

控制与决策

Control and Decision

考虑死区输出的主动悬架系统非奇异有限时间跟踪控制

刘艳丽, 杨鑫宇, 郝立颖

引用本文:

刘艳丽, 杨鑫宇, 郝立颖. 考虑死区输出的主动悬架系统非奇异有限时间跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2025, 40(7): 2135-2141.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2024.1140>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[Fal函数的改进及3种新型非线性扩张状态观测器](#)

Advanced fal function and three novel nonlinear extended state observers

控制与决策. 2021, 36(7): 1655-1662 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1652>

[线控转向系统的自适应高阶滑模控制](#)

Adaptive higher-order sliding mode control for SbW system

控制与决策. 2021, 36(6): 1529-1536 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1526>

[基于变速趋近律的Buck型变换器抗扰动控制](#)

Disturbance rejection control of Buck converters based on variable rate reaching law

控制与决策. 2021, 36(4): 893-900 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1073>

[有限频域线性重复过程的动态迭代学习控制](#)

Dynamic iterative learning control for linear repetitive processes over finite frequency ranges

控制与决策. 2021, 36(3): 599-608 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0873>

[考虑加速度约束的终端角度约束滑模制导律设计](#)

Sliding-mode guidance law with acceleration and angle constraints

控制与决策. 2021, 36(10): 2511-2516 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0284>

考虑死区输出的主动悬架系统非奇异有限时间跟踪控制

刘艳丽, 杨鑫宇, 郝立颖[†]

(大连海事大学 船舶电气工程学院, 辽宁 大连 116026)

摘要: 针对带有非对称死区输出的 1/4 主动悬架系统, 提出一种自适应模糊非奇异有限时间跟踪控制方案. 首先, 使用基于预设性能函数的误差转换方法对全状态跟踪误差进行约束, 在避免控制器设计中的“奇异值”问题的同时, 保证车辆驾驶过程中的舒适性与安全性; 其次, 结合自适应算法利用模糊逼近引理对系统中存在的未知非线性函数以及因非对称死区输出带来的不确定项进行模糊逼近; 再次, 将非线性滤波器与反步法相结合, 避免反步法中可能出现的“微分爆炸”问题; 然后, 利用对称障碍李雅普诺夫函数方法验证车身子系统的有限时间稳定性后, 对 1/4 主动悬架系统进行零动态性能分析, 得到了悬架空间限制条件; 最后, 通过仿真实验对所设计控制方案的有效性进行验证.

关键词: 主动悬架; 误差约束; 非对称死区输出; 模糊逼近; 有限时间控制; 对称障碍李雅普诺夫函数

中图分类号: TP273 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2024.1140

引用格式: 刘艳丽, 杨鑫宇, 郝立颖. 考虑死区输出的主动悬架系统非奇异有限时间跟踪控制 [J]. 控制与决策, 2025, 40(7): 2135-2141.

Singularity-free finite-time tracking control of active suspension systems with dead-zone output

LIU Yan-li, YANG Xin-yu, HAO Li-ying[†]

(School of Marine Electrical Engineering, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China)

Abstract: This paper presents an adaptive fuzzy singularity-free finite-time tracking control scheme for a 1/4 active suspension system (ASS) with asymmetric dead-zone outputs. Firstly, the error conversion method based on the prescribed performance function is used to constrain the full state tracking errors, which avoids the singularity problem in the controller design and ensures the comfort and safety of the vehicle during driving. Then, the fuzzy approximation lemma is applied to handle the unknown nonlinear function and the uncertain term caused by the asymmetric dead-zone output. Moreover, the nonlinear filter is combined with a backstepping method to avert the problem of explosion of complexity which may appears in the backstepping method. In addition, the finite-time stability of the body subsystem is verified by the symmetric barrier Lyapunov function method, and the suspension space constraint condition is obtained by analyzing the zero dynamic performance of the 1/4 ASS. Finally, the effectiveness of the constructed control scheme is verified by simulations.

Keywords: active suspension; error constraint; asymmetric dead-zone output; fuzzy approximation; finite-time control; symmetric barrier Lyapunov function

0 引言

悬架系统主要分为主动悬架系统与被动悬架系统, 在改善车辆乘坐舒适性和操纵特性方面起着重要作用, 近年来引起学者的广泛关注^[1-4]. 相比于被动悬架系统, 主动悬架系统在应对车辆于不规则路面行驶时产生振动的减缓效果更加明显. 因此, 为了改善驾驶的舒适性与安全性, 对于主动悬架系统的研

究更具有实际意义.

目前所提出的大多数控制方案仅能够保证系统的鲁棒稳定性^[5]或渐近稳定性^[6]. 然而, 在实际工程中, 渐近收敛的速度往往无法满足需求, 相比而言, 有限时间稳定不仅将鲁棒性和有限时间收敛性相结合, 且具有高精度与快速响应的特点. 这样的性质使其在实际应用中受到广泛关注^[7-11]. 例如, 文献 [11]

收稿日期: 2024-09-25; 录用日期: 2025-01-29.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (62103073, 52171292); 中国博士后科学基金项目 (2022M710573).

责任编辑: 林崇.

[†]通信作者. E-mail: haoliying_0305@163.com.

针对受外部干扰的主动悬架系统输出反馈问题,利用有限时间干扰补偿器确保了主动悬架系统未知状态和未知外部扰动的估计误差在有限时间内收敛到零.

