

控制与决策

Control and Decision

基于多准则并行采样的昂贵多目标优化

秦淑芬, 孙超利

引用本文:

秦淑芬, 孙超利. 基于多准则并行采样的昂贵多目标优化[J]. *控制与决策*, 2025, 40(7): 2281–2289.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2024.1257>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[基于分类的多策略预测方法求解动态多目标优化问题](#)

[Classification-based multi-strategy prediction method for dynamic multiobjective optimization problems](#)

控制与决策. 2021, 36(7): 1569–1580 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1320>

[基于复杂昂贵仿真的体系效能多目标优化](#)

Complex and expensive simulation based multi-objective optimization to system-of-system effectiveness

控制与决策. 2021, 36(3): 589–598 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0844>

[基于分解的多目标多因子进化算法](#)

A multiobjective multifactorial evolutionary algorithm based on decomposition

控制与决策. 2021, 36(3): 637–644 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0525>

[基于向量角分解的高维多目标进化算法](#)

Many-objective evolutionary algorithm based on vector angle decomposition

控制与决策. 2021, 36(3): 761–768 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0925>

[求解约束优化问题的改进果蝇优化算法及其工程应用](#)

Improved fruit fly optimization algorithm for solving constrained optimization problems and engineering applications

控制与决策. 2021, 36(2): 314–324 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0557>

基于多准则并行采样的昂贵多目标优化

秦淑芬, 孙超利[†]

(太原科技大学 计算机科学与技术学院, 太原 030024)

摘要: 实际仿真模拟辅助设计的多目标优化问题, 完成一次性能评估的成本代价极其昂贵. 基于历史数据训练廉价的代理模型, 辅助多目标优化算法求解昂贵多目标优化问题, 是目前主流方法之一. 然而, 当优化目标数量增多时, 将面临模型管理中如何选取新样本改善模型质量的困难. 为此, 从多个目标估值与其可靠性平衡、解的收敛性和多样性自适应平衡、当前样本分布三方面考虑, 分别提出基于线性组合置信下界函数、自适应性能平衡函数、标量偏差矩阵的 3 个采样准则, 并行选取若干个体进行真实函数评价后填充样本集, 提高模型引导多目标优化算法寻优效率. 同时, 引入非支配样本引导当前种群搜索, 加快定位最优区域. 最后应用两个经典多目标问题集和两个优化实例, 与 5 个先进算法比较, 验证了所提算法的有效性.

关键词: 昂贵多目标优化; 代理模型辅助进化搜索; 多准则并行采样; 性能平衡; 标量偏差矩阵

中图分类号: TP18 **文献标志码:** A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2024.1257

引用格式: 秦淑芬, 孙超利. 基于多准则并行采样的昂贵多目标优化 [J]. 控制与决策, 2025, 40(7): 2281-2289.

Expensive multi-objective optimization based on multi-criteria parallel sampling

QIN Shu-fen, SUN Chao-li[†]

(College of Computer Science and Technology, Taiyuan University of Science and Technology, Taiyuan 030024, China)

Abstract: In practice, multi-objective optimization problems are constructed via computer simulations, and function evaluation is quite costly. It is a popular method for training surrogate models based on historical data to help multi-objective optimization algorithms solve computationally expensive multi-objective problems. However, when the number of optimized objectives increases, it will become more difficult to choose individuals to enhance model quality in model management. To this end, this paper proposes three sampling criteria containing the linear combination confidence lower bound function, the adaptive performance balance criteria, and the scalar deviation matrix to select several individuals to infill the sample set to improve the efficiency of the model-guided multi-objective optimization algorithm for finding the optimal solution from three aspects: the balance between multiple objective estimations and their reliability, the adaptive balance of convergence and diversity of solutions, and current sample distribution, respectively. Meanwhile, non-dominated samples are adopted to drive the current population search, which speeds up searching for the most promising region. Finally, compared with five advanced algorithms, the proposed algorithm is effective on two classical multi-objective test suites and two optimization instances.

Keywords: expensive multi-objective optimization; surrogate model-assisted evolutionary search; multi-criteria parallel sampling; performance balance; scalar deviation matrix

0 引言

多目标优化在工程应用中很常见, 像机器人双臂协调优化、车辆碰撞优化设计、机翼设计优化等实

际问题^[1-2], 通常涉及多个同时优化的目标函数, 且某个目标性能的提升将会导致其余任意目标性能的退化. 这些优化问题通常基于模拟实验进行问题设计,

收稿日期: 2024-10-29; **录用日期:** 2025-01-09.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (62303344, 62372319); 山西省重点研发项目 (202102020101002); 山西省基础研究计划项目 (202203021222196); 来晋工作优秀博士基金项目 (20232052); 博士科研启动基金 (20222053).

责任编辑: 巩敦卫.

[†]通信作者. E-mail: chaoli.sun@tyust.edu.cn.

本文附带电子附录文件, 可登录本刊官网该文“资源附件”区自行下载阅览.

每执行一次性能评估,将耗费几个小时、几天,以及大量的财力、物力等资源,成本代价极其昂贵。因此,这类问题一般归为昂贵多目标优化问题^[3-4]。多目标进化算法^[5-7]已在复杂多目标优化问题上得到了广泛应用,但是这类算法在优化过程中,每一代的所有个体都需要进行真实函数评价,执行多次迭代搜索会耗费大量的函数评价次数。

代理模型辅助的多目标进化算法^[8-9]是求解昂贵多目标优化问题的重要方法,借助机器学习技术,基于少量的历史数据训练廉价的代理模型,以减少昂贵的函数评价次数;同时,代理模型引导多目标优化算法寻优,从中选取个体来更新模型,实现使用较少的资源找到待优化问题的最优解集。目前,常用的代理模型有高斯过程、径向基函数网络、人工神经网络、支持向量机等,其中高斯过程回归模型预测一个未知解时,可同时输出函数估值及其估值不确定度信息,这为研究者们融合这两个特性来选取新解进行真实函数评价更新代理模型创造了有利条件。

影响代理模型辅助的多目标优化算法性能的主要因素有底层优化算法和模型管理,其中模型管理中填充采样策略对改善模型质量起到关键作用。目前,基于代理模型辅助的多目标进化优化框架,现有的填充采样策略有:1)基于贝叶斯优化思想的单填充准则^[10-12];2)基于多准则交替采样策略^[13-15]。第1类方法,利用贝叶斯优化思想融合目标估值和其估值不确定度,通常忽略了种群多样性,难以在大多数多目标优化问题上呈现良好性能;第2类方法,从种群收敛性、多样性或者当前估值不确定度方面分别考虑选样,每次仅依据一个准则选取一个或者若干个个体更新代理模型,其依据标准假设了估值种群的较高预测率。针对上述问题,本文融合贝叶斯优化和多目标进化思想,从多目标之间探索和开采、目标空间中个体性能评估、样本在目标空间分布三方面出发,设计并应用多个填充准则并行选取若干个个体进行真实目标函数评价,以更新历史代理模型。提出基于多准则并行采样的昂贵多目标优化算法(EMOEA-MPS),主要贡献如下。

1)提出了利用高质量样本引导基于分解框架的多目标进化算法搜索模型最优,同时融入多准则采样策略选取个体改善模型质量,实现利用较少资源基于代理模型引导进化算法搜索获得最优解集。

