

控制与决策

Control and Decision

基于方位测量与未知领导者线速度信息的编队跟踪控制

赵云杰, 王晶, 窦立亚, 鞠爽, 周萌

引用本文:

赵云杰, 王晶, 窦立亚, 等. 基于方位测量与未知领导者线速度信息的编队跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2025, 40(7): 2151-2158.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2024.1401>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于移动传感器/执行器网络的时滞分布参数系统镇定控制

Stabilization control for a class of distributed parameter systems with time-delay based on mobile sensor and actuator networks
控制与决策. 2021, 36(8): 1955-1962 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1309>

基于影响度介数中心性的多智能体牵制控制算法

Multi-agent pinning control algorithm based on betweenness centrality with influence degree
控制与决策. 2021, 36(6): 1442-1448 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1106>

输入约束不确定系统的点对点迭代学习控制与优化

Point-to-point iterative learning control and optimization for uncertain systems with constrained input
控制与决策. 2021, 36(6): 1435-1441 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0908>

基于多目标优化的Holonc-C2组织协作式资源动态调度方法

Holonc-C2 organization collaborative resource dynamic scheduling method based on multi-objective optimization
控制与决策. 2021, 36(6): 1472-1481 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1032>

脉冲控制下多智能体系统的保性能双向编队控制

[Guaranteed cost bipartite formation problem of multi-agent systems with impulse control](#)

控制与决策. 2021, 36(1): 180-186 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0854>

基于方位测量与未知领导者线速度信息的编队跟踪控制

赵云杰¹, 王晶^{1†}, 窦立亚², 鞠爽³, 周萌¹

(1. 北方工业大学 电气与控制工程学院, 北京 100144; 2. 北京化工大学 信息科学与技术学院, 北京 100029;
3. 石家庄铁道大学 电气与电子工程学院, 河北 石家庄 050043)

摘要: 研究领导者线速度和航向角均为时变情况下, 基于方位测量的编队控制问题. 不同于传统基于方位的编队控制方法需要已知领导者完整且时变的速度信息, 考虑了领导者时变的线速度对于所有跟随者未知的场景. 首先, 为保证目标编队的唯一性, 考虑 n_l 个同步运动的领导者; 然后, 根据以通信方式获得的领导者航向角和速度上界信息, 为轮式机器人模型的跟随者设计一种基于方位测量的编队控制律, 以实现目标编队的期望几何构型; 最后, 使用 Lyapunov 定理证明闭环系统的渐近稳定性, 通过仿真结果验证了所提出控制律的有效性.

关键词: 多智能体系统; 编队控制; 方位测量; 未知领导者线速度; 分布式控制

中图分类号: TP273 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2024.1401

引用格式: 赵云杰, 王晶, 窦立亚, 等. 基于方位测量与未知领导者线速度信息的编队跟踪控制 [J]. 控制与决策, 2025, 40(7): 2151-2158.

Bearing-based formation tracking control with unknown linear velocities of leaders

ZHAO Yun-jie¹, WANG Jing^{1†}, DOU Li-ya², JU Shuang³, ZHOU Meng¹

(1. School of Electrical and Control Engineering, North China University of Technology, Beijing 100144, China;
2. College of Information Science and Technology, Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029, China;
3. School of Electrical and Electronic Engineering, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China)

Abstract: This paper investigates the bearing-based formation control problem where the linear velocities and heading angles of leaders are time-varying. Different from traditional bearing-based formation control methods where each follower needs to acquire complete and time-varying velocities from the leaders, the time-varying linear velocities of the leaders are unknown to all followers in this paper. The uniqueness of the target formation is guaranteed by n_l leaders moving in synchrony. Relying on the upper bound of the leaders' velocities and their heading angles obtained through communication, this paper proposes a bearing-based formation control algorithm for unicycle-modeled followers, achieving the desired geometric configuration of the target formation. The asymptotic stability of the closed-loop system is proved using the Lyapunov's theorem, and simulation results validate the effectiveness of the proposed formation control law.

Keywords: multi-agent system; formation control; bearing measurement; unknown linear velocities of leaders; distributed control

0 引言

多智能体编队控制的控制目标是通过控制律的设计来驱动多个智能体运动, 使其在空间上形成期望的几何构型^[1]. 目前, 多智能体编队控制在物流运输、环境探测、灾难救援、边境巡逻等领域得到了广泛应用^[2]. 领导者-跟随者架构是多智能体系统的一种典型架构. 传统的编队控制方法可分为基于全局

位置的编队控制和基于相对位置的编队控制^[3-5]. 基于全局位置的编队控制是指每个智能体均可通过 GPS、北斗等定位设备获得自身的全局位置信息, 利用全局位置信息进行控制律的设计; 基于相对位置的编队控制方法是指每个智能体均可同时测量邻居的距离和方位, 利用距离和方位信息设计控制律. 其中: 距离测量可通过雷达等设备来实现, 方位测量可

收稿日期: 2024-12-03; 录用日期: 2025-03-20.

