馈系统控制问题, 提出一种具有双层约束结构的低复杂度预设时间跟踪控制方法. 首先, 采用约束转换函数直接对系统状态施加约束条件, 将状态约束问题转换为无约束状态的调节问题, 消除可行性条件; 其次, 结合预设时间性能函数, 提出一种新的坐标变换方法, 对变换后的状态和跟踪误差进行重构, 从而完成双层约束结构, 内层约束用以处理系统约束状态, 外层约束用以设计虚拟控制和实际控制信号, 有效解决当系统状态接近约束边界时产生的奇异性问题; 最后, 通过仿真实验验证所提出方案的有效性.

关键词: 低复杂度控制; 双层约束结构; 状态转换函数; 全状态约束; 非线性系统; 预设时间跟踪控制

中图分类号: TP273 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2024.0805

引用格式: 韩冲冲, 刘棕成, 李秋妮, 等. 基于双层约束结构的不确定系统低复杂度预设时间跟踪控制 [J]. 控制与决策, 2025, 40(3): 1050-1056.

Dual-layer constraint structure-based low-complexity pre-set time tracking control for uncertain systems

HAN Chong-chong^{1,2}, LIU Zong-cheng^{1†}, LI Qiu-ni¹, CHEN Yong¹, JIAN Jia-long¹, SUN Ya-nan¹

(1. Aviation Engineering School, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China; 2. Unit 93682 of the PLA, Beijing 101300, China)

Abstract: To address the issue of uncertain strict-feedback systems with full state asymmetric and time-varying constraints, a low-complexity pre-set time tracking scheme based on dual-layer constraint structure is first presented. Firstly, the constraint transformation function is constructed to implement constraints on states of the system directly, which transforms state constraints problem into the new states bounded problem, removing the feasibility conditions. Then, combining with a pre-set time performance function, a new coordinate transformation is introduced to construct the states and tracking errors, thereby the dual-layer constrain structure is completed, in which the inner boundaries are used to deal with the constrained states, and the virtual control and actual control signals are designed through the outer boundaries. Therefore the potential singularity problem caused by the states approaching constraint boundaries is solved. Finally, the simulation results verify the effectiveness of the proposed scheme.

Keywords: low-complexity control; dual-layer constrain structure; constraint transformation function; full state constraints; nonlinear system; pre-set time tracking control

0 引言

随着现代工业的快速发展, 系统动力学中的不确定性和非线性日益突出, 不确定非线性系统的控制问题受到众多学者关注^[1-5]. 由于神经网络和模糊逻辑系统具有显著的在线估计未知非线性函数的能力, 被广泛地应用于解决不确定非线性系统的控制

问题. 文献 [6] 针对一类随机非线性系统, 通过使用模糊逻辑系统估计系统的未知非线性函数和外部扰动, 提出了一种快速有限时间控制方法. 文献 [7] 针对一类多输入多输出时滞系统, 基于神经网络技术提出了一种自适应控制方法. 为了实现控制方向未知非线性系统的跟踪控制, 文献 [8-9] 分别基于神

收稿日期: 2024-07-06; 录用日期: 2024-09-09.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (62106284); 陕西省自然科学基金基础研究计划项目 (2023-JC-YB-522).

责任编委: 关新平.

†通讯作者. E-mail: liu434853780@163.com.

神经网络和模糊逻辑系统提出了一种自适应控制方法. 文献 [10] 针对不确定纯反馈系统, 基于模糊逻辑系统提出了一种自适应事件触发控制方法. 然而, 需要指出的是, 上述控制方法均是在系统状态不受约束的条件下提出的, 但在实际系统中, 状态通常受到环境中各类条件的约束, 例如无人机在通过狭窄空间时、自动驾驶汽车在行驶过程中需要与前车保持一定安全距离及符合限速条件等. 为此, 研究约束状态下非线性系统的跟踪控制问题具有实际意义.

为了满足系统的约束条件, 国内外学者提出了基于障碍函数的控制方法^[11-25]. 文献 [14-15] 分别基于对数障碍函数提出了一种自适应控制方法, 保证系统输出与跟踪误差始终处于约束边界内. 随后基于对数障碍函数, 文献 [16] 针对一类具有状态时延和全状态约束的多智能体系统, 基于事件触发控制策略和神经网络技术提出了一种控制方法, 实现了所有智能体的输出一致性; 文献 [17-18] 分别以状态反馈和输出反馈形式设计了一种自适应控制方法. 随后, 学者们又提出了反正切障碍函数^[19-20]和积分障碍函数^[21-22]. 对于具有时变状态约束的系统, 同样取得了显著成果^[23-25]. 上述控制方法在实现约束系统的跟踪控制方面成绩显著, 但系统状态约束是通过保证误差满足约束条件而间接实现的. 因此, 必须假设虚拟控制信号满足可行性条件, 即虚拟控制信号有界且处于状态约束区间内, 显然这样的假设条件是极其严格且不易实现的.