2)提出一个线性组合置信下界函数(LCB),将多个目标估值与其估值不确定度的差值进行线性加权组合,实现综合每个目标函数的探索和开采能力;进一步,提出根据种群进化状态,利用已有样本到理

想点距离与样本间最小距离的差值,平衡历史样本收敛性和多样性分布,以选取个体进行真实函数评价。

3)提出标量偏差矩阵方法,基于所有目标构成的标准差,衡量该样本相对于中心位置的偏差程度,依据当前样本在目标空间分布来选取个体更新模型。

1 相关工作

在贝叶斯优化的单填充准则^[12-16]中,通常依据基于高斯回归模型近似获得的函数估值及其估值不确定度计算所得的获取函数,从候选种群中选择一个或者若干个个体进行真实函数评价更新代理模型。Zhan等^[10]提出了基于个体函数估值与非支配样本函数值的期望提升(EI)矩阵标量化方法,应用贝叶斯优化思想选择期望提升值最大的个体进行真实函数评价。林成龙等^[17]提出了基于切比雪夫和曼哈顿距离改进的约束EI矩阵融合贝叶斯优化选取最优个体填充样本集。Tang等^[18]提出利用拐点引导产生参考向量,据此优化基于聚合函数的EI值,找到最好的个体使用真实函数评价。孙超利等^[19]提出了基于角度惩罚距离近似值和估值不确定度的EI函数,根据该函数选取若干个个体来使用真实函数评价。最近,Qin等^[11]提出了利用GP模型评估个体性能的期望提升准则,选取性能提升最大的个体进行真实函数评价,该方法在大多数优化问题上获得了显著成效,但也增加了计算时间。

基于多准则采样策略,依据当前估计种群分布状态,选择一个标准挑选出若干个个体进行真实函数评价。Chugh等^[13]提出了基于角度惩罚距离函数APD和估值不确定度准则,通过判断当前种群在活跃参考向量集的分布,利用一个准则选取若干个个体进行真实函数评价。Song等^[14]基于估计种群分布状态,提出了收敛性、多样性、不确定度采样准则,并选取其中一个准则采样。Wang等^[15]提出了根据自适应LCB参数,利用基于角度或者APD函数选取若干个个体进行真实函数评价。综合来看,这些策略根据个体目标估值的近似分布,利用一个准则选取个体进行真实函数评价,而本文提出了基于多准则并行采样方法,在每次更新历史模型之前,同时应用多个准则选取若干个个体进行真实函数评价,提高了模型引导算法搜索最优解集的效率。

2 基于多准则并行采样的昂贵多目标优化

2.1 算法流程

算法1给出了所提算法EMOEA-MPS的整体流程。初始阶段,在目标空间中产生一组均匀分布的

参考向量 $V^{[20]}$, 用于将一个种群划分为多个子种群并行搜索. 同时, 给定模型初始参数和训练样本集 TS, 对每个目标函数训练一个 GP 模型. 随后, 执行步骤 3 ~ 步骤 34, 利用已训练好的代理模型 MO_G 引导多目标进化算法寻优. 这一阶段, 种群中的个体目标函数值均由模型评估获得, 减少了昂贵函数评价次数. 其中, 步骤 5 ~ 步骤 16 给出了非支配样本引导基于分解策略的多目标优化算法搜索 M 个 GP 模型最优解集的伪代码, M 表示优化目标数量. 步骤 8 中, 将基于快速非支配排序和随机采样方法, 挑选出满足初始种群规模的部分样本, 作为每次迭代优化的初始父代种群引导子代加快进化, 这一过程将在第 3.2 节展开详细介绍. 随后, 步骤 17 ~ 步骤 30 中, 利用多准则并行采样策略, 从基于模型辅助迭代寻优获得的最优子代种群 P_o 中, 挑选若干个体 Pop_{real} 使用真实的目标函数评价并更新模型 MO_G , 这一过程也将在第 3.3 节进行详细介绍. 直到满足算法终止条件, 将训练集 TS 中的所有非支配解输出供用户决策.

算法 1 算法 EMOEA-MPS 流程.

输入: 参考向量集 V ; 训练 GP 模型初始参数 θ, l_b, u_b ; 训练集 TS; N_t 个训练样本 (X, Y) ; 最大真实函数评价次数 Fe_{max} .

输出: 非支配解集.

1. $Fe = |TS|$;
2. $Flag = 0$;
3. while $Fe \leq Fe_{max}$
4. $MO_G = Train(X, Y)$;

****非支配样本引导多目标优化搜索****

5. if $Flag = 0$
6. $P = TS$;
7. else
8. $P = NdsortRandom(TS)$;
9. end if
10. $g = 0$;
11. while $g \leq g_{max}$
12. $g = g + 1$;
13. $P_o = Generation(P)$;
14. $F_c = Evaluation(P \cup P_o)$;
15. $(P, P_o) = Selection(F_c)$;
16. end while

*****基于多准则并行采样策略*****

17. for $i = 1$ to $|P_o|$ // 2.3.1 节
18. $LCB_o \leftarrow$ 计算式 (2);

19. end for
20. $Pop_{s1} \leftarrow$ 式 (3);
21. $\hat{Y} \leftarrow Normalization(Y)$; // 2.3.2 节
22. for $i = 1$ to $|TS|$
23. $d_c(X_i) \leftarrow$ 式 (4);
24. $d_d(X_i) \leftarrow$ 式 (5);
25. $I_p(X_i) \leftarrow$ 式 (6);
26. end for
27. 依据式 (8) 选择填充个体 Pop_{s2} ;
28. 构建标量偏差矩阵, 根据式 (9) ~ (11) 获得个体 Pop_{s3} ; // 2.3.3 节
29. $Pop_{real} = \{Pop_{s1}, Pop_{s2}, Pop_{s3}\}$;
30. 去除 Pop_{real} 中重复解及真实评价过的解;
31. $Fe = Fe + |Pop_{real}|$;
32. $TS \leftarrow TS \cup Pop_{real}$;
33. $Flag = 1$;
34. end while
35. 输出 TS 中所有非支配解.

2.2 非支配样本引导种群寻优策略

多目标优化算法性能是影响模型引导进化算法寻找最优解集的重要因素之一, 而基于模型估值迭代优化, 一定程度会偏离真实最优区域搜索. 因此, 本文提出在优化过程中引入真实评价过样本中的非支配样本作为父代, 引导子代进化, 加速搜索定位最优区域.

算法 1 步骤 5 ~ 步骤 16 中, 在进行初次搜索时, 训练集中的所有样本作为初始父代种群 P 进化搜索模型最优. 随后, 将从训练集中有条件地选择非支配样本, 作为每次搜索模型最优解集的初始父代. 所提算法使用基于参考向量引导的搜索策略寻优, 当种群规模 N 为 100, 优化目标数量 $M \geq 3$ 时, 参考向量数量将会小于 100^[20], 即使所有参考向量均附属个体, 依据分解策略选择出来的种群 P 规模也小于 N . 之后, 将训练集中所有非支配样本加入集合 P 中, 若此时规模大于 N , 则随机挑选 $N - |P|$ 个非支配样本; 否则, 规模小于 N , 按照排序逐层添加, 直到刚好超过 N 时, 从该层随机挑选出满足种群数量的若干样本. 引入非支配样本旨在加快种群搜索定位最优区域, 实验中也对选取部分非支配样本作为父本, 引导种群进化的有效性进行了验证分析, 结果表明, 引入非支配样本将会加快模型辅助多目标优化算法寻找最优解集.