基金项目: 北京市自然科学基金项目 (4252034); 国家自然科学基金项目 (62103031, 62303332); 国家重点研发计划项目 (2023YFB4704404).

†通信作者. E-mail: jwang@ncut.edu.cn.

通过视觉传感器等设备来实现。

需要指出的是,基于全局位置或相对位置的编队控制方法的硬件成本较高,会增加多智能体系统的经济成本。基于方位测量的编队控制方法不需要智能体定位,也不需要测量距离,仅需要智能体测量邻居的方位,具有经济成本低的优势^[6-8]。根据领导者不同的运动形式,基于方位测量的编队控制方法可分为3种情况^[9]:静止的领导者,恒定速度运动的领导者,时变速度运动的领导者。

对于静止的领导者,文献[9]为一阶智能体提出了基于方位的编队控制方法,实现了目标编队的期望几何形状;为实现编队的几何构型在预定时间内收敛,文献[10]基于方位测量提出了一种收敛时间可预先设置的编队控制方法;考虑Henneberg结构,文献[11-12]在领导者静止情况下提出了基于方位测量的仿射编队控制方法,实现了编队几何构型的平移、旋转和缩放;为节省通信资源和计算资源,文献[13]在领导者静止条件下提出了一种基于事件触发和方位测量的编队控制方法,降低了通信和计算资源的消耗。

对于以恒定速度运动的目标,文献[14]研究了无人车的包围编队控制问题,提出了一种基于卡尔曼滤波器的目标速度估计方法,实现了无人车对目标的包围;考虑运动受限的智能体,文献[15]提出了一种基于方位测量和速度受限的编队控制方法,实现了运动受限智能体对恒定速度运动领导者的跟踪控制;对于无人机受到未知非线性扰动的问题,文献[16-17]提出了基于方位测量的自适应混合姿态编队控制律,实现了无人机群组对恒定速度运动领导者的飞行跟踪控制,补偿了未知干扰带来的不利影响;考虑异构传感机制的移动机器人,文献[18]提出了一种基于方位测量的机器人编队控制律,实现了目标编队的期望几何构型;对于多智能体系统的传感拓扑为无向图的编队控制问题,文献[19]求解了方向同步问题,使得所有跟随者的方向均收敛至以恒定速度运动的领导者方向,并提出了仅靠方位测量的编队控制律来实现多智能体系统的期望几何构型。

对于以时变速度运动的领导者,文献[20-21]利用智能体对邻居的方位测量和领导者的速度信息,设计了有限时间的编队控制方法,实现了编队在预定时间内收敛;为实现轮式机器人群组的队形变换,文献[22]利用领导者时变的位置和速度信息,提出了一种基于模型预测和方位测量的仿射编队控制方法,实现了队形的旋转、平移和缩放;对于线速度恒定且航向角时变的领导者,文献[23]依赖于以通信方式获得的领导者航向角信息,为跟随者设计了基

于方位测量的编队控制律,其中领导者恒定的线速度对于跟随者是未知的;考虑水下环境存在的未知非线性干扰,文献[24]利用领导者时变的速度信息,为运动受限的水下航行器提出了一种基于方位测量的鲁棒编队控制方法,提高了水下航行器编队的抗干扰能力;在一部分跟随者可以获取领导者完整且时变的速度信息场景下,文献[25]为水面航行器模型的智能体提出了一种基于方位测量的仿射编队控制算法,实现了编队的几何构型在运动过程中的缩放;针对包围编队控制问题,文献[26-27]利用领导者的速度信息、加速度信息以及智能体对邻居的方位测量,设计了包围编队控制方法,实现了多智能体系统对目标的包围环绕。

