

控制与决策

Control and Decision

基于新型观测器下的线性UAVs系统预设时间编队容错控制

刘书柳, 过榴晓, 张建成

引用本文:

刘书柳, 过榴晓, 张建成. 基于新型观测器下的线性UAVs系统预设时间编队容错控制[J]. *控制与决策*, 2025, 40(6): 1892-1902.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2024.1131>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

输出误差约束下四旋翼无人机预定性能反步控制

Prescribed performance backstepping control for quadrotor UAV with output error constraint

控制与决策. 2021, 36(5): 1059-1068 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1249>

多航天器系统分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制

Distributed fixed-time output feedback attitude coordination tracking control for multiple rigid spacecraft

控制与决策. 2021, 36(5): 1049-1058 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0968>

输入饱和的充液航天器抗干扰有限时间滑模控制

Anti-disturbance finite-time sliding mode control for liquid-filled spacecraft with input saturation

控制与决策. 2021, 36(5): 1078-1086 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0820>

四旋翼无人机抗干扰轨迹跟踪控制

Anti-interference trajectory tracking control of quadrotor UAV

控制与决策. 2021, 36(2): 379-386 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0875>

分布式多无人机的时变编队非线性控制设计

Time-varying formation nonlinear control of distributed multiple UAVs

控制与决策. 2021, 36(10): 2490-2496 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0136>

基于新型观测器下的线性 UAVs 系统 预设时间编队容错控制

刘书柳, 过榴晓[†], 张建成

(江南大学 理学院, 江苏 无锡 214122)

摘要: 研究状态不可知且存在外部干扰和执行器故障情形下的线性多无人机系统预设时间编队容错跟踪控制问题. 首先, 为编队中的每个跟随无人机的线性增广系统设计一类新型观测器, 利用周期时滞输出信息, 该观测器能够在预先设定的时间内同时实现状态观测、扰动观测以及故障估计; 然后, 基于观测器信息获得分布式任意预设时间编队容错跟踪控制协议, 无人机系统能够在物理允许范围的时间内迅速实现编队跟踪一致, 且用户预设时间的选取理论上与系统初值和参数均无关; 最后, 通过无人机系统编队的数值仿真验证理论结果的有效性. 该策略在工程应用中显示出一定的潜力价值, 试图为复杂环境下的多无人机编队快速控制提供解决方案.

关键词: 预设时间; 编队; 容错跟踪控制; 观测器; 周期时滞反馈; 无人机

中图分类号: TP273 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2024.1131

引用格式: 刘书柳, 过榴晓, 张建成. 基于新型观测器下的线性 UAVs 系统预设时间编队容错控制 [J]. 控制与决策, 2025, 40(6): 1892-1902.

Prescribed-time formation fault-tolerant control of linear UAVs system based on novel observers

LIU Shu-liu, GUO Liu-xiao[†], ZHANG Jian-cheng

(School of Science, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

Abstract: This paper addresses prescribed-time fault-tolerant formation tracking control for linear unmanned aerial vehicles (UAVs) systems with unknown states, external disturbances, and actuator faults. Novel observers are developed based on the augmented system of each follower UAV, enabling simultaneous state observation, disturbance estimation, and fault estimation within a specified time using periodically time-delayed output information. A distributed prescribed-time fault-tolerant control protocol is designed based on the observed data, allowing the UAVs to achieve formation tracking consensus rapidly within a physically permissible time, independent of initial values and parameters. Numerical simulations validate the theoretical results, highlighting the strategy's potential and value for rapid control of multiple UAV formations in complex environments.

Keywords: prescribed-time; formation; fault-tolerant tracking control; observer; periodic delayed feedback; unmanned aerial vehicle

0 引言

近年来, 无人机编队因其高效能、灵活性和良好的适应性, 广泛应用于军事侦察、遥感测绘和电力巡检等领域^[1-3]. 编队控制作为无人机研究的重要方向, 主要分为分散控制、集中控制和分布控制 3 类. 由于分布式通信网络在灵活性和扩展性方面的优势, 许多研究者倾向于采用基于分布式的编队方法^[4-5]. 文献 [4] 利用分布式模型预测控制和一致性控制方法,

实现了具备防撞能力的多无人机协同编队飞行; 文献 [5] 设计了基于滑模和自适应方法的完全分布式编队控制器, 通过相邻无人机的局部通信, 实现了整体队形的一致性.

在实际应用中, 获得无人机的速度和位置信息往往比较困难, 因此, 学者提出了状态观测器的概念. 当无人机系统的实际状态无法直接测量时, 状态观测器能够有效地估计这些状态, 并借助观测信息来

收稿日期: 2024-09-24; 录用日期: 2025-01-14.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (61973137, 61807016).

责任编辑: 冯俊娥.

[†]通信作者. E-mail: guoliuxiao@jiangnan.edu.cn.

设计合适的分布式编队控制协议. 文献 [6] 设计了一种固定时间扩张状态观测器, 并给出了多无人机系统的固定时间协同控制率; 文献 [7] 为编队中的跟随机设计了分布式状态观测器, 实现了异构非线性多智能体系统的鲁棒跟踪编队一致性.

在现实中, 大多数无人机体积小、质量轻, 飞行过程中易受到气流等外部因素的干扰, 因此, 在研究无人机编队时, 考虑外界干扰的影响尤为重要. 文献 [8] 针对具有未知扰动的无人机编队, 提出了一种自适应扰动观测器, 以补偿外部扰动的影响. 此外, 长时间飞行可能会导致无人机桨叶老化和损坏, 引发执行器故障. 上述文献仅考虑了存在外部扰动的情况, 未考虑执行器故障的影响. 文献 [9] 结合故障参数和干扰观测器, 提出了一种反步容错控制方法; 文献 [10] 基于神经网络观测器, 提出了分布式有限时间自适应容错控制策略. 这些研究表明, 观测器方法同样适用于存在外部干扰和执行器故障的无人机编队.

收敛速度对于无人机编队控制任务执行至关重要. 多数现有编队控制协议能够实现编队的渐近时间稳定, 较长的收敛时间影响编队的快速机动性^[11]. 有限时间控制方法能够确保系统状态在可预见的时间内达到稳定. 文献 [12] 提出了有限时间收敛的控制方案, 实现了高阶多智能体系统的跟踪编队; 文献 [13] 针对航天器的姿态协同控制问题, 提出了基于旋转矩阵的自适应有限时间控制策略. 有限时间收敛与系统的初始状态相关, 不同初始条件下系统达到预期编队所需的时间也不同. 因此, 学者们提出了固定时间收敛概念. 文献 [14] 运用终端滑模控制确保了具有外部扰动的二阶非线性系统在固定时间内实现跟踪一致; 文献 [15] 结合了扩展状态观测器和滑模控制, 在状态无法测量和执行器发生故障的情况下, 在固定时间内达到了稳定. 固定时间的收敛时间与系统初始值无关, 但是仍然受到系统参数影响. 针对预设时间稳定的研究引起了广泛关注, 旨在设计控制协议以确保系统在用户指定的任意时间内实现稳定. 文献 [16] 探讨了随机二阶非线性系统在预设时间线性滑模策略下, 克服了执行器故障以实现领导跟随一致; 文献 [17] 设计了一种基于预设时间的控制器, 确保无人机在任意预设时间内准确跟踪特定类型的混沌轨迹.

观测器的收敛速度同样影响无人机的平稳运行. 与控制器的收敛速度研究类似, 观测器的研究主要集中于渐近收敛^[18]、有限时间收敛^[19]和固定时间收敛^[20]. 预设时间观测器确保在事先设定的时间内估计误差收敛至 0, 且收敛时间与系统的初始状态和参

数无关. 文献 [21] 引入时变函数设计了预设时间滑模观测器; 文献 [22] 设计了全阶和降阶未知输入观测器, 利用周期时滞输出实现了预设时间状态估计.

本文基于领航-跟随的编队模型, 针对线性多无人机系统中跟随无人机的状态信息不可知、外部干扰和执行器故障同时存在的情形, 设计一种新型观测器, 可在预设时间内实现跟随无人机的状态观测、干扰观测和故障估计, 同时, 基于观测信息设计出编队跟踪容错控制协议. 本文的主要内容如下.

1) 区别于传统有限时间^[13]与固定时间^[15]编队控制策略, 本文考虑的线性多无人机线性编队系统可在物理允许范围的预设时间内实现期望编队, 该收敛时间更加迅速, 且不受系统初始值和参数的影响.

2) 相较于多数的无人机系统仅考虑单一的外部扰动或执行器故障^[8], 本文针对无人机编队飞行过程中, 同时受到执行器故障和外部扰动的问题, 设计观测器对无人机的扰动和故障进行观测, 并进一步提出编队容错控制协议来实现跟踪编队.

3) 针对跟随无人机状态不可知或已知但是无法正常信息交互的情形, 对每个跟随无人机设计状态观测器. 与现有文献 [18-20] 不同的是, 本文基于无人机的增广线性系统设计的观测器利用系统的周期时滞反馈输出使得观测器能够达到预设时间内精准观测的效果, 在一定程度上提高了无人机编队的速度.