父代种群 P 确定后, 通过遗传交叉、变异产生子代 P_o , 利用模型 MO_G 评估所有个体, 获得相应的函

数估值 F_c , 如步骤 13 和步骤 14 所示. 随后, 在步骤 15 中, 基于目标空间中均匀分布的参考向量 V , 将当前种群划分为多个子种群. 在每个子区域中, 计算所有个体到理想点 $z = \{z_1, z_2, \dots, z_M\}$, $z_j = \min(\tilde{f}_j(x_1), \tilde{f}_j(x_2), \dots, \tilde{f}_j(x_N))$ 的欧氏距离. 鉴于函数估值范围的影响, 计算所有个体距离值之前, 根据式 (1) 将所有个体的目标函数值归一化, 之后选择距离值最小的个体进入下一代优化. 直到满足最大迭代搜索条件 g_{\max} , 获得最优子代种群 P_o .

$$\hat{f}_j(x_i) = \frac{\tilde{f}_j(x_i) - \tilde{f}_j^{\min}}{\tilde{f}_j^{\max} - \tilde{f}_j^{\min}}. \quad (1)$$

2.3 多准则填充采样策略

综合多目标函数估值和估值不确定度、多目标优化中个体整体性能表现、样本分布, 本文提出以下 3 个填充准则并行选取若干个体, 以使用真实函数评价后更新代理模型.

2.3.1 线性组合 LCB 准则

式 (2) 给出了综合个体所有目标估值和估值不确定度差值的置信下界函数 LCB_v . 其中: M 代表优化目标个数; $\tilde{f}_o^j(x_i)$ 代表候选子代 x_i 的第 j 个目标上的函数估值; $s_o^j(x_i)$ 是基于该估值的不确定度, 由 GP 模型预测个体 x_i 时获得. 传统的贝叶斯优化中, 从个体估值和估值不确定度两方面选样, 认为估值不确定度大的位置可能存在最优解, 估值好的位置有助于开采真实最优区域. 当目标数 $M = 1$ 时, 期望 LCB_v 值越小越好; 而 $M > 1$ 时, 由于目标之间的冲突性, 很难平衡多个目标之间估值和估值不确定度关系. 因此, 综合加权平均所有目标的 LCB 值 (即 $\tilde{f}_o^j(x_i) - s_o^j(x_i)$) 获得一个 LCB_v 值, 据此选取具有最小 LCB_v 值的个体进行真实函数评价. 正如算法 1 步骤 17 ~ 步骤 20 所示, 从最优子代种群 P_o 中, 依据式 (3) 选取个体 x_s (记作 Pop_{s_1}) 存放到集合 Pop_{real} 中更新模型, 以平衡模型整体探索和最优位置挖掘能力.

$$LCB_v(x_i) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M (\tilde{f}_o^j(x_i) - s_o^j(x_i)); \quad (2)$$

$$Pop_{s_1} \leftarrow \{x_s \in P_o \mid \min(LCB_v(x_i)), i = \{1, 2, \dots, |P_o|\}\}. \quad (3)$$

2.3.2 基于性能平衡的采样准则

多目标优化中, 个体的性能表现用收敛性和多样性来衡量. 由于个体的收敛程度和多样性分布是基于当前估计种群的判断, 本文通过评估当前真实函数评价过的样本分布, 从最优子代种群中选取个

体填充样本集. 式 (6) 给出了进化过程中, 训练集中样本的收敛性和多样性的综合评价指标. 如算法 1 步骤 21 ~ 步骤 27 所示, 首先, 根据式 (1) 将所有样本的目标函数值归一化后得到 \hat{Y}_i ; 随后, 根据式 (4) 计算它们到理想点 z^* 的欧氏距离, 用来衡量样本收敛性, 其中理想点 z^* 是归一化目标空间的坐标原点; 同时, 根据式 (5) 计算当前样本 X_i 与除去该样本其余所有样本的最小拥挤距离, 用来评估样本多样性.

$$d_c(\mathbf{X}_i) = \|\hat{Y}_i - z^*\|, \quad (4)$$

$$d_d(\mathbf{X}_i) = \min(\text{dist}(\hat{Y}_i, \hat{Y}_j), i \neq j \in \{1, 2, \dots, |\text{TS}|\}), \quad (5)$$

$$I_p(\mathbf{X}_i) = \left(1 - \frac{Fe}{Fe_{\max}}\right) \times d_c(\mathbf{X}_i) - \frac{Fe}{Fe_{\max}} \times d_d(\mathbf{X}_i). \quad (6)$$

假如, 令 $\alpha = 1 - \frac{Fe}{Fe_{\max}}$, $\beta = \frac{Fe}{Fe_{\max}}$, 有

$$\begin{cases} I_p = d_c, \beta \rightarrow 0; \\ I_p = \alpha \cdot d_c - \beta \cdot d_d, 0 < \alpha, \beta < 1; \\ I_p = d_d, \beta \rightarrow 1. \end{cases} \quad (7)$$

从式 (7) 可以得到: 当 $\beta \rightarrow 0$ 时, 算法前期主要依据样本收敛性选择个体, 以保证最优解集开采; 当从 $0 < \beta < 0.5$ ($0.5 \leq \alpha < 1$) 变化到 $0.5 \leq \beta < 1$ ($0 < \alpha < 0.5$) 时, 算法考虑样本的多样性比重逐渐增大, 将增加模型稀疏区域的探索能力. 最后, 如算法 1 步骤 25 和步骤 27 所示, 计算所有样本在归一化目标空间中的性能表现值 I_p , 并挑选出 N_s 个性能最佳的样本, 根据式 (8) 计算所有最优子代个体 x_i 到 N_s 个样本平均位置的距离, 从中选取距离值最小的个体 x_p (记作 Pop_{s_2}) 更新历史训练集 TS .

$$Pop_{s_2} \leftarrow \left\{x_p \in P_o \mid \min\left(\frac{1}{N_s} \sum_{t=1}^{N_s} \text{dist}(x_i, X_t), i = \{1, 2, \dots, |P_o|\}\right)\right\}. \quad (8)$$

其中: X_t 表示第 t 个训练样本; $\text{dist}(\cdot)$ 表示任一子代个体 $x_i \in P_o$ 与样本 X_t 在决策空间的欧氏距离; N_s 表示 I_p 值最好的样本数, 实验中对该参数进行敏感性分析, 得出 $N_s = 5$ 时, 在大多数测试问题上获得了较好结果.