值得注意的是,在基于方位测量的编队控制研究中,对于静止或以恒定速度运动的领导者,编队控制律的设计不需要领导者的速度信息。对于时变速度运动的领导者,很多文献提出的方法需要跟随者以通信的方式来获得领导者完整且时变的速度信息。然而,在一些特殊场景下,跟随者难以精确地获得领导者时变的速度信息。如通信资源受限情况下,领导者通常不会将完整时变的速度信息以通信的方式传递给跟随者。雨雪天气、地面凹凸不平恶劣环境会导致领导者的线速度测量不准,进一步导致跟随者以通信方式接收到的领导者线速度信息不准确。为解决上述问题,在领导者线速度和航向角均为时变的场景下,本文利用智能体对邻居的方位测量信息,为轮式机器人模型的跟随者提出一种基于领导者航向角和速度上界的编队控制律,其中领导者时变的线速度对于所有跟随者是完全未知的;使用Lyapunov定理证明多智能体系统的渐近稳定性,并通过仿真结果验证所提出控制律的有效性。本文的主要内容如下:1)为轮式机器人智能体提出一种基于方位测量的编队控制方法。相比于文献[3-4]需要智能体获取全局位置信息或相对位置信息,所提出方法不需要测量距离和全局位置,仅需要智能体对邻居进行方位测量,能够节省经济成本。2)相比于文献[20-21, 25]需要跟随者获取领导者完整且时变的速度信息,本文中的跟随者不需要获取领导者的线速度;相比于文献[2, 23]仅考虑领导者恒定的线速度为未知,文献[28]仅考虑领导者恒定的速度为未知,本文考虑领导者的线速度和航向角均为时变的控制问题。同时,领导者时变的线速度对于所有跟随者是完全未知的,所提出方法更具有一般性。

1 问题描述和预备知识

1.1 基于方位的图理论

考虑二维平面内存在 n 个可移动的智能体, $\mathbf{p}_i(t)$

$\in \mathbb{R}^2$ 和 $\mathbf{v}_i(t) \in \mathbb{R}^2$ 分别为智能体 i 在 t 时刻的位置和速度. 将 n 个可移动的智能体与图 $G = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ 相关联. 节点集合 $\mathcal{V} = \{1, 2, \dots, n\}$ 表示图 G 中的 n 个智能体, 边集合 $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ 表示图 G 中的 m 条边. 智能体 i 到智能体 j 的边定义为 (i, j) , 其含义为智能体 i 可以测量智能体 j 的方位, 并可使用通信的方式接收智能体 j 传递的信息. 本文考虑无向图, 意味着 $(i, j) \in \mathcal{E} \Leftrightarrow (j, i) \in \mathcal{E}$. 智能体 i 的邻居定义为 $N_i = \{j \in \mathcal{V} : (i, j) \in \mathcal{E}\}$. 图 G 中的边向量 \mathbf{e}_{ij} 和方位向量 \mathbf{g}_{ij} 分别定义为

$$\mathbf{e}_{ij} = \mathbf{p}_j - \mathbf{p}_i, \quad (1)$$

$$\mathbf{g}_{ij} = \frac{\mathbf{e}_{ij}}{\|\mathbf{e}_{ij}\|}. \quad (2)$$

正交投影矩阵 $\mathbf{P}_{\mathbf{g}_{ij}}$ 和方位向量的导数 $\dot{\mathbf{g}}_{ij}$ 可描述为

$$\mathbf{P}_{\mathbf{g}_{ij}} = \mathbf{I}_2 - \mathbf{g}_{ij}\mathbf{g}_{ij}^T, \quad (3)$$

$$\dot{\mathbf{g}}_{ij} = \frac{\mathbf{P}_{\mathbf{g}_{ij}}}{\|\mathbf{e}_{ij}\|}(\mathbf{v}_j - \mathbf{v}_i). \quad (4)$$

其中: $\mathbf{I}_2 \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ 为单位矩阵, $\mathbf{P}_{\mathbf{g}_{ij}}$ 为一个半正定的矩阵. 由于 $\dot{\mathbf{g}}_{ij}$ 正交于 \mathbf{g}_{ij} 和 \mathbf{e}_{ij} , 可得到 $\mathbf{g}_{ij}^T \dot{\mathbf{g}}_{ij} = 0$, $\mathbf{e}_{ij}^T \dot{\mathbf{g}}_{ij} = 0$. 令 $\mathbf{p} = [\mathbf{p}_1^T, \mathbf{p}_2^T, \dots, \mathbf{p}_n^T]^T$, $\mathbf{e} = [\mathbf{e}_1^T, \mathbf{e}_2^T, \dots, \mathbf{e}_n^T]^T$. 定义图 G 的关联矩阵为 $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $[\mathbf{H}_{ki}] = 1$ 表示第 k 条有向边与节点 i 关联, 且边的方向指向节点 i ; $[\mathbf{H}_{ki}] = -1$ 表示第 k 条有向边与节点 i 关联, 且边的方向背离节点 i , 矩阵 \mathbf{H} 中的其他元素为 0. \mathbf{H} 、 \mathbf{e} 与 \mathbf{p} 存在如下数学关系:

$$\mathbf{e} = (\mathbf{H} \otimes \mathbf{I}_2)\mathbf{p} = \bar{\mathbf{H}}\mathbf{p}. \quad (5)$$