为了取消约束系统可行性条件这一严格假设条件, 文献 [26] 针对一类参数不确定的严反馈系统, 通过构造与约束状态相关的非线性映射函数, 将有约束的系统转换为无约束系统, 结合自适应技术首次提出了一种无需可行性条件的跟踪控制方法. 在此基础上, 文献 [27] 针对一类控制方向未知的随机切换系统, 提出了一种自适应控制方法. 文献 [28] 基于最优控制理论, 针对具有状态约束的机器人系统提出了一种自适应控制方法, 使得系统跟踪误差在有限时间内收敛. 文献 [29-30] 通过构建一种与约束状态相关的对数函数进行误差转换, 分别提出了一种无需可行性条件的有限时间跟踪控制策略. 需要指出的是, 上述文献在处理系统未知非线性函数时, 均采用神经网络或模糊逻辑系统等, 虽然取得了较好的控制效果, 但由于神经网络和模糊逻辑系统的引入, 使得系统跟踪误差收敛于一系列未知常数定义的区间内, 而无法保证收敛于用户指定区间, 且文献 [29-30] 只针对系统状态受常数约束, 无法直接应用于状态受时变约束的系统中. 此外, 通过上述方法设

计的控制器的复杂性较高, 会额外引入自适应参数, 从而大大增加系统的计算负担. 另一方面, 基于障碍函数的控制方法, 当系统状态逼近约束时, 系统的虚拟控制信号和实际控制信号将趋于无穷, 即存在潜在的奇异性问题. 因此, 研究设计一种不依赖于神经网络或模糊逻辑系统的且具有低复杂度, 同时能够解决系统潜在奇异性问题的控制方法具有重要的理论研究与实际应用价值.

基于上述分析, 本文针对一类具有全状态约束的严反馈系统, 提出一种具有双重约束结构的低复杂度预设时间跟踪控制方法. 本文创新点如下:

1) 针对文献 [10-30] 存在的潜在奇异性问题, 提出一种双层约束结构, 在该结构中利用内部约束边界处理系统约束状态, 通过外部约束边界设计虚拟控制和实际控制信号. 在此框架下, 同时取消了系统可行性条件.

2) 本文所设计的控制器无需使用任何估计器(神经网络或模糊逻辑系统), 且控制器只与跟踪误差有关, 结构简单, 复杂性低. 同时由于预设时间函数的巧妙引入, 使得系统误差能在预设时间收敛至预设区间.

1 问题描述

考虑如下具有状态约束的不确定严反馈系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = g_i(\bar{x}_i)x_{i+1} + f_i(\bar{x}_i) + d_i(t), \\ \quad i = 1, 2, \dots, n-1; \\ \dot{x}_n = g_n(\bar{x}_n)u + f_n(\bar{x}_n) + d_n(t); \\ y = x_1. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\bar{x}_i = [x_1, x_2, \dots, x_i]^T \in R^i (i = 1, 2, \dots, n)$, $y \in R$, $u \in R$ 分别为系统状态、输出和输入, $f_i(\cdot)$ 和 $g_i(\cdot)$ 为系统未知非线性连续函数且 $g_i(\cdot) > 0$, $d_i(t)$ 为系统未知有界扰动.

本文的控制目标是式 (1) 设计一种具有双层约束结构的低复杂度控制方法, 使得:

- 1) 系统输出 y 能在预设时间内稳定跟踪期望信号 y_r ;
- 2) 保证系统状态 $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 始终处于非对称约束范围内, 具体表现在

$$-F_{i1}(t) < x_i < F_{i2}(t), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

其中 $F_{i1}(t)$ 和 $F_{i2}(t)$ 为严格正时变函数, 且 $F_{i1}(t)$ 和 $F_{i2}(t)$ 的一阶和二阶导数连续且有界;

- 3) 闭环系统中的所有信号都是有界的.

为此, 做出以下假设.

假设 1 期望信号 y_r 及其导数 \dot{y}_r 是有界的, 且存

在正常数 A_1, A_2, B_1, B_2 , 使得满足 $y_r \in \Omega_y$, $\Omega_y := \{y_r \in R | -F_{11} < -A_1 \leq y_r \leq A_2 < F_{12}\}$, 此外, $-B_1 < \dot{y}_r < B_2$;

假设 2 在控制设计过程中, 系统状态是可测量的.

注 1 为简便叙述, 在不引起误解的情况下, 省略时间自变量 t .