2.3.3 基于标量偏差矩阵的采样准则

标准差是一种衡量一组数据分散程度的常用方法. 样本在高维目标空间中, 其分布由每个目标函数值来决定. 因此, 从样本函数变化值出发, 基于每个目标, 计算样本函数值与平均值偏差来构建矩阵

$$\nabla_m \cdot \begin{bmatrix} Y_{11} & \dots & Y_{1j} & \dots & Y_{1M} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{i1} & \dots & Y_{ij} & \dots & Y_{iM} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{|TS|1} & \dots & Y_{|TS|j} & \dots & Y_{|TS|M} \end{bmatrix} \xrightarrow{\nabla_{ij}=Y_{ij}-\bar{Y}_j} \begin{bmatrix} \nabla_{11} & \dots & \nabla_{1j} & \dots & \nabla_{1M} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \nabla_{i1} & \dots & \nabla_{ij} & \dots & \nabla_{iM} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \nabla_{|TS|1} & \dots & \nabla_{|TS|j} & \dots & \nabla_{|TS|M} \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{标量化}} \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \frac{Y_{ij}}{\sum_{j=1}^M Y_{ij}} \times \nabla_{ij}^2}, \quad (9)$$

$$X_S \leftarrow \min \left(\sqrt{\frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \frac{Y_{ij}}{\sum_{j=1}^M Y_{ij}} \times \nabla_{ij}^2}, \quad i = \{1, 2, \dots, |TS|\} \right), \quad (10)$$

$$\text{Pop}_{s_3} \leftarrow \{x_q \in P_o \mid \min(\text{dist}(x_i, X_s), i = \{1, 2, \dots, |P_o|\})\}. \quad (11)$$

其中: Y_{ij} 表示第 i 个样本的第 j 个目标函数值, \bar{Y}_j 表示所有样本在第 j 个目标上函数平均值, ∇_{ij} 表示样本 X_i 的第 j 个目标函数值 Y_{ij} 与均值 \bar{Y}_j 的差值. 根据式 (9), 将所有目标差值加权平方和, 其均方根用来判断当前样本相较于所有样本在目标空间中心位置

的偏离程度. 偏差程度较小的区域, 其预测新解能力相对较强, 可能潜在最优解. 随后, 根据式 (10) 确定所有样本中偏差程度最小的样本 X_s , 并从最优子代种群中选取与该样本在决策空间中距离最小的个体 x_q (记作 Pop_{s_3}) 重新训练模型, 旨在利用样本在目标空间中与平均位置关系, 增强模型探索能力.

3 实验设计

3.1 实验设置

实验应用经典的多目标测试问题集 DTLZ、WFG^[21] 测试所提算法 EMOEA-MPS 的性能, 并选取当前流行的 5 个代理模型辅助的多目标优化算法

表1 6 个对比算法在 DTLZ (D1 ~ D7) 测试问题集上的 IGD⁺ 统计结果

P	M	K-RVEA	CSEA	ABSAEA	KTA2	ESF-RVEA	EMOEA-MPS
D1	3	8.437 5e+1 (1.62e+1)-	5.188 3e+1 (1.16e+1)=	8.038 8e+1 (1.68e+1)-	4.785 3e+1 (1.82e+1)=	8.170 5e+1 (1.47e+1)-	5.700 4e+1 (2.23e+1)
	5	4.481 6e+1 (1.33e+1)-	2.975 7e+1 (9.38e+0)=	3.864 3e+1 (1.28e+1)-	2.798 7e+1 (6.62e+0)=	3.578 3e+1 (1.15e+1)-	2.741 6e+1 (1.12e+1)
	8	7.689 7e+0 (3.93e+0)-	4.360 4e+0 (1.92e+0)-	6.955 5e+0 (2.64e+0)-	4.808 8e+0 (2.78e+0)-	5.568 0e+0 (3.41e+0)-	3.014 2e+0 (1.64e+0)
	10	2.751 8e-1 (1.73e-1)-	2.585 2e-1 (1.23e-1)-	2.133 9e-1 (9.46e-2)-	2.412 1e-1 (8.82e-2)-	2.453 2e-1 (8.07e-2)-	1.906 1e-1 (7.35e-2)
D2	3	8.059 1e-2 (1.46e-2)-	1.510 6e-1 (2.66e-2)-	9.070 0e-2 (2.70e-2)-	3.709 2e-2 (3.72e-3)+	5.801 7e-2 (1.20e+2)+	6.490 6e-2 (6.96e-3)
	5	1.835 8e-1 (1.41e-2)-	2.487 1e-1 (3.16e-2)-	1.763 0e-1 (2.40e-2)-	1.386 2e-1 (1.42e-2)+	1.458 2e-1 (2.43e-2)-	1.507 1e-1 (1.67e-2)
	8	2.287 2e-1 (9.41e-3)-	3.848 3e-1 (2.55e-2)-	2.310 9e-1 (1.53e-2)-	3.362 2e-1 (3.22e-2)-	2.024 4e-1 (1.03e-2)+	2.203 5e-1 (3.98e-2)
	10	2.398 9e-1 (1.18e-2)=	4.151 1e-1 (1.75e-2)-	2.064 7e-1 (7.89e-3)+	3.108 5e-1 (2.21e-2)-	2.086 5e-1 (8.88e-3)+	2.471 9e-1 (1.68e-2)
D3	3	2.485 3e+2 (5.74e+1)-	1.558 9e+2 (3.46e+1)=	2.332 3e+2 (5.27e+1)-	1.556 5e+2 (4.06e+1)=	1.887 5e+2 (4.17e+1)=	1.615 0e+2 (6.66e+1)
	5	1.391 2e+2 (3.93e+1)-	7.852 3e+1 (2.44e+1)=	1.378 4e+2 (3.75e+1)-	7.412 1e+1 (2.57e+1)=	1.185 1e+2 (2.91e+1)-	9.221 0e+1 (3.74e+1)
	8	2.584 3e+1 (1.12e+1)-	1.432 9e+1 (7.18e+0)=	1.949 1e+1 (1.08e+1)=	1.507 7e+1 (7.85e+0)=	2.134 8e+1 (1.12e+1)-	1.304 5e+1 (9.52e+0)
	10	9.287 8e-1 (4.59e-1)-	6.664 2e-1 (2.21e-1)=	7.859 2e-1 (3.93e-1)=	9.397 7e-1 (3.77e-1)-	6.557 1e-1 (2.01e-1)=	6.085 5e-1 (8.44e-2)
D4	3	2.192 6e-1 (8.14e-2)-	2.386 7e-1 (9.26e-2)-	2.688 6e-1 (9.49e-2)-	2.176 4e-1 (1.07e-1)-	2.492 2e-1 (9.12e-2)-	1.233 5e-1 (3.73e-2)
	5	3.028 3e-1 (8.34e-2)-	2.185 1e-1 (3.56e-2)=	3.109 4e-1 (6.16e-2)-	3.583 1e-1 (8.65e-2)-	2.931 0e-1 (4.63e-2)-	2.240 2e-1 (4.73e-2)
	8	2.737 9e-1 (3.83e-2)=	2.808 2e-1 (2.78e-2)-	3.041 4e-1 (5.11e-2)-	3.302 1e-1 (5.01e-2)-	2.721 7e-1 (3.73e-2)=	2.570 9e-1 (2.83e-2)
	10	2.653 0e-1 (2.04e-2)=	2.797 8e-1 (2.05e-2)-	2.990 3e-1 (3.17e-2)-	2.819 5e-1 (2.74e-2)-	2.513 4e-1 (1.84e-2)=	2.639 0e-1 (3.28e-2)
D5	3	6.855 4e-2 (2.16e-2)-	8.846 6e-2 (2.54e-2)-	6.827 7e-2 (2.92e-2)-	7.959 0e-3 (1.68e-3)+	2.361 3e-2 (4.57e-3)-	1.762 4e-2 (1.28e-2)
	5	3.080 4e-2 (9.79e-3)=	8.030 8e-2 (2.76e-2)-	3.100 e-2 (1.06e-2)=	6.738 9e-2 (2.79e-2)-	2.225 0e-2 (5.01e-3)+	4.426 7e-2 (2.30e-2)
	8	1.465 9e-2 (4.67e-3)=	2.681 4e-2 (1.01e-2)-	1.175 9e-2 (3.73e-3)+	5.670 1e-2 (1.38e-2)-	1.242 9e-2 (2.99e-3)=	1.468 3e-2 (5.38e-3)
	10	6.419 7e-3 (1.09e-3)+	7.233 2e-3 (8.05e-4)=	5.161 1e-3 (9.24e-4)+	1.244 5e-2 (2.01e-3)-	5.399 6e-3 (8.22e-4)+	7.861 7e-3 (1.57e-3)
D6	3	3.145 0e+0 (4.37e-1)-	5.099 2e+0 (5.50e-1)-	3.613 7e+0 (4.77e-1)-	1.711 7e+0 (5.41e-1)+	3.400 4e+0 (5.08e-1)-	2.167 7e+0 (5.39e-1)
	5	1.873 5e+0 (3.45e-1)-	3.942 0e+0 (5.27e-1)-	2.267 0e+0 (5.01e-1)-	1.693 9e+0 (4.34e-1)-	2.695 7e+0 (3.56e-1)-	1.386 4e+0 (3.25e-1)
	8	4.287 4e-1 (2.30e-1)=	1.436 0e+0 (4.03e-1)-	5.488 3e-1 (2.57e-1)-	8.212 5e-1 (4.56e-1)-	7.080 9e-1 (3.68e-1)-	3.004 9e-1 (1.97e-1)
	10	2.958 1e-2 (1.04e-2)=	1.000 1e-1 (1.83e-1)=	1.168 2e-1 (9.87e-2)-	7.056 6e-2 (4.02e-2)-	4.667 6e-2 (2.68e-2)-	3.193 7e-2 (1.77e-2)
D7	3	1.020 9e-1 (3.62e-2)-	1.428 3e+0 (4.04e-1)-	1.446 2e-1 (1.49e-1)-	2.082 2e-1 (2.47e-1)=	3.124 2e-1 (2.10e-1)-	4.841 5e-2 (4.55e-3)
	5	3.990 0e-1 (1.10e-1)-	3.274 9e+0 (6.53e-1)-	9.860 3e-1 (3.23e-1)-	3.502 4e-1 (1.50e-1)=	4.614 4e-1 (2.52e-1)-	3.100 2e-1 (1.17e-1)
	8	6.235 3e-1 (1.11e-1)+	6.214 0e+0 (2.64e+0)-	1.614 8e+0 (4.48e-1)=	6.698 8e-1 (1.01e-1)+	7.029 7e-1 (8.44e-2)+	1.493 3e+0 (3.27e-1)
	10	9.282 2e-1 (6.86e-2)+	1.868 8e+0 (4.33e-1)-	1.240 7e+0 (1.80e-1)+	1.160 2e+0 (2.28e-1)+	8.790 5e-1 (6.98e-2)+	1.549 9e+0 (3.69e-1)
+/-/=		3/18/7	0/19/9	4/19/5	6/15/7	7/15/6	—