1 预备知识和系统描述

1.1 符号说明

规定: \mathbb{R}^n 为 n 维欧几里得空间; $\mathbb{R}^{n \times m}$ 表示维度为 $n \times m$ 的实矩阵; 若 $P > 0$, 则 P 为正定矩阵; $\mathbf{1}$ 表示一个所有元素均为 1 的 N 维列向量; I_n 为 n 维单位矩阵; 一个实矩阵 H 的转置、逆矩阵、特征值、最大(小)特征值用 H^T 、 H^{-1} 、 $\Lambda_i(H)$ 、 $\Lambda_{\max}(H)$ 和 $\Lambda_{\min}(H)$ 表示; \otimes 为克罗内克积; $\text{diag}\{\cdot\}$ 为对角矩阵. 若函数 $f(x)$ 的 q 阶导数 $f^{(q)}(x)$ 存在且连续, 且 $q = 0, 1, \dots, k$, 其中 k 为非负整数, 则称 $f(x)$ 为光滑函数或 C^k . 若一个 $n \times m$ 维的矩阵中每个元素均满足 C^k 条件, 则称该矩阵为 $C_{n \times m}^k$.

1.2 图论

多智能体系统可用有向图 $G = (V, \mathcal{E}, A)$ 表示. 其中: $V = \{1, 2, \dots, N\}$ 为节点的集合; $\mathcal{E} \subseteq V \times V$ 为智能体间的连接关系; 定义 $A = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 为邻接矩阵, 满足条件: 当 $(j, i) \in \mathcal{E}$ 时, $a_{ij} > 0$; 否则 $a_{ij} = 0$. 拉普拉斯矩阵 $L = D - A$, 这里 $D = \text{diag}\{d_1,$

$d_2, \dots, d_N \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 为系统的度矩阵. 假定领导者为节点0, 跟随者为 $1, 2, \dots, N$. 对角矩阵 $\mathbf{b}_i = \text{diag}\{b_1, b_2, \dots, b_N\} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 表示领导者与跟随者间的通信拓扑, 若 $b_i > 0$, 则第 i 个跟随者能够从领导者接收通信信息; 否则, $b_i = 0$.

1.3 模型以及问题概述

1.3.1 无人机模型

定义无人机的位置向量为

$$\mathbf{p}_i(t) = [x_i(t) \ y_i(t) \ z_i(t)]^T.$$

其中: $x_i(t)$ 、 $y_i(t)$ 和 $z_i(t)$ 分别为在地轴系 $o-xyz$ 中第 i 架无人机的坐标, 该无人机的运动模型^[23] 可表示为

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = \vartheta_i(t) \cos \gamma_i(t) \cos \chi_i(t), \\ \dot{y}_i(t) = \vartheta_i(t) \cos \gamma_i(t) \sin \chi_i(t), \\ \dot{z}_i(t) = \vartheta_i(t) \sin \gamma_i(t), \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (1)$$

这里: $\vartheta_i(t)$ 为无人机速度, $\gamma_i(t)$ 和 $\chi_i(t)$ 分别为无人机的爬升角和航迹方位角. 由文献 [24], 第 i 架无人机的 $\vartheta_i(t)$ 、 $\gamma_i(t)$ 、 $\chi_i(t)$ 动力学方程可表示为

$$\begin{cases} \dot{\vartheta}_i(t) = \frac{T_i - D_i}{m_i} - g \sin \gamma_i(t), \\ \dot{\gamma}_i(t) = \frac{L_i \cos \mu_i}{m_i \vartheta_i(t)} - \frac{g \cos \gamma_i(t)}{\vartheta_i(t)}, \\ \dot{\chi}_i(t) = \frac{L_i \sin \mu_i}{m_i \vartheta_i(t) \cos \gamma_i(t)}. \end{cases} \quad (2)$$

这里: L_i 、 T_i 和 D_i 分别为无人机的升力、推力和阻力, μ_i 为无人机的航迹倾斜角, m_i 和 g 分别为无人机的质量和重力加速度. 将式 (2) 代入 (1) 的矩阵形式为

$$\dot{\mathbf{p}}_i(t) = \Xi_i(t) \Omega_i(t) + [0 \ -g \ 0]^T. \quad (3)$$

其中: 状态矩阵 $\Xi_i(t)$ 为

$$\Xi_i(t) = \begin{bmatrix} \cos \gamma_i(t) \cos \chi_i(t) & -\sin \gamma_i(t) \cos \chi_i(t) \\ \cos \gamma_i(t) \sin \chi_i(t) & -\sin \gamma_i(t) \sin \chi_i(t) \\ \sin \gamma_i(t) & \cos \gamma_i(t) \\ -\sin \chi_i(t) \\ \leftarrow \cos \chi_i(t) \\ 0 \end{bmatrix},$$

控制变量 $\Omega_i(t)$ 为

$$\Omega_i(t) = \left[\frac{T_i - D_i}{m_i} \quad \frac{L_i \cos \mu_i}{m_i} \quad \frac{L_i \sin \mu_i}{m_i} \right]^T.$$

定义中间状态变量 $\mathbf{v}_i(t) = \dot{\mathbf{p}}_i(t)$, 式 (3) 变形为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{p}}_i(t) = \mathbf{v}_i(t), \\ \dot{\mathbf{v}}_i(t) = \mathbf{u}_i(t). \end{cases} \quad (4)$$

此时, 控制输入 $\mathbf{u}_i(t) = \Xi_i(t) \Omega_i(t) + [0 \ -g \ 0]^T$.

考虑无人机系统中同时存在外部干扰和执行器故障的情形, 则系统 (4) 可表示为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{p}}_i(t) = \mathbf{v}_i(t), \\ \dot{\mathbf{v}}_i(t) = \mathbf{u}_i(t) + \mathbf{f}_i(t) + \mathbf{d}_i(t). \end{cases} \quad (5)$$

其中 $\mathbf{f}_i(t)$ 和 $\mathbf{d}_i(t)$ 分别为执行器故障和外部干扰. 其状态空间的形式可表示为

$$\dot{\mathbf{x}}_i(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}_i(t) + \mathbf{B}(\mathbf{u}_i(t) + \mathbf{f}_i(t)) + \mathbf{D} \mathbf{d}_i(t). \quad (6)$$

这里: $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I}_3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I}_3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{x}_i(t) = [\mathbf{p}_i(t)^T \ \mathbf{v}_i(t)^T]^T \in \mathbb{R}^6$ 为第 i 架无人机的状态向量, $\mathbf{u}_i(t) \in \mathbb{R}^3$ 为该无人机的控制输入向量.

1.3.2 问题概述

考虑一个包含 N 个跟随 UAVs 和 1 个领航 UAV0 的线性系统, 在执行器故障与外部干扰同时存在的情形下, 第 i 个跟随 UAV 的动力学方程^[25] 为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_i(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}_i(t) + \mathbf{B}(\mathbf{u}_i(t) + \mathbf{f}_i(t)) + \mathbf{D} \mathbf{d}_i(t), \\ \mathbf{y}_i(t) = \mathbf{C} \mathbf{x}_i(t), \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (7)$$

其中: $\mathbf{x}_i(t) \in \mathbb{R}^6$ 、 $\mathbf{u}_i(t) \in \mathbb{R}^3$ 、 $\mathbf{f}_i(t) \in \mathbb{R}^3$ 、 $\mathbf{d}_i(t) \in \mathbb{R}^3$ 和 $\mathbf{y}_i(t) \in \mathbb{R}^p$ 分别为跟随者 i 的状态、控制输入、故障向量、外部干扰以及系统输出, 矩阵 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{C} 、 \mathbf{D} 均为适当维数的常数矩阵.

不失一般性, 假设矩阵 \mathbf{D} 满秩, 外部干扰 $\mathbf{d}_i(t)$ 由以下外源系统生成:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{w}}_i(t) = \mathbf{S} \mathbf{w}_i(t), \\ \mathbf{d}_i(t) = \mathbf{V} \mathbf{w}_i(t), \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (8)$$

其中: $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{k \times k}$, $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^{3 \times k}$ 为已知常数矩阵.

领航 UAV0 的动力学方程为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_0(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}_0(t), \\ \mathbf{y}_0(t) = \mathbf{C} \mathbf{x}_0(t). \end{cases} \quad (9)$$

其中 $\mathbf{x}_0(t) \in \mathbb{R}^6$ 和 $\mathbf{y}_0(t) \in \mathbb{R}^p$ 分别为领航 UAV0 的状态和系统输出.