2 控制器设计与稳定性分析

2.1 约束转换函数

为了直接处理系统约束状态, 构造如下约束转换函数:

$$\zeta_i = \frac{x_i}{(F_{i1} + x_i)(F_{i2} - x_i)}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

对于任意 $-F_{i1} < x_i < F_{i2}$, ζ_i 是严格单调递增的, 且当 $x_i \rightarrow -F_{i1}$ 或 $x_i \rightarrow F_{i2}$ 时, $\zeta_i \rightarrow \infty$. 因此, 若 $\zeta_i \in L_\infty$, 则 $-F_{i1} < x_i < F_{i2}$. 由于 $(F_{11} + y_r)(F_{12} - y_r) \leq (F_{11} + F_{12})^2$, $(F_{i1} + x_i)(F_{i2} - x_i) \leq (F_{i1} + F_{i2})^2$, 不妨定义 $F = \max_{t \geq 0} (F_{i1}(t) + F_{i2}(t))^2$, 显然 F 为未知有界正常数, 则由式 (3) 可知, $x_i \leq F\zeta_i$, $y_r \leq F\zeta_r$, 即可将式 (3) 看作系统状态 x_i 和期望信号 y_r 的缩放.

对式 (3) 求导可得

$$\dot{\zeta}_i = \varpi_{i1}\dot{x}_i + \varpi_{i2}. \quad (4)$$

其中

$$\varpi_{i1} = \frac{F_{i1}F_{i2} + x_i^2}{(F_{i1} + x_i)^2(F_{i2} - x_i)^2}, \quad (5)$$

$$\varpi_{i2} = -\frac{[\dot{F}_{i1}F_{i2} + F_{i1}\dot{F}_{i2} + (\dot{F}_{i2} - \dot{F}_{i1})x_i]x_i}{(F_{i1} + x_i)^2(F_{i2} - x_i)^2}. \quad (6)$$

显然通过约束转换函数 (3) 的引入, 使得系统状态约束 x_i 转化为 ζ_i 的有界性问题, 则原状态受限系统 (1) 转化为新的系统

$$\begin{cases} \dot{\zeta}_i = \varpi_{i1}(g_i(\bar{x}_i)\chi_{i+1}\zeta_{i+1} + f_i(\bar{x}_i) + d_i(t)) + \varpi_{i2}, \\ \dot{\zeta}_n = \varpi_{n1}(g_n(\bar{x}_n)u + f_n(\bar{x}_n) + d_n(t)) + \varpi_{n2}, \\ y_1 = \zeta_1. \end{cases} \quad (7)$$

其中 $\chi_i = (F_{i1} + x_i)(F_{i2} - x_i)$, $i = 1, 2, \dots, n-1$.

2.2 控制器设计

为顺利实现系统 (7) 的控制器设计, 定义如下新的误差转换函数:

$$\begin{aligned} z_i &= \frac{1}{k_i(t)} \arctan(\eta(\zeta_i - \alpha_{i-1})), \quad i = 1, 2, \dots, n; \\ \alpha_0 &= \frac{y_d}{(F_{11} + y_d)(F_{12} - y_d)}. \end{aligned} \quad (8)$$

其中: η 为比例系数; α_{i-1} 为虚拟控制信号, 将在后文给出; k_i 为由用户选择的预设时间性能函数, 本文选取为

$$k_i(t) = \begin{cases} (1 - k_{i\infty}) \left(\frac{\sin 2\pi t/T}{2\pi} - \frac{t}{T} \right) + 1, & 0 \leq t \leq T; \\ k_{i\infty}, & t > T. \end{cases} \quad (9)$$

这里: $0 < k_{i\infty} < 1$, $i = 1, 2, \dots, n$ 为正常数, T 为用户设定的预设时间常数.

设计如下虚拟控制信号和实际控制信号:

$$\alpha_i = -\lambda_i \tan(z_i), \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad (10)$$

$$u = \alpha_n. \quad (11)$$

注 2 若直接定义误差 $z_i = \zeta_i - \alpha_i$ 对转换后系统 (7) 进行控制器设计, 则当原系统 (1) 状态 x_i 逼近约束边界时, ζ_i 将趋于无穷, 此时触发奇异性问题, 即系统的虚拟控制信号和实际控制信号趋于无穷. 在本文中, 通过对转换后系统 (7) 基于障碍函数及其反函数进行系统状态和误差转换, 构成双重约束结构, 若 z_i 有界, 则系统状态 x_i 将始终处于约束范围内, 可以有效避免系统潜在奇异性问题.

注 3 由式 (8)、(10) 和 (11) 可以看出, 无论是虚拟控制律还是实际控制律都只与系统跟踪误差有关, 而不含系统信息, 即所设计的控制器是与模型无关的, 可以直接应用于其他系统中.

注 4 由式 (10) 和 (11) 可以看出, 本节所设计的虚拟控制信号和实际控制信号中均不含微分项和滤波器, 因此提出一种更为简单的方法处理“微分爆炸”问题.

