

控制与决策

Control and Decision

基于事件触发策略的受扰非线性系统的预设性能跟踪控制

王敏, 孙宗耀, 刘新芝, 孙金生

引用本文:

王敏, 孙宗耀, 刘新芝, 等. 基于事件触发策略的受扰非线性系统的预设性能跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2025, 40(5): 1467-1473.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2024.0835>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

磁悬浮开关磁阻电机的自适应终端滑模控制

Adaptive terminal sliding mode control of bearingless switched reluctance motor
控制与决策. 2021, 36(6): 1449-1456 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1064>

输入饱和的充液航天器抗干扰有限时间滑模控制

Anti-disturbance finite-time sliding mode control for liquid-filled spacecraft with input saturation
控制与决策. 2021, 36(5): 1078-1086 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0820>

四旋翼无人机抗干扰轨迹跟踪控制

Anti-interference trajectory tracking control of quadrotor UAV
控制与决策. 2021, 36(2): 379-386 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0875>

基于反演算法的严格反馈非线性系统固定时间跟踪控制

Fixed-time tracking control for strict-feedback nonlinear systems based on backstepping algorithm
控制与决策. 2021, 36(1): 173-179 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0658>

基于神经动态优化的非线性系统近似最优跟踪控制

Approximate optimal tracking control for nonlinear systems based on neurodynamic optimization
控制与决策. 2021, 36(1): 97-104 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0056>

基于事件触发策略的受扰非线性系统的 预设性能跟踪控制

王敏^{1,3}, 孙宗耀², 刘新芝³, 孙金生^{1†}

- 南京理工大学自动化学院, 南京 210094;
- 曲阜师范大学自动化研究所, 山东 曲阜 273165;
- 滑铁卢大学应用数学系, 安大略 滑铁卢 N2L 3G1)

摘要: 研究一类受扰非线性系统基于事件触发策略的预设性能跟踪控制问题. 引入非线性扰动观测器以获得系统中未知扰动的估计, 同时在控制设计中引入一个具有时变衰减率的预设性能函数. 借助于指令滤波和迭代设计算法, 构造一种事件触发预设性能跟踪控制器, 不仅保证了跟踪误差始终满足预设性能指标, 而且具备良好的扰动抑制能力. 所使用的具有时变衰减率的性能函数与传统常值衰减率的性能函数相比, 有效避免了初始阶段控制量过大的问题. 最后, 通过数值仿真验证了所提方法的有效性.

关键词: 预设性能控制; 扰动观测器; 事件触发; 指令滤波; 反步法; 扰动抑制

中图分类号: TP273 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2024.0835

引用格式: 王敏, 孙宗耀, 刘新芝, 等. 基于事件触发策略的受扰非线性系统的预设性能跟踪控制 [J]. 控制与决策, 2025, 40(5): 1467-1473.

Event-triggered prescribed performance control for a class of nonlinear system subject to disturbances

WANG Min^{1,3}, SUN Zong-yao², LIU Xin-zhi³, SUN Jin-sheng^{1†}

- School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China;
- Institute of Automation, Qufu Normal University, Qufu 273165, China;
- Department of Applied Mathematics, University of Waterloo, Waterloo N2L 3G1, Canada)

Abstract: This paper investigates the problem of prescribed performance tracking control for a class of disturbed nonlinear systems based on an event-triggered strategy. A nonlinear disturbance observer is introduced to estimate unknown disturbances in the system, while a prescribed performance function with a time-varying decay rate is incorporated into the control design. By utilizing command filtering and an iterative design algorithm, an event-triggered prescribed performance tracking controller is constructed. This controller not only ensures that the tracking error consistently meets the prescribed performance criteria but also exhibits excellent disturbance rejection capabilities. Compared to traditional performance functions with constant decay rates, the performance function with a time-varying decay rate effectively prevents excessive control energy at the initial stage. Finally, the effectiveness of the proposed method is verified through a numerical simulation.

Keywords: prescribed performance; disturbance observer; event-triggered; command filter; backstepping; disturbance rejection

0 引言

跟踪控制是非线性动态系统的主要控制目标之一, 其主要目的是使系统输出渐近地或以预设精度跟踪指定的参考信号^[1-3]. 现有大多数针对跟踪控制问题的研究仅关注稳定性问题, 忽视了误差收敛过

程中的瞬态性能要求. 然而, 实际工程系统通常要求跟踪误差满足某些性能指标, 例如最大超调量、收敛速度和最大稳态误差等. 以主动悬挂系统为例, 将系统输出的瞬态性能指标 (收敛速度、最大超调量) 限制在给定范围内, 可以简化参数调节过程, 提高乘坐

收稿日期: 2024-07-13; 录用日期: 2024-10-06.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (62173208); 山东省泰山学者项目 (tsqn202103061).

责任编辑: 贾英民.

†通信作者. E-mail: jssun67@163.com.

舒适性^[4]. 传统上, 瞬态/稳态跟踪性能通常通过“重复实验”的方法来保证, 但这种方法很大程度上依赖于经验. 直到过去十年, Bechlioulis 等^[5-6] 提出了预设性能控制 (PPC), 系统地解决了这一难题, 其核心思想是将受限的跟踪误差通过坐标变换转换为等价的不受限的误差变量. 预设性能意味着跟踪误差收敛到任意预定义的小残差集内, 收敛速度不低于预先指定的值, 并且最大超调量小于指定的常数^[5-7]. 由于具备同时保障系统瞬态与稳态性能的能力, PPC 方法已经进一步被用于解决多种不同的控制问题. 例如, 文献 [8] 提出了一种新颖的预设性能函数, 在保障系统输出满足预设性能要求的同时, 避免了传统预设性能控制中初始控制量过大和高频震颤的问题; 文献 [9] 针对含有未知动态的机器人系统, 提出了一种基于状态估计的预设性能控制方法.