在大部分实际非线性系统中,受器件老化与环境因素的影响,往往会出现死区非线性^[12-13].这类现象同样会出现在主动悬架系统中,并降低系统性能,甚至导致系统不稳定.因其存在的重大影响,受到了学者们的广泛研究^[14-15].然而现有结果大多基于死区输入展开研究,相对于输入死区而言,输出死区增加了控制器设计与稳定性分析的复杂性与难度^[16-18].对此,文献[17]提出了一种新的近似模型来描述非线性系统输出机制所遇到的特殊死区现象,利用所提出的光滑模型可以方便地与其他控制技术相融合,从而应对死区带来的影响.但此方法的逼近精度与速度仍有所欠缺,文献[18]则基于双曲正切函数性质,设计了一种新型非对称死区非线性光滑逆算法,大大提高了其性能.

系统跟踪误差的限制问题是需要考虑的重要安全因素之一^[19-24].在车辆运行过程中,若不考虑约束问题往往会导致系统性能下降,甚至导致主动悬架系统不稳定^[21].因此,如何将跟踪误差保持在合理的界限内是一个重要问题,这也引起了学者们极大的研究兴趣.文献[22]通过设计时变障碍李雅普诺夫函数,提出了一种新型自适应神经网络控制策略对所提出1/4主动悬架系统垂向位移及其速度进行了约束.然而,在该控制策略中,跟踪误差是通过受限的状态而间接被约束.对此,文献[23]利用基于预设性能函数的误差变化方法建立障碍李雅普诺夫函数,不仅对输出跟踪误差进行了直接约束,而且此方法消除了经典预设性能函数法带来的“奇异值”问题.在此基础上,文献[24]提出了一种新的基于预设性能函数的误差变换方法,并构造相应的障碍李雅普诺夫函数,保证了系统所有跟踪误差的动态性能.

受上述文献启发,本文考虑了具有未知非对称输出死区的1/4主动悬架系统在跟踪误差受限时的有限时间跟踪控制问题.本文主要工作如下:

1) 针对车辆长期行驶会出现的死区问题,本文考虑了1/4主动悬架系统中存在未知非对称死区输出动态的跟踪控制问题.不同于广泛使用的基于Nussbaum函数的控制策略^[16-17],结合模糊逻辑系统性质,本文提出一个新的自适应补偿机制来处理未知死区对系统性能的影响.

2) 针对1/4主动悬架系统全状态跟踪约束控制问题,本文提出新的自适应非奇异有限时间控制方案,将主动悬架系统全状态跟踪误差保持在一个预

设区间内确保车辆行驶的舒适性与安全性,并有效避免了“奇异值”问题.不同于已有成果^[8,22],本文所提出的基于新型误差转换性能约束的有限时间控制方法可以直接处理预设性能跟踪约束控制问题,且无需通过对状态约束来间接处理跟踪约束控制.

1 模型建立

本文考虑如下理想1/4主动悬架系统^[3]:

$$\begin{cases} m_s \ddot{z}_s = -F_d - F_s + u, \\ m_u \ddot{z}_u = F_d + F_s - F_t - F_b - u. \end{cases} \quad (1)$$

其中: m_s 和 m_u 为车身质量与车轮质量, z_s 和 z_u 为车身和车轮纵向位移, $F_s = k_s(z_s - z_u) + k_{sn}(z_s - z_n)^3$ 和 $F_d = b_d(\dot{z}_s - \dot{z}_u) + b_{dn}(\dot{z}_s - \dot{z}_u)^2$ 为悬架弹簧力和阻尼力, $F_t = k_f(z_n - z_r)$ 和 $F_b = b_f(\dot{z}_n - \dot{z}_r)$ 为车轮的弹簧力和阻尼力, u 为系统控制输入.

令 $x_1 = z_s$, $x_2 = \dot{z}_s$, $x_3 = z_u$, $x_4 = \dot{z}_u$, 系统(1)可改写为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -\frac{F_d}{m_s} - \frac{F_s}{m_s} + \frac{u}{m_s}; \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_3 = x_4, \\ \dot{x}_4 = \frac{F_d}{m_u} - \frac{F_s}{m_u} - \frac{F_t}{m_u} - \frac{F_b}{m_u} - \frac{u}{m_u}. \end{cases} \quad (3)$$

由文献[2]可知此系统分为车身子系统(2)和车轮子系统(3).

考虑系统输出机构发生如下死区现象^[18]:

$$y = \Gamma(x_1) = \begin{cases} \psi(x_1 + d_u), & x_1 > d_u; \\ 0, & -d_d \leq x_1 \leq d_u; \\ \psi(x_1 - d_d), & x_1 < -d_d. \end{cases} \quad (4)$$

其中 d_u 、 d_d 与 ψ 均为正的未知死区参数.

假设1 死区参数 d_u 、 d_d 与 ψ 均未知但有界.

假设2 参考信号 y_d 及其一阶导数 \dot{y}_d 均有界.

假设3 1/4主动悬架系统车身质量 m_s 未知有界.

易知,由于这一非光滑现象的存在,系统输出 y 必然影响到控制器设计.故在此引入新型光滑输出死区模型

$$x_1 \cong \Gamma^{-1}(y) = \left(\frac{y}{\psi} + d_u\right)\tau_u(y) + \left(\frac{y}{\psi} - d_d\right)\tau_d(y).$$

其中

$$\tau_u(y) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \tanh(\xi y), \quad \tau_d(y) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \tanh(\xi y).$$

通过合理地增大设计参数 $\xi > 0$ 能够提高非光滑死区非线性的逼近精度.

引理1^[18] 上述死区模型的死区输出斜率 $\Upsilon(t) = dy/dx_1$ 有如下性质 $0 < w \leq \Upsilon(t) < \psi$,其中未知死区参数 $w = 2\psi/(2 + \xi\psi(d_u - d_d))$.