2.3 稳定性分析

定理 1 考虑假设 1 和假设 2 条件下的不确定严反馈系统, 若系统初值满足 $-F_{i1}(0) < x_i(0) < F_{i2}(0)$, 则在控制信号 (10) 和 (11) 组成的闭环系统下, 能够实现如下目标:

- 1) 所有闭环系统信号全局一致有界;
- 2) 系统输出 y 能在预设时间内以预设精度稳定跟踪期望信号 y_r ;
- 3) 系统状态 x_i ($i = 1, 2, \dots, n$) 始终处于非对称约束范围内, 即

$$-F_{i1}(t) < x_i < F_{i2}(t), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (12)$$

证明 由式 (8) 可以得出 $|z_i(0)| < \pi/2$, 且存在一个正常数 M_0 , 使得 $|z_i(t)| < M_0 < \pi/2$. 定义误差向量 $z = [z_1, z_2, \dots, z_n]^T$ 及如下不变集:

$$\Xi_0 = \underbrace{[-M^*, M^*] \times \dots \times [-M^*, M^*]}_{n\text{-times}}. \quad (13)$$

其中: $M^* = \max_{i=1,2,\dots,n} \{M_0, \arctan |c_{i3}|\}$, c_{i3} 为有限正常数并将在后文给出.

易知 $0 < M^* < \pi/2$, 若能够证明 Ξ_0 为误差向量的 z 的不变集, 则定理 1 自然成立. 为实现上述目标. 首先定义 $z_{\max} = \max_{i=1,2,\dots,n} \{|z_i(t)|\}$, 对 z_{\max} 考虑如下两种情况.

情况 1 对于 $\forall t \in [0, \infty)$, $z_{\max} < M^*$ 恒成立, 则显然 Ξ_0 为误差向量的不变集, 即 $\forall t \in [0, \infty)$, $z_{\max} < \Xi_0$ 恒成立;

情况 2 存在时间常数 $\forall t_M \in [0, \infty)$, 使得 $z_{i,\max} = M^*$, 则显然对于 $\forall t \in [0, t_M)$, $z_i < \Xi_0$, 为此只需证明在 $\forall t_M \in [t_M, \infty)$ 时, $z_i < \Xi_0$ 仍旧成立.

根据 k_i 的定义可知, 对于 $\forall t \in [t_M, \infty)$, 有

$$k_i(t) \leq k_i(t_M) < 1, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (14)$$

定义如下集合:

$$\Xi_z = \underbrace{\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \times \dots \times \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)}_{n\text{-times}}. \quad (15)$$

则由 Ξ_0 的定义可以得出 $\Xi_0 \in \Xi_z$, 且 $z_i \in \Xi_z$ 意味着

$$-\frac{\pi}{2} < z_i(t) < \frac{\pi}{2}. \quad (16)$$

由式 (8) 可以得出

$$\zeta_i = \frac{\tan(k_i z_i)}{\eta} + \alpha_{i-1}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (17)$$

由式 (17) 可知, ζ_i 是由 k_1, z_1, α_0 构成的连续函数, 并且可知 k_1, z_1, α_0 为有界函数. 对于 ζ_2 及 ζ_i ($i = 3, 4, \dots, n$) 可得类似结论.

step i ($i = 1, 2, \dots, n$): 对 z_i 求导可得

$$\dot{z}_i = -\frac{\dot{k}_i}{k_i^2} \arctan(\eta(\zeta_i - \alpha_{i-1})) + \frac{\eta(\dot{\zeta}_i - \dot{\alpha}_{i-1})}{k_i(1 + \tan^2(k_i z_i))}. \quad (18)$$

定义如下 Lyapunov 函数:

$$V_i = \frac{1}{2} \tan^2(z_i). \quad (19)$$

则由式 (7) 和 (18) 可知, V_i 对时间的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_i = & \frac{\tan(z_i)}{k_i \cos^2(z_i)} \left(-\dot{k}_i z_i + \frac{\eta \varpi_{i1} g_i(\bar{x}_i) \chi_{i+1} \zeta_{i+1}}{1 + \tan^2(k_i z_i)} + \right. \\ & \left. \frac{\eta(\varpi_{i1}(f_i(\bar{x}_i) + d_i(t)) + \varpi_{i2} - \dot{\alpha}_{i-1})}{1 + \tan^2(k_i z_i)} \right). \end{aligned} \quad (20)$$

将式 (10)、(11) 和 (17) 代入 (20), 可得

$$\dot{V}_i = \frac{\tan(z_i)}{k_i(t) \cos^2(z_i)} (E_i \alpha_i + \Gamma_i). \quad (21)$$

其中

$$\begin{aligned} E_i &= \frac{\eta \varpi_{i1} g_i \chi_{i+1}}{1 + \tan^2(k_i z_i)}, \\ \Gamma_i &= \frac{\eta(\varpi_{i1}(g_i \chi_{i+1} \tan(k_{i+1} z_{i+1})) / \eta + f_i + d_i) + \varpi_{i2} - \dot{\alpha}_{i-1}}{1 + \tan^2(k_i z_i)} \\ &\quad - \dot{k}_i z_i, \\ E_n &= \frac{\eta \varpi_{n1} g_n}{1 + \tan^2(k_n z_n)}, \\ \Gamma_n &= \frac{\eta(\varpi_{n1}(f_n + d_n) + \varpi_{n2} - \dot{\alpha}_{n-1})}{1 + \tan^2(k_n z_n)} - \dot{k}_n z_n. \end{aligned} \quad (22)$$