尽管预设性能控制方法能够有效地保证跟踪误差满足预设的瞬态与稳态性能要求, 但当系统中存在未知干扰等不确定因素时, 如何设计预设性能控制策略全面保证上述性能要求, 仍是一个具有挑战性的问题. 在实际应用中, 大多数控制系统会受到各种不确定性因素的影响, 如传感器噪声^[10]、负载扰动^[11] 等, 这些因素不可避免地降低了系统性能. 作为一种直接且有效的方法, 基于扰动观测器 (DOB) 的控制方法能够有效补偿系统中模型不确定性和未知扰动的影响^[11-13]. 基于 DOB 的控制方法的主要优点在于, 它可以在不破坏标称系统性能的前提下保证受控系统的鲁棒性. 如果可以通过合适的观测器得到足够精确的扰动估计值, 那么扰动的影响可以被完全补偿. 由于其结构简单且具有优异的扰动抑制性能, 基于 DOB 的控制方法已广泛应用于各种控制系统中, 例如机器人系统^[13-15]、智能电网系统^[16] 等.

在实际系统中, 网络带宽通常是有限的, 如何有效利用通信资源是一个至关重要的问题. 事件触发策略是解决通讯受限问题的一种直接有效的方案, 它可以显著减少通信频率, 降低网络负担^[17-20]. 在事件触发控制的框架下, 预先设定了一种事件触发调度方案, 该方案只有在指定的事件发生后才更新控制信号执行任务. 由于事件触发控制可以有效解决通信资源浪费问题, 基于事件触发的控制策略备受关注. 针对一类具有输出约束的磁悬浮系统, 文献 [17] 研究了其事件触发有限时间镇定问题; 文献 [18] 提出了一个基于事件触发策略的自适应指定时间控制方法, 在事件触发的框架下实现了被控系统的指定时间收敛和输出受限. 通常而言, 在实际信号传输之前, 控制信号首先被编码为 8 位或 16 位信号^[21].

然而, 带宽通常是有限的, 例如, 每次只允许传输 8 位信号的带宽在传输 16 位数据时需要传输两次, 这大幅增加了时延和丢包的概率^[22]. 为了解决这一问题, 文献 [22] 中提出了一种新颖的事件触发机制, 该机制下控制器与执行器之间只传输一个二进制信号, 由于没有敏感信息通过网络, 该策略也同时加强了信息安全. 值得注意的是, 上述文献仅关注通讯资源的优化, 无法同时保障包括收敛时间、最大超调和稳态误差在内的预设性能指标以及不匹配扰动抑制问题.

本文同时研究了一类严格反馈受扰非线性系统的基于事件触发的预设性能跟踪控制和扰动抑制问题. 尽管预设性能控制方法已经被广泛研究, 但在被控系统中存在未知干扰且系统通讯带宽有限时, 如何设计具有期望跟踪性能的控制方案仍是一个难题. 本文所面临的主要挑战与技术难点主要在于所设计的控制策略不仅要确保标称系统的控制性能, 而且在系统受未知扰动影响时保持鲁棒性和稳定性. 此外, 由于事件触发策略要求在尽可能减少通信资源的情况下, 依然能够维持系统的响应速度和稳定性, 这进一步增加了控制设计与稳定性分析的复杂程度. 为了克服上述挑战, 本文使用非线性扰动观测器获得系统中未知扰动的估计, 并将其引入虚拟控制器设计中以补偿扰动产生的影响. 最终, 借助于扰动观测与补偿技术, 指令滤波技术和迭代设计算法, 提出一种新颖的事件触发预设性能跟踪控制策略. 本文主要贡献总结如下: 1) 所提出的事件触发预设性能跟踪控制方法不仅能保障跟踪误差满足预设的性能指标, 还具有更强的不匹配扰动抑制能力. 2) 与传统预设性能控制中使用的具有常值衰减率的性能函数相比, 本文使用具有一个时变衰减率的性能函数, 该函数的引入有效避免了在跟踪误差初值较大的情况下, 初始控制量过大的问题. 3) 所引入的事件触发机制允许控制器与执行器之间每次仅传输一个二进制信号, 减轻了通信负担的同时也提高了信息安全.

1 问题陈述和预备知识

1.1 问题陈述

本文考虑如下受扰非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = x_{i+1}(t) + f_i(\bar{x}_i(t)) + d_i(t), \\ \dot{x}_n(t) = u(t) + f_n(\bar{x}_n(t)) + d_n(t), \\ y(t) = x_1(t). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $i = 1, 2, \dots, n-1$; $\bar{x}_j(t) = [x_1(t), \dots, x_j(t)]^T \in \mathbb{R}^j$ ($j = 1, 2, \dots, n$) 是系统状态; $u(t) \in \mathbb{R}$ 和 $y(t) \in \mathbb{R}$ 分别是系统的控制输入和输出; $f_i(\cdot) \in \mathbb{R}$ 是已知连续可微函数; $d_i(t) \in \mathbb{R}$ 是未知时变扰动.