本文的控制目标为: 设计一个自适应模糊非奇异有限时间控制器, 使系统 (1) 在考虑非对称死区输出时系统输出仍能够在所提约束条件下收敛至期望输出 y_d 的小领域内.

引理 2^[13] 对于定义在紧集 Ω 上的任意连续非线性函数 $f(X)$, 存在一个模糊逻辑系统 $W^T S(X)$ 和逼近精度 $\delta > 0$ 满足

$$\sup_{X \in \Omega} |f(X) - W^T S(X)| \leq \delta.$$

引理 3^[24] 对于系统 $\dot{x} = f(x)$, 若存在一个光滑正定函数 $V(x)$, 且有 $C > 0, 0 < l < 1$ 和 $\bar{D} > 0$ 满足

$$\dot{V}(x) \leq -CV^l(x) + \bar{D}, t \geq 0, \quad (5)$$

则该系统是半全局实用有限时间稳定的, 并且系统上界满足

$$V^l(x) \leq \frac{\bar{D}}{(1-\epsilon)C}, 0 < \epsilon < 1.$$

引理 4^[24] 对于 $\forall v \in R$ 和 $\nu > 0$, 有下式成立:

$$0 \leq |v| - v \tanh\left(\frac{v}{\nu}\right) \leq 0.2785\nu. \quad (6)$$

引理 5^[6] 对于 $\forall v \in R$, 存在 $\epsilon > 0$, 满足

$$v - \frac{v^2}{\sqrt{v^2 + \epsilon^2}} \leq \epsilon. \quad (7)$$

引理 6^[7] 对于 $\forall \varphi \in R, 0 < l < 1$, 有下式成立:

$$\varphi^l \leq (1-l)\varphi + \varphi, \quad \varphi = l^{1-l}. \quad (8)$$

2 控制器设计

2.1 非线性滤波器设计与误差转换

首先, 提出如下坐标变换:

$$\begin{cases} z_1 = y - y_d, \\ z_2 = x_2 - \alpha_{1d}. \end{cases} \quad (9)$$

α_{1d} 为如下非线性滤波器的输出:

$$\varpi \dot{\alpha}_{1d} + \alpha_{1d} = \alpha_1 - \beta \varpi \tanh\left(\frac{\beta(e_s - s_2)}{\rho}\right), \quad (10)$$

$$e_2 = \alpha_{1d} - \alpha_1. \quad (11)$$

其中: ϖ, β 和 ρ 均为大于零的设计参数, α_1 为虚拟控制器, e_2 为滤波误差, s_2 将在后续内容给出. 通过使用该非线性滤波器可以有效避免“微分爆炸”现象.

为了提升系统跟踪性能, 本文引入文献 [24] 中定义 2 提到的改进后的基于预设性能函数误差变换技术, 即

$$\varrho_i = \frac{z_i}{\eta_i} + \kappa_i, \quad (12)$$

$$0 < \kappa_i \leq \varrho_i < \bar{\kappa}_i = \kappa_i + 1, \quad i = 1, 2. \quad (13)$$

其中: $\kappa_i > 0, \eta_i$ 为时变约束函数.

注 1 该误差转换在保证了跟踪误差约束的同时避免了 $\varrho_i = 0$ 可能出现的“奇异值”现象.

2.2 自适应模糊非奇异有限时间控制器设计

本节根据 1/4 主动悬架系统性质, 针对车身子系统 (2), 设计一种自适应模糊非奇异有限时间控制器.

step 1: 构造障碍李雅普诺夫函数

$$V_1 = \frac{1}{2} \frac{\varrho_1^2}{\bar{\kappa}_1^2 - \varrho_1^2} + \frac{1}{2r_1} \tilde{\vartheta}_1^2 + \frac{w}{2r_2} \tilde{\vartheta}_2^2. \quad (14)$$

其中: $\vartheta_1 = \psi^2; \vartheta_2 = \frac{1}{w}; \vartheta_k = \tilde{\vartheta}_k + \hat{\vartheta}_k, k = 1, 2, 3, 4;$ $\tilde{\vartheta}_k$ 是 ϑ_k 的估计, $\hat{\vartheta}_k$ 是估计误差; ϑ_3 和 ϑ_4 的相关信息将在后续给出. 对 V_1 求得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & s_1 \left(\Upsilon(t) z_2 + \Upsilon(t) \alpha_1 + \Upsilon(t) e_2 - \dot{y}_d - \frac{\dot{\eta}_1}{\eta_1} z_1 \right) - \\ & \frac{1}{r_1} \tilde{\vartheta}_1 \dot{\hat{\vartheta}}_1 - \frac{w}{r_2} \tilde{\vartheta}_2 \dot{\hat{\vartheta}}_2, \end{aligned} \quad (15)$$

其中 $s_i = \frac{\bar{\kappa}_i^2}{(\bar{\kappa}_i^2 - \varrho_i^2)^2 \eta_i} \varrho_i$.

设计如下虚拟控制器:

$$\alpha_1 = - \frac{s_1 \hat{\vartheta}_2^2 \bar{\alpha}_1^2}{\sqrt{s_1^2 \hat{\vartheta}_2^2 \bar{\alpha}_1^2 + \epsilon_1^2}}. \quad (16)$$

其中: $\bar{\alpha}_1 = c_1 \frac{\eta_1 \varrho_1^{2l-1}}{\bar{\kappa}_1^2 (\bar{\kappa}_1^2 - \varrho_1^2)^{l-2}} - \dot{y}_d - \frac{\dot{\eta}_1}{\eta_1} z_1 + s_1 \hat{\vartheta}_1, c_1 > 0$.