问题 1 针对无法直接获得位置、速度信息且同时存在外部扰动和执行器故障的跟随无人机系统 (7), 设计一种新颖的观测器, 能够在设定时间内对跟随无人机系统的状态、扰动进行观测和故障估计, 即对于任意预设时间 $T_1 > 0$, 在任意初始时刻 $t = t_0$ 时, 设计的预设时间观测器能够实现 $\hat{\mathbf{x}}_i(t) = \mathbf{x}_i(t)$, $\hat{\mathbf{d}}_i(t) = \mathbf{d}_i(t)$, $\hat{\mathbf{f}}_i(t) = \mathbf{f}_i(t)$, $\forall t \geq T_1 + t_0$.

问题 2 基于跟随无人机的观测信息, 设计一种分布式编队容错跟踪控制协议, 实现无人机系统在预设时间内的队形跟踪一致, 即设定任意预设时间 $T_2 > 0$, 跟随无人机系统 (7) 在预设时间 $t_0 + T_1 + T_2$

内能够迅速且准确地跟踪领航无人机 (9) 的期望轨迹, 当且仅当对于任何有界初始值满足以下条件:

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow t_0 + T_1 + T_2} |\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{h}_i - \mathbf{x}_0(t)| = 0, \\ |\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{h}_i - \mathbf{x}_0(t)| = 0, \\ t \geq t_0 + T_1 + T_2, \end{cases} \quad (10)$$

其中 $\mathbf{h}_i = (h_1^T, h_2^T, \dots, h_N^T)^T$ 为编队补偿向量.

1.4 预备知识

假设 1^[24] 领航-跟随多无人机系统的通信拓扑图至少包含一个有向生成树.

假设 2 (\mathbf{A}, \mathbf{B}) 具有可镇定性, (\mathbf{A}, \mathbf{C}) 具有可检测性.

假设 3^[18] 故障向量的二阶导数 $\ddot{\mathbf{f}}_i(t) = 0$.

定义 1^[26] 设定 $h \in \mathbb{R}_+$ 且 $r \in \mathbb{Z}_+$, 若周期对称矩阵函数 $\mathbf{P}_h(t) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{p \times p}$ 满足以下条件时, 则称 $\mathbf{P}_h(t)$ 为 $S_p^r(h)$ 函数:

- 1) $\mathbf{P}_h(t)$ 为 $2h$ 周期且 $\forall t \in [0, h]$, 有 $\mathbf{P}_h(t) = \mathbf{0}$;
- 2) 对于 $\forall t \in [h, 2h]$, 有 $\mathbf{P}_h(t) \geq \mathbf{0}$, 且 $\exists h^* \in (h, 2h)$, 使得 $\mathbf{P}_h(h^*) > \mathbf{0}$;
- 3) $\mathbf{P}_h(t) \in C_{p \times p}^r$, 即 $\mathbf{P}_h^i(t) = \mathbf{P}_h^i(2h) = 0 (i = 0, 1, \dots, r)$.

易构造满足上述条件的函数 $\mathbf{P}_h(t) \in S_p^r(h)$ 为

$$\mathbf{P}_h(t) = \begin{cases} \mathbf{0}, & t \in [0, h]; \\ ((e^{\alpha_1(t-h)} - 1)(1 - e^{\alpha_2(t-2h)}))^{r+1} \mathbf{I}_p, & t \in (h, 2h). \end{cases} \quad (11)$$

其中: 常数 $\alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0$.

引理 1^[27] 考虑线性周期时滞系统, 如下所示:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{\Gamma}(t)\mathbf{x}(t-h), \quad t \geq 0. \quad (12)$$

其中: h 为已知正常数, 且 $\mathbf{x}(t) = \phi(t), \forall t \in [-h, 0)$. $(\mathbf{A}(t), \mathbf{\Gamma}(t)) : (\mathbb{R}, \mathbb{R}) \rightarrow (\mathbb{R}^{n \times n}, \mathbb{R}^{n \times n})$ 为分段连续且有界的 $2h$ 周期矩阵, 且矩阵 $\mathbf{\Gamma}(t)$ 满足

$$\mathbf{\Gamma}(t) = \begin{cases} \mathbf{0}, & t \in [2kh, (2k+1)h); \\ \mathbf{\Gamma}_0(t), & t \in [(2k+1)h, 2(k+1)h). \end{cases} \quad (13)$$

这里 $k = 0, 1, \dots$. 定义 $\Phi(t, s)$ 为线性周期系统 $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t)$ 的状态转移矩阵. 当且仅当

$\Delta(h) = \Phi(2h, 0) + \int_h^{2h} \Phi(2h, s)\mathbf{\Gamma}_0(s)\Phi(s-h, 0)ds$ 为幂零矩阵, 系统 (12) 能够实现预设时间稳定. 此外, 若 $(\Delta(h))^\iota = 0, \iota \geq 1$ 且为最小正整数, 则

$$\mathbf{x}(t) = 0, \quad \forall t \geq 2\iota h. \quad (14)$$

引理 2^[28] 若假设 1 成立, 则拉普拉斯矩阵 \mathbf{L} 为对角占优的非奇异 M 矩阵, 因此, 存在正定矩阵 $\mathbf{Q} = \text{diag}\{q_1, q_2, \dots, q_N\}$ 满足

$$\mathbf{Q}\mathbf{L} + \mathbf{L}^T\mathbf{Q} > \mathbf{0}, \quad (15)$$

其中 $[q_1, q_2, \dots, q_N] = (\mathbf{L}^T)^{-1}\mathbf{1}_N$.

为了实现预设时间的编队一致性, 引入一个时变标量函数 $\rho(t)$, 定义^[29] 如下所示:

$$\rho(t) = \begin{cases} \frac{T^c}{(T+t_0-t)^c}, & t \in [t_0, t_0+T); \\ 1, & t \in [t_0+T, +\infty). \end{cases} \quad (16)$$

其中: $T > 0$ 为用户可预先设定的时间, 且 $c > 2$. 函数 $\rho(t)$ 在 $t = t_0 + T$ 时的右导数定义为 $\dot{\rho}(t_0 + T)$, 则有

$$\dot{\rho}(t) = \begin{cases} \frac{c}{T}\rho^{1+\frac{1}{c}}(t), & t \in [t_0, t_0+T); \\ 0, & t \in [t_0+T, +\infty). \end{cases} \quad (17)$$

引理 3^[30] 对于一个非负且连续可微函数 $V(t)$, 若满足

$$\dot{V}(t) \leq -\beta_1 V(t) - \beta_2 \frac{\dot{\rho}(t)}{\rho(t)} V(t). \quad (18)$$

其中: 常数 $\beta_1 \geq 0$ 和 $\beta_2 > 0$, $\rho(t)$ 由式 (16) 中所定义. 则当 $t \in [t_0, t_0 + T)$ 时, 有

$$V(t) \leq \rho^{-\beta_2}(t)e^{-\beta_1(t-t_0)}V(t_0). \quad (19)$$

同时, 当 $t \in [t_0 + T, +\infty)$ 时, 有 $V(t) \equiv 0$.

2 主要结果

2.1 新型预设时间观测器设计

定义 $\delta_i(t) = [\mathbf{x}_i^T(t) \quad \mathbf{f}_i^T(t) \quad \mathbf{w}_i^T(t) \quad \dot{\mathbf{f}}_i^T(t)]^T \in \mathbb{R}^{(12+k) \times 1}$. 结合系统 (7) 和 (8), 构建如下增广系统:

$$\begin{cases} \dot{\delta}_i(t) = \mathbf{A}_\delta \delta_i(t) + \mathbf{B}_\delta \mathbf{u}_i(t), \\ \mathbf{y}_i(t) = \mathbf{C}_\delta \delta_i(t). \end{cases} \quad (20)$$

其中

$$\mathbf{A}_\delta = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{D}\mathbf{V} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{S} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(12+k) \times (12+k)},$$

$$\mathbf{B}_\delta = [\mathbf{B}^T \quad \mathbf{0}^T \quad \mathbf{0}^T \quad \mathbf{0}^T]^T \in \mathbb{R}^{(12+k) \times 3},$$

$$\mathbf{C}_\delta = [\mathbf{C} \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{0}] \in \mathbb{R}^{p \times (12+k)}. \quad (21)$$

这里, 只需为线性增广系统 (20) 设计观测器, 即可对跟随无人机系统 (7) 和外部扰动系统 (8) 的状态、扰动以及故障情况进行估计, 使得问题 1 简化为对系统 (20) 状态 $\delta_i(t)$ 的观测问题.

