

控制与决策

Control and Decision



基于PSO-hpRPM算法的滑翔制导炮弹弹道优化

管军, 叶双慧, 易文俊

引用本文:

管军, 叶双慧, 易文俊. 基于PSO-hpRPM算法的滑翔制导炮弹弹道优化[J]. 控制与决策, 2025, 40(5): 1733-1741.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2024.1090>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于R2指标和目标空间分解的高维多目标粒子群优化算法

R2 indicator and objective space partition based many-objective particle swarm optimizer

控制与决策. 2021, 36(9): 2085-2094 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0113>

求解非线性方程组的智能优化算法综述

Overview of intelligent optimization algorithms for solving nonlinear equation systems

控制与决策. 2021, 36(4): 769-778 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0379>

基于局部搜索的反向学习竞争粒子群优化算法

Opposition-based learning competitive particle swarm optimizer with local search

控制与决策. 2021, 36(4): 779-789 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1150>

求解约束优化问题的改进果蝇优化算法及其工程应用

Improved fruit fly optimization algorithm for solving constrained optimization problems and engineering applications

控制与决策. 2021, 36(2): 314-324 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0557>

基于仿生算法改进粒子滤波的SLAM算法精度预测

Accuracy prediction of SLAM algorithm based on bionic algorithm to improve particle filter

控制与决策. 2021, 36(1): 166-172 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0555>

基于 PSO-hpRPM 算法的滑翔制导炮弹弹道优化

管 军^{1,2†}, 叶双慧¹, 易文俊²

(1. 江苏科技大学 自动化学院, 江苏 镇江 212100;
2. 南京理工大学 瞬态物理全国重点实验室, 南京 210094)

摘 要: 针对滑翔制导炮弹在环境高动态、状态强耦合等复杂多约束条件下弹道优化效率低、优化效果不理想等问题, 提出一种基于粒子群-hp 自适应 Radau 伪谱 (PSO-hpRPM) 算法的滑翔制导炮弹弹道优化方法, 该方法融合 PSO 算法全局搜索能力强和 hpRPM 算法局部优化能力出色的特点, 能够解决滑翔制导炮弹在复杂多约束情况下的弹道优化问题. 首先, 建立滑翔制导炮弹动力学模型和弹道优化问题的约束条件和目标函数; 然后, 分别采用 hpRPM、PSO 和 PSO-hpRPM 方法进行滑翔弹道优化求解, 并对 3 种方法进行对比研究; 最后, 为了进一步验证所提出算法的优越性, 采用灰狼优化算法 (GWO)、鲸鱼 (WOA) 与 hpRPM 算法相结合, 设计 GWO-hpRPM 算法和 WOA-hpRPM 算法, 并对 3 种混合优化算法进行仿真对比研究. 研究表明: 所提出 PSO-hpRPM 算法在同时满足复杂多约束条件下, 优化得到的最远滑翔弹道射程为 70 170.75 m, 平均迭代收敛步数为 6.6 步, 综合性能较其他算法更佳, 优化效果良好.

关键词: 弹道优化; 粒子群优化; hp 自适应 Radau 伪谱; 启发式算法; 滑翔制导炮弹; 混合优化算法

中图分类号: TJ413 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2024.1090

引用格式: 管军, 叶双慧, 易文俊. 基于 PSO-hpRPM 算法的滑翔制导炮弹弹道优化 [J]. 控制与决策, 2025, 40(5): 1733-1741.

Trajectory optimization of glide guidance projectile based on PSO-hpRPM hybrid algorithm

GUAN Jun^{1,2†}, YE Shuang-hui¹, YI Wen-jun²

(1. School of Automation, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 212100, China; 2. National Key Laboratory of Transient Physics, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: Aiming at the problems of the low trajectory optimization efficiency and unsatisfactory optimization effect of glide guided projectile under complex and multi-constraint conditions such as high dynamic environment and strong state coupling, a trajectory optimization method of glide guided projectile based on particle swarm optimization-hp adaptive Radau pseudospectral method (PSO-hpRPM) algorithm is proposed. This method combines the strong global search ability of the PSO algorithm and the excellent local optimization ability of the hpRPM algorithm to solve the trajectory optimization problem of glide-guided projectiles under complex and multi-constraint conditions. Firstly, the constraints and objective functions of glide-guided projectile dynamics model and trajectory optimization problem are established. Then, hpRPM, PSO and PSO-hpRPM methods are used to optimize glide trajectory, and the three methods are compared. Finally, to further validate the superiority of the proposed algorithm, we integrate the grey wolf optimization (GWO) algorithm, the whale optimization algorithm (WOA), with the hpRPM algorithm, respectively. We then conduct simulations to compare the performance of these three hybrid optimization algorithms: PSO-hpRPM, GWO-hpRPM, and WOA-hpRPM. The results show that the optimized PSO-hpRPM algorithm has a maximum glide range of 70 170.75 m and an average iterative convergence of 6.6 steps under complex and multi-constraint conditions. The comprehensive performance is better than other algorithms and the optimization effect is good.

Keywords: trajectory optimization; PSO; hpRPM; heuristic algorithm; glide guided projectile; mixed optimization algorithm

收稿日期: 2024-09-09; 录用日期: 2024-12-31.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (62203191); 基础加强计划技术领域基金项目 (2023JCJQJ0357); 江苏省高等学校基础科学 (自然科学) 研究面上项目 (22KJB590001); 国防科技重点实验室基金项目 (2022JCJQL06105).

责任编委: 董久祥.

†通信作者. E-mail: jguan@just.edu.cn.

0 引言

滑翔制导炮弹主要是通过滑翔弹道优化设计来大幅提高弹丸射程,因此,滑翔弹道优化是滑翔制导炮弹总体设计中的重要环节,优化结果的优劣对于弹丸总体性能指标具有重要影响.弹道优化问题本质上是在满足多约束条件下寻找最优控制律,使得某种性能指标达到最优的非线性最优控制问题.