利用杨不等式和引理 5, 可得

$$s_1 \Upsilon(t) z_2 \leq \frac{1}{2} s_1^2 \Upsilon(t)^2 + \frac{1}{2} z_2^2 \leq \frac{1}{2} s_1^2 \vartheta_1 + \frac{1}{2} z_2^2, \quad (17)$$

$$s_1 \Upsilon(t) e_2 \leq \frac{1}{2} s_1^2 \vartheta_1 + \frac{1}{2} e_2^2, \quad (18)$$

$$s_1 \Upsilon(t) \alpha_1 \leq -s_1 \bar{\alpha}_1 + w \hat{\vartheta}_2 s_1 \bar{\alpha}_1 + w \epsilon_1. \quad (19)$$

设计如下自适应律:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\vartheta}}_1 = r_1 s_1^2 - \bar{r}_1 \hat{\vartheta}_1, \\ \dot{\hat{\vartheta}}_2 = r_2 s_1 \bar{\alpha}_1 - \bar{r}_2 \hat{\vartheta}_2, \end{cases} \quad (20)$$

其中 \bar{r}_1 与 \bar{r}_2 是正参数. 结合式 (17) ~ (19), 整理可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & -c_1 \frac{\varrho_1^{2l}}{(\bar{\kappa}_1^2 - \varrho_1^2)^l} - \frac{1}{r_1} \tilde{\vartheta}_1 \dot{\hat{\vartheta}}_1 - \frac{w}{r_2} \tilde{\vartheta}_2 \dot{\hat{\vartheta}}_2 + \\ & \frac{1}{2} z_2^2 + \frac{1}{2} e_2^2 + w \epsilon_1. \end{aligned} \quad (21)$$

step 2: 构造障碍李雅普诺夫函数

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} \frac{\varrho_2^2}{\bar{\kappa}_2^2 - \varrho_2^2} + \frac{1}{2r_3} \tilde{\vartheta}_3^2 + \frac{1}{2r_4 m_s} \tilde{\vartheta}_4^2. \quad (22)$$

其中: $\vartheta_3 = \|W\|^2, \vartheta_4 = \frac{1}{m_s}$. 由式 (9) ~ (12) 得到

$$\begin{cases} \dot{\varrho}_2 = \frac{\left(\frac{1}{m_s}(-F_d - F_s + u) - \dot{\alpha}_{1d} - \frac{\dot{\eta}_2}{\eta_2} z_2\right)}{\eta_2}, \\ \dot{e}_2 = -\frac{e_2}{\varpi} - \beta \tanh\left(\frac{\beta(e_2 - s_2)}{\rho}\right) + B(\cdot). \end{cases} \quad (23)$$

其中 $B(\cdot) = -\dot{\alpha}_1$ 且满足 $|B(\cdot)| \leq M$.

将式 (23) 代入 (22), 并求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & \dot{V}_1 + s_2 \left(\bar{F}(X) + \frac{u}{m_s} + \beta \tanh\left(\frac{\beta(e_2 - s_2)}{\rho}\right) + \right. \\ & \left. \frac{e_2}{\varpi} - \frac{\dot{\eta}_2}{\eta_2} z_2 \right) + e_2 \left(-\frac{e_2}{\varpi} - \beta \tanh\left(\frac{\beta(e_2 - s_2)}{\rho}\right) + \right. \\ & \left. B(\cdot) \right) - \frac{1}{r_3} \dot{\vartheta}_3 \dot{\vartheta}_3 - \frac{1}{r_4 m_s} \dot{\vartheta}_4 \dot{\vartheta}_4. \end{aligned} \quad (24)$$

其中: 未知非线性函数 $\bar{F}(X) = -\frac{F_d}{m_s} - \frac{F_s}{m_s}$, $X = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T$. 利用引理 2 进行如下模糊逼近:

$$s_2 \bar{F}(X) = s_2 (W^T S(X) + \delta(X)) \leq \frac{\vartheta_3 s_2^2}{2a^2 S(y, x_2)^T S(y, x_2)} + \frac{a^2}{2} + \frac{s_2^2}{2} + \frac{\bar{\delta}^2}{2}.$$

注 2 车身子系统仅与 $X^* = [x_1, x_2]^T$ 有关, 且由于死区输出的存在导致 x_1 不可直接获得, 故在此结合模糊基函数性质 $0 < S^T S \leq 1$ 使用文献 [7] 中提到的拉回引理进行处理.

设计如下自适应律与控制输入:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\vartheta}}_3 = \frac{r_3 s_2^2}{2a^2 S^T(y, x_2) S(y, x_2)} - \bar{r}_3 \hat{\vartheta}_3, \\ \dot{\hat{\vartheta}}_4 = r_4 s_2 \bar{u} - \bar{r}_4 \hat{\vartheta}_4; \end{cases} \quad (25)$$

$$u = -\frac{s_2 \hat{\vartheta}_4 \bar{u}^2}{\sqrt{s_2^2 \hat{\vartheta}_4^2 \bar{u}^2 + \varepsilon_2^2}}. \quad (26)$$

其中: $\bar{u} = c_2 \frac{\eta_2 \varrho_2^{2l-1}}{\bar{\kappa}_2^2 (\bar{\kappa}_2^2 - \varrho_2^2)^{l-2}} + \frac{\hat{\vartheta}_2 s_2}{2a^2 S^T(y, x_2) S(y, x_2)} + \frac{s_2}{2} + \frac{z_2^2}{2s_2} + \frac{e_2}{\varpi} - \frac{\dot{\eta}_2}{\eta_2} z_2 - \beta$, $c_2 > 0$, \bar{r}_3 和 \bar{r}_4 为正常数.