设 $\mathbf{L}_\delta \in \mathbb{R}^{(12+k) \times p}$ 为给定的常数增益矩阵. 定义时变增益矩阵 $\mathbf{L}(t) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{(12+k) \times p}$ 为一个 $2h$ 周期函数, 如下所示:

$$\mathbf{L}(t) = e^{\mathbf{A}_0 t} \mathbf{M}_0 e^{\mathbf{A}_0^T(t-h)} \mathbf{C}_\delta^T \mathbf{P}_h(t). \quad (22)$$

其中: h 为任意给定的正常数, $\mathbf{A}_0 = \mathbf{A}_\delta - \mathbf{L}_\delta \mathbf{C}_\delta$, $\mathbf{P}_h(t)$ 满足定义 1, 矩阵 $\mathbf{M}_0 \in \mathbb{R}^{(12+k) \times (12+k)}$ 在后文

中被定义. 引入 $W_0(A_0, h)$ 表示为

$$W_0(A_0, h) = \int_0^h e^{A_0^T s} C_\delta^T P_h(s+h) C_\delta e^{A_0 s} ds.$$

若 (A_δ, C_δ) 可测, 则称矩阵 $W_0(A_0, h)$ 是可逆的^[31]. 定义矩阵 M_0 为

$$M_0 = W_0^{-1}(A_0, h). \quad (23)$$

关于系统 (20), 设计如下预设时间观测器:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\delta}}_i(t) = A_\delta \hat{\delta}_i(t) + B_\delta u_i(t) + L_\delta (y_i(t) - \hat{y}_i(t)) + \\ \quad L(t)(y_i(t-h) - \hat{y}_i(t-h)), \\ \hat{y}_i(t) = C_\delta \hat{\delta}_i(t). \end{cases} \quad (24)$$

其中: 初始状态 $y_i(s) = \phi_{i_0}(s)$, $\hat{y}_i(t) = \phi_{i_1}(s)$, $s \in [-h, 0)$, 且 $\phi_{i_0}(s)$ 和 $\phi_{i_1}(s)$ 为任意分段连续的函数.

定理 1 假设 2 和假设 3 成立, 且系统 (20) 中 (A_δ, C_δ) 可检测, 则对于任意给定的预设时间 $T_1 > 0$, 关于系统 (20) 设计的预设时间观测器 (24) 满足 $\hat{\delta}_i(t) = \delta_i(t), \forall t \geq T_1 = 2h$.

证明 定义系统 (24) 的观测误差为

$$e_i(t) = \begin{bmatrix} e_{ix}(t) \\ e_{if}(t) \\ e_{iw}(t) \\ e_{if}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i(t) - \hat{x}_i(t) \\ f_i(t) - \hat{f}_i(t) \\ w_i(t) - \hat{w}_i(t) \\ \dot{f}_i(t) - \dot{\hat{f}}_i(t) \end{bmatrix} = \delta_i(t) - \hat{\delta}_i(t), \quad t \geq 0. \quad (25)$$

结合式 (20) 和 (24), 可得到

$$\dot{e}_i(t) = A_0 e_i(t) - L(t)(y_i(t-h) - \hat{y}_i(t-h)). \quad (26)$$

当 $t \in [0, h)$ 时, $L(t) = 0$, 有

$$\begin{aligned} \dot{e}_i(t) &= A_0 e_i(t) - L(t)(\phi_{i_0}(t-h) - \\ &\quad \phi_{i_1}(t-h)) = \\ &A_0 e_i(t); \end{aligned} \quad (27)$$

当 $t \in [h, \infty)$ 时, 有

$$\dot{e}_i(t) = A_0 e_i(t) - L(t) C_\delta e_i(t-h). \quad (28)$$

由式 (27) 和 (28), 可得到

$$\dot{e}_i(t) = A_0 e_i(t) - L(t) C_\delta e_i(t-h), \quad t \geq 0. \quad (29)$$

由式 (29) 和引理 1, 当 $\Lambda(t) = A_0$, $\Gamma(t) = -L(t) C_\delta$ 时, 系统 (29) 的幂零矩阵可表示为

$$\begin{aligned} \Delta(h) &= \\ &e^{2A_0 h} - \int_h^{2h} e^{A_0(2h-s)} e^{A_0 s} M_0 e^{A_0^T(s-h)} \times \\ &C_\delta^T P_h(s) C_\delta e^{A_0(s-h)} ds = \\ &e^{2A_0 h} \left(I_6 - M_0 \int_0^h e^{A_0^T s} C_\delta^T P_h(s+h) C_\delta e^{A_0 s} ds \right) = \\ &e^{2A_0 h} (I_6 - M_0 W_0(A_0, h)) = 0. \end{aligned}$$

此时, 当且仅当式 (23) 成立时, $e_i(t) = 0, \forall t \geq T_1 =$

$2h$, 即 $x_i(t) = \hat{x}_i(t), f_i(t) = \hat{f}_i(t), w_i(t) = \hat{w}_i(t), \forall t \geq T_1 = 2h. \square$

注 1 令 $L_\delta = [L_{\delta 1}^T, L_{\delta 2}^T, L_{\delta 3}^T, 0^T]^T, L(t) = [L_1^T(t), L_2^T(t), L_3^T(t), 0^T]^T$. 将式 (21) 代入 (24), 可得到:

1) 状态观测器如下所示:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_i(t) = A \hat{x}_i(t) + B u_i(t) + D \dot{\hat{d}}_i(t) + \\ \quad B \hat{f}_i(t) + L_{\delta 1} (y_i(t) - \hat{y}_i(t)) + \\ \quad L_1(t)(y_i(t-h) - \hat{y}_i(t-h)), \\ \hat{y}_i(t) = C \hat{x}_i(t). \end{cases} \quad (30)$$

2) 扰动观测器如下所示:

$$\begin{cases} \dot{\hat{w}}_i(t) = S \hat{w}_i(t) + L_{\delta 2} (y_i(t) - \hat{y}_i(t)) + \\ \quad L_2(t)(y_i(t-h) - \hat{y}_i(t-h)), \\ \hat{d}_i(t) = V \hat{w}_i(t). \end{cases} \quad (31)$$

3) 故障估计器如下所示:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{f}}_i(t) &= \hat{f}_i(t) + L_{\delta 3} (y_i(t) - \hat{y}_i(t)) + \\ &L_3(t)(y_i(t-h) - \hat{y}_i(t-h)). \end{aligned} \quad (32)$$

注 2 在设计观测器的过程中, L_δ 的选取应确保系统 (24) 为稳定的. 给出计算 L_δ 的一个实用方法. 令

$$L_\delta = Q(\nu) C_\delta^T. \quad (33)$$

其中: ν 为一个确定的常数, Q 为满足式 (34) 参数 Lyapunov 方程 (PLE) 的正定矩阵, 有

$$A_\delta Q + Q A_\delta^T - Q C_\delta^T C_\delta Q = -\nu Q. \quad (34)$$

当且仅当 $\nu > -2 \min_{i=1,2,\dots,n} \{\operatorname{Re}\{\Lambda_i(A_\delta)\}\}$ 时, 方程 (34) 有唯一正定解.

2.2 基于观测器下的预设时间编队容错控制

基于领航-跟随无人机系统 (7) 和 (9), 定义第 i 个跟随机和领航机间的编队跟踪误差为

$$z_i(t) = x_i(t) - h_i - x_0(t), \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (35)$$

进一步地, 给出式 (35) 的动力学方程为

$$\begin{aligned} \dot{z}_i(t) &= \\ &\dot{x}_i(t) - \dot{x}_0(t) - \dot{h}_i = \\ &A z_i(t) + B u_i(t) + B f_i(t) + D d_i(t) + A h_i. \end{aligned} \quad (36)$$

为了实现无人机系统 (7) 和 (9) 的编队控制, 设计基于跟随机观测器的预设时间编队跟踪容错控制协议, 如下所示:

$$\begin{aligned} u_i(t) &= -\alpha \left(k_1 + k_2 \frac{\dot{\rho}(t)}{\rho(t)} \right) K \Theta(t) - \\ &V \hat{w}_i(t) - \hat{f}_i(t) + n_i. \end{aligned} \quad (37)$$

其中: $\Theta(t) = \sum_{j \in N_i} a_{ij} [(\hat{x}_i(t) - h_i) - (\hat{x}_j(t) - h_j)] +$

$b_i(\hat{\mathbf{x}}_i(t) - \mathbf{h}_i - \mathbf{x}_0(t))$; $\alpha > 0$ 为耦合强度; $\rho(t)$ 由式 (16) 定义; $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{3 \times 6}$ 为反馈增益矩阵; k_1, k_2 为待设计的正实数参数; \mathbf{n}_i 为编队补偿向量, 定义为 $\mathbf{n}_i = -\bar{\mathbf{B}}\mathbf{A}\mathbf{h}_i$, $\bar{\mathbf{B}} \in \mathbb{R}^{3 \times 6}$ 为 \mathbf{B} 的伪逆矩阵, 满足 $\bar{\mathbf{B}}\mathbf{B} = \mathbf{I}_3$. $\Theta(t)$ 的等价形式可表示为

$$\begin{aligned} \Theta(t) = & \sum_{j \in N_i} a_{ij} [(\mathbf{x}_j(t) - \hat{\mathbf{x}}_j(t)) - (\mathbf{x}_i(t) - \hat{\mathbf{x}}_i(t))] + \\ & \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_0(t) - \mathbf{h}_i) - \\ & \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\mathbf{x}_j(t) - \mathbf{x}_0(t) - \mathbf{h}_j) + \\ & b_i [(\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_0(t) - \mathbf{h}_i) - (\mathbf{x}_i(t) - \hat{\mathbf{x}}_i(t))] = \\ & \sum_{j \in N_i} a_{ij} [(z_i(t) - z_j(t)) - (\mathbf{e}_{ix}(t) - \mathbf{e}_{jx}(t))] + \\ & b_i (z_i(t) - \mathbf{e}_{ix}(t)). \end{aligned} \quad (38)$$