定义方位拉普拉斯矩阵 $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$ ^[1-2] 为

$$[\mathbf{B}]_{ij} = \begin{cases} \mathbf{0}_{2 \times 2}, & i \neq j, (i, j) \notin \mathcal{E}; \\ -(\mathbf{I}_2 - \mathbf{g}_{ij}^*(\mathbf{g}_{ij}^*)^T), & i \neq j, (i, j) \in \mathcal{E}; \\ \sum_{k \in N_i} (\mathbf{I}_2 - \mathbf{g}_{ik}^*(\mathbf{g}_{ik}^*)^T), & i = j, i \in \mathcal{V}. \end{cases} \quad (6)$$

其中: \mathbf{g}_{ij}^* 为智能体 i 与智能体 j 间的期望方位向量, $[\mathbf{B}]_{ij} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ 为方位拉普拉斯矩阵的第 ij 个子块. 根据领导者与跟随者的划分, 矩阵 \mathbf{B} 可表示为

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{ll} & \mathbf{B}_{lf} \\ \mathbf{B}_{fl} & \mathbf{B}_{ff} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

这里矩阵 \mathbf{B}_{ff} 为跟随者间的相互作用. 为保证基于方位测量的目标编队唯一性, 文献 [1, 11-12] 指出至少需要 2 个同步运动的领导者且矩阵 \mathbf{B}_{ff} 需要为非奇异矩阵才能保证目标编队的唯一性. 本文考虑 n_l 个同步运动的领导者和 n_f 个跟随者. 智能体 i ($i \in \{1, 2, \dots, n_l\}$) 为领导者, 智能体 i ($i \in \{n_l + 1, n_l + 2, \dots, n_l + n_f\}$) 为跟随者. 其中: $n_l \geq 2$, $n_l + n_f = n$. 本文给出基于方位测量的目标编队的定义如下.

定义 1 所有智能体组成的编队满足如下条件被称为目标编队:

1) 方位: $\mathbf{g}_{ij} = \mathbf{g}_{ij}^*, \forall (i, j) \in \mathcal{E}$;

2) 速度: $\mathbf{v}_i = \mathbf{v}^*, \forall i \in \{n_l + 1, n_l + 2, \dots, n_l + n_f\}$, 其中 \mathbf{v}^* 为领导者的速度.

本文只考虑唯一的目标编队, 因此, 做出如下假设.

假设 1 定义 1 描述的目标编队是唯一的.

注 1 当基于方位测量的目标编队唯一时, 所有智能体组成的图 G 为连通图^[1-2]. 图的连通性和边 (i, j) 的定义表明图 G 中任意两个智能体间可使用通信的方式进行信息传递.

1.2 问题描述

考虑 n_l 个线速度和航向角均为时变且同步运动的轮式机器人领导者, 领导者 i ($i \in \{1, 2, \dots, n_l\}$) 的动态描述如下:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= c^*(t) \cos \theta^*(t), \\ \dot{y}_i &= c^*(t) \sin \theta^*(t), \\ \dot{\theta}^*(t) &= \omega^*(t). \end{aligned} \quad (8)$$

其中: $c^*(t)$ 为领导者时变的线速度, $\theta^*(t)$ 为领导者时变的航向角, $\omega^*(t)$ 为领导者时变的角速度. $|c^*(t)| \leq v_{\max}$, v_{\max} 为领导者的速度上界. 轮式机器人跟随者 i ($i \in \{n_l + 1, n_l + 2, \dots, n_l + n_f\}$) 的动态描述为

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= v_i \cos \theta_i, \quad \dot{y}_i = v_i \sin \theta_i, \\ \dot{\theta}_i &= \omega_i. \end{aligned} \quad (9)$$

这里: v_i 为跟随者 i 待设计的线速度, ω_i 为跟随者 i 待设计的角速度, θ_i 为跟随者的航向角. 本文的问题描述如下: 考虑由 n_l 个线速度和航向角均为时变且同步运动的领导者与 n_f 个跟随者组成的多智能体系统, 领导者时变的线速度对于所有跟随者是完全未知的. 依赖于以通信方式获得的领导者航向角和速度上界信息, 为所有跟随者设计基于方位测量的编队控制律, 使得所有智能体形成定义 1 所描述的目标编队.