利用引理 4 和引理 5, 分别可得

$$(s_2 - e_2) \left(\beta \tanh\left(\frac{(e_2 - s_2)\beta}{\rho}\right) + \beta \right) \leq 0.2785\rho, \quad (27)$$

$$\frac{s_2 u}{m_s} \leq -s_2 \bar{u} + \frac{\hat{\vartheta}_4 s_2 \bar{u}}{m_s} + \frac{\varepsilon_2}{m_s}. \quad (28)$$

进一步结合引理 6, 整理可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -\sum_{j=1}^2 \bar{c}_j \left(\frac{\varrho_j^2}{2(\bar{\kappa}_j^2 - \varrho_j^2)} \right)^l - \bar{c}_0 \left(\frac{e_2^2}{2} \right)^l - \bar{r}_1 \left(\frac{\hat{\vartheta}_1^2}{2r_1} \right)^l - \\ & \bar{r}_2 \left(\frac{w\hat{\vartheta}_2^2}{2r_2} \right)^l - \bar{r}_3 \left(\frac{\hat{\vartheta}_3^2}{2r_3} \right)^l - \bar{r}_4 \left(\frac{\hat{\vartheta}_4^2}{2r_4 m_s} \right)^l + \bar{D} \leq \\ & -CV_2^l + \bar{D}. \end{aligned} \quad (29)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{D} = & D + (1-l)\iota(\bar{c}_0 + \bar{r}_1 + \bar{r}_2 + \bar{r}_3 + \bar{r}_4), \\ C = & \min\{2^l c_1, 2^l c_2, \bar{c}_0, \bar{r}_1, \bar{r}_2, \bar{r}_3, \bar{r}_4\}, \\ c_0 = & \frac{1}{\varpi} - \frac{3}{2} > 0, \quad \bar{c}_j = 2^l c_j, \quad \bar{c}_0 = 2c_0, \\ D = & w\varepsilon_1 + \frac{a^2}{2} + \frac{\bar{\delta}^2}{2} + \frac{\beta^2}{2} + \frac{M^2}{2} + \frac{\bar{r}_1 \vartheta_1^2}{2r_1} + \\ & \frac{w\bar{r}_2 \vartheta_2^2}{2r_2} + \frac{\bar{r}_3 \vartheta_3^2}{2r_3} + \frac{\bar{r}_4 \vartheta_4^2}{2r_4 m_s}. \end{aligned}$$

定理 1 当车身子系统 (2) 的全状态跟踪误差初始状态在设定边界内, 且在假设 1 ~ 假设 3 下, 有虚拟控制器 (16), 控制器 (26) 和自适应律 (20)、(25), 则该闭环系统满足所有闭环信号均有界且全状态跟踪误差均在设定边界内, 即满足 $|z_i| \leq |\eta_i|$.

证明 由引理 3 可得 $V_2^l(\cdot) \leq \frac{\bar{D}}{(1-\epsilon)C}$, 从而确定 $\varrho_1, \varrho_2, e_2, \hat{\vartheta}_1, \hat{\vartheta}_2, \hat{\vartheta}_3, \hat{\vartheta}_4$ 均有界. 结合假设 2, 式 (4), (9) 和 (12) 不难得出 x_1, x_2, y, α_{1d} 的有界性, 再结合式 (11), (16) 和 (26) 得到 α_1 和 u 有界, 至此闭环系统内所有信号均有界. 考虑到 $V_2^l \leq \frac{\bar{D}}{(1-\epsilon)C}$, 利用式 (13) 能够得知所有跟踪误差满足

$$|z_i| \leq |\eta_i| \sqrt{2(1+2\kappa_i) \left(\frac{\bar{D}}{(1-\epsilon)C} \right)^{1/l}}, \quad (30)$$

从而可得

$$|z_i| \leq |\eta_i|. \quad (31)$$

定理成立. \square

注 3 本文所提出控制方案能够保证 1/4 主动悬架系统车轮位移及车身位移始终保持在合理范围内, 可以有效确保车辆行驶过程中的安全性; 输出跟踪误差在有限时间内收敛到预设范围内, 并且确保跟踪误差可以由暂态响应快速达到稳态响应, 从而降低乘客行车颠簸感, 提高舒适度及安全性.

3 零动态性能分析

如文献 [21] 所述, 为了保证行车状态下的乘客舒适性与安全性, 轮胎动态载荷不应超过其静态载荷, 而且悬架挠度不允许超过上限 z_{\max} , 即 $|F_t + F_d| \leq (m_u + m_s)g$, $|z_s - z_u| \leq z_{\max}$, g 是重力常数. 令 $z_1 = z_2 = 0$, 结合式 (9) 得到控制输入 $u = m_s \dot{\alpha}_{1d}$

+ $F_d + F_s$, 并代入车轮子系统 (3) 中, 得到零动态状态空间方程

$$\dot{\bar{X}} = A\bar{X} + B_1 Z_r + B_2 \dot{\alpha}_{1d}. \quad (32)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k_f}{m_u} & -\frac{b_f}{m_u} \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{k_f}{m_u} & -\frac{b_f}{m_u} \end{bmatrix},$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{m_s}{m_u} \end{bmatrix}, Z_r = \begin{bmatrix} z_r \\ \dot{z}_r \end{bmatrix}, \bar{X} = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}.$$