求解弹道优化问题的方法通常分为间接法和直接法.间接法是基于庞特里亚金最大值原理,将弹道优化问题转化为哈密顿边界值问题,一般采用梯度算法求解^[1].该方法在解的准确性和最优性方面具有一定优势,但是,间接法在求解复杂多约束弹道优化问题时表现欠佳^[2].直接法是基于直接打靶法、配点法和伪谱法等方法对控制变量和状态变量进行离散化,进而将其转换为静态非线性规划问题(NLP),并采用非线性规划方法求解,如序列二次规划^[3].由于直接法相较于间接法更易实现,在工程应用中备受关注.伪谱法是一种常见的直接方法,在诸多复杂优化问题中得到了广泛应用^[4-5].但是,伪谱法是一种基于梯度的方法,它需要决策变量或目标函数的梯度信息,求解结果受初始值影响较大,易陷入局部最优解^[6].近年来,为了克服这一缺陷,诸多学者引入了启发式算法来求解弹道优化问题. Peñacoba 等^[7]使用了遗传算法(GA)、粒子群优化(PSO)和模式搜索(PS)三种不同的优化方法来优化机器人监视系统的轨迹; Xiao 等^[8]提出了 IACO-DWA 的路径规划算法,该算法结合了蚁群算法(ACO)和动态窗口方法(DWA)来实现多目标轨迹优化; Wu 等^[9]提出了改进的鸡群算法(ICSO)来解决重返大气层过程中的弹道优化问题.元启发式算法的优点在于不需要梯度信息,且全局最优解受初始值影响较小,同时,还可在计算效率与解的质量之间加以权衡^[10].粒子群优化算法(PSO)作为一种元启发式算法,因其简单易行、效率高,在优化问题中得到了广泛应用^[11-13]. PSO 擅长于全局搜索,能够在较大解空间内搜索潜在最优解,而 hp 自适应 Radau 伪谱法(hp-RPM)则在局部优化方面表现更为出色,特别是在处理最优控制问题时能够快速精确地找到最优解.

针对复杂非线性弹道优化问题,本文提出 PSO-hpRPM 混合优化算法,该算法将 PSO 算法强大的全局探索能力与 hpRPM 算法出色的局部优化能力相结合,首先采用 PSO 算法优化建立 hpRPM 算法的最优初始状态,然后采用 hpRPM 算法进行快速弹道优化,最后获得一条在给定复杂约束条件下的最优

滑翔弹道.

1 问题描述

滑翔制导炮弹的飞行弹道通常可分为4个阶段:上升段、助推段、惯性上升段、滑翔段.弹道分段示意图如图1所示:上升段:以弹丸出炮口瞬间开始,直至发动机点火时刻结束;助推段:火箭发动机点火时刻开始,直至燃料燃尽,发动机自动关机时刻为止;惯性上升段:发动机停止工作后,弹丸依靠惯性继续上升至弹道顶点的飞行弹道;滑翔段:过弹道顶点后,鸭舵展开并开始滑翔控制,直至弹丸到达目标点.

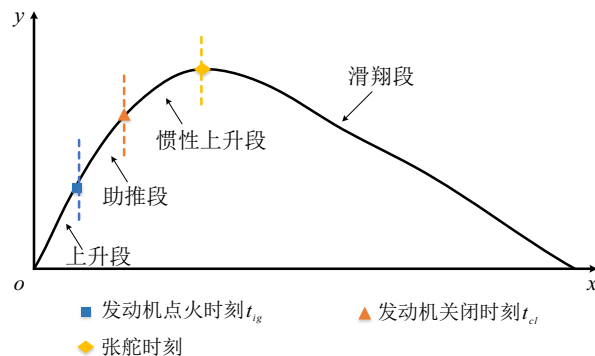


图1 滑翔制导炮弹弹道分段示意图

1.1 滑翔制导炮弹动力学模型

最大升阻比法是滑翔制导炮弹方案弹道设计的经典方法,根据滑翔过程升阻比最大解算舵偏角指令,产生气动升力,削弱重力对弹丸的影响,减缓弹丸下降速度,实现滑翔增程效果.本文研究的滑翔制导炮弹在滑翔段的升阻比表达式为

$$K = \frac{Y}{X} = \frac{C'_L \alpha + C'_{L\delta} \delta}{C_{D0}(1 + k_B \alpha^2) + C_{D\delta 0}(1 + k_T \delta^2)}. \quad (1)$$

其中: X 和 Y 分别为滑翔制导炮弹飞行过程中受到的阻力和升力, α 为攻角, δ 为舵偏角, C_{D0} 为舵面 0 升阻力系数, C'_L 为升力系数导数, $C'_{L\delta}$ 为舵面升力系数导数, k_T 、 k_B 分别为舵面诱导阻力系数和弹体诱导阻力系数.假设滑翔制导炮弹在滑翔段每一瞬间均满足力矩平衡条件,则攻角和舵偏角满足下式:

$$Y^\alpha \alpha (X_F - X_G) = Y^\delta \delta (X_G - X_R). \quad (2)$$

这里: X_R 为控制舵压心位置, X_F 为弹翼组合体压心位置, X_G 为全弹重心位置.将式(2)展开,得到瞬时平衡假设下攻角与舵偏角的关系,如下所示:

$$\frac{\alpha}{\delta} = \frac{Y_\delta (X_G - X_R)}{Y_\alpha (X_F - X_G)} = \frac{C'_{L\delta} (X_G - X_R)}{C'_L (X_F - X_G)}. \quad (3)$$

将式(3)代入(1),并对式(1)求导,当舵偏角满足下式时,升阻比 K 最大:

$$\delta = \sqrt{\frac{C_{D0} + C_{D\delta 0}}{k_B C_{d0} \left(\frac{C'_{L\delta}(X_G - X_R)}{C'_L(X_F - X_G)} \right) + k_T C_{D\delta 0}}}. \quad (4)$$

将式(4)代入(3), 可得到升阻比最大时的攻角变化规律为

$$\alpha = \sqrt{\frac{C_{D0} + C_{D\delta 0}}{k_B C_{D0} + k_T C_{D\delta 0} \left(\frac{C'_L(X_F - X_G)}{C'_{L\delta}(X_G - X_R)} \right)^2}}. \quad (5)$$

为了计算方便, 采用弹丸纵向动力学模型开展相关问题研究, 按照最大升阻比设计的滑翔制导炮弹纵向动力学模型如下所示:

$$\begin{cases} m\dot{v} = -qSC_{D0}(1 + k_B\alpha^2) - \\ \quad qSC_{D\delta 0}(1 + k_T(\alpha + \delta)^2) - \\ \quad mg \sin \theta + F_p, \\ mv\dot{\theta} = qSC'_L\alpha + qSC'_{L\delta}(\alpha + \delta) - mg \cos \theta, \\ \dot{x} = v \cos \theta, \\ \dot{y} = v \sin \theta, \\ \dot{m} = -m_c, \\ \delta = \sqrt{\frac{C_{D0} + C_{D\delta 0}}{k_B C_{d0} \left(\frac{C'_{L\delta}(X_G - X_R)}{C'_L(X_F - X_G)} \right) + k_T C_{D\delta 0}}}, \\ \alpha = \frac{C'_{L\delta}(X_G - X_R)}{C'_L(X_F - X_G)} \delta. \end{cases} \quad (6)$$