由式 (14)、(16) 和 (17) 可知, 在集合 Ξ_z 上, $\zeta_i, z_i, z_{i+1}, \chi_{i+1}$ 是有界的, 进而可得 $\tan^2(k_i z_i), \tan(k_{i+1} z_{i+1})$ 有界. 另外, \dot{k}_i 和 $\dot{\alpha}_{i-1}$ 在前 i 步已证明其有界, $f_i, d_i, \varpi_{i1}, \varpi_{i2}$ 连续, 从而由极值定理可知

$$0 < c_{i1} \leq E_i, \quad 0 \leq |\Gamma_i| \leq c_{i2}. \quad (23)$$

将式 (10)、(11) 和 (23) 代入 (21), 可得

$$\dot{V}_i = \frac{|\tan(z_i)|}{k_i(t) \cos^2(z_i)} (-c_{i1} \lambda_i \tan(z_i) + c_{i2}). \quad (24)$$

当 $\dot{V}_i \leq 0$ 时, 有 $|\tan(z_i)| \geq \frac{c_{i2}}{\lambda_i c_{i1}}$, 进而有

$$|\tan(z_i)| \leq c_{i3} = \max \left\{ |\tan(z_i(0))|, \frac{c_{i2}}{\lambda_i c_{i1}} \right\}. \quad (25)$$

由式 (25) 可知

$$|z_i| \leq \arctan |c_{i3}| < M^* < \frac{\pi}{2}, \quad (26)$$

结合式 (10) 可以得出 α_i 是有界的, 从而由式 (17) 可得 ζ_{i+1} 是有界的, 即

$$\dot{\alpha}_i = -\frac{\lambda_1}{\cos^2 z_i} \dot{z}_i = -\frac{\lambda_i}{k_i \cos^2 z_i} (E_i \alpha_i + \Gamma_i). \quad (27)$$

由此可知, $\dot{\alpha}_i$ 是有界的, 且由式 (26) 可知

$$z_i(t) \in \Xi_0, \quad \forall t \in [t_M, \infty), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (28)$$

结合 $0 \leq t \leq t_M$ 时, $z_i(t) \in \Xi_0$, 可知

$$z_i(t) \in \Xi_0, \quad \forall t \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (29)$$

通过以上证明可知, Ξ_0 是 z_i 的不变集, 并且系统所有闭环信号全局有界. 进一步由式 (26) 可得

$$|z_1(t)| \leq M^* < \frac{\pi}{2}. \quad (30)$$

由式 (30) 和 $0 < k_i(t) < 1$ 可得

$$|\zeta_1 - \alpha_0| < \frac{\tan(k_1 z_1)}{\eta} < \frac{\tan(k_1 \pi/2)}{\eta}. \quad (31)$$

注意到

$$y - y_r \leq F(\zeta_1 - \zeta_r), \quad (32)$$

由式 (32) 进一步可得

$$y - y_r \leq F(\zeta_1 - \zeta_r) \leq \frac{F}{\eta} \tan\left(\frac{k_1 \pi}{2}\right). \quad (33)$$

由于 ζ_1 能在预设时间 T 内以预设精度跟踪 ζ_r , 通过选取合适的比例系数 η , 使得 η 满足 $F/\eta \leq 1$, 则系统输出 y 也能在预设时间 T 内跟踪 y_r , 即 $y - y_r$ 在预设时间内收敛至预设区间. \square

注5 由式(33)可知, 通过选取 k_1 中合适的 $k_{i\infty}$ 值, 可以调节系统跟踪误差收敛区间的大小, 另外, 用户通过选取合适的时间常数 T 可以调节跟踪误差的收敛时间. 对于调节式(33)中 η 取值的大小, 也可以一定程度上调节跟踪误差的大小, 但根据式(8)、(10)和(11)可知, η 取值的大小将影响误差 z_1 的大小, 从而影响虚拟控制输入和实际控制输入 $\alpha_i (i = 1, 2, \dots, n - 1)u$ 的大小. 因此, η 不宜取值太大.

3 仿真实验

考虑不确定系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = g_1(x_1)x_2 + f_1(x_1) + d_2(t), \\ \dot{x}_2 = g_2(x_2)u + f_2(x_2) + d_2(t), \\ y = x_1. \end{cases} \quad (34)$$

其中: $g_1 = 5 + 0.5 \sin x_1$, $f_1 = x_1^2 + 0.1 \cos 0.5x_1$, $f_2 = 0.1x_1x_2 + x_1e^{-|x_2|} + 0.05 \sin(x_1x_2)$, 外部扰动为 $d_1 = 0.5 \sin(t)$, $d_2 = 0.5 \cos(t)$. 系统状态约束边界为 $F_{11} = 0.8 + 0.2\cos(t)$, $F_{12} = 0.8 + 0.2\sin(t)$, $F_{21} = 0.8 + 0.2\cos(t)$, $F_{22} = 0.8 + 0.2\cos(t)$.