设计李雅普诺夫函数 $W = \bar{X}^T P \bar{X}$, 其中矩阵 $P > 0$, 并且存在一个正定矩阵 Q 满足 $A^T P + PA = -Q$. 进一步对 W 求导可得

$$\dot{W} = -\bar{X}^T Q \bar{X} + 2\bar{X}^T P B_1 Z_r + 2\bar{X}^T P B_2 \dot{\alpha}_{1d}. \quad (33)$$

利用杨不等式, 式 (33) 变为

$$\dot{W} \leq -\rho_0 \bar{X}^T P \bar{X} + \Delta. \quad (34)$$

其中: $\rho_0 = \frac{\lambda_{\min}(Q) - \frac{\|P\|^2 \|B_1\|^2}{\lambda_1} - \frac{\|P\|^2 \|B_2\|^2}{\lambda_2}}{\lambda_{\max}(P)} > 0$,

$\Delta = \lambda_1 Z_{r \max} + \lambda_2 \bar{\alpha}^*$, $Z_{r \max}$ 与 $\bar{\alpha}^*$ 分别是 $Z_r^T Z_r$ 与 $\dot{\alpha}_{1d}$ 的未知上界, $\lambda_i > 0 (i = 1, 2)$ 为设计参数.

再由引理 6 整理可得 $\dot{W} \leq -\rho_0 W^l + \Delta_0$, 其中 $\Delta_0 = \Delta + \rho_0(1-l)\nu$. 解得 $W^l \leq \frac{\Delta_0}{(1-\epsilon_0)\rho_0} = \bar{\Delta}$, 从而可知 $x_i(t) (i = 3, 4)$ 有界, 且 $|x_i(t)| \leq \sqrt{\frac{\bar{\Delta}}{\lambda_{\min}(P)}}$.

由于 x_i , 道路扰动 z_r, \dot{z}_r 均有界, 通过选择合适的设计参数, 矩阵 P 以及初始值, 使下式:

$$|x_1 - x_3| \leq \frac{2}{\psi} (|\eta_1| + |y_d|) + d_u + d_d + \sqrt{\frac{\bar{\Delta}}{\lambda_{\min}(P)}} = \eta_1^* \leq z_{\max}, \quad (35)$$

$$|F_t - F_b| \leq (k_f + b_f) \sqrt{\frac{\bar{\Delta}}{\lambda_{\min}(P)}} + k_f \|z_r\|_{\infty} + b_f \|\dot{z}_r\|_{\infty} = \eta_2^* \leq (m_s + m_u)g \quad (36)$$

成立, 确保悬架空间始终保持在一个安全且稳定的约束范围内并且轮胎动态载荷不超过其静态载荷, 即存在正常数 η_1^* 与 η_2^* 分别使其满足式 (35) 和 (36) 时, 可保证车辆运行过程中的舒适度与安全性.

4 仿真结果及分析

本节对本文所提出 1/4 主动悬架系统控制方案

的有效性进行验证. 系统模型参数选取自文献 [3], 路面扰动选取为 $z_r = 0.03 \cos(1.2\pi t)$, 跟踪信号为 $y_d = 0$, 性能函数为 $\eta_1 = 4e^{-t} + 0.06$ 和 $\eta_2 = 20e^{-t} + 0.5$. 死区参数为 $d_u = 0.0012$, $d_d = 0.0011$ 和 $\psi = 1.1$; 控制增益为 $c_1 = 6.5$ 和 $c_2 = 800$; 其他参数为 $\kappa_1 = \kappa_2 = 0.0012$, $\varpi = 0.088$, $\beta = 0.09$, $\rho = 0.001$, $\varepsilon_1 = 0.0025$, $\varepsilon_2 = 1.35$, $r_1 = 13$, $\bar{r}_1 = 2$, $r_2 = 0.01$, $\bar{r}_2 = 1$, $r_3 = 0.5$, $\bar{r}_3 = 15$, $r_4 = 1.4$, $\bar{r}_4 = 0.1$, $a = 75$. 初始条件取 $[x_1(0), x_2(0), x_3(0), x_4(0), \vartheta_1(0), \vartheta_2(0), \vartheta_3(0), \vartheta_4(0)]^T = [0.1, 0.02, 0.05, 0, 50, 3, 50, 1]$.

图 1 展示了考虑死区输出的 1/4 主动悬架系统的系统输出跟踪轨迹, 能够看出即使在发生死区输出时, 系统输出依然能够快速收敛至期望输出附近, 证明此控制方案能够使主动悬架系统有效保证行车时乘客的舒适度. 图 2 分别展示了系统全状态跟踪误差在约束函数作用下的收敛情况, 从图中可以清晰看出系统跟踪轨迹快速地从暂态响应达到稳态响应, 具有较好的收敛性, 并始终保持在预设性能约束范围内, 说明所设计控制方案能够对全状态跟踪误差进行有效约束. 图 3 是系统 3 个状态的轨迹, 可以看出本文所提出控制方案能有效保证系统内所有状