本文的控制目标是: 对于受扰非线性系统 (1) 和给定的参考信号 $y_d(t)$, 设计一个基于事件触发策略的复合跟踪控制器 $u(t)$ 使得: 1) 系统输出 $y(t)$ 以指定的精度跟踪参考信号 $y_d(t)$, 且收敛速度不低于预定值; 2) 闭环系统的所有信号是有界的。

假设 1 未知扰动 $d_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) 和 $\dot{d}_i(t)$ 是有界的, 且 $\dot{d}_i(t)$ 满足 $\dot{d}_i(t) < d_i^*$, 其中 d_i^* 是正常数。

假设 2 参考信号 $y_d(t)$ 及其导数 $\dot{y}_d(t)$ 存在且有界。

注 1 本文讨论的系统为严格反馈系统, 且非线性函数完全已知, 由于考虑了非匹配扰动的影响, 本文讨论的系统具备相当高的实用性。事实上, 许多实际工程系统可以使用系统 (1) 来描述或者转化为系统 (1), 例如机器人系统^[14-15]、智能电网系统^[16] 等。

1.2 预设性能函数与误差变换

为了保障跟踪误差的瞬态与稳态性能, 一个正单调递减函数 $\gamma(t)$ 被选择作为预设性能函数。在本文中, $\gamma(t)$ 选择为如下形式:

$$\gamma(t) = (\gamma_0 - \gamma_\infty)e^{-\sigma(t)t} + \gamma_\infty, \quad (2)$$

$$\sigma(t) = \sigma_\infty[\tanh(\epsilon_0(t - t_1)) + 1]/2. \quad (3)$$

其中: σ_∞ 、 ϵ_0 、 t_1 、 γ_0 和 γ_∞ 是正常数, 且满足 $\gamma_0 > \gamma_\infty > 0$ 。基于预设性能函数 $\gamma(t)$, 跟踪误差 $E(t)$ 的瞬态与稳态性能指标可以描述为如下不等式:

$$-\gamma(t) < E(t) < \gamma(t), \quad \forall t \geq 0, \quad (4)$$

其中 $E(t) = y(t) - y_d(t)$ 为跟踪误差。为了使得跟踪误差 $E(t)$ 始终满足约束条件 (4), 将使用等价误差变换技术将受限的原始跟踪误差 $E(t)$ 转化为一个等价的不受限的辅助误差变量 $\mu(t)$ 。为了实现这一目标, 首先定义一个关于 $\mu(t)$ 的光滑严格单调递增函数 $H(\mu(t))$, 且要求该函数满足如下性质:

$$1) -1 < H(\mu(t)) < 1, \quad \forall \mu(t) \in L_\infty;$$

$$2) \lim_{\mu(t) \rightarrow +\infty} H(\mu(t)) = 1, \quad \lim_{\mu(t) \rightarrow -\infty} H(\mu(t)) = -1.$$

根据 $H(\mu(t))$ 的性质可知, 关于原始跟踪误差 $E(t)$ 的约束条件 (4) 可以重新描述为

$$E(t) = \gamma(t)H(\mu(t)). \quad (5)$$

由于 $H(\mu(t))$ 是严格单调递增的, 且 $\gamma(t) \geq \gamma_\infty > 0$, 可以得到 $\mu(t)$ 的表达式为

$$\mu(t) = H^{-1}\left(\frac{E(t)}{\gamma(t)}\right). \quad (6)$$

根据上述分析可知, 若初始误差满足 $-\gamma(0) < E(0) < \gamma(0)$, 且存在一个合适的控制器使得 $\mu(t)$ 是有界的 (即 $\mu(t) \in L_\infty, \forall t > 0$), 那么预设性能指标

(4) 始终成立。为了便于设计控制器, 选择 $H(\mu(t)) = \frac{\exp(\mu(t)) - \exp(-\mu(t))}{\exp(\mu(t)) + \exp(-\mu(t))}$ 。根据式 (6), $\mu(t)$ 可以进一步表示为如下形式:

$$\mu(t) = \frac{1}{2} \ln \frac{H(\mu(t)) + 1}{1 - H(\mu(t))}. \quad (7)$$

基于式 (1)、(5) 和 (6), 可以计算 $\mu(t)$ 的时间导数为

$$\begin{aligned} \dot{\mu}(t) = & \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\frac{E(t)}{\gamma(t)} + 1} + \frac{1}{1 - \frac{E(t)}{\gamma(t)}} \right) \frac{\dot{E}(t)\gamma(t) - E(t)\dot{\gamma}(t)}{\gamma^2(t)} = \\ & \Gamma \left(x_2 + f_1(x_1) + d_1 - \dot{y}_d(t) - \frac{E(t)\dot{\gamma}(t)}{\gamma(t)} \right), \end{aligned} \quad (8)$$

其中

$$\Gamma = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{E(t) + \gamma(t)} - \frac{1}{E(t) - \gamma(t)} \right) > 0.$$

注 2 值得指出的是, 预设性能函数通常构造为如下形式:

$$\gamma^*(t) = (\gamma_0 - \gamma_\infty)e^{-lt} + \gamma_\infty, \quad (9)$$

其中递减率 $l > 0$ 决定 $\gamma^*(t)$ 趋于 γ_∞ 的速度。尽管 $\gamma^*(t)$ 也能用于性能指标 (4), 但在初始阶段 $|E(0)|$ 接近受限边界时, 使用 $\gamma^*(t)$ 可能会产生控制量过大的现象。为了解决这一问题, 本文使用一个时变递减率 $\sigma(t)$ 替代常值递减率 l 。由 $\tanh(\cdot)$ 函数的性质可知, 在初始时刻, $\gamma(t)$ 的响应较为缓慢, 随着时间增加, $\gamma(t)$ 的衰减速度逐渐加快, 这一特性有效地避免了初始阶段控制输入过大的问题。