将式 (38) 代入 (36), 可得到

$$\begin{aligned} \dot{z}_i(t) = & \mathbf{A}z_i(t) - \alpha \left(k_1 + k_2 \frac{\dot{\rho}(t)}{\rho(t)} \right) \mathbf{B}\mathbf{K} \times \\ & \sum_{j \in N_i} a_{ij} [(z_i(t) - z_j(t)) - (\mathbf{e}_{ix}(t) - \mathbf{e}_{jx}(t))] - \\ & \alpha \left(k_1 + k_2 \frac{\dot{\rho}(t)}{\rho(t)} \right) b_i \mathbf{B}\mathbf{K} (z_i(t) - \mathbf{e}_{ix}(t)) + \\ & \mathbf{D}\mathbf{V}(\mathbf{w}_i(t) - \hat{\mathbf{w}}_i(t)) + \mathbf{B}(\mathbf{f}_i(t) - \hat{\mathbf{f}}_i(t)) + \\ & \mathbf{A}\mathbf{h}_i + \mathbf{B}\mathbf{n}_i = \\ & \mathbf{A}z_i(t) - \alpha \left(k_1 + k_2 \frac{\dot{\rho}(t)}{\rho(t)} \right) \mathbf{B}\mathbf{K} \times \\ & \sum_{j \in N_i} a_{ij} [(z_i(t) - z_j(t)) - (\mathbf{e}_{ix}(t) - \mathbf{e}_{jx}(t))] - \\ & \alpha \left(k_1 + k_2 \frac{\dot{\rho}(t)}{\rho(t)} \right) b_i \mathbf{B}\mathbf{K} (z_i(t) - \mathbf{e}_{ix}(t)) + \\ & \mathbf{D}\mathbf{V}\mathbf{e}_{iw}(t) + \mathbf{B}\mathbf{e}_{if}(t). \end{aligned} \quad (39)$$

由此, 无人机系统 (7) 和 (9) 的编队跟踪控制问题转变为误差系统 (39) 的稳定性问题.

令

$$\begin{aligned} \mathbf{z}(t) &= [z_1^T(t) \ z_2^T(t) \ \dots \ z_N^T(t)]^T, \\ \mathbf{e}_x(t) &= [\mathbf{e}_{1x}^T(t) \ \mathbf{e}_{2x}^T(t) \ \dots \ \mathbf{e}_{Nx}^T(t)]^T, \\ \mathbf{e}_f(t) &= [\mathbf{e}_{1f}^T(t) \ \mathbf{e}_{2f}^T(t) \ \dots \ \mathbf{e}_{Nf}^T(t)]^T, \\ \mathbf{e}_w(t) &= [\mathbf{e}_{1w}^T(t) \ \mathbf{e}_{2w}^T(t) \ \dots \ \mathbf{e}_{Nw}^T(t)]^T. \end{aligned}$$

式 (39) 的紧凑格式为

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{A})\mathbf{z}(t) - \alpha \left(k_1 + k_2 \frac{\dot{\rho}(t)}{\rho(t)} \right) (\mathbf{L} \otimes (\mathbf{B}\mathbf{K}))\mathbf{z}(t) +$$

$$\begin{aligned} & \alpha \left(k_1 + k_2 \frac{\dot{\rho}(t)}{\rho(t)} \right) (\mathbf{L} \otimes (\mathbf{B}\mathbf{K}))\mathbf{e}_x(t) + \\ & (\mathbf{I}_N \otimes (\mathbf{D}\mathbf{V}))\mathbf{e}_w(t) + (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{B})\mathbf{e}_f(t). \end{aligned} \quad (40)$$

若假设 1 ~ 假设 3 成立, 则对于任意给定的耦合强度 $\alpha > 0$, 求解如下 Riccati 不等式, 可得到正定解 $\mathbf{P} > 0$:

$$\mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T\mathbf{P} - \mu\mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{B}^T\mathbf{P} < -\mu\mathbf{I}_6. \quad (41)$$

其中: $\mu = \alpha k_1 \frac{\Lambda_{\min}(\Psi\mathbf{L} + \mathbf{L}^T\Psi)}{\psi_{\max}} > 0$, k_1 为给定的常数, $\psi_{\max} = \max\{\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_N\}$; 反馈增益矩阵设计为 $\mathbf{K} = \mathbf{B}^T\mathbf{P}$.

定理 2 假设 1 ~ 假设 3 成立. 若任意给定的预设时间 $T_1 > 0$ (定理 1 中定义) 和 $T_2 > 0$, 则无人机系统 (7) 和 (9) 在新型观测器 (24) 和分布式编队容错跟踪控制协议 (37) 下的预先设定的时间 $T_1 + T_2$ 内能够实现编队容错跟踪控制.

证明 构造李雅普诺夫函数, 如下所示:

$$V(t) = \mathbf{z}^T(t)(\Psi \otimes \mathbf{P})\mathbf{z}(t), \quad (42)$$

其中 Ψ 和 \mathbf{P} 分别在引理 2 和式 (41) 中被定义. 对 $V(t)$ 求导, 可得到

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & 2\mathbf{z}^T(t)(\Psi \otimes \mathbf{P})\dot{\mathbf{z}}(t) = \\ & 2\mathbf{z}^T(t)(\Psi \otimes \mathbf{P})(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{A})\mathbf{z}(t) - \\ & 2\mathbf{z}^T(t)\alpha \left(k_1 + k_2 \frac{\dot{\rho}(t)}{\rho(t)} \right) (\Psi \otimes \mathbf{P})(\mathbf{L} \otimes (\mathbf{B}\mathbf{K}))\mathbf{z}(t) + \\ & 2\alpha \left(k_1 + k_2 \frac{\dot{\rho}(t)}{\rho(t)} \right) \mathbf{z}^T(t)(\Psi \otimes \mathbf{P})(\mathbf{L} \otimes (\mathbf{B}\mathbf{K}))\mathbf{e}_x(t) + \\ & 2\mathbf{z}^T(t)(\Psi \otimes \mathbf{P})(\mathbf{I}_N \otimes (\mathbf{D}\mathbf{V}))\mathbf{e}_w(t) + \\ & 2\mathbf{z}^T(t)(\Psi \otimes \mathbf{P})(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{B})\mathbf{e}_f(t). \end{aligned} \quad (43)$$

由定理 1, 有

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_x(t) &= \mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{0}, \\ \mathbf{e}_w(t) &= \mathbf{w}(t) - \hat{\mathbf{w}}(t) = \mathbf{0}, \\ \mathbf{e}_f(t) &= \mathbf{f}(t) - \hat{\mathbf{f}}(t) = \mathbf{0}, \\ \forall t &\in [T_1, +\infty). \end{aligned}$$

因此, 当 $t \in [T_1, +\infty)$ 时, 有

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & 2\mathbf{z}^T(t)(\Psi \otimes \mathbf{P})(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{A})\mathbf{z}(t) - \\ & 2\alpha \left(k_1 + k_2 \frac{\dot{\rho}(t)}{\rho(t)} \right) \mathbf{z}^T(t)(\Psi \otimes \mathbf{P})(\mathbf{L} \otimes (\mathbf{B}\mathbf{K}))\mathbf{z}(t) = \\ & \mathbf{z}^T(t) \left[\Psi \otimes (\mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T\mathbf{P}) - \right. \\ & \left. \alpha \left(k_1 + k_2 \frac{\dot{\rho}(t)}{\rho(t)} \right) ((\Psi\mathbf{L} + \mathbf{L}^T\Psi) \otimes \right. \end{aligned}$$

$$(PBB^T P)]z(t). \tag{44}$$

选取参数 $\mu = \alpha k_1 \frac{\Lambda_{\min}(\Psi L + L^T \Psi)}{\psi_{\max}} > 0$, 可得

到下列两个不等式成立:

$$\begin{aligned} & -\alpha k_1(\Psi L + L^T \Psi) \leq \\ & -\alpha k_1 \Lambda_{\min}(\Psi L + L^T \Psi) \leq -\mu \Psi, \end{aligned} \tag{45}$$

且

$$-\mu I_6 \leq -\frac{\mu}{\Lambda_{\max}(P)} P. \tag{46}$$

由式 (42)、(45) 和 (46), 进一步可得到

$$\begin{aligned} & z^T(t)[\Psi \otimes (PA + A^T P) - \alpha k_1(\Psi L + L^T \Psi) \otimes \\ & (PBB^T P)]z(t) \leq \\ & z^T(t)[\Psi \otimes (-\mu I_6)]z(t) \leq \\ & -\frac{\mu}{\Lambda_{\max}(P)} V(t), \end{aligned} \tag{47}$$

且

$$\begin{aligned} & z^T(t) \left[-\alpha k_2 \frac{\dot{\rho}(t)}{\rho(t)} (\Psi L + L^T \Psi) \otimes \right. \\ & \left. (PBB^T P) \right] z(t) \leq \\ & z^T(t) \left[\left(-\frac{k_2}{k_1} \frac{\dot{\rho}(t)}{\rho(t)} \mu \Psi \right) \otimes (PBB^T P) \right] z(t) \leq \\ & -\frac{k_2}{k_1} \frac{\dot{\rho}(t)}{\rho(t)} \frac{\Lambda_{\min}(PBB^T P)}{\Lambda_{\max}(P)} \mu V(t). \end{aligned} \tag{48}$$

将式 (47) 和 (48) 代入 (44), 可得到

$$\dot{V}(t) \leq -\beta_1 V(t) - \beta_2 \frac{\dot{\rho}(t)}{\rho(t)} V(t). \tag{49}$$

其中: $\beta_1 = \frac{\mu}{\Lambda_{\max}(P)}$, $\beta_2 = \frac{k_2}{k_1} \frac{\Lambda_{\min}(PBB^T P)}{\Lambda_{\max}(P)} \mu$.