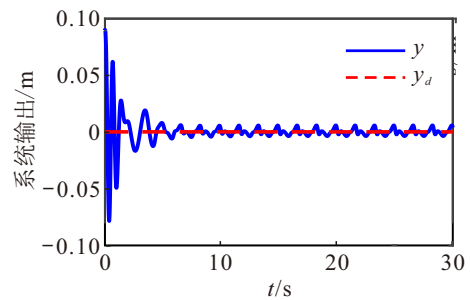


图1 跟踪轨迹

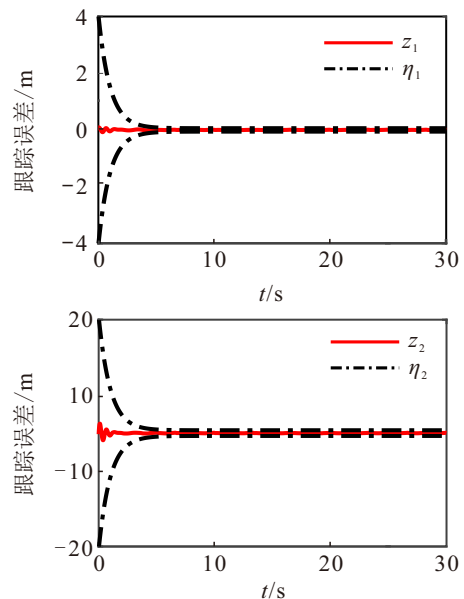
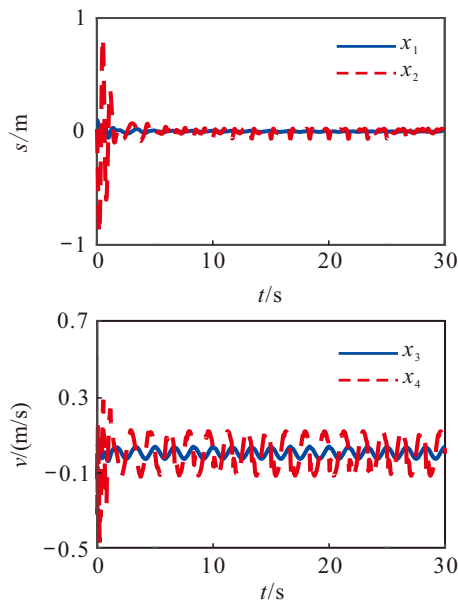
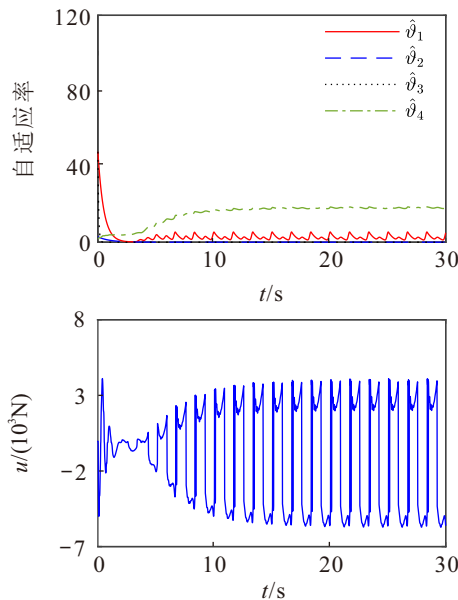


图2 跟踪误差 z_1 与 z_2

图3 系统状态 $x_i, i = 1, 2, 3, 4$ 图4 自适应律与控制输入 u

态快速达到有界且稳定,验证了全状态跟踪误差约束在本系统中的有效性.图4是4个自适应律变化曲线与控制输入 u 的变化曲线,可以看出所提出控制方案使自适应律和控制输入最终均趋于稳定且有界.因此,本文所提出的有限时间控制方案可以有效地实现预设跟踪控制,且确保所有信号的有界性.

注4 本文方案的控制性能主要依赖于控制增益 c_i 以及其他相关参数.为了确保理想的跟踪性能,往往需要选择尽可能大的控制增益 c_i 以及参数 \bar{r}_i .然而,过大的控制增益将会产生较大的控制成本.因此,需要在控制增益与跟踪误差的收敛性能之间进行适当地权衡.其他参数根据经验进行选取,在仿真中,主要通过试错法选择这些参数.

5 结论

本文针对考虑死区输出的1/4主动悬架系统,设计了一种新型自适应非奇异有限时间控制方案.为了保证车辆行驶途中的舒适度与安全性的同时避免控制器“奇异值”问题,采用了基于预设性能函数的误差转换方法对全状态跟踪误差进行约束.然后,结合自适应模糊逼近方法和非线性滤波器技术设计控制方案并避免了反步法中可能出现的“微分爆炸”现象.随后,设计了对称障碍李雅普诺夫函数对车身子系统的有限时间稳定性进行了分析,并通过零动态性能分析得到了悬架空间的限制条件.最后,通过仿真实验验证了本文所提出控制方案能有效限制系统跟踪误差,并保证1/4主动悬架系统的舒适性与安全性.

参考文献 (References)

- [1] Soliman A, Kaldas M. Semi-active suspension systems from research to mass-market — A review[J]. *Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control*, 2021, 40(2): 1005-1023.
- [2] 胡银龙, 彭佳薇. 考虑输入和输出约束的主动悬架系统自适应容错控制[J]. *控制与决策*, 2025, 40(2): 693-698.
(Hu Y L, Peng J W. Adaptive fault-tolerant control of active suspension systems with input and output constraints[J]. *Control and Decision*, 2025, 40(2): 693-698.)
- [3] Pan H H, Sun W C, Jing X J, et al. Adaptive tracking control for active suspension systems with non-ideal actuators[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2017, 399: 2-20.
- [4] Liu S B, Zhou H Y, Luo X X, et al. Adaptive sliding fault tolerant control for nonlinear uncertain active suspension systems[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2016, 353(1): 180-199.
- [5] Zhang J H, Sun W C, Jing H H. Nonlinear robust control of antilock braking systems assisted by active suspensions for automobile[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2019, 27(3): 1352-1359.
- [6] 李元新, 魏淑仪. 具有输入饱和的不确定非线性系统自适应渐近跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2023, 38(8): 2326-2334.
(Li Y X, Wei S Y. Adaptive asymptotic tracking of uncertain nonlinear systems with input saturation[J]. *Control and Decision*, 2023, 38(8): 2326-2334.)
- [7] Zhang Y H, Xie L P, Zhang K J. Fast finite-time fuzzy control for a class of nonstrict feedback systems with input quantization[J]. *International Journal of Fuzzy Systems*, 2023, 25(3): 1213-1226.
- [8] 王芳, 吕紫青, 单锐, 等. 输出受限的不确定非线性系统的自适应固定时间控制[J]. *控制与决策*, 2022, 37(9): 2265-2273.