K-RVEA^[13]、CSEA^[22]、ABSAEA^[15]、KTA2^[14]、ESF-RVEA^[23] 进行比较。CSEA 算法通过训练分类器预测子代质量,其余算法均使用 GP 模型近似原问题,依据一个标准选择若干个体更新模型,而所提算法 ESF-RVEA 根据解集多样性来选取填充个体。

关于算法相关参数设置,所有算法的种群规模 N 均设置为 100,优化目标数量 $M = \{3, 5, 8, 10\}$,参考向量数量则相应为 91、85、72、65,决策变量维度 $D = 10$ 。目前,可允许的最大真实函数评价次数 $F_{e_{max}}$ 通常设为 300。初始样本数量 $N_I = 100$,算法 KTA2^[14] 使用原文设置为 100,其余对比算法为 $11 \times D - 1$ 。所提算法中,基于非支配样本引导搜索模型

最优解集的迭代优化次数 $g_{max} = 10$ 。所有算法均独立运行 20 次,并用两个经典性能指标 $IGD^{+[24]}$ 和 $HV^{[25]}$ 评价获得的非支配解集质量,其中 IGD^+ 值越小或者 HV 值越大,表明算法性能越好。同时,采用 Wilcoxon 秩和检验方法,统计检验所提算法获得的最优解集相较于对比算法是否具有显著性差异,所有表格中的符号“+”“-”“=”分别用来记作对比算法显著好、差或者近似于所提算法 EMOEA-MPS。

3.2 测试问题集对比分析

表 1 和表 2 分别列出了所有对比算法在 3、5、8、10 个目标 DTLZ1 ~ DTLZ7 (D1 ~ D7) 和 WFG1 ~ WFG9 (W1 ~ W9) 测试问题上获得最优解集的 IGD^+