根据引理 3, 当 $[t_0, t_0 + T_1 + T_2]$ 时, 有 $V(t) \leq \rho^{-k_2}(t) e^{-k_1(t-t_0)} V(t_0)$, 即 $\lim_{t \rightarrow t_0 + T_1 + T_2} V(t) = 0$ 和 $V(t) \equiv 0, \forall t \in [t_0 + T_1 + T_2, +\infty)$. 由 $V(t)$ 定义可知, 对于 $\forall i$, 有 $\lim_{t \rightarrow t_0 + T_1 + T_2} z_i(t) = 0$ 和 $z_i(t) \equiv 0, t \in [t_0 + T_1 + T_2, +\infty)$, 即对于任意一个跟随机 i 均能够在 $t_0 + T_1 + T_2$ 内快速精准地跟踪领航机的期望轨迹, 即实现预设时间编队容错跟踪一致. \square

注 3 由文献 [32] 可知, $u_i(t)$ 是有界的, 其上界与预设时间 T_1 和 T_2 相关. 当 $T_1 + T_2$ 较小时, 可能会导致 $\|u_i(t)\|$ 超出工程控制量的限制. 尽管理论上 T_1 和 T_2 可任意选取, 但是, 在实际应用中应在物理限制下合理选择, 如何解决该问题是本文后续研究的重点.

为了更清晰地呈现基于新型观测器无人机系统的预设时间编队跟踪容错控制的设计流程, 图 1 展示了基于观测器的闭环线性多无人机系统框架.

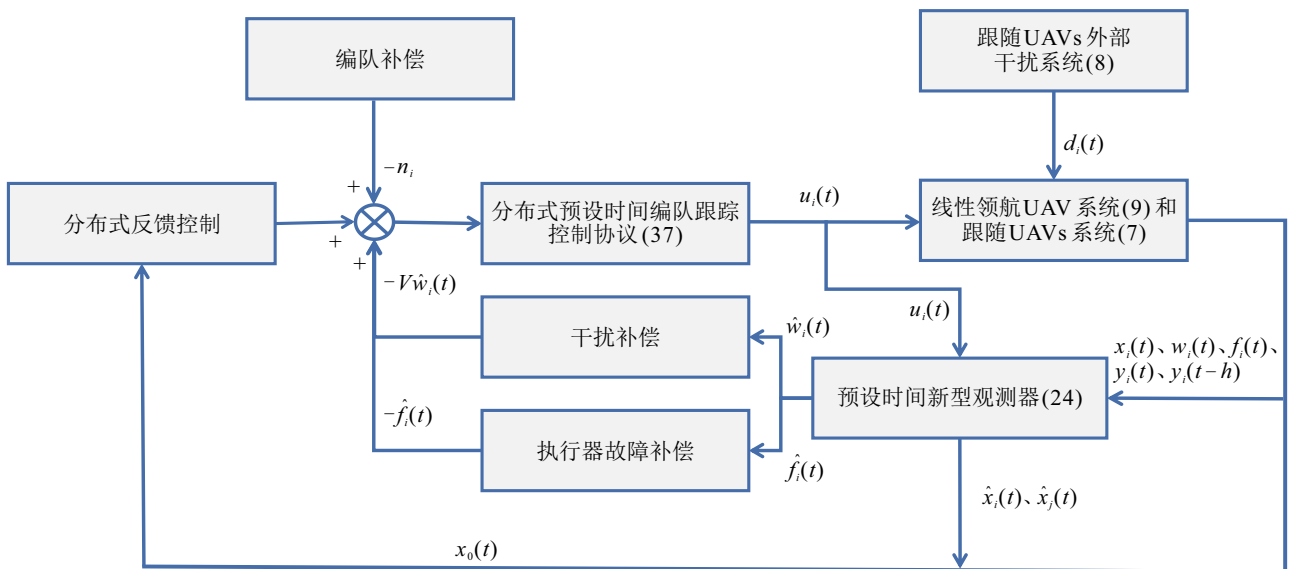


图1 基于新型观测器下的线性无人机系统预设时间容错控制框架

基于定理 1 和定理 2, 获得基于新型观测器下的无人机预设时间编队容错跟踪控制算法如下.

step 1: 设定系统 (7) ~ (9) 的系数矩阵 A 、 B 、 C 、 D 、 S 、 V , 在恰当的范围内任意选取恰当的预设时间 T_1 和 T_2 ;

step 2: 合并系统 (7) 和 (8), 得到线性增广系统 (20);

step 3: 选取恰当的参数 ν , 求解 PLE 方程 (34), 计算式 (33), 得到增益矩阵 L_δ 和 $L(t)$;

step 4: 基于增广系统 (20), 设计新型观测器 (24);

step 5: 求解 Riccati 不等式 (41), 计算控制增益矩阵 K , 并进一步设计出分布式编队跟踪控制协议 (37);

step 6: 选取任意初值, 利用四阶龙格库塔算法运行系统 (7) ~ (9)、(20)、(24) 和 (37).

3 数值仿真

利用 Matlab 对所提出方法进行验证. 仿真过程中的多无人机系统包含 1 个领航机 (编号 0) 和 5 个跟随机 (编号 1 ~ 编号 5). 有向通信拓扑图如图 2 所示.

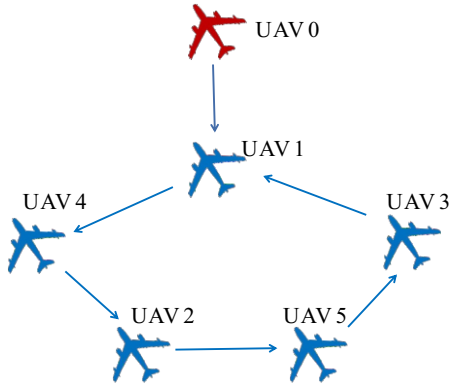


图2 多无人机有向拓扑图

选取系统 (7)、(9) 和扰动 (8) 的其余系数矩阵为

$$C = I_3 \otimes \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, S = I_3 \otimes \begin{bmatrix} 0 & -0.6 \\ 0.6 & 0 \end{bmatrix},$$

$$V = I_3 \otimes [1 \ 0].$$

选取预设时间 $T_1 = 2h = 8s, T_2 = 4s$. 其余参数 $\alpha_1 = 0.6, \alpha_2 = 1, r = 2, k_1 = 7.5, k_2 = 6.8, \alpha = 10$. 表 1 为无人机系统的初始位置、初始速度以及期望相对状态, 期望队形为间距 50 m 的横排队.