系统初始状态为 $x_1(0) = 0.5, x_2(0) = -0.7$, 期望信号为 $y_r = 0.5 \sin(t)$, 控制律及其相关参数为 $T = 1, \lambda_1 = 5, \lambda_2 = 1, k_{1\infty} = 0.01, k_{2\infty} = 0.01, \eta = 5$. 此外, 为了证明所提出方法的优越性, 在初始状态和期望信号相同的情况下, 将本文所提方法(对应 M_1)与文献[25]控制方法(对应 M_2)进行比较, 文献[25]相关参数为 $c_1 = 5, c_2 = 1, \gamma_1 = 0.2, \gamma_2 = 0.1, \sigma_1 = 0.1, \sigma_2 = 0.1, \varepsilon = 0.1$, 自适应参数初值为 $\hat{b}_1(0) = 0, \hat{b}_2(0) = 0$. 对比仿真结果如图1~图5所示.

从图1和图2可以看出, 两种控制方法都能使系统状态保持在约束边界内, 且系统输出均具有良好的跟踪效果. 从图3可以看出, 除初始阶段短暂时间外, 两种控制方法的控制输入基本一致. 但从

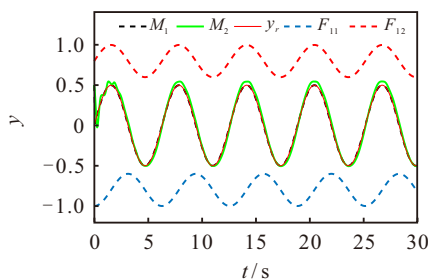


图1 系统输出 $y (\eta = 5)$

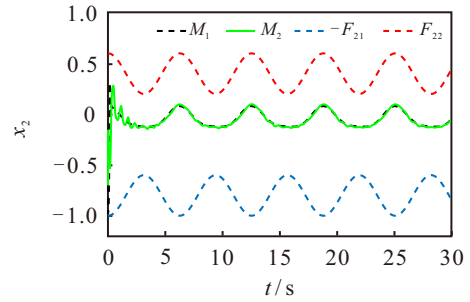


图2 系统状态 $x_2 (\eta = 5)$

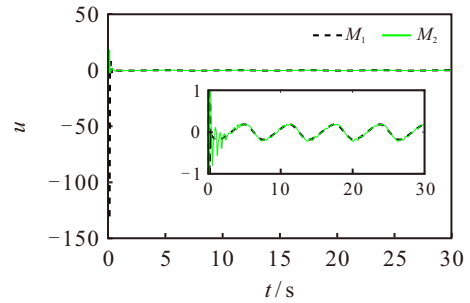


图3 系统输入 $u (\eta = 5)$

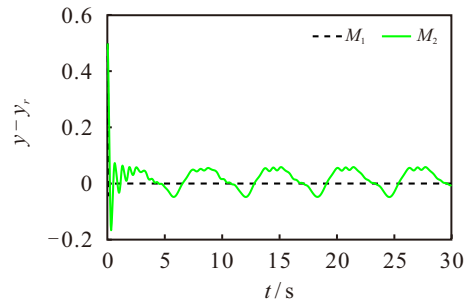


图4 系统跟踪误差 $y - y_r (\eta = 5)$

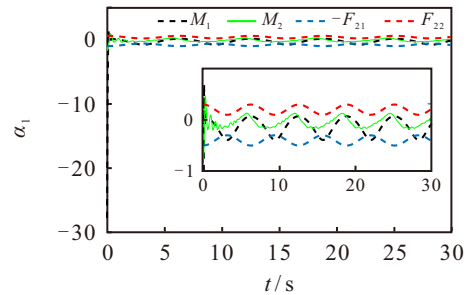
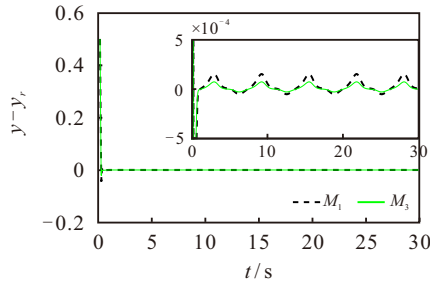
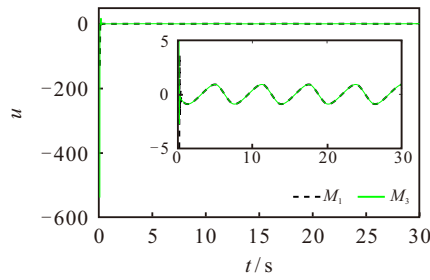
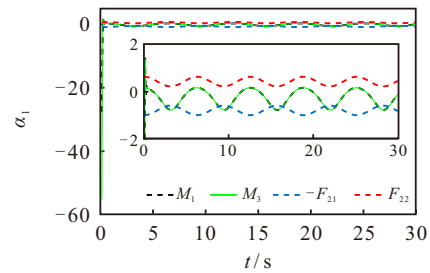


图5 系统虚拟控制信号 $\alpha_1 (\eta = 5)$

图4可以看出, 本文所提出控制方法具有更好的控制性能, 且跟踪误差可以在预设时间内收敛至预设区间. 从图5可以看出, 两种控制方法的虚拟控制信号不需要满足可行性条件. 从如图1~图5可以看出系统所有信号均有界.