表2 六个对比算法在 WFG(W1-W9) 测试问题集上的 IGD^+ 统计结果

P	M	K-RVEA	CSEA	ABSAEA	KTA2	ESF-RVEA	EMOEA-MPS
W1	3	1.728 8e+0 (8.73e-2)=	1.703 1e+0 (6.75e-2)=	1.773 7e+0 (1.50e-1)=	1.810 2e+0 (1.62e-1)=	1.791 1e+0 (1.14e-1)-	1.735 6e+0 (1.07e-1)
	5	2.173 6e+0 (9.12e-2)=	2.152 9e+0 (7.55e-2)=	2.224 7e+0 (8.11e-2)-	2.209 4e+0 (1.06e-1)=	2.213 5e+0 (7.12e-2)=	2.168 9e+0 (6.31e-2)
	8	2.640 1e+0 (8.46e-2)=	2.661 8e+0 (6.73e-2)-	2.680 9e+0 (6.44e-2)-	2.587 2e+0 (1.39e-1)=	2.671 6e+0 (7.00e-2)-	2.569 8e+0 (1.56e-1)
	10	2.800 8e+0 (1.10e-1)-	2.726 3e+0 (1.42e-1)=	2.850 7e+0 (1.05e-1)-	2.587 3e+0 (4.91e-1)=	2.853 2e+0 (7.03e-2)-	2.516 6e+0 (4.76e-1)
W2	3	3.060 3e-1 (3.72e-2)-	5.013 9e-1 (7.95e-2)-	3.239 6e-1 (9.80e-2)-	2.086 8e-1 (4.39e-2)=	2.498 1e-1 (2.79e-2)-	1.905 8e-1 (2.40e-2)
	5	3.443 8e-1 (3.89e-2)-	7.292 8e-1 (2.73e-1)-	4.294 5e-1 (1.75e-1)-	4.056 3e-1 (7.24e-2)-	4.638 5e-1 (3.91e-1)-	2.395 5e-1 (2.49e-2)
	8	3.853 3e-1 (1.06e-1)+	1.882 0e+0 (8.01e-1)-	5.148 4e-1 (1.74e-1)=	6.943 0e-1 (1.53e-1)-	5.391 0e-1 (1.50e-1)=	6.099 9e-1 (2.07e-1)
	10	4.102 3e-1 (1.47e-1)+	2.509 3e+0 (1.19e+0)-	4.646 9e-1 (1.23e-1)=	7.873 7e-1 (2.20e-1)-	7.081 3e-1 (1.98e-1)-	6.225 4e-1 (3.59e-1)
W3	3	4.016 6e-1 (5.78e-2)-	4.742 8e-1 (5.11e-2)-	3.673 1e-1 (7.78e-2)-	3.006 9e-1 (6.64e-2)-	3.546 1e-1 (9.93e-2)-	2.157 7e-1 (3.21e-2)
	5	4.690 1e-1 (9.17e-2)-	5.367 6e-1 (9.72e-2)-	4.395 9e-1 (6.60e-2)-	5.977 4e-1 (8.09e-2)-	6.348 6e-1 (8.20e-2)-	2.407 1e-1 (5.66e-2)
	8	7.914 5e-1 (1.46e-1)-	7.108 2e-1 (1.22e-1)-	6.888 4e-1 (1.08e-1)-	8.777 0e-1 (7.25e-2)-	8.938 9e-1 (1.35e-1)-	3.181 9e-1 (4.64e-2)
	10	5.511 4e-1 (7.62e-2)-	5.607 2e-1 (1.14e-1)-	4.636 3e-1 (1.11e-1)-	8.039 1e-1 (9.44e-2)-	6.838 9e-1 (9.98e-2)-	2.594 2e-1 (7.52e-2)
W4	3	3.772 0e-1 (2.23e-2)-	3.305 6e-1 (3.18e-2)-	3.469 6e-1 (1.80e-2)-	3.544 8e-1 (2.01e-2)-	3.307 4e-1 (2.88e-2)-	3.090 8e-1 (2.53e-2)
	5	7.932 7e-1 (5.57e-2)-	1.474 7e+0 (3.69e-1)-	7.535 8e-1 (8.70e-2)-	9.092 3e-1 (1.53e-1)-	7.360 5e-1 (3.57e-2)-	6.816 0e-1 (3.60e-2)
	8	2.142 6e+0 (6.17e-1)+	5.178 1e+0 (6.28e-1)-	1.783 3e+0 (3.69e-1)+	2.117 9e+0 (3.43e-1)+	2.106 0e+0 (4.24e-1)+	2.408 7e+0 (4.03e-1)
	10	3.834 4e+0 (1.17e+0)=	7.716 4e+0 (7.46e-1)-	3.564 4e+0 (1.35e+0)=	3.556 5e+0 (5.34e-1)=	3.620 3e+0 (7.72e-1)=	3.660 9e+0 (5.23e-1)
W5	3	3.399 6e-1 (5.43e-2)-	3.979 3e-1 (5.42e-2)-	3.560 3e-1 (6.79e-2)-	2.259 8e-1 (6.15e-2)+	3.150 9e-1 (5.38e-2)=	3.006 5e-1 (7.11e-2)
	5	7.776 2e-1 (7.20e-2)-	1.105 3e+0 (2.18e-1)-	7.697 3e-1 (7.41e-2)-	8.445 0e-1 (5.96e-2)-	7.918 4e-1 (8.53e-2)-	7.155 1e-1 (7.80e-2)
	8	1.664 7e+0 (2.78e-1)+	4.183 9e+0 (5.33e-1)-	1.923 4e+0 (3.38e-1)=	2.789 6e+0 (4.54e-1)-	1.666 8e+0 (1.26e-1)+	1.992 1e+0 (3.80e-1)
	10	2.318 7e+0 (7.65e-1)=	6.173 5e+0 (3.82e-1)-	2.382 2e+0 (5.66e-1)=	3.110 4e+0 (4.51e-1)-	2.275 1e+0 (7.16e-1)=	2.130 5e+0 (3.33e-1)
W6	3	6.663 1e-1 (5.94e-2)-	5.687 6e-1 (4.13e-2)=	6.483 0e-1 (4.08e-2)-	5.529 0e-1 (8.22e-2)=	5.306 5e-1 (7.89e-2)=	5.420 4e-1 (1.20e-1)
	5	1.188 6e+0 (9.62e-2)-	1.312 0e+0 (2.02e-1)-	1.419 3e+0 (1.40e-1)-	1.143 1e+0 (7.37e-2)-	9.674 4e-1 (9.69e-2)-	8.962 2e-1 (1.09e-1)
	8	1.496 3e+0 (1.51e-1)-	4.059 4e+0 (5.84e-1)-	2.815 2e+0 (4.02e-1)-	2.554 4e+0 (2.28e-1)-	1.448 0e+0 (1.76e-1)-	1.262 4e+0 (1.44e-1)
	10	1.289 8e+0 (4.42e-2)+	5.625 7e+0 (1.00e+0)-	2.467 3e+0 (4.93e-1)-	3.581 5e+0 (4.77e-1)-	1.278 8e+0 (7.94e-2)+	1.679 3e+0 (4.54e-1)
W7	3	4.799 2e-1 (2.24e-2)-	4.427 2e-1 (3.64e-2)-	4.337 1e-1 (2.91e-2)-	4.872 8e-1 (2.78e-2)-	3.986 4e-1 (2.74e-2)=	4.057 9e-1 (2.92e-2)
	5	8.591 4e-1 (6.88e-2)-	1.321 0e+0 (2.53e-1)-	1.125 8e+0 (1.19e-1)-	9.940 2e-1 (6.58e-2)-	7.912 1e-1 (7.00e-2)=	7.634 7e-1 (5.14e-2)
	8	2.271 3e+0 (3.55e-1)-	4.694 6e+0 (4.87e-1)-	3.360 2e+0 (2.78e-1)-	2.408 6e+0 (2.84e-1)-	2.207 9e+0 (3.74e-1)-	1.884 5e+0 (2.86e-1)
	10	3.385 2e+0 (5.06e-1)-	6.969 8e+0 (5.60e-1)-	4.879 6e+0 (4.37e-1)-	3.501 9e+0 (3.08e-1)-	3.294 2e+0 (4.29e-1)-	3.023 9e+0 (2.75e-1)
W8	3	6.973 0e-1 (4.22e-2)-	6.376 2e-1 (4.90e-2)-	6.243 7e-1 (5.46e-2)-	4.811 4e-1 (5.26e-2)+	5.125 1e-1 (3.07e-2)+	5.428 4e-1 (4.37e-2)
	5	1.470 7e+0 (8.45e-2)-	1.878 2e+0 (1.71e-1)-	1.700 5e+0 (1.23e-1)-	1.383 0e+0 (5.29e-2)-	1.296 1e+0 (4.30e-2)=	1.289 5e+0 (5.40e-2)
	8	2.245 0e+0 (2.68e-1)+	5.132 0e+0 (3.32e-1)-	3.955 5e+0 (3.15e-1)=	3.213 5e+0 (1.96e-1)+	2.473 8e+0 (2.12e-1)+	3.948 5e+0 (8.07e-1)
	10	1.432 5e+0 (2.38e-1)+	6.949 4e+0 (5.64e-1)-	4.739 1e+0 (5.66e-1)-	4.872 5e+0 (6.45e-1)-	2.037 9e+0 (5.28e-1)+	3.107 3e+0 (1.30e+0)
W9	3	5.464 5e-1 (6.61e-2)-	6.150 9e-1 (8.59e-2)-	5.468 6e-1 (9.71e-2)-	5.375 6e-1 (7.17e-2)-	5.312 0e-1 (1.24e-1)-	4.028 7e-1 (8.97e-2)
	5	1.175 4e+0 (2.16e-1)-	1.671 0e+0 (2.06e-1)-	1.124 0e+0 (2.20e-1)-	1.168 7e+0 (1.83e-1)-	1.333 1e+0 (2.86e-1)-	9.283 6e-1 (1.78e-1)
	8	3.008 1e+0 (6.94e-1)-	4.780 7e+0 (5.30e-1)-	2.844 6e+0 (5.16e-1)-	2.906 2e+0 (4.94e-1)-	2.938 1e+0 (6.68e-1)=	2.538 1e+0 (3.25e-1)
	10	4.298 0e+0 (9.44e-1)-	6.702 5e+0 (5.34e-1)-	4.185 2e+0 (1.05e+0)-	3.789 9e+0 (7.91e-1)-	4.798 5e+0 (1.17e+0)-	2.980 6e+0 (3.26e-1)
+/-/=		7/24/5	0/32/4	1/28/7	4/25/7	6/20/10	

均值结果及其标准差.