表1 无人机初始位置、速度、期望相对状态

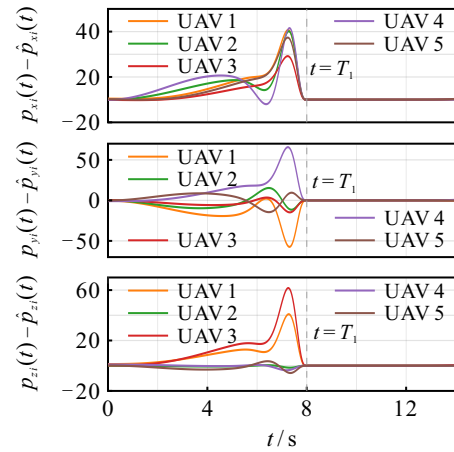
UAV	初始位置	初始速度	期望相对状态
0	$p_0(0) = [2, -1, 1]^T$	$v_0(0) = [0, 0, 0]^T$	
1	$p_1(0) = [-1, 1, -3]^T$	$v_1(0) = [0, 0, 0]^T$	$h_1 = [-100, 0, 0]^T$
2	$p_2(0) = [-1, 1, -4]^T$	$v_2(0) = [0, 0, 0]^T$	$h_2 = [-50, 0, 0]^T$
3	$p_3(0) = [-2, 2, -1]^T$	$v_3(0) = [0, 0, 0]^T$	$h_3 = [50, 0, 0]^T$
4	$p_4(0) = [-2, 1, -4]^T$	$v_4(0) = [0, 0, 0]^T$	$h_4 = [100, 0, 0]^T$
5	$p_5(0) = [3, -2, 2]^T$	$v_5(0) = [0, 0, 0]^T$	$h_5 = [150, 0, 0]^T$

规定编队飞行时间为 14s, 在 1s 时系统中的 4 号无人机发生故障, 即在 x 轴、 y 轴和 z 轴上的故障向量为

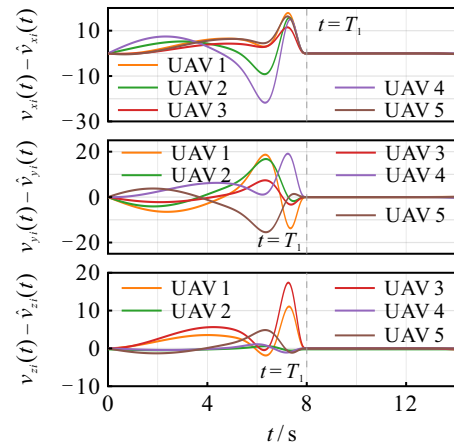
$$f_{x4} = \begin{cases} 0, & t \in [0, 1); \\ t + 1, & t \geq 1; \end{cases}$$

$$f_{y4} = \begin{cases} 0, & t \in [0, 1); \\ 4, & t \geq 1; \end{cases}$$

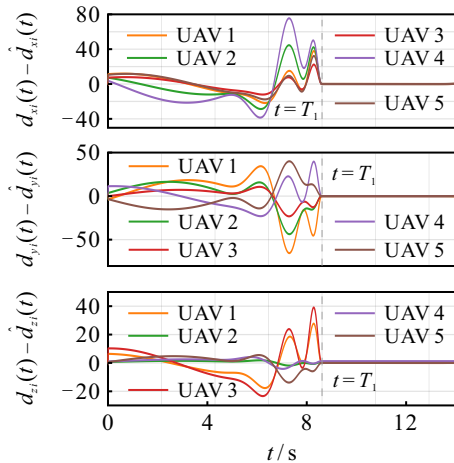
$$f_{z4} = \begin{cases} 0, & t \in [0, 1); \\ \sin(t) + 1, & t \geq 1. \end{cases}$$



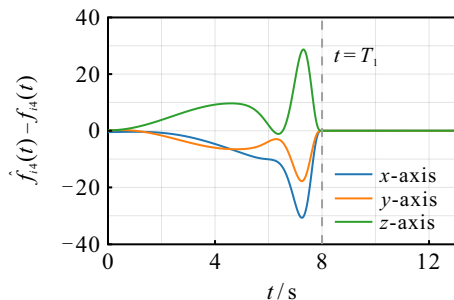
(a) 位置观测误差曲线



(b) 速度观测误差曲线



(c) 扰动观测误差曲线

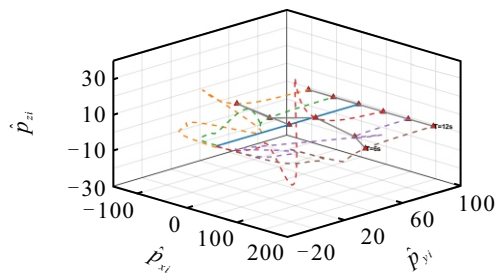


(d) UAV 4 执行器故障估计误差曲线

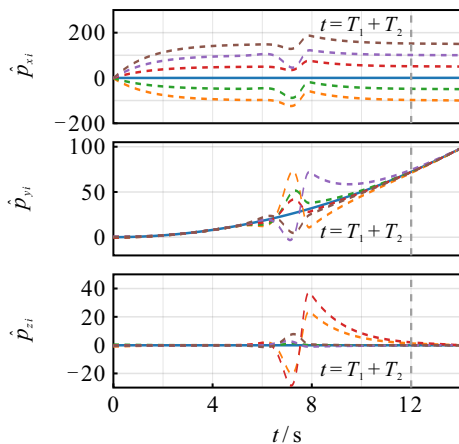
图3 跟随机新型观测器观测误差曲线

图3验证了线性增广系统(20)在新型观测器(24)下的预设时间状态估计. 图3(a)和图3(b)分别为跟随机在 x 轴、 y 轴和 z 轴上的位置和速度的观测误差随时间演化曲线, 图3(c)为跟随机在 x 轴、 y 轴和 z 轴上的外部干扰观测误差随时间演化曲线, 图3(d)为故障机在 x 轴、 y 轴和 z 轴上的故障估计误差随时间演化曲线. 表明所设计观测器(24)能够在预设时间8s内同时实现无人机位置、速度、干扰观测以及故障估计.

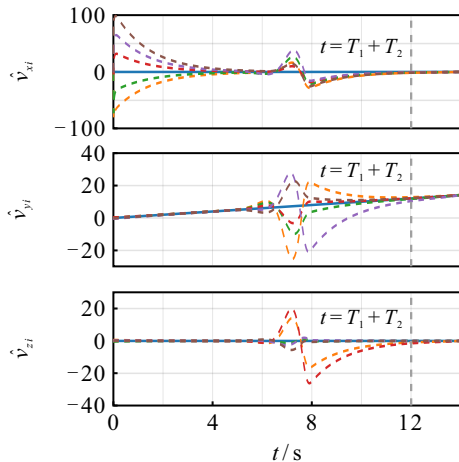
图4和图5验证了线性增广系统(20)在控制协议(37)下的预设时间编队容错控制. 图4(a)为领航



(a) 三维空间编队动力轨迹



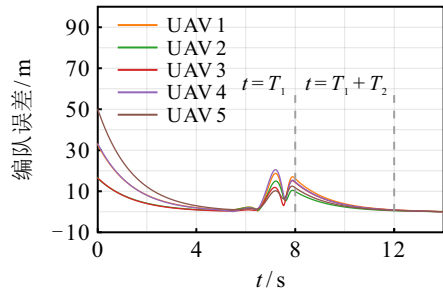
(b) 位置观测值随时间演化



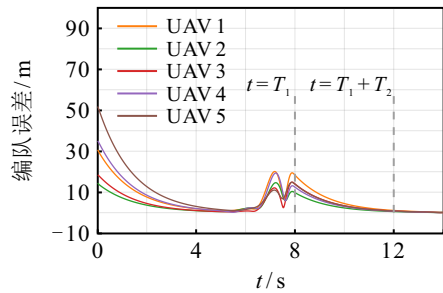
(c) 速度观测值随时间演化

— UAV 0 - - - UAV 3
 - - - UAV 1 - - - UAV 4
 - - - UAV 2 - - - UAV 5

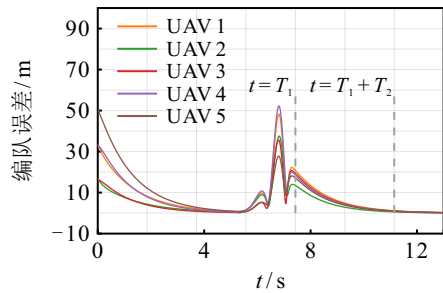
图4 无人机系统编队跟踪一致



(a) 编队误差范数随时间演化



(b) 不同初始状态下编队误差对比



(c) 不同系统参数下编队误差对比

图5 无人机系统编队误差范数随时间演化

机和跟随机位置观测值基于控制协议(37)在三维直角坐标系随时间动力轨迹, 跟随机均在预设时间12s内实现编队期望; 图4(b)和图4(c)为领航机和跟随机分别在 x 轴、 y 轴和 z 轴上的位置和速度观测值随时间变化曲线. 图5(a)为跟随机的期望编队误差范数随时间变化曲线, 可见领航-跟随机间的编队误差均能够在12s内收敛至0. 表明领航-跟随无人机系统在控制协议(37)下能够实现预设时间编队容错跟随一致.

注4 区别于有限时间^[13]与固定时间^[14]方法, 预设时间方法下的收敛时间不受系统初始状态和参数的影响. 数值实验中, 在 $[-15, 15] \times [-15, 15] \times [-15, 15]$ 内任意改变无人机的初始位置, 由图5(b)可见, 5个跟随机的编队误差仍然能够在12s内收敛至0. 此外, 在一定范围内改变系统参数, 如 $\alpha_1 = 0.8$ 、 $\alpha_2 = 1$ 、 $r = 5$ 、 $k_1 = 1.5$ 、 $k_2 = 1.8$, 图5(c)也表明5个跟随机的编队误差能够在12s内收敛至0.