其中: v 为速度, θ 为弹道倾角, x 、 y 分别为滑翔制导炮弹飞行距离和飞行高度, $q = \frac{1}{2}\rho v^2$ 为动压, S 为特征面积, m 为弹丸质量, g 为重力加速度, F_p 为火箭发动机平均推力, m_c 为火箭助推发动机装药质量耗散速率。

1.2 约束条件

在制导炮弹弹道优化问题中, 通常具有边界约束、终端约束、过程约束、控制约束、路径约束等复杂约束条件。

1) 边界约束. 边界约束主要是对火炮射角进行约束, 一般情况下射角为 $[20^\circ, 65^\circ]$; 初始弹重、初速和发射点坐标一般为固定值, 该约束条件如下: $v(t_0) = v_0$, $m(t_0) = m_0$, $x(t_0) = 0 \text{ m}$, $y(t_0) = 0 \text{ m}$, $20^\circ < \theta(t_0) \leq 65^\circ$. 其中: t_0 为初始时刻, v_0 、 m_0 分别为初始速度和初始质量, x_0 、 y_0 分别为发射点距离和高程, $\theta(t_0)$ 射角为待优化参数。

2) 终端约束. 终端约束一般为对落角、落速进行约束, 为了提高终点毁伤效果, 要求落速高、落角大, 该约束条件为 $v(t_f) \geq v_{t_{f\min}}$, $\theta_{t_{f\min}} \leq \theta(t_f) \leq \theta_{t_{f\max}}$, $y(t_f) = y_T$. 其中: t_f 为终端时刻, $v_{t_{f\min}} = 210 \text{ m/s}$ 为期望最小落速, $\theta_{t_{f\max}} = -90^\circ$ 、 $\theta_{t_{f\min}} = -60^\circ$ 分别

为期望最大落角和最小落角, $y_T = 0$ 为目标高程坐标。

3) 过程约束. 过程约束一般对发动机平均推力、点火时间、发动机工作时间、发动机装药质量耗散率、舵偏角等物理变量进行约束; 火箭发动机只在助推段工作, 鸭舵只在滑翔段工作, 全弹道过程约束描述如下: 上升段和惯性上升段: $\alpha = 0^\circ$, $\delta = 0^\circ$, $F_p = 0 \text{ N}$, $m_c = 0 \text{ kg/s}$; 助推段: $F_p = 1700 \text{ N}$, $\alpha = 0^\circ$, $\delta = 0^\circ$, $t_{cl} - t_{ig} = t_c$, $5 \text{ s} \leq t_{ig} \leq 10 \text{ s}$, $m_c = 0.666 \text{ kg/s}$; 滑翔段: $F_p = 0 \text{ N}$, $m_c = 0 \text{ kg/s}$. 其中: t_{cl} 为点火结束时间, t_{ig} 点火时间为待优化变量, $t_c = 7 \text{ s}$ 为发动机工作时长。

4) 控制约束. 考虑弹道控制的稳定性, 将攻角控制在一定范围: $|\alpha| \leq \alpha_{\max} = 10^\circ$.

5) 路径约束. 为了确保滑翔制导炮弹在飞行过程中具有充足的控制能力, 设定动压的最小值 $q_{\min} = 10000 \text{ Pa}$. 同时, 考虑到弹体结构强度的限制, 设置最大法向过载为 $n_{y\max} = 2g$, 路径约束为 $q \geq q_{\min}$, $|n_y| \leq n_{y\max}$. 其中: $n_y = \frac{qS}{mg}(C_{D0} \sin \alpha + C'_{L\delta} \cos \alpha)$.

1.3 目标函数

本文研究的滑翔增程制导炮弹是一种以增加弹丸射程、提高打击精度为目标的新型智能弹药, 相较于制式无控弹, 其主要优势为射程远、精度高, 可实现超远程精确打击任务. 射程指标是考核滑翔增程制导炮弹的关键指标之一, 在满足精度要求的情况下尽可能提高弹丸射程. 本文的主要目的是通过滑翔弹道优化设计, 规划一条射程最远的方案弹道作为控制系统的理想跟踪弹道, 为后续精确制导控制系统设计提供方案弹道数据. 因此, 本文选取射程最大为目标函数开展最优弹道规划问题研究, 目标函数如下所示:

$$\min J = -x_{t_f}, \quad (7)$$

其中 x_{t_f} 为 t_{t_f} 时刻射程。

综上所述, 弹道优化问题的数学描述在 $[t_0, t_f]$ 时间内, 在满足上述约束条件情况下, 优化求解最优控制变量 α 、射角 $\theta(t_0)$ 、点火时间 t_{ig} , 使得目标函数(7)最小。

2 算法原理

2.1 hpRPM 优化算法

hpRPM 具有效率高、计算量小、占用内存少、能够有效处理复杂约束问题的特点, 在求解弹道优化问题中得到了广泛应用^[14-15]. hpRPM 优化算法整体分为优化问题离散化和自适应调参两部分。

2.1.1 优化问题离散化

hp 自适应伪谱法首先在一系列配点上离散地处理状态变量和控制变量, 并利用离散点作为节点构建 Lagrange 插值多项式近似表达状态变量和控制变量. 对多项式求导, 近似表达状态变量对时间的导数. 微分约束被离散为代数约束, 得到离散的状态方程、目标函数、约束条件, 进而将连续轨迹优化问题转化为非线性规划问题.

2.1.2 自适应调参

1) hp 自适应判定准则.

设定容忍误差 ε , 若任意区间 k 的最大误差 $e_{\max}^k > \varepsilon$, 则进行区间划分. 设该区间内的第 i 个状态分量近似值 $X^k(\tau_i)$ 的曲率 $c^k(\tau_i)$ 为

$$c^k \tau_i = \frac{|\ddot{X}^k \tau_i|}{|[1 + \ddot{X}^k(\tau_i)^2]^{\frac{3}{2}}}. \quad (8)$$

设 $c_{\max}$ 和 $\bar{c}$ 分别为该区间内各点曲率最大值和平均值, 引入中间变量 r_k , 定义临界值参数 $r_{\max}$, 若 $r_k \leq r_{\max}$, 则增加区间内插值多项式的阶数; 若 $r_k > r_{\max}$, 则表明该区间振荡较大, 对该区间重新划分.

2) 自适应更新变量计算.

若 $r_k \leq r_{\max}$, 则增加第 k 个区间内的多项式阶数, 计算公式如下所示:

$$N_k = N_{k0} + \text{ceil}(\lg(e_{\max}^{(k)}) - \lg(\varepsilon_d)) + A_d. \quad (9)$$

其中: N_{k0} 为区间多项式的初始阶段, $\text{ceil}(\cdot)$ 为舍入到下一个最高整数的运算符, A_d 为控制区间中配置点数目增长大于 0 的整数常数. 若 $r_k > r_{\max}$, 则细化第 k 个区间, 更新后的配点数量为

$$n_k = \text{ceil}(B_d \lg(e_{\max}^{(k)}/\varepsilon_d)), \quad (10)$$

这里 B_d 为控制区间间隔数量增长的常数.