为了进一步证明比例系数对系统控制输入的影响, 选取 $\eta = 10$, 其他参数保持不变, 将本次仿真图像标记为 M_3 , 对比仿真结果如图6~图8所示.

从图6可以看出, 在系统初始状态、控制器参数和预设性能函数均不改变的情况下, 系统的跟踪误差曲线几乎一致, 但从图7和图8可以看出, 随着

图6 系统跟踪误差 $y - y_r$ ($\eta = 10$)图7 系统输入 u ($\eta = 10$)图8 系统虚拟控制信号 α_1 ($\eta = 10$)

η 取值的增大, 虚拟控制信号和实际控制信号也随着增大. 从图6可以看出, η 取值的增大有助于减小跟踪误差. 因此, η 值的大小要根据实际情况来选取.

4 结论

本文针对一类具有全状态约束的不确定严反馈系统, 提出了一种具有双重约束结构的低复杂度预设时间控制方法. 在保证系统状态不违反约束条件的情况下, 实现了系统跟踪误差在预设时间内收敛至预设区间. 此外, 不同于以往基于障碍函数的控制方法, 本文基于双重约束结构解决了当系统状态逼近约束边界时, 系统虚拟控制信号和实际控制信号趋于无穷大而造成的奇异性问题. 最后, 通过仿真对比验证了所提出方法的有效性.

参考文献 (References)

- [1] 王建晖, 杜泳萍, 邹涛, 等. 输入死区和全状态约束下不确定非线性系统的快速稳定事件触发控制[J]. 控制与决策, 2024, 39(2): 490-498.
(Wang J H, Du Y P, Zou T, et al. Fast stability event-triggered control for uncertain nonlinear systems with input dead-zone and full-state constraints[J]. Control and Decision, 2024, 39(2): 490-498.)
- [2] 王宇梁, 李一平, 李良. 考虑状态约束与执行器饱和的

水下机器人轨迹跟踪控制[J]. 控制与决策, 2024, 39(6): 1778-1786.

(Wang Y L, Li Y P, Li L. Trajectory tracking control of underwater vehicle considering state constraints and actuator saturation[J]. Control and Decision, 2024, 39(6): 1778-1786.)

- [3] Liu Z C, Huang H Q, Park J H, et al. Adaptive fuzzy control for unknown nonlinear multiagent systems with switching directed communication topologies[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2023, 31(7): 2487-2494.
- [4] Zhou Q, Zhao S Y, Li H Y, et al. Adaptive neural network tracking control for robotic manipulators with dead zone[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2019, 30(12): 3611-3620.
- [5] Lin Z B, Liu Z, Philip Chen C L, et al. Adaptive neural inverse optimal control with predetermined tracking accuracy for nonlinear MIMO systems[J]. Nonlinear Dynamics, 2024, 112(6): 4449-4464.
- [6] Yuan Y X, Zhao J S, Sun Z Y, et al. Fast finite-time adaptive fuzzy control for stochastic nonlinear system[J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2023, 21(12): 4123-4132.
- [7] Wu Y F, Yue D. Robust adaptive neural network control for A class of multiple-input multiple-output nonlinear time delay system with hysteresis inputs and dynamic uncertainties[J]. Asian Journal of Control, 2019, 21(5): 2330-2339.
- [8] Bai W, Liu P X, Wang H Q. Fixed-time adaptive fuzzy control for nonlinear interconnection high-order systems with unknown control direction[J]. Nonlinear Dynamics, 2023, 111(18): 17079-17093.
- [9] Meng S Y, Meng F W, Yang W, et al. Robust adaptive fault-tolerant asymptotic tracking control for magnetic levitation system based on nussbaum gain and neural network[J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2024, 22(1): 163-173.
- [10] Chen L, Wang Q. Adaptive fuzzy tracking control for pure-feedback systems with event-triggered strategy[J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2023, 21(7): 2202-2209.
- [11] Jia T H, Pan Y N, Liang H J, et al. Event-based adaptive fixed-time fuzzy control for active vehicle suspension systems with time-varying displacement constraint[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2022, 30(8): 2813-2821.
- [12] Jia F J, Xu S Y, Zhang B Y, et al. Fuzzy-approximation adaptive prescribed performance output regulation for uncertain nonlinear systems[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2022, 52(7): 4300-4310.
- [13] Sun W, Su S F, Xia J W, et al. Command filter-based adaptive prescribed performance tracking control for stochastic uncertain nonlinear systems[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2021, 51(10): 6555-6563.