2 控制器设计

首先, 设计扰动观测器以获得系统中未知扰动的估计值; 其次, 构造指令滤波器与滤波误差补偿机制以避免反步法中存在的“复杂性爆炸”问题; 最后, 基于扰动观测器与指令滤波器, 通过反步法构造基于事件触发策略的复合预设性能跟踪控制器。

2.1 扰动观测器设计

为了得到系统 (1) 中未知扰动 $d_i(t)$ 的估计值, 本文使用如下非线性扰动观测器^[10]:

$$\begin{cases} \dot{\eta}_i = x_{i+1} + f_i + \hat{d}_i, \\ \hat{d}_i = a_i(x_i - \eta_i), \quad i = 1, 2, \dots, n. \end{cases} \quad (10)$$

其中: $x_{n+1} = u$, $a_i > 0$ 是观测器增益, $\hat{d}_i > 0$ 是 d_i 的估计值, η_i 是观测器的内部变量。由式 (1) 和 (10) 可得 \hat{d}_i 时间导数为

$$\dot{\hat{d}}_i = a_i(\dot{x}_i - \dot{\eta}_i) = a_i(d_i - \hat{d}_i), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (11)$$

令扰动估计误差 $\omega_i = d_i - \hat{d}_i$, 基于上述分析计算可得

$$\dot{\omega}_i = -a_i \omega_i + \dot{d}_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (12)$$

2.2 指令滤波

本文引入指令滤波器以避免利用反步法设计控制器的过程中对虚拟控制信号重复计算高阶导数导致的“复杂性爆炸”问题. 首先, 定义坐标变换

$$z_1 = \mu, \quad z_i = x_i - x_{i,d}, \quad i = 2, 3, \dots, n, \quad (13)$$

其中 $x_{i,d} = \alpha_{i-1}^*$. $\alpha_{i,1}^*$ 由如下指令滤波器输出:

$$\begin{cases} \dot{\alpha}_{i,1}^* = p_n \alpha_{i,2}^*, \\ \dot{\alpha}_{i,2}^* = -2\zeta p_n \alpha_{i,2}^* - p_n (\alpha_{i,1}^* - \alpha_i). \end{cases} \quad (14)$$

其中: $i = 1, 2, \dots, n-1$; $p_n > 0$ 和 $\zeta \in (0, 1]$ 为内部设计参数, α_i 为滤波器输入, $\alpha_{i,1}^*(0) = \alpha_i(0)$, $\alpha_{i,2}^*(0) = 0$. 滤波误差 $x_{i,d} - \alpha_{i-1}$ 由如下误差补偿信号补偿:

$$\begin{cases} \dot{\beta}_i = -c_i \beta_i + h_i \beta_{i+1} + h_i (x_{i+1,d} - \alpha_i), \\ \dot{\beta}_n = -c_n \beta_n. \end{cases} \quad (15)$$

其中: $i = 1, 2, \dots, n-1$; $c_i > 0$ 和 $c_n > 0$ 为给定的常数; $h_1 = \Gamma$, $h_i = 1, i = 2, 3, \dots, n$; $\beta_i(0) = 0$. 由文献 [23] 可知 $|\beta_i|$ 是有界的.

2.3 复合事件触发预设性能控制器设计

定义补偿后的误差信号为

$$\xi_i = z_i - \beta_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (16)$$

控制器设计步骤如下.

step 1: 选择候选 Lyapunov 函数

$$V_1 = \frac{1}{2} \xi_1^2 + \frac{1}{2} \omega_1^2. \quad (17)$$

根据式 (8)、(12)、(15) 和 (16) 可得 V_1 的时间导数满足

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & \xi_1 \left(\Gamma \left(z_2 + x_{2,d} + f_1 + d_1 - \dot{y}_d - \frac{E(t)\dot{\gamma}(t)}{\gamma(t)} \right) - \dot{\beta}_1 \right) + \omega_1 (-a_1 \omega_1 + \dot{d}_1) \leq \\ & \xi_1 \left(\Gamma \left(f_1 + d_1 - \dot{y}_d - \frac{E(t)\dot{\gamma}(t)}{\gamma(t)} + \xi_2 + \alpha_1 \right) + c_1 (z_1 - \xi_1) \right) - a_1 \omega_1^2 + \omega_1 \dot{d}_1, \end{aligned} \quad (18)$$

其中 $E(t) = y(t) - y_d(t)$ 为跟踪误差. 基于杨氏不等式以及假设 1 可得

$$\xi_1 \Gamma \omega_1 \leq \frac{\Gamma}{4\varepsilon_1} \xi_1^2 + \varepsilon_1 \omega_1^2, \quad \omega_1 \dot{d}_1 \leq \varepsilon_1 \omega_1^2 + \frac{1}{4\varepsilon_1} d_1^{*2}, \quad (19)$$

其中 ε_1 是正常数. 构造虚拟控制律 α_1 如下:

$$\begin{aligned} \alpha_1 = & - \left(\frac{c_1}{\Gamma} z_1 + f_1 + \hat{d}_1 + \frac{\Gamma}{4\varepsilon_1} \xi_1 - \dot{y}_d - \frac{E(t)\dot{\gamma}(t)}{\gamma(t)} \right). \end{aligned} \quad (20)$$

将式 (19) 和 (20) 代入 (18) 可得

$$\dot{V}_1 \leq -c_1 \xi_1^2 + \Gamma \xi_1 \xi_2 - (a_1 - 2\varepsilon_1) \omega_1^2 + \delta_1, \quad (21)$$