表 1 中, 所提算法 EMOEA-MPS 在 21 个 DTLZ 测试问题上, 分别显著超过了 K-RVEA、CSEA、ABSAEA、KTA2、ESF-RVEA 算法 18、19、19、15、15 个函数. 然而, 在部分 DTLZ2、DTLZ5 函数上逊于 KTA2、ESF-RVEA 和 ABSAEA 算法, 其原因可能是, 针对非凸特性的 DTLZ2 函数, 算法 EMOEA-MPS 中基于简单的参考向量分解和到理想点距离的搜索方法获得最优解集的多样性较差. 对于目标函数退化的 DTLZ5, 基于固定的参考向量分解方法, 在目标空间中会产生大量的空向量, 导致选取个体很大程度依赖其到理想点的距离, 难以获得靠近真实 PF 的最优解集.

同样, 表 2 中, 所提算法在绝大多数 WFG 测试问题上获得了明显优势, 仅在部分 WFG2、WFG5、WFG8 函数上表现较差. 对于 PF 形状是不连续的 WFG2, 当目标数是 8、10 时, 算法 EMOEA-MPS 所得结果较差, 在 DTLZ7 上也有类似表现. 猜测, 当目标数量增多时, 由于多个目标模型估值误差累积, 造成种群错误分解, 导致获得的最优解集在高维目标空间中的分布性较差. 整体来看, 所提算法 EMOEA-MPS 在处理计算成本有限的多目标优化问题时, 具有更好的表现.

3.3 优化实例测试分析

实验应用汽车驾驶室优化设计 (CCD) 和电子滤波设计 (LTLCL) 优化问题^[26], 测试比较所提算法 EMOEA-MPS 和 5 个对比算法的性能. 其中: CCD 包

含 9 个目标函数和 11 个决策变量, LTLCL 涉及 10 个目标函数和 13 个变量. 表 3 给出了 6 个优化算法在两个优化实例上获得最优解集的 HV 均值结果和性能提高百分比 I_v , 得到所提算法 EMOEA-MPS 在这两个实际问题均获得了较好的结果, 且在 CCD 问题上性能提高了近 10% ~ 40%, 在 LTLCL 上提高约 9% ~ 20%.

表 3 6 个算法在实例上的 HV 均值和性能提高百分比

Problem	CCD	$I_v / \%$	LTLCL	$I_v / \%$
CSEA	1.001 8e-2 (7.87e-4)	11.17	5.714 5e-1 (9.85e-3)	9.21
K-RVEA	7.425 3e-3 (4.25e-4)	34.16	5.194 4e-1 (2.81e-2)	17.47
ABSAEA	8.182 0e-3 (7.53e-4)	27.45	5.108 1e-1 (5.75e-3)	18.84
KTA2	8.914 4e-3 (2.82e-4)	20.96	6.113 0e-1 (1.83e-2)	2.88
ESF-RVEA	6.422 3e-3 (4.96e-4)	43.05	5.304 5e-1 (7.75e-3)	15.72
EMOEA-MPS	1.127 8e-2 (8.48e-4)	—	6.294 1e-1 (2.19e-2)	—

3.4 收敛性能分析

图 1 呈现了所提算法 EMOEA-MPS 和 5 个对比算法在函数 PF 是不连续的、凸的、线性退化的、非凸的、多模的 DTLZ7、WFG2 ~ WFG4、WFG9 上获得 20 次平均结果的收敛图. 整体来看, 算法 EMOEA-MPS 在真实函数评价次数达到约 200 时, IGD⁺ 值有明显下降, 且相比算法 K-RVEA、ABSEA、ESF-RVEA 的收敛速度更快. 算法 CSEA 的收敛趋势整体较为缓慢, KTA2 在算法前期收敛较快, 后期则趋于平缓, 表明了所提算法 EMOEA-MPS 中 3 个并行采样准则能够有效平衡模型的探索和开采能力, 并引导优化算法提高寻优效率.

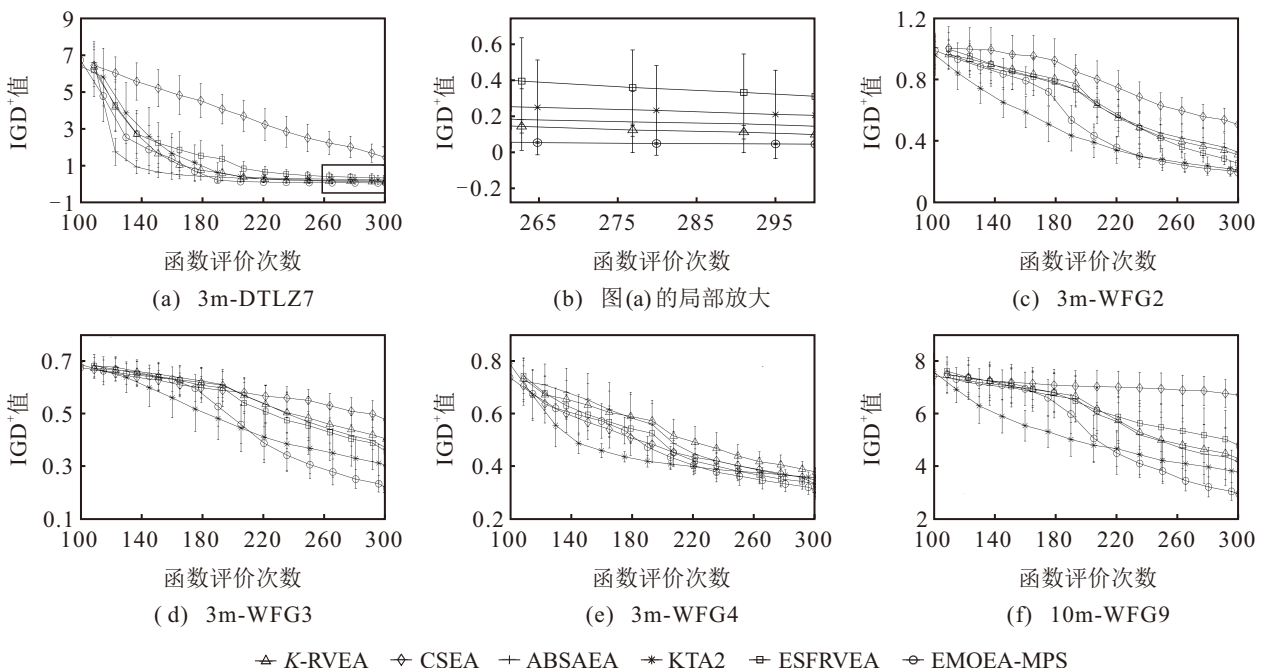


图 1 所有优化算法在 5 个不同函数特征的测试问题上所获解集的 IGD⁺ 结果收敛图

4 结论

基于数据驱动的多目标优化算法求解昂贵多目标优化问题时, 面临如何选取个体更新代理模型, 提升多目标优化算法寻优效率的困难, 本文提出了线性组合 LCB 准则、基于性能平衡的选择标准、基于标量偏差矩阵的采样策略, 并行选择至多 3 个个体进行真实目标函数评价更新代理模型, 从而引导多目标优化算法加快搜索最优解集. 通过与 5 个先进算法比较, 验证了 EMOEA-MPS 在大部分多目标优化问题上更具竞争力. 未来, 将设计有效的建模分解策略和搜索方法, 加快模型引导算法寻优, 以更好地求解超多决策变量昂贵多目标优化问题.