2.2 hpRPM 优化算法步骤

hpRPM 优化算法步骤如下所示.

step 1: 初始化网格区间.

step 2: 利用 Radau 伪谱法将最优控制问题离散化, 转化为 NLP.

step 3: 对每个网格区间使用固定阶次的近似多项式, 使用 SNOPT 求解 NLP.

step 4: 若第 k 个区间 $e_{\max}^k \leq \varepsilon$, 则继续执行下一个区间; 否则, 执行 step 5.

step 5: 若第 k 个区间 $r_k > r_{\max}$, 则根据式 (10) 将网格细化为 n_k 个子区间; 否则, 根据式 (9) 设置第 k 个区间的多项式阶次为 N_k .

step 6: 在网格参数更新完毕后, 返回至 step 3, 开展下一次迭代, 直至满足容忍误差 ε .

2.3 PSO 优化算法

PSO 算法通过模拟鸟群狩猎的行为, 利用群体中个体间的信息共享来指导搜索过程, 从而在较大的解空间中快速定位到近似最优解. 与其他启发式算法相比, PSO 算法具有参数少、结构简单、易实现等特点^[13], 广泛用于轨迹优化问题^[16-17]. 其主要步骤分为初始化阶段和位置、速度更新阶段.

2.3.1 初始化阶段

假设目标空间 (Dim 维) 随机产生了由 npop 个粒子组成的一个种群, 则该种群可表示为 $\text{npop} \times \text{Dim}$ 维的向量, 第 i 个粒子表示为

$$\mathbf{X}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{i\text{Dim}}), \quad i = 1, 2, \dots, \text{npop}. \quad (11)$$

假设目标空间的上下边界用 $[\text{UpB}, \text{LoB}]$ 表示, 则 $\mathbf{x}_i$ 的初始化位置可通过下式产生:

$$x_{ij} = \text{rand}_1 \times (\text{UpB} - \text{LoB}) + \text{LoB}, \quad j = 1, 2, \dots, \text{Dim}, \quad (12)$$

其中 rand_1 为服从区间 $[0, 1]$ 上均匀分布的随机数.

2.3.2 位置和速度更新

在每次迭代中, 粒子群通过跟踪自身经验和群体经验进行更新, 具体算法如下所示:

$$\mathbf{v}_i = w \times \mathbf{v}_i + c_1 \times \text{rand}_1 \times (\mathbf{pbest}_i - \mathbf{x}_i) + c_2 \times \text{rand}_2 \times (\mathbf{gbest} - \mathbf{x}_i), \quad (13)$$

$$w = w_{\max} - k \times \left(\frac{w_{\max} - w_{\min}}{\text{maxIt}} \right), \quad (14)$$

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_i + \mathbf{v}_i. \quad (15)$$

其中: $\mathbf{v}_i$ 为第 i 个粒子的移动速度, $\mathbf{x}_i$ 为第 i 个粒子的当前位置, c_1 、 c_2 为学习因子, maxIt 为最大迭代次数, rand_2 为服从区间 $[0, 1]$ 上均匀分布的随机数, $\mathbf{pbest}_i$ 为第 i 个粒子的最优解, $\mathbf{gbest}$ 为整个种群的最优解, w 为惯性权重, $w_{\max}$ 为初始惯性权重, $w_{\min}$ 为迭代次数最大时的惯性权重. 通常设置 $c_1 = c_2 = 2$, $w_{\max} = 0.9$, $w_{\min} = 0.4$.

3 基于 PSO-hpRPM 混合优化算法滑翔弹道优化

射角、点火时间等参数对射程具有显著影响^[18], 本文以射角 θ_0 和点火时间 t_{ig} 为待优化参数来求解最优控制律, 获取最优滑翔弹道. PSO-hpRPM 混合优化算法充分融合了 PSO 算法强大的全局搜索能力和 hpRPM 算法出色的局部优化能力. 具体内容如下.

1) PSO 的全局搜索特性.

① 全局搜索: PSO 在迭代过程中, 粒子通过不断更新速度和位置, 可覆盖较大的解空间, 降低陷入局部最优解的风险, 尤其是在高动态、强耦合的复杂环境下, 有助于发现潜在全局最优方案弹道.

② 群体信息共享和协同进化: 当某个粒子找到较好的弹道参数组合时, 会将信息传递给其他粒子, 引导整个群体向该区域搜索. 这种信息共享机制加快了获取全局最优弹道的搜索进程.

2) hpRPM 的局部优化特性.

① 高精度局部逼近: 对于滑翔制导炮弹的复杂弹道, 可在局部区域内对动力学模型进行高精度逼近, 通过自适应调整网格或增加基函数的多项式阶数, 在弹道变化剧烈或约束条件敏感的局部区域, 能够更精确地描述弹道动态特性, 优化局部弹道性能.

② 有效处理约束条件: 在滑翔制导炮弹面临环境高动态、状态强耦合等复杂多约束情况时, 能够有效地将多约束条件纳入离散化的优化模型. 通过在伪谱节点上对约束条件进行数值处理, 使得优化后的弹道能够严格满足复杂约束要求.

3) PSO-hpRPM 算法融合.

在优化过程中, PSO 算法充分发挥其全局搜索的优势, 在广阔的弹道参数解空间中快速定位到可能存在全局最优解的区域, 以避免陷入局部最优解. hpRPM 算法利用其局部优化能力, 在潜在最优解区域内进行精细优化, 并确保严格满足各种复杂约束条件. 通过该协同优化策略, 在面对复杂多约束问题时, 显著提高弹道优化效率, 使得滑翔制导炮弹在不同作战环境和任务要求下获得更优弹道性能.

此外, 该算法采用双环优化策略. 外环采用 PSO 算法优化射角和点火时刻, 为内环提供最优初始值; 内环采用 hpRPM 算法求解最优控制律, 最终在满足所有约束条件下获得射程最远的滑翔弹道. 所提出 hpRPM 算法的状态变量为 $\mathbf{s} = [v, \theta, x, y]$, 控制变量为 $u = \alpha$. PSO-hpRPM 算法流程如图 2 所示.