其中 $\delta_1 = \frac{1}{4\varepsilon_1} d_1^{*2}$.

step i ($i = 2, 3, \dots, n-1$): 假设在第 $i-1$ 步存

在函数 $V_{i-1} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{i-1} \xi_j^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{i-1} \omega_j^2$ 满足

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i-1} \leq & - \sum_{j=1}^{i-1} (c_j \xi_j^2 + (a_j - 2\varepsilon_j) \omega_j^2) + \\ & \delta_{i-1} + h_{i-1} \xi_{i-1} \xi_i. \end{aligned} \quad (22)$$

接下来验证式 (22) 在第 i 步也成立. 选择函数

$$V_i = V_{i-1} + \frac{1}{2} \xi_i^2 + \frac{1}{2} \omega_i^2. \quad (23)$$

基于杨氏不等式可得

$$\xi_i \omega_i \leq \frac{1}{4\varepsilon_i} \xi_i^2 + \varepsilon_i \omega_i^2, \quad \omega_i \dot{d}_i \leq \varepsilon_i \omega_i^2 + \frac{1}{4\varepsilon_i} d_i^{*2}, \quad (24)$$

其中 ε_i 是正常数. 设计虚拟控制信号

$$\alpha_i = - \left(h_{i-1} \xi_{i-1} + f_i + \hat{d}_i - \dot{x}_{i,d} + c_i z_i + \frac{1}{4\varepsilon_i} \xi_i \right). \quad (25)$$

结合式 (22)、(24) 和 (25), 可得 V_i 的时间导数满足

$$\dot{V}_i \leq - \sum_{j=1}^i (c_j \xi_j^2 + (a_j - 2\varepsilon_j) \omega_j^2) + \delta_i + h_i \xi_i \xi_{i+1}, \quad (26)$$

其中 $\delta_i = \delta_{i-1} + \frac{1}{4\varepsilon_i} d_i^{*2}$.

step n : 选择 V_n 为

$$V_n = V_{n-1} + \frac{1}{2} \xi_n^2 + \frac{1}{2} \omega_n^2. \quad (27)$$

重复相同的步骤, 可设计复合预设性能控制器 $v(t) = \alpha_n$ 为

$$v(t) = - \left(f_n + \hat{d}_n - \dot{x}_{n,d} + c_n z_n + \frac{1}{4\varepsilon_n} \xi_n + h_{n-1} \xi_{n-1} \right). \quad (28)$$

为了减少通信负担并提升网络安全性, 对控制信号 $v(t)$ 施加如下事件触发规则:

$$\Delta = v(t) - v(t_k), \quad t_k \leq t < t_{k+1}; \quad (29)$$

$$t_{k+1} = \inf\{t > t_k : |\Delta| = \varepsilon\}; \quad (30)$$

$$\kappa(t_k) = \begin{cases} 1, & \Delta = \varepsilon; \\ 0, & \Delta = -\varepsilon. \end{cases} \quad (31)$$

其中: $k = 0, 1, 2, \dots$; $t_0 = 0$ 表示初始时刻; $\varepsilon > 0$ 表示预先指定的触发阈值; $\kappa(t_k)$ 表示用于控制器到执行器通道的唯一传输信号. 最终控制为

$$u(t) = v(0), \quad t_0 \leq t < t_1; \quad (32)$$

$$u(t) = u(t_{k-1}) + \varepsilon(2\kappa(t_k) - 1), \quad t_k \leq t < t_{k+1}. \quad (33)$$

基于式 (29) ~ (33) 不难得出如下关系成立:

$$u(t) = v(t_k), \quad t_k \leq t < t_{k+1}. \quad (34)$$

结合式 (28)、(29) 和 (34) 可得

$$u(t) = v(\tau) - \Delta = - \left(f_n + \hat{d}_n - \dot{x}_{n,d} + c_n z_n + \frac{1}{4\varepsilon_n} \xi_n + h_{n-1} \xi_{n-1} \right) - \Delta, \quad |\Delta| < \varepsilon. \quad (35)$$

根据杨氏不等式、式 (27) 和 (35), 不难计算 V_n 的时间导数为

$$\dot{V}_n \leq - \sum_{j=1}^{n-1} (c_j \xi_j^2 + (a_j - 2\varepsilon_j) \omega_j^2) - \left(c_n - \frac{1}{2k_1} \right) \xi_n^2 + \delta_n + \frac{k_1}{2} \varepsilon^2, \quad (36)$$

其中 $\delta_n = \delta_{n-1} + \frac{1}{4\varepsilon_n} d_n^{*2}$.

注 3 与传统的反步法相比, 本文在虚拟控制律的每个设计步骤中引入观测器对扰动的估计值, 以补偿不匹配扰动对系统性能的影响. 此外, 使用传统反步法设计控制器的过程中, 每个虚拟控制输入依赖于上一个虚拟控制输入及其导数. 当系统阶数大于 2 时, 控制器中会包含虚拟控制信号的高阶导数, 这使得计算复杂程度急剧增加, 引发所谓的“复杂性爆炸”问题. 本文所使用的指令滤波技术则避免了利用反步法设计控制器的过程中对虚拟控制信号重复计算高阶导数导致的“复杂性爆炸”问题, 所引入的滤波误差补偿机制有效补偿了滤波误差的影响.