- [14] Tee K P, Ge S S, Tay E H. Barrier Lyapunov Functions for the control of output-constrained nonlinear systems[J]. *Automatica*, 2009, 45(4): 918-927.
- [15] Liu Y J, Li J, Tong S, et al. Neural network control-based adaptive learning design for nonlinear systems with full-state constraints[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2016, 27(7): 1562-1571.
- [16] 范利蓉, 王芳, 周超, 等. 状态时延和全状态约束下的多智能体系统自适应事件触发控制[J]. *控制与决策*, 2022, 37(4): 892-902.
(Fan L R, Wang F, Zhou C, et al. Adaptive event-triggered control for multi-agent systems with state time-delays and full state constraints[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(4): 892-902.)
- [17] Li Y, Liu Y, Tong S. Observer-based neuro-adaptive optimized control of strict-feedback nonlinear systems with state constraints[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2022, 33(7): 3131-3145.
- [18] Wu Y, Xie X J. Adaptive fuzzy control for high-order nonlinear time-delay systems with full-state constraints and input saturation[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2020, 28(8): 1652-1663.
- [19] Wang H Q, Liu W, Tong M. Adaptive fuzzy fast finite-time output-feedback tracking control for switched nonlinear systems with full-state constraints[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2024, 32(3): 958-968.
- [20] Liu L, Cui Y J, Liu Y J, et al. Adaptive event-triggered output feedback control for nonlinear switched systems based on full state constraints[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2022, 69(9): 3779-3783.
- [21] Zhou Y, Dong W H, Liu Z C, et al. IBLF-based fixed-time fault-tolerant control for fixed-wing UAV with guaranteed time-varying state constraints[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2023, 72(4): 4252-4266.
- [22] Gao T, Li T, Liu Y J, et al. IBLF-based adaptive neural control of state-constrained uncertain stochastic nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2022, 33(12): 7345-7356.
- [23] Liu L, Gao T T, Liu Y J, et al. Time-varying IBLFs-based adaptive control of uncertain nonlinear systems with full state constraints[J]. *Automatica*, 2021, 129: 109595.
- [24] Wang C X, Wu Y Q, Wang F H, et al. TABLF-based adaptive control for uncertain nonlinear systems with time-varying asymmetric full-state constraints[J]. *International Journal of Control*, 2021, 94(5): 1238-1246.
- [25] Liu L, Li X S. Event-triggered tracking control for active seat suspension systems with time-varying full-state constraints[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2022, 52(1): 582-590.
- [26] Zhao K, Song Y D. Removing the feasibility conditions imposed on tracking control designs for state-constrained strict-feedback systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019, 64(3): 1265-1272.
- [27] Liu Y L, Hao L Y. Adaptive tracking control for constrained nonlinear nonstrict-feedback switched stochastic systems with unknown control directions[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2024, 473: 128666.
- [28] Wang S Q, Yang W, Jiang Y L, et al. Singularity-free finite-time adaptive optimal control for constrained coordinated uncertain robots[J]. *IEEE Transactions on Human-Machine Systems*, 2024, 54(4): 385-394.
- [29] 张天平, 邓伟伟, 吴自文, 等. 具有全状态约束和未建模动态的严格反馈系统有限时间自适应动态面控制[J]. *控制与决策*, 2022, 37(1): 108-118.
(Zhang T P, Deng W W, Wu Z W, et al. Finite-time adaptive dynamic surface control for strict-feedback systems with full state constraints and unmodeled dynamics[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(1): 108-118.)
- [30] 朱新峰, 丁文武, 张天平. 具有输入量化和全状态约束的非严格反馈随机非线性系统的有限时间动态面控制[J]. *控制与决策*, 2022, 37(10): 2575-2584.
(Zhu X F, Ding W W, Zhang T P. Finite-time dynamic surface control for nonstrict-feedback stochastic nonlinear systems with input quantization and full-state constraints[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(10): 2575-2584.)

作者简介

韩冲冲 (1995-), 男, 硕士生, 主要研究方向为智能控制、自适应控制, E-mail: han_chongc@163.com;

刘棕成 (1987-), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为智能控制、飞行控制, E-mail: liu434853780@163.com;

李秋妮 (1985-), 女, 讲师, 博士, 主要研究方向为自适应控制、多智能体控制, E-mail: lqnk1@126.com;

陈勇 (1984-), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为飞行控制、智能决策, E-mail: cheny_043@163.com;

建佳龙 (2000-), 男, 硕士生, 主要研究方向为智能决策, E-mail: J330809@163.com;

孙亚楠 (1999-), 女, 硕士生, 主要研究方向为智能控制, E-mail: syn_567@163.com.