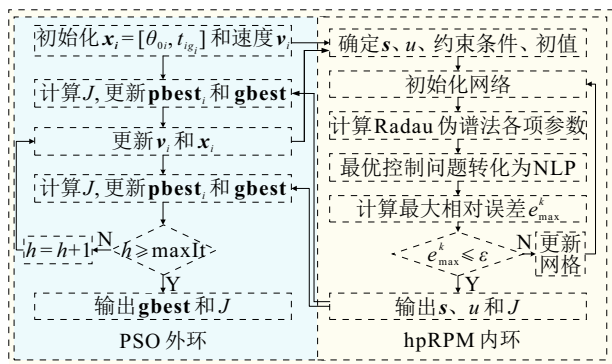


图2 PSO-hpRPM 流程

PSO 外环: PSO 算法将初始化的粒子位置 $\mathbf{X} = [\theta_0, t_{ig}]$ 输入至内环 hpRPM 算法. 其中: $\theta_0 = [\theta_{01}, \theta_{02}, \dots, \theta_{0nPop}]^T$; $t_{ig} = [t_{ig1}, t_{ig2}, \dots, t_{ignPop}]^T$ 根据 hpRPM 算法返回的适应度值 J , 更新全局最优位置 $\mathbf{gbest}$ 和

局部最优位置 $\mathbf{pbest}_i = [\theta_{0i}, t_{igi}] (i=1, 2, \dots, nPop)$. 然后, 根据式 (13) 和 (15) 更新粒子的速度 $\mathbf{v}$ 和位置 $\mathbf{x}$, 完成一次迭代; 重复进行迭代计算直至 $h > \max It$. 最后, 在 PSO 算法中输出全局最优位置和最优适应度值, 得到内环最优初始值.

hpRPM 内环: 确定状态变量 $\mathbf{s}$, 控制变量 u 以及约束条件, 根据 PSO 输入的待优化参数的初始值 $\mathbf{X} = [\theta_0, t_{ig}]$ 以及其他变量的初始值, 求解最优控制律 u 和适应度值 J , 输出状态变量和控制变量随时间变化值, 最后将适应度值 J 返回给 PSO 算法.

4 数值仿真

为了验证所提出 PSO-hpRPM 混合优化算法在制导炮弹弹道优化问题中的优越性, 对比分析了不同优化算法, 并给出相关结果. 首先, 单纯采用 hpRPM 算法和 PSO 算法分别对滑翔制导炮弹进行滑翔弹道优化, 并对结果进行对比分析; 然后, 采用 PSO-hpRPM 算法对制导炮弹进行滑翔弹道优化, 并将其优化结果与 PSO 算法和 hpRPM 算法优化结果进行对比研究; 最后, 为了更进一步验证 PSO 算法在所提出算法中的优越性, 分别引入鲸鱼优化算法 (WOA) 和灰狼优化算法 (GWO) 作为 hpRPM 的外环优化策略, 通过对 3 种混合优化算法的优化结果进行对比分析, 深入讨论实验结果.

4.1 单纯 hpRPM 和 PSO 算法弹道优化

4.1.1 单纯 hpRPM 算法

以攻角 α 为控制量, 基于 hpRPM 设计能够使得性能指标 (7) 最优的控制律. 仿真所用弹丸的物理参数如表 1 所示, 射击诸元如表 2 所示.

表1 滑翔增程制导炮弹参数

参数	数值	参数	数值
弹径 d/mm	130	特征面积 S/dm^2	1.327
弹丸质量 m/kg	52.47	舵面诱导阻力系数 k_T	70
特征长度 l/m	1.438	弹体诱导阻力系数 k_B	70
发动机平均推力 F_p/N	1700		

表2 弹道发射初始参数

初始发射参数	数值
发射角 θ_0/deg	$[20^\circ, 65^\circ]$
发射速度 $v_0/(\text{m/s})$	800
初始飞行高度 x_0/m	0
初始射程 y_0/m	0

4.1.2 PSO 算法

设定 PSO 算法的粒子数为 10, 最大迭代步数为 8, 目标空间上下边界分别为 $[10, 65^\circ]$ 、 $[5, 20^\circ]$, 弹

丸物理参数和射击诸元与 hpRPM 一致.

在式 (7) 的基础上增加惩罚项, 如下所示:

$$1\,000(\max(0, v_{tf} - v_{tf\max}) + \max(0, v_{tf\min} - v_{tf}) + \max(0, \theta_{tf} - \theta_{tf\max}) + \max(0, \theta_{tf\min} - \theta_{tf}) + |y_{tf}|), \quad (16)$$

则 PSO 算法最终性能指标如下所示:

$$J = \min(-x_{tf} + 1\,000(\max(0, v_{tf} - v_{tf\max}) + \max(0, v_{tf\min} - v_{tf}) + \max(0, \theta_{tf} - \theta_{tf\max}) + \max(0, \theta_{tf\min} - \theta_{tf}) + |y_{tf}|)). \quad (17)$$

由式 (17) 可知, 若某个粒子违反终端约束, 则适应度值 J 将会急剧增加, 表明该粒子为不可行解.

4.1.3 对比实验

对 PSO 算法进行 20 次独立实验, 选取 20 次实验中适应度值最小的一次实验作为最优解, 实验结果的适应度值如图 3 所示. PSO 算法与 hpRPM 算法的路径约束如图 4 所示, 状态变量和控制变量曲线

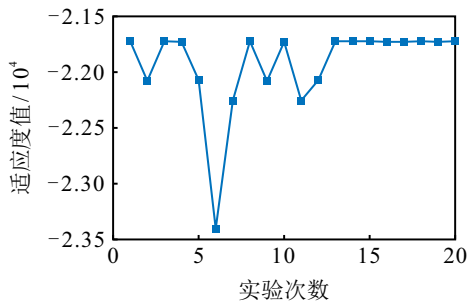
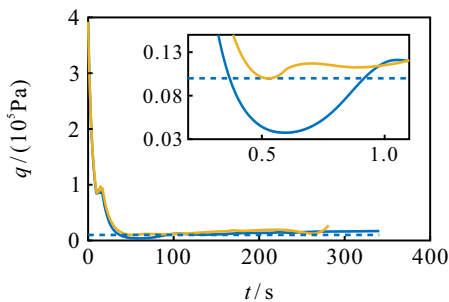
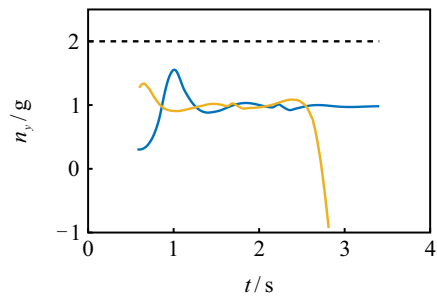