注 4 需要指出的是, 触发条件 (30) 依赖于连续且精确的传感器测量. 在实际仿真中, 信号通常是基于时间采样的, 可能会出现 $|\Delta(t_k)| < \varepsilon, |\Delta(t_{k+1})| > \varepsilon$ 的情况. 这个问题可以通过将条件 (30) 替换为

$$t_{k+1} = \inf \{ t > t_k : |\Delta| > \varepsilon \}$$

来处理. 在这种情况下, 控制信号 (34) 则应改写为

$$u(t) = v(t_k) + \tau(t_k), \quad t_k \leq t < t_{k+1},$$

其中 $\tau(t_k)$ 是一个有界误差, 其对系统的影响可以归入输入扰动 $d_n(t)$ 中. 为了便于理论分析, 本文选择触发条件 (30) 作为事件更新的标准.

3 主要结果

本文的主要结果总结为如下定理.

定理 1 针对由受扰系统 (1)、扰动观测器 (10)、指令滤波器 (14)、误差补偿机制 (15) 和事件触发预设性能控制策略 (28) ~ (33) 构成的闭环系统, 如果满足假设 1、假设 2 和初值条件 $|E(0)| < \gamma(0)$, 则有如下结论成立:

- 1) 闭环系统的所有状态是一致最终有界的;
- 2) 跟踪误差 $E(t)$ 始终满足预设性能约束 (4);
- 3) 芝诺现象不会发生.

证明 选择 Lyapunov 函数为

$$V_n = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \xi_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \omega_i^2. \quad (37)$$

由式 (36) 可得

$$\dot{V}_n \leq -aV + b. \quad (38)$$

其中: $a = \min \left\{ c_j, c_n - \frac{1}{2k_1}, a_j - 2\varepsilon_j \right\}, j = 1, 2, \dots, n; b = \delta_n + \frac{k_1}{2} \varepsilon^2$, b 是一个常数. 对式 (38) 积分可得

$$0 \leq V_n(t) \leq \frac{b}{a} + \left(V_n(0) - \frac{b}{a} \right) e^{-at}, \quad \forall t \geq 0. \quad (39)$$

由此可得, 变量 ξ_i 和 $\omega_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 是有界的. 基于 β_i 和 ξ_i 的有界性以及式 (16) 可知 z_i 也是有界的. 又根据式 (13) 中 z_i 的定义即可得出 μ 和 $x_i (i = 2, 3, \dots, n)$ 是有界的. 根据函数 $H(\mu(t))$ 的性质以及 μ 的有界性即可验证跟踪误差 $E(t)$ 始终满足预设性能约束 (4).

接下来, 证明芝诺现象不会发生. 由式 (29) 可得 Δ 的时间导数为

$$\dot{\Delta} = \dot{v}(t) - \dot{v}(t_k) = \dot{v}(t), \quad t_k \leq t < t_{k+1}, \quad (40)$$

其中 $k = 0, 1, \dots$. 由于 $f_n, \hat{d}_n, \dot{x}_{n,d}, \xi_{n-1}$ 和 ξ_n 均为连续函数, 从式 (28) 中可知 $\dot{v}(t)$ 也是连续的. 根据 $v(t)$ 和 α_i 的定义, 以及 $\hat{d}_i, x_{i,d}, z_i, \xi_i$ 的有界性, 可得 $\dot{v}(t)$ 也是有界的. 因此, 存在一个正常数 v^* 使得 $|\dot{v}(t)| \leq v^*$, 由此可得 $|\dot{\Delta}| \leq v^*, t_k \leq t < t_{k+1}$. 考虑到 $\lim_{t \rightarrow t_k^+} |\Delta| = 0, \lim_{t \rightarrow t_{k+1}^-} |\Delta| = \varepsilon$, 因此确定存在一个正常数 $t^* = \varepsilon/v^*$ 使得 $t_{k+1} - t_k \geq t^*$. 这意味着芝诺现象不会发生. \square

4 仿真实验

本节通过一个仿真例子验证本文所提出算法的有效性. 考虑如下系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + \sin x_1 + d_1(t), \\ \dot{x}_2 = u + x_2 \sin t + d_2(t). \end{cases} \quad (41)$$

在仿真中, 选择性能函数 $\gamma(t)$ 的参数为 $\gamma_0 = 2, \gamma_\infty = 0.1, \sigma_\infty = 1.1, \varepsilon_0 = 3, t_1 = 1$. 观测器增益选择为 $a_1 = a_2 = 50$, 指令滤波器的参数为 $p_1 = 100, \varsigma = 1$. 误差补偿信号参数为 $c_1 = 5, c_2 = 10$. 系统初值选择为 $[0; 0]$, 参考信号为 $y_d = \cos t \sin(0.5t) - 1$. 外部未知扰动设置为

$$d_1(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq 3; \\ 2 \sin t, & 3 < t < 15; \\ 0.5, & t \geq 15; \end{cases} \quad d_2(t) = \cos t, \quad t \geq 0.$$

令基于式 (9) 所示的传统性能函数 $\gamma^*(t)$ 设计控制器为 $u^*(t)$, 基于本文所提出的具有时变衰减率的性能

函数 $\gamma(t)$ 设计的控制器为 $u(t)$,使用相同的控制器参数与事件触发机制进行对比仿真,仿真结果如图1~图6所示.