- (Wang F, Lv Z Q, Shan R, et al. Adaptive fixed-time control for uncertain nonlinear systems with output constraints[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(9): 2265-2273.)
- [9] 朱志斌, 刘忠信, 王付永, 等. 基于混合事件触发机制的多智能体系统有限时间包容控制[J]. *控制与决策*, DOI: 10.13195/j.kzyjc.2024.0803.
(Zhu Z B, Liu Z X, Wang F Y, et al. Finite-time containment control for multi-agent systems via hybrid event-triggered mechanism[J]. *Control and Decision*, DOI: 10.13195/j.kzyjc.2024.0803.)
- [10] 李璐珂, 甘勤涛, 孙海涛. 切换拓扑下多智能体系统的固定/预定时间优化一致性[J]. *控制与决策*, DOI: 10.13195/j.kzyjc.2024.0906.
(Li L K, Gan Q T, Sun H T. Distributed fixed/predefined-time optimal consensus for multi-agent systems under switching topologies[J]. *Control and Decision*, DOI: 10.13195/j.kzyjc.2024.0906.)
- [11] Pan H H, Sun W C. Nonlinear output feedback finite-time control for vehicle active suspension systems[J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2019, 15(4): 2073-2082.
- [12] Yuan F Y, Ma Y Z, Liu Y J, et al. Adaptive distributed tracking control for non-affine multi-agent systems with state constraints and dead-zone input[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2022, 359(1): 352-370.
- [13] Liu Z, Wang F, Zhang Y, et al. Adaptive tracking control for a class of nonlinear systems with a fuzzy dead-zone input[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2015, 23(1): 193-204.
- [14] Hua C C, Chen J N, Li Y F, et al. Adaptive prescribed performance control of half-car active suspension system with unknown dead-zone input[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2018, 111: 135-148.
- [15] Ni J K, Wu Z H, Liu L, et al. Fixed-time adaptive neural network control for nonstrict-feedback nonlinear systems with deadzone and output constraint[J]. *ISA Transactions*, 2020, 97: 458-473.
- [16] Ma L, Huo X, Zhao X D, et al. Adaptive neural control for switched nonlinear systems with unknown backlash-like hysteresis and output dead-zone[J]. *Neurocomputing*, 2019, 357: 203-214.
- [17] Liu Z, Lai G Y, Zhang Y, et al. Adaptive fuzzy tracking control of nonlinear time-delay systems with dead-zone output mechanism based on a novel smooth model[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2015, 23(6): 1998-2011.
- [18] Ma Z Y, Tong S C. Nonlinear filters-based adaptive fuzzy control of strict-feedback nonlinear systems with unknown asymmetric dead-zone output[J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2024, 21(4): 5099-5109.
- [19] 王敏, 孙宗耀, 刘新芝, 等. 基于事件触发策略的受扰非线性系统的预设性能跟踪控制[J]. *控制与决策*, DOI: 10.13195/j.kzyjc.2024.0835.
(Wang M, Sun Z Y, Liu X Z, et al. Event-triggered prescribed performance control for a class of nonlinear system subject to disturbances[J]. *Control and Decision*, DOI: 10.13195/j.kzyjc.2024.0835.)
- [20] Feng Z, Li R B, Jing X. Neuroadaptive control for active suspension systems with time-varying motion constraints: A feasibility-condition-free method[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2024, 54(1): 287-297.
- [21] 孙丽颖, 王新, 白锐. 考虑输入约束的半主动悬架非线性自适应控制[J]. *控制与决策*, 2018, 33(11): 2099-2103.
(Sun L Y, Wang X, Bai R. Nonlinear adaptive control for semi-active suspension with input constraints[J]. *Control and Decision*, 2018, 33(11): 2099-2103.)
- [22] Liu Y J, Zeng Q, Tong S C, et al. Adaptive neural network control for active suspension systems with time-varying vertical displacement and speed constraints[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2019, 66(12): 9458-9466.
- [23] Li Y M, Ma Z Y, Tong S C. Adaptive fuzzy fault-tolerant control of nontriangular structure nonlinear systems with error constraint[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2018, 26(4): 2062-2074.
- [24] Du P H, Pan Y N, Li H Y, et al. Nonsingular finite-time event-triggered fuzzy control for large-scale nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2021, 29(8): 2088-2099.

作者简介

刘艳丽(1990-),女,副教授,博士,硕士生导师,主要研究方向为复杂系统的分析与控制、智能控制, E-mail: liuyanlizl@163.com;

杨鑫宇(1999-),男,硕士生,主要研究方向为非线性系统跟踪控制, E-mail: yangxinyu9953@163.com;

郝立颖(1982-),女,教授,博士,博士生导师,主要研究方向为复杂系统控制理论与应用, E-mail: haoliying_0305@163.com.