图3 PSO 算法 20 次独立实验结果

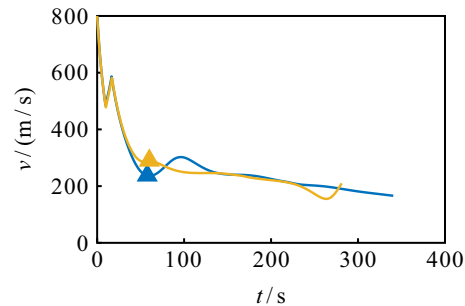


(a) 动压曲线

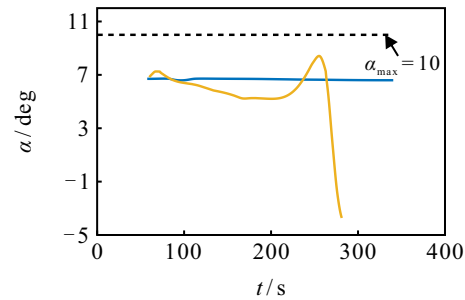


(b) 法向过载曲线

图4 PSO 算法与 hpRPM 算法的路径约束



(a) 速度曲线



(b) 攻角曲线

图5 PSO 算法与 hpRPM 算法的状态和控制变量

表3 单纯 PSO 和 hpRPM 算法优化结果

约束	PSO	hpRPM	边界和过程约束
射角/deg	64.961	55.211	[20°, 65°]
点火时间/s	9.5248	10	[5, 10]
射程/m	76 293.925	68 124.96	≥ 0
是否满足约束条件	是	是	

表4 单纯 PSO 和 hpRPM 算法状态变量终端值

状态变量	PSO	hpRPM	终端约束条件
$v_{tf\min}/(\text{m/s})$	166.166	210	≥ 210
θ_{tf}/deg	-20.902	-60.004	[-60°, -90°]
x_{tf}/m	76 293.92	68 124.96	≥ 0
y_{tf}/m	0	0	0
是否满足约束	否	是	

如图 5 所示, 优化结果如表 3 所示, 状态变量终端值如表 4 所示.

由图 3 可知, 在 20 次实验中, 第 6 次实验的结果最优, 适应度值 $J = -23\,403.378\,8$. 由图 4 可见: 两种算法均满足法向过载约束, PSO 算法未满足路径约束中的动压约束.

综合分析图 4 和图 5 可知, PSO 算法在 23.9 s ~ 80.9 s 违反动压约束的阶段, 相应的速度呈现出下降趋势, 同时, 弹丸飞行高度较高, 空气密度小, 导致动压随之减小. 由图 5(b) 可见: 两种算法在到达目标点前, 法向过载保持在 1 附近, 表明弹丸在垂直方

向上所受的气动力几乎与重力相等, 进而可保持较为平稳的飞行状态, 以实现更远距离的滑翔飞行。

由表 3 可知, PSO 算法和 hpRPM 算法均满足边界约束、助推段过程约束, PSO 算法的射程更远。由表 4 可见: hpRPM 算法满足终端约束, PSO 算法未完全满足终端约束。单独采用 PSO 算法求解弹道优化问题具有一定缺陷, 其未满足终端约束主要有以下两个原因: 1) PSO 算法局限性: PSO 在处理复杂约束问题时, 特别是当约束条件较多或约束条件较为严格时, PSO 可能无法获得最优可行解。2) 优化问题的复杂性: 文中建立的终端约束较为复杂, 主要包括末速约束、落角约束和高程约束, 将这些约束引入目标函数时, 惩罚函数可能难以在整个搜索空间内有效地引导 PSO 算法找到给定约束条件下的最优解, 进而不满足所有终端约束。尽管 PSO 具有较强的全局搜索能力, 但是, 在面对复杂多约束问题时, 在约束边界附近, 粒子可能会越过边界, 导致违反终端约束。

从上述结果可看出: hpRPM 算法较 PSO 算法虽然求解得到的最大射程更近, 但是满足所有约束条件; 而 PSO 算法虽然优化得到了更远射程弹道, 但是未能完全满足约束条件。因此, 本文将 hpRPM 算法与 PSO 算法相结合, 提出了 PSO-hpRPM 混合优化算法, 充分利用两者优点: 一方面利用 PSO 算法强大的全局搜索能力搜索潜在的最优解; 另一方面利用 hpRPM 算法局部优化能力来确保满足所有约束条件, 从而实现在满足所有约束条件下得到目标

函数的最优解。

4.2 PSO-hpRPM 混合算法弹道优化

在 PSO-hpRPM 混合算法实验中, 粒子数和最大迭代次数分别设置为 10 和 8。独立进行 35 次实验, 每次实验的适应度值如图 6 所示。由图 6 可见, 第 6 次实验的适应度值最优, 优化结果如表 5 所示。

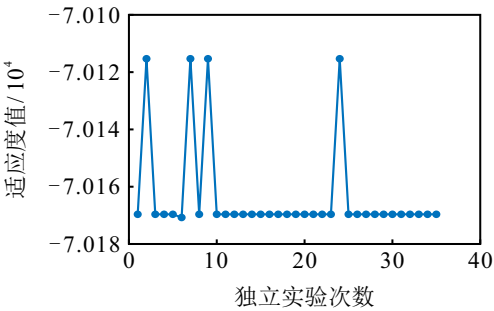


图6 PSO-hpRPM 适应度值

表5 PSO-hpRPM 算法优化结果

	射角/deg	点火时间/s	射程/m
PSO-hpRPM	64.685 97	10	70 170.753 6
约束条件	[20°, 65°]	[5, 10]	≥ 0

所提出 PSO-hpRPM 混合算法的状态变量终端值如表 6 所示, 路径约束以及控制变量约束如图 7 所示。

表6 PSO-hpRPM 算法终端状态变量结果

状态变量	$v/(m/s)$	θ/deg	x_{tf}/m	y_{tf}/m
终端值	210	-60.005	70 170.753 6	0
终端约束	≥ 210	[-60°, -90°]	≥ 0	0

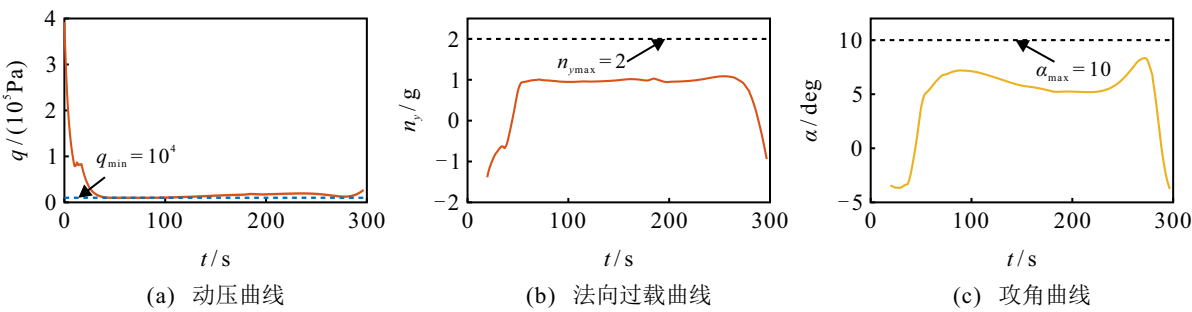


图7 PSO-hpRPM 算法路径约束和控制变量约束

由表 6 和图 7 可知, PSO-hpRPM 满足终端约束、控制变量约束和路径约束。

4.3 PSO-hpRPM 混合算法与其他混合算法对比

为了进一步验证 PSO-hpRPM 混合优化算法的先进性, 设计了 WOA-hpRPM 和 GWO-hpRPM 算法。将 WOA 算法和 GWO 算法分别作为 hpRPM 的外环优化射角以及点火时间。实验中, WOA-hpRPM 和 GWO-hpRPM 算法的粒子数和最大迭代次数与 PSO-hpRPM 算法保持一致。独立进行 35 次实验, 单