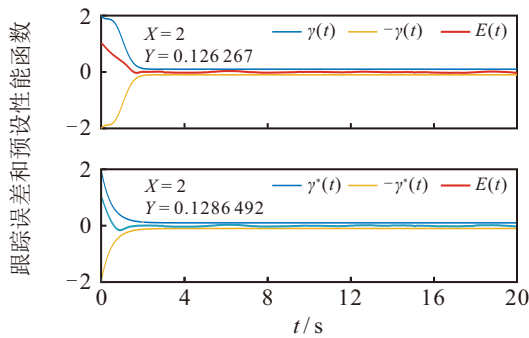


图1 $u(t)$ 和 $u^*(t)$ 作用下跟踪误差和性能函数的响应曲线

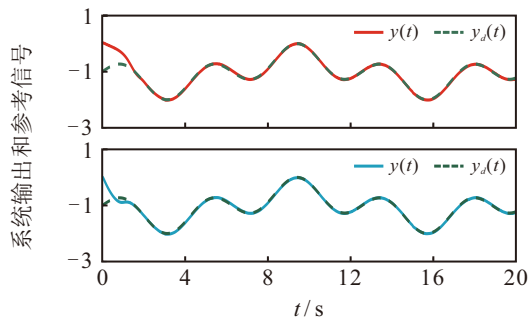


图2 $u(t)$ 和 $u^*(t)$ 作用下 y 和 y_d 的响应曲线

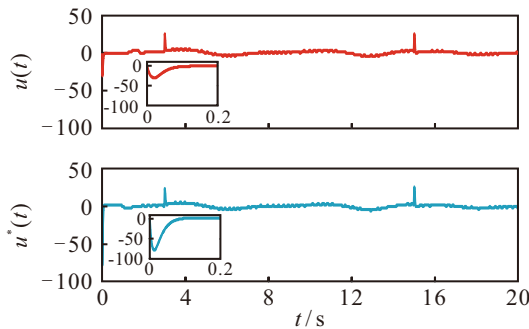


图3 $u(t)$ 和 $u^*(t)$ 的响应曲线

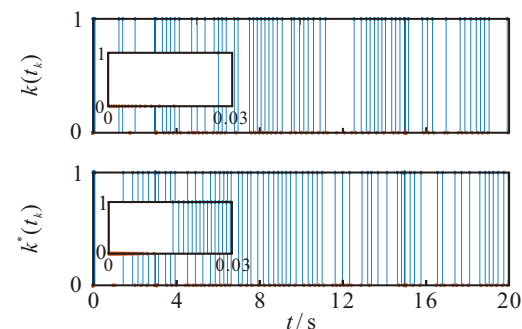


图4 $u(t)$ 和 $u^*(t)$ 作用下的触发事件时间间隔

由图1和图2可以看出,基于两种性能函数所构造的控制器都能使跟踪误差始终满足预设性能约束,且具有良好的跟踪性能与扰动抑制能力.值得指出的是,从图1中的数据提示可知,在 $t=2\text{ s}$ 时, $\gamma(t)$ 和 $\gamma^*(t)$ 的值基本相同,这表明本仿真中 $\gamma(t)$ 和 $\gamma^*(t)$ 对跟踪误差的约束作用基本一致.在这一前提

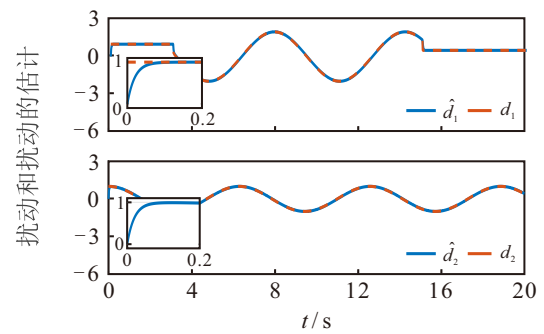


图5 扰动和扰动的估计

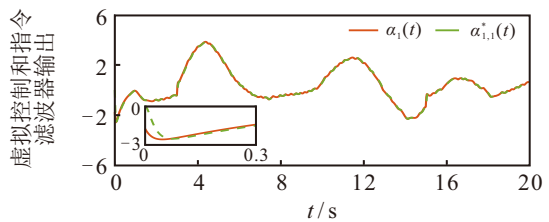


图6 虚拟控制器与指令滤波器输出曲线

下,从图3中可以看出在初始阶段 $u(t)$ 的值明显小于 $u^*(t)$,这表明本文使用的具有时变衰减率的性能函数能有效避免传统预设性能函数导致的控制量过大的问题.控制器到执行器传输的二进制信号如图4所示,由图4可知本文提出的事件触发策略显著减少了控制信号的传输频率,这意味着在确保系统性能的同时,大幅降低了通信负担.图5展示了所使用的扰动观测器具有良好的扰动观测效果.图6表明指令滤波器能有效估计虚拟控制输入.

5 结论

本文提出了一种基于事件触发策略的预设性能跟踪控制方法.该方法不仅保证了系统跟踪误差始终满足预设性能指标,且具备更强的扰动抑制能力.此外,所使用的事件触发策略在控制器和执行器之间的每次数据传输中仅需传递1比特信号,从而有效降低了通讯负担.与传统的基于反步法的预设性能控制相比,本文通过引入指令滤波技术克服了“复杂性爆炸”问题,并且采用具有时变衰减率的性能函数,有效地避免了传统预设性能控制初始阶段控制量过大的问题.最后,通过对比仿真验证了所提方法的有效性.如何将本文的控制框架扩展到预定/预设时间控制上是接下来的研究方向之一.