4 结论

本文基于领航-跟随的线性无人机编队模型, 针

对跟随无人机状态不可知且存在外部扰动和执行器故障的情形, 提出了一种基于观测器的预设时间编队容错跟踪控制方法. 通过分析新的线性增广系统, 设计了一种新型观测器, 能够在预设时间内同时观测状态、扰动和故障. 同时, 引入了时变标量函数, 设计了基于观测信息的预设时间编队容错跟踪控制协议, 并通过 Lyapunov 稳定性方法验证了系统编队误差能够在预设时间内收敛. 仿真实验验证了所提出算法的有效性.

本文通过设计复杂环境中的预设时间观测器和预设时间一致性分布式编队容错控制, 实现了无人机集群模型的协同飞行, 为复杂环境下的无人机编队提供了一种工程上可行的快速解决方案, 并为未来无人机编队的应用提供了宝贵的参考. 后续将进一步探讨分布式控制中的通信延迟等问题, 开展合作进行实物实验, 以提高方法的可靠性和鲁棒性.

参考文献 (References)

- [1] 罗俊海, 王芝燕. 无人机探测与对抗技术发展及应用综述[J]. 控制与决策, 2022, 37(3): 530-544.
(Luo J H, Wang Z Y. A review of development and application of UAV detection and counter technology[J]. Control and Decision, 2022, 37(3): 530-544.)
- [2] Wang H M, Zhang Y, Zhang X, et al. Secrecy and covert communications against UAV surveillance via multi-hop networks[J]. IEEE Transactions on Communications, 2020, 68(1): 389-401.
- [3] Duan H B, Huo M Z, Fan Y M. Flight verification of multiple UAVs collaborative air combat imitating the intelligent behavior in hawks[J]. Control Theory Applications, 2018, 35(12): 1812-1819.
- [4] Kuriki Y, Namerikawa T. Formation control with collision avoidance for a multi-UAV system using decentralized MPC and consensus-based control[J]. SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration, 2015, 8(4): 285-294.
- [5] 王丹丹, 宗群, 张博渊, 等. 多无人机完全分布式有限时间编队控制[J]. 控制与决策, 2019, 34(12): 2656-2660.
(Wang D D, Zong Q, Zhang B Y, et al. Fully distributed finite-time formation control for multiple UAVs[J]. Control and Decision, 2019, 34(12): 2656-2660.)
- [6] Cui L, Zhou Q, Jin N. Fixed-time backstepping distributed cooperative control for multiple unmanned aerial vehicles[J]. Asian Journal of Control, 2023, 25(3): 1981-1990.
- [7] Wang Q, Dong X W, Wang B H, et al. Finite-time observer-based H_∞ fault-tolerant output formation tracking control for heterogeneous nonlinear multi-agent systems[J]. IEEE Transactions on Network Science and Engineering, 2023, 10(4): 1822-1834.
- [8] Liang Y Q, Dong Q, Zhao Y J. Adaptive leader-follower formation control for swarms of unmanned aerial vehicles with motion constraints and unknown disturbances[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2020, 33(11): 2972-2988.
- [9] 李炳乾, 董文瀚, 马小山. 无人机编队保持反步容错控制[J]. 兵工学报, 2018, 39(11): 2172-2184.
(Li B Q, Dong W H, Ma X S. Back-stepping-fault-tolerant control for keeping the formation of unmanned aerial vehicles[J]. Acta Armamentarii, 2018, 39(11): 2172-2184.)
- [10] Yu Z Q, Zhang Y M, Liu Z X, et al. Decentralized finite-time adaptive fault-tolerant synchronization tracking control for multiple UAVs with prescribed performance[J]. Journal of the Franklin Institute, 2020, 357(16): 11830-11862.
- [11] Lee K W, Singh S N. Noncertainty-equivalence spacecraft adaptive formation control with filtered signals[J]. Journal of Aerospace Engineering, 2017, 30(5): 04017029.
- [12] Hua Y Z, Dong X W, Han L, et al. Finite-time time-varying formation tracking for high-order multiagent systems with mismatched disturbances[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2020, 50(10): 3795-3803.
- [13] Huang B, Li A J, Guo Y, et al. Rotation matrix based finite-time attitude synchronization control for spacecraft with external disturbances[J]. ISA Transactions, 2019, 85: 141-150.
- [14] Zhao L, Yu J P, Lin C, et al. Distributed adaptive fixed-time consensus tracking for second-order multi-agent systems using modified terminal sliding mode[J]. Applied Mathematics and Computation, 2017, 312: 23-35.
- [15] Zhang J Q, Yu S H, Yan Y. Fixed-time velocity-free sliding mode tracking control for marine surface vessels with uncertainties and unknown actuator faults[J]. Ocean Engineering, 2020, 201: 107107.
- [16] Ren Y H, Zhou W N, Li Z W, et al. Prescribed-time leader-following consensus for stochastic second-order multi-agent systems subject to actuator failures via sliding mode control strategy[J]. Neurocomputing, 2021, 425: 82-95.
- [17] Díaz-Muñoz J D, Martínez-Fuentes O, Cruz-Vega I. Predefined-time control design for tracking chaotic trajectories around a contour with an UAV[J]. Expert Systems with Applications, 2024, 250: 123852.
- [18] 孙传斌, 王树波. 基于双滑模观测器的参数不确定系统抗扰与跟踪控制[J]. 控制与决策, 2024, 39(12): 3973-3980.
(Sun C B, Wang S B. Dual sliding mode observers for disturbance rejection and tracking control of systems with parameter uncertainties[J]. Control and Decision, 2024, 39(12): 3973-3980.)
- [19] 刘仁和, 刘乐, 方一鸣, 等. 基于有限时间未知输入观测器的一类受扰非线性系统故障检测与估计[J]. 控制与决策, 2022, 37(11): 2941-2948.

- (Liu R H, Liu L, Fang Y M, et al. Fault detection and estimation for a class of disturbed nonlinear systems based on finite-time unknown input observers[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(11): 2941-2948.)
- [20] Languet K, Zheng G, Floquet T. Impulsive fixed-time observer for linear time-delay systems[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2018, 355(7): 3354-3366.
- [21] Djennoune S, Zemouche A, Haddad M. Prescribed-time sliding mode observer for nonlinear triangular systems[J]. *IFAC-PapersOnLine*, 2023, 56(2): 3910-3916.
- [22] Li H F, Zhou B, Michiels W, et al. Prescribed-time unknown input observers design by using periodic delayed output with application to fault estimation[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2023, 53(2): 664-674.
- [23] Wei L L, Chen M, Li T. Dynamic event-triggered cooperative formation control for UAVs subject to time-varying disturbances[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2020, 14(17): 2514-2525.
- [24] Wei L L, Chen M, Li T. Disturbance-observer-based formation-containment control for UAVs via distributed adaptive event-triggered mechanisms[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2021, 358(10): 5305-5333.
- [25] 杨荟慷, 张博, 胡猛. 执行器故障下无人机无人车异构编队控制[J]. *飞控与探测*, 2024, 7(1): 14-20.
(Yang H L, Zhang B, Hu M. Formation tracking control for heterogeneous unmanned aerial vehicle-unmanned ground vehicle systems under actuator faults[J]. *Flight Control & Detection*, 2024, 7(1): 14-20.)
- [26] Zhou B. *Truncated predictor feedback for time-delay systems*[M]. Heidelberg: Springer-Verlag, 2014.
- [27] Zhou B, Michiels W, Chen J. Fixed-time stabilization of linear delay systems by smooth periodic delayed feedback[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2022, 67(2): 557-573.
- [28] Ge S Y, Zhou Y J, Jiang G P, et al. Prescribed-time leader-following consensus tracking control for second-order multi-agent systems[C]. *Chinese Automation Congress*. Hangzhou, 2019: 945-950.
- [29] Song Y D, Wang Y J, Holloway J, et al. Time-varying feedback for regulation of normal-form nonlinear systems in prescribed finite time[J]. *Automatica*, 2017, 83: 243-251.
- [30] Wang Y J, Song Y D, Hill D J, et al. Prescribed-time consensus and containment control of networked multiagent systems[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2019, 49(4): 1138-1147.
- [31] Li H F, Zhou B, Michiels W. Prescribed-time unknown input observers design for singular systems: A periodic delayed output approach[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2024, 54(2): 741-751.
- [32] 戴凌飞, 陈昕, 过榴晓, 等. 分布式网络系统的任意预设时间分组一致[J]. *控制与决策*, 2023, 38(12): 3482-3489.
(Dai L F, Chen X, Guo L X, et al. Prescribed-time group consensus of multiagent systems[J]. *Control and Decision*, 2023, 38(12): 3482-3489.)

作者简介

刘书柳 (2000-), 女, 硕士生, 主要研究方向为基于观测器下的分布式网络一致性, E-mail: 6221204007@stu.jiangnan.edu.cn;

过榴晓 (1975-), 女, 副教授, 博士, 主要研究方向为混沌控制与同步、非线性系统动力学分析与控制, E-mail: guoliuxiao@jiangnan.edu.cn;

张建成 (1984-), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为未知输入观测器设计、基于观测器的滑模控制, E-mail: jcz@jiangnan.edu.cn.