纯 hpRPM 算法与 3 种混合算法的统计结果如表 7、表 8 和图 8 ~ 图 10 所示。

表7 单纯 hpRPM 与 3 种算法的适应度值

算法	适应度值		
	最小值	最大值	平均值
hpRPM	-68 124.963	-68 124.963	-68 124.963
PSO-hpRPM	-70 170.753 6	-70 115.318 2	-70 163.459 88
WOA-hpRPM	-70 162.719	-70 148.563 6	-70 161.871 66
GWO-hpRPM	-70 170.753 6	-70 115.306 3	-70 169.169 30

表8 单纯 hpRPM 与 3 种混合优化算法优化结果

算法	优化结果		
	射角/deg	点火时间/s	射程/m
hpRPM	55.209	10	68 124.963
PSO-hpRPM	64.686	10	70 170.753 6
WOA-hpRPM	64.675	9.883	70 162.719
GWO-hpRPM	64.686	10	70 170.753 6

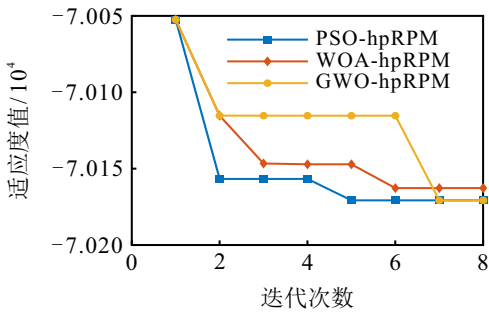


图8 3种混合算法最优解的迭代收敛曲线

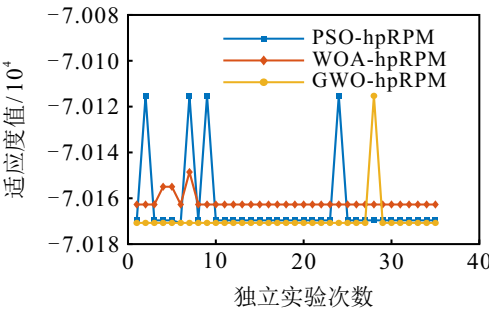


图9 3种混合算法 35 次独立实验的适应度值

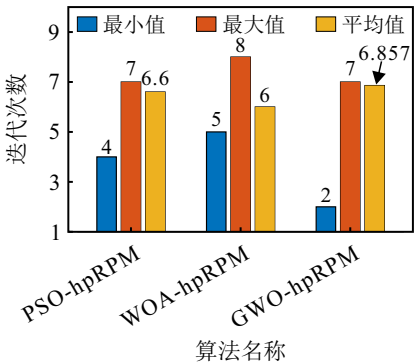


图10 3种混合算法 35 次独立实验收敛时迭代步数

由表 7 可知: PSO-hpRPM 算法和 GWO-hpRPM

算法得到的最佳射程均为 70 170.753 6 m, WOA-hpRPM 算法的最佳射程为 70 162.719 m; 3 种混合优化算法可获得更远的射程. PSO-hpRPM 混合优化算法得到的射程大于 hpRPM 算法的主要原因如下: 单独使用 hpRPM 求解复杂多约束非线性问题时, 可能会陷入局部最优解; 而 PSO 能够根据自身最佳经验 (pbest) 和整个群体最佳经验 (gbest) 调整搜索方向, 正是这种全局-局部交互的演化机制, 使得 PSO 能够探索更广泛的解空间^[19], 并提供多样化的初始解, 从而为 hpRPM 提供更优初始值, 帮助其更好地避免局部最优, 向全局最优解收敛.

由表 8 可知, 3 种混合优化算法的优化结果趋于相似. 其主要原因如下: 在此弹道优化问题中, 只需要优化射角和点火时间, 因此解空间较为有限, PSO、WOA 和 GWO 均具有较强的搜索能力, 而解空间又受到限制, 导致这些算法的全局搜索能力未能充分发挥, 最终优化结果趋于相似.

由图 8 可见: PSO-hpRPM 算法在第 5 步收敛, 而 WOA-hpRPM 算法在第 6 步收敛, GWO-hpRPM 算法在第 7 步收敛, PSO-hpRPM 收敛速度最快. 综合分析图 9 和图 10 可知: WOA-hpRPM 算法求解所得的适应度值最大, 优化能力表现较弱; GWO-hpRPM 算法虽然在解的稳定性方面表现较好, 但是收敛次数和运行时间较长, 难以满足工程应用中对于算法效率的要求; PSO-hpRPM 算法解的波动性稍大, 但是, 其平均收敛步数优于 GWO-hpRPM, 收敛效率高.

由表 9 和图 11 可知, WOA-hpRPM 和 GWP-hpRPM 算法均满足终端约束、控制变量约束和路径约束.

表9 WOA-hpRPM 和 GWO-hpRPM 算法终端状态变量

状态变量	WOA-PSOhpRPM	GWO-PSOhpRPM	终端约束条件
$v_{tf\min}/(\text{m/s})$	210	210	≥ 210
θ_{tf}/deg	-60.015	-60.005	$[-60^\circ, -90^\circ]$
x_{tf}/m	70 162.719	70 170.753 6	≥ 0
y_{tf}/m	0	0	0
是否满足约束	是	是	