参考文献 (References)

[1] Qian C J, Lin W. Practical output tracking of nonlinear systems with uncontrollable unstable linearization[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2002, 47(1): 21-36.
 [2] 赵振华,肖亮,姜斌,等.基于扩张状态观测器的四旋翼无人机快速非奇异终端滑模轨迹跟踪控制[J].控制与决策,2022,37(9):2201-2210.
 (Zhao Z H, Xiao L, Jiang B, et al. Fast nonsingular

- terminal sliding mode trajectory tracking control of a quadrotor UAV based on extended state observers[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(9): 2201-2210.)
- [3] Li J J, Sun Z Y, Wen C Y, et al. Prescribed-time tracking control for wind turbines in variable speed mode with guaranteed performance[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2024, 71(10): 13074-13082.
- [4] Huang Y B, Na J, Wu X, et al. Adaptive control of nonlinear uncertain active suspension systems with prescribed performance[J]. *ISA Transactions*, 2015, 54: 145-155.
- [5] Bechlioulis C P, Rovithakis G A. Robust adaptive control of feedback linearizable MIMO nonlinear systems with prescribed performance[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, 53(9): 2090-2099.
- [6] Bechlioulis C P, Rovithakis G A. Adaptive control with guaranteed transient and steady state tracking error bounds for strict feedback systems[J]. *Automatica*, 2009, 45(2): 532-538.
- [7] 李应森, 陈明, 姜海洋, 等. 基于有限时间指令滤波的非线性系统固定时间预设性能控制[J]. *控制与决策*, 2024, 39(5): 1498-1506.
(Li Y S, Chen M, Jiang H Y, et al. Finite-time command filtered-based fixed-time prescribed performance control[J]. *Control and Decision*, 2024, 39(5): 1498-1506.)
- [8] Chen L S, Yang H. Adaptive neural prescribed performance output feedback control of pure feedback nonlinear systems using disturbance observer[J]. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2020, 34(4): 520-542.
- [9] 那靖, 张超, 王娟, 等. 基于未知系统动态估计的机器人预设性能控制[J]. *控制与决策*, 2021, 36(5): 1040-1048.
(Na J, Zhang C, Wang X, et al. Unknown system dynamics estimator for prescribed performance control of robotic systems[J]. *Control and Decision*, 2021, 36(5): 1040-1048.)
- [10] 殷县龙, 孙宗耀, 谭庆全, 等. 基于双增益方法的不确定非线性系统的输出反馈调节问题[J]. *控制与决策*, 2024, 39(4): 1260-1266.
(Yin X L, Sun Z Y, Tan Q Q, et al. Output feedback regulation of uncertain nonlinear systems via dual gain method[J]. *Control and Decision*, 2024, 39(4): 1260-1266.)
- [11] Chen W H, Yang J, Guo L, et al. Disturbance-observer-based control and related methods — An overview[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2016, 63(2): 1083-1095.
- [12] Zhou C Q, Yang J, Li S H, et al. Robust temporal logic motion control via disturbance observers[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2023, 70(8): 8286-8295.
- [13] Chen W H, Ballance D J, Gawthrop P J, et al. A nonlinear disturbance observer for robotic manipulators[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2000, 47(4): 932-938.
- [14] Zhou C Q, Wang X M, Yang J, et al. Robust safe motion control for compliantly actuated robots via disturbance observers[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2024, 29(4): 2794-2802.
- [15] Chen M. Robust tracking control for self-balancing mobile robots using disturbance observer[J]. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2017, 4(3): 458-465.
- [16] Wang Y Y, Hill D J. Robust nonlinear coordinated control of power systems[J]. *Automatica*, 1996, 32(4): 611-618.
- [17] Tabuada P. Event-triggered real-time scheduling of stabilizing control tasks[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, 52(9): 1680-1685.
- [18] 李娇娇, 韩芝菲, 孙宗耀, 等. 基于事件触发策略的输出受限磁悬浮系统的有限时间镇定[J]. *控制与决策*, 2024, 39(3): 861-866.
(Li J J, Han Z F, Sun Z Y, et al. Event-triggered finite-time stabilization of maglev system with output constraint[J]. *Control and Decision*, 2024, 39(3): 861-866.)
- [19] Sun Z Y, Li J J, Wen C Y, et al. Adaptive event-triggered prescribed-time stabilization of uncertain nonlinear systems with asymmetric time-varying output constraint[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2024, 69(8): 5454-5461.
- [20] 孙辉辉, 胡春鹤, 张军国. 事件触发式多智能体分层安全强化学习运动规划[J]. *控制与决策*, 2024, 39(11): 3755-3762.
(Sun H H, Hu C H, Zhang J G. Multi-agent event triggered hierarchical security reinforcement learning[J]. *Control and Decision*, 2024, 39(11): 3755-3762.)
- [21] Ding L, Han Q L, Ge X H, et al. An overview of recent advances in event-triggered consensus of multiagent systems[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2018, 48(4): 1110-1123.
- [22] Zhang J X, Yang G H. Event-triggered prescribed performance control for a class of unknown nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2021, 51(10): 6576-6586.
- [23] Yu J P, Shi P, Dong W J, et al. Observer and command-filter-based adaptive fuzzy output feedback control of uncertain nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, 62(9): 5962-5970.

作者简介

王敏 (1993-), 女, 博士生, 主要研究方向为非线性控制、扰动抑制、自适应控制, E-mail: wangm0811@njust.edu.cn;

孙宗耀 (1979-), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为非线性控制、自适应控制、时滞系统的稳定性, E-mail: sunzongyao@sohu.com;

刘新芝 (1956-), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为复杂网络、安全通信、多智能体系统, E-mail: xinzhiliu@uwaterloo.ca;

孙金生 (1967-), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为多智能体协同控制、质量控制, E-mail: jssun67@163.com.