参考文献 (References)

- [1] Yan L, Xu W, Hu Z, et al. Multi-objective configuration optimization for coordinated capture of dual-arm space robot[J]. *Acta Astronautica*, 2020, 167: 189-200.
- [2] Lu C, Gao L, Pan Q, et al. A multi-objective cellular grey wolf optimizer for hybrid flowshop scheduling problem considering noise pollution[J]. *Applied Soft Computing*, 2019, 75: 728-749.
- [3] Daniels S J, Rahat A A, Everson R M, et al. A suite of computationally expensive shape optimisation problems using computational fluid dynamics[C]. *Parallel Problem Solving from Nature — PPSN XV: 15th International Conference*. Coimbra, 2018: 296-307.
- [4] Jin Y, Wang H, Chugh T, et al. Data-driven evolutionary optimization: An overview and case studies[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2019, 23(3): 442-458.
- [5] 李二超, 魏立森. 基于指标和自适应边界选择的高维多目标优化算法[J]. *控制与决策*, 2022, 37(5): 1183-1194.
(Li E C, Wei L S. An indicator-based many-objective evolutionary algorithm with adaptive boundary selection[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(5): 1183-1194.)
- [6] 李飞, 吴紫恒, 刘澜蓉, 等. 基于 R2 指标和目标空间分解的高维多目标粒子群优化算法[J]. *控制与决策*, 2021, 36(9): 2085-2094.
(Li F, Wu Z H, Liu K R, et al. R2 indicator and objective space partition based many-objective particle swarm optimizer[J]. *Control and Decision*, 2021, 36(9): 2085-2094.)
- [7] Maltese J, Ombuki-Berman B M, Engelbrecht A P. A scalability study of many-objective optimization algorithms[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2018, 22(1): 79-96.
- [8] 徐三水, 李军华, 李凌, 等. 基于分解和聚类的昂贵高维多目标进化算法[J]. *控制与决策*, 2024, 39(2): 440-448.
(Xu S S, Li J H, Li L, et al. Decomposition and cluster based expensive many-objective evolutionary algorithm[J]. *Control and Decision*, 2024, 39(2): 440-448.)
- [9] 田家鑫, 李岩, 张伟, 等. 基于随机森林和自适应随机排序的昂贵多目标进化算法[J]. *控制与决策*, 2024, 39(11): 3781-3790.
(Tian J X, Li Y, Zhang W, et al. A random forest and adaptive stochastic ranking based evolutionary algorithm[J]. *Control and Decision*, 2024, 39(11): 3781-3790.)
- [10] Zhan D, Cheng Y, Liu J. Expected improvement matrix-based infill criteria for expensive multiobjective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2017, 21(6): 956-975.
- [11] Qin S, Sun C, Liu Q, et al. A performance indicator-based infill criterion for expensive multi-/many-objective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2023, 27(4): 1085-1099.
- [12] Emmerich M T M, Yang K, Deutz A H. Infill criteria for multiobjective Bayesian optimization[C]. *High-Performance Simulation-Based Optimization*. Cham: Springer, 2020: 3-16.
- [13] Chugh T, Jin Y, Miettinen K, et al. A surrogate-assisted reference vector guided evolutionary algorithm for computationally expensive many-objective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2018, 22(1): 129-142.
- [14] Song Z, Wang H, He C, et al. A Kriging-assisted two-archive evolutionary algorithm for expensive many-objective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2021, 25(6): 1013-1027.
- [15] Wang X, Jin Y, Schmitt S, et al. An adaptive Bayesian approach to surrogate-assisted evolutionary multi-objective optimization[J]. *Information Sciences*, 2020, 519: 317-331.
- [16] Wang H, Stein B V, Emmerich M, et al. A new acquisition function for Bayesian optimization based on the moment-generating function[C]. *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC)*. Banff, 2017: 507-512.
- [17] 林成龙, 马义中, 肖甜丽, 等. 数据驱动的贝叶斯 SVR 自适应建模及昂贵约束多目标代理优化[J]. *控制与决策*, 2023, 38(10): 2977-2986.
(Lin C L, Ma Y Z, Xiao T L, et al. Data-driven Bayesian SVR adaptive modeling and expensive constrained multi-objective surrogate-based optimization[J]. *Control and Decision*, 2023, 38(10): 2977-2986.)
- [18] Tang J, Wang H, Xiong L. Surrogate-assisted multi-objective optimization via knee-oriented Pareto front estimation[J]. *Swarm Evolutionary Computation*, 2023, 77: 101252.
- [19] 孙超利, 李贞, 金耀初. 模型辅助的计算费时进化高维多目标优化[J]. *自动化学报*, 2022, 48(4): 1119-1128.

- (Sun C L, Li Z, Jin Y C. Surrogate-assisted expensive evolutionary many-objective optimization[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2022, 48(4): 1119-1128.)
- [20] Jain H, Deb K. An evolutionary many-objective optimization algorithm using reference-point based nondominated sorting approach, part II: Handling constraints and extending to an adaptive approach[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2013, 18(4): 602-622.
- [21] Huband S, Hingston P, Barone L, et al. A review of multiobjective test problems and a scalable test problem toolkit[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2006, 10(5): 477-506.
- [22] Pan L, He C, Tian Y, et al. A classification-based surrogate-assisted evolutionary algorithm for expensive many-objective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2019, 23(1): 74-88.
- [23] Lin Q, Wu X, Ma L, et al. An ensemble surrogate-based framework for expensive multiobjective evolutionary optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2022, 26(4): 631-645.
- [24] Ishibuchi H, Masuda H, Tanigaki Y, et al. Modified distance calculation in generational distance and inverted generational distance[C]. *Evolutionary Multi-Criterion Optimization*. Cham: Springer, 2015: 110-125.
- [25] Shang K, Ishibuchi H, He L, et al. A survey on the hypervolume indicator in evolutionary multiobjective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2021, 25(1): 1-20.
- [26] He C, Tian Y, Wang H, et al. A repository of real-world datasets for data-driven evolutionary multiobjective optimization[J]. *Complex & Intelligent Systems*, 2020, 6(1): 189-197.

作者简介

秦淑芬 (1998-), 女, 副教授, 博士, 硕士生导师, 主要研究方向为计算智能, E-mail: shufen.qin@tyust.edu.cn;

孙超利 (1978-), 女, 教授, 博士, 主要研究方向为计算智能、故障诊断, E-mail: chaoli.sun@tyust.edu.cn.