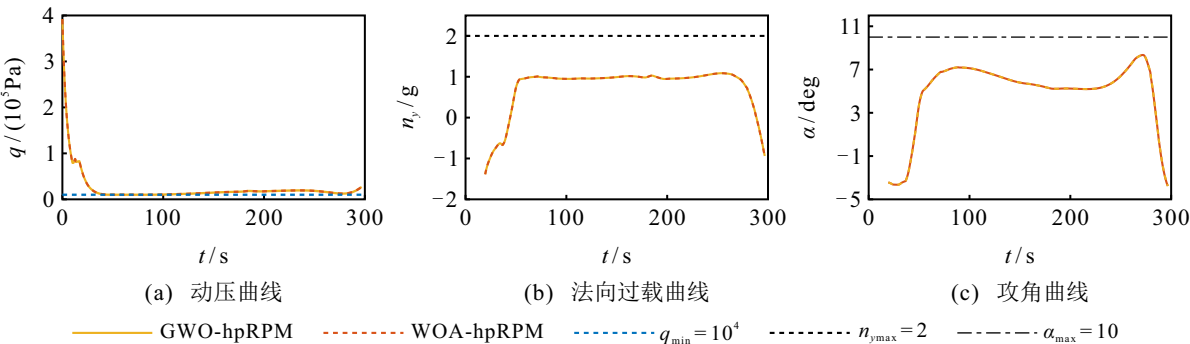


图11 WOA-hpRPM 和 GWO-hpROM 算法路径约束和控制变量约束

5 结 论

本文针对滑翔制导炮弹弹道优化问题, 将 PSO 算法的全局搜索能力与 hpRPM 算法的高精度局部优化能力相结合, 提出了复杂约束条件下的 PSO-hpRPM 混合优化算法, 并与 hpRPM 算法、PSO 算法、GWO-hpRPM 算法、WOA-hpRPM 算法进行了比较研究, 得出如下结论: 1) PSO-hpRPM 混合优化算法与 hpRPM 算法、WOA-hpRPM 算法相比, 在满足所有约束条件下, 优化得到的滑翔弹道射程最远; 2) PSO-hpRPM 混合优化算法与 GWO-hpRPM 算法相比, 在满足所有约束条件下, 虽然优化得到的射程基本相同, 但是收敛速度更快; 3) 采用单纯 PSO 算法优化得到的滑翔弹道, 虽然射程较远, 但是, 未能满足终端约束和路径约束。

综上, 所提出 PSO-hpRPM 混合优化算法在满足所有约束条件下, 综合性能最优; 所提出方法为滑翔制导炮弹的弹道优化问题提供了一种新的解决方案, 也为其他同类型弹道优化问题提供了理论参考, 具有较强的理论研究意义和工程应用价值。

参考文献 (References)

- [1] Ma S D, Yang Y X, Tong Z Y, et al. Improved sequential convex programming based on pseudospectral discretization for entry trajectory optimization[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2024, 152: 109349.
- [2] Luo Y H, Wang J Y, Jiang J, et al. Reentry trajectory planning for hypersonic vehicles via an improved sequential convex programming method[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2024, 149: 109130.
- [3] Dai P, Feng D Z, Feng W H, et al. Entry trajectory optimization for hypersonic vehicles based on convex programming and neural network[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2023, 137: 108259.
- [4] Ma Y Y, Pan B F, Hao C C, et al. Improved sequential convex programming using modified Chebyshev-Picard iteration for ascent trajectory optimization[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2022, 120: 107234.
- [5] Chai R Q, Tsourdos A, Savvaris A, et al. High-fidelity trajectory optimization for aeroassisted vehicles using variable order pseudospectral method[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2021, 34(1): 237-251.
- [6] Wu Y, Deng J N, Li L L, et al. A hybrid particle swarm optimization-Gauss pseudo method for reentry trajectory optimization of hypersonic vehicle with navigation information model[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2021, 118: 107046.
- [7] Peñacoba M, Sierra-García J E, Santos M, et al. Path optimization using metaheuristic techniques for a surveillance robot[J]. *Applied Sciences*, 2023, 13(20): 11182.
- [8] Xiao J Z, Yu X L, Sun K K, et al. Multiobjective path optimization of an indoor AGV based on an improved ACO-DWA[J]. *Mathematical Biosciences and Engineering*, 2022, 19(12): 12532-12557.
- [9] Wu Y, Yan B, Qu X J. Improved chicken swarm optimization method for reentry trajectory optimization[J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2018(2): 8135274.
- [10] Su Y, Dai Y, Liu Y. A hybrid hyper-heuristic whale optimization algorithm for reusable launch vehicle reentry trajectory optimization[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2021, 119: 107200.
- [11] Yang Y, Xu H Z, Li S H, et al. Time-optimal trajectory optimization of serial robotic manipulator with kinematic and dynamic limits based on improved particle swarm optimization[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2022, 120(1): 1253-1264.
- [12] Hecht G R, Botta E M. Particle swarm optimization-based co-state initialization for low-thrust minimum-fuel trajectory optimization[J]. *Acta Astronautica*, 2023, 211: 416-430.
- [13] 韩红桂, 徐子昂, 王晶晶. 基于 Q 学习的多任务多目标粒子群优化算法[J]. *控制与决策*, 2023, 38(11): 3039-3047. (Han H G, Xu Z A, Wang J J. A Q -learning-based multi-task multi-objective particle swarm optimization algorithm[J]. *Control and Decision*, 2023, 38(11): 3039-3047.)
- [14] Cui Y, Fang X T, Liu G Q, et al. Trajectory optimization of UAV based on hp-adaptive radau pseudospectral method[J]. *Journal of Industrial and Management Optimization*, 2023, 19(1): 675.
- [15] Luo C X, Zhou C J, Li J, et al. Trajectory optimization for high-speed and long-range interceptor based on improved adaptive hp pseudospectral method[J]. *International Journal of Aerospace Engineering*, 2022, 2022: 7958272.
- [16] Ekrem Ö, Aksoy B. Trajectory planning for a 6-axis robotic arm with particle swarm optimization algorithm[J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2023, 122: 106099.
- [17] Hu X, Wu H, Sun Q L, et al. Robot time optimal trajectory planning based on improved simplified particle swarm optimization algorithm[J]. *IEEE Access*, 2023, 11: 44496-44508.
- [18] Cheng H Y, Wei W C, Huang G, et al. Ascent phase trajectory optimization for hypersonic vehicle using hp-adaptive pseudo-spectral method[C]. *Proceedings of the International Conference on Autonomous Unmanned Systems*. Singapore, 2023: 2413-2423.
- [19] Zhao S C, Wang D. Elite-ordinary synergistic particle swarm optimization[J]. *Information Sciences*, 2022, 609: 1567-1587.

作者简介

管军 (1987-), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为弹箭飞行控制、滑翔弹道优化, E-mail: jguan@just.edu.cn;

叶双慧 (2001-), 女, 硕士生, 主要研究方向为弹箭飞行控制, E-mail: YYnov66@163.com;

易文俊 (1970-), 男, 教授, 博士, 博士生导师, 主要研究方向为弹箭飞行控制、飞行试验与弹道测试技术, E-mail: wjy@njust.edu.cn.