2 控制器设计与稳定性分析

本节首先给出基于方位测量和未知领导者线速度信息的编队控制律, 然后给出闭环系统的矩阵形式, 最后使用 Lyapunov 定理证明系统的稳定性.

2.1 编队控制器设计方法

本文为跟随者 i ($i \in \{n_l + 1, n_l + 2, \dots, n_l + n_f\}$) 分别设计如下形式的线速度控制器 v_i 和角速度控制

器 ω_i :

$$\begin{aligned} v_i &= \mathbf{h}_i^T \left[k_p \sum_{j \in N_i} (\mathbf{g}_{ij} - \mathbf{g}_{ij}^*) + v_{\max} \text{sgn}[\boldsymbol{\alpha}_i] \right] + \\ & k_f \left\| \sum_{j \in N_i} (\mathbf{g}_{ij} - \mathbf{g}_{ij}^*) \right\| \text{sgn}[\gamma_i], \\ \boldsymbol{\alpha}_i &= \mathbf{h}_i \mathbf{h}_i^T \sum_{j \in N_i} (\mathbf{g}_{ij} - \mathbf{g}_{ij}^*), \\ \gamma_i &= \mathbf{h}_i^T \sum_{j \in N_i} (\mathbf{g}_{ij} - \mathbf{g}_{ij}^*); \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \omega_i &= k_h (\mathbf{h}_i^\perp)^T \sum_{j \in N_i} (\mathbf{g}_{ij} - \mathbf{g}_{ij}^*) + \dot{\theta}^* + \\ & k_h (v_{\max} + 1) (\mathbf{h}_i^\perp)^T \sum_{j \in N_i} (\mathbf{g}_{ij} - \mathbf{g}_{ij}^*) \text{sgn}[\beta_i], \\ \beta_i &= (\mathbf{h}^*)^T \mathbf{h}_i^\perp (\mathbf{h}_i^\perp)^T \sum_{j \in N_i} (\mathbf{g}_{ij} - \mathbf{g}_{ij}^*). \end{aligned} \quad (11)$$

其中: $k_p > 0, k_f > 0, k_h > 0$ 为可调节的参数; $\mathbf{h}_i = [\cos \theta_i, \sin \theta_i]^T$, $\mathbf{h}_i^\perp = [-\sin \theta_i, \cos \theta_i]^T$ 分别为与跟随者 i 航向角相关的列向量; $\mathbf{h}^* = [\cos \theta^*, \sin \theta^*]^T$ 为与领导者航向角相关的列向量. 当目标编队唯一时, 所有智能体组成的图为连通图, 因此, 每个跟随者均可使用通信的方式来获得领导者的航向角 θ^* 和速度上界 v_{\max} . 值得注意的是, 控制器 (10) 和 (11) 的设计没有使用领导者时变线速度 $c^*(t)$ 的信息, 这意味着领导者时变的线速度对于所有跟随者是完全未知的. 由于

$$\dot{\mathbf{p}}_i = \mathbf{h}_i v_i, \quad \dot{\mathbf{h}}_i = \mathbf{h}_i^\perp \omega_i, \quad (12)$$

线速度控制律 (10) 可重写为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{p}}_i &= \mathbf{h}_i \mathbf{h}_i^T \left[k_p \sum_{j \in N_i} (\mathbf{g}_{ij} - \mathbf{g}_{ij}^*) + v_{\max} \text{sgn}[\boldsymbol{\alpha}_i] \right] + \\ & k_f \mathbf{h}_i \left\| \sum_{j \in N_i} (\mathbf{g}_{ij} - \mathbf{g}_{ij}^*) \right\| \text{sgn}[\gamma_i], \end{aligned} \quad (13)$$

角速度控制律 (11) 可重写为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{h}}_i &= k_h \mathbf{h}_i^\perp (\mathbf{h}_i^\perp)^T \sum_{j \in N_i} (\mathbf{g}_{ij} - \mathbf{g}_{ij}^*) + \mathbf{h}_i^\perp \dot{\theta}^* + \\ & k_h (v_{\max} + 1) \mathbf{h}_i^\perp (\mathbf{h}_i^\perp)^T \sum_{j \in N_i} (\mathbf{g}_{ij} - \mathbf{g}_{ij}^*) \text{sgn}[\beta_i]. \end{aligned} \quad (14)$$

2.2 闭环系统

令 $\mathbf{p} = [\mathbf{p}_1^T, \mathbf{p}_2^T, \dots, \mathbf{p}_n^T]^T$, $\mathbf{h} = [\mathbf{h}_1^T, \mathbf{h}_2^T, \dots, \mathbf{h}_n^T]^T$, $\mathbf{g} = [\mathbf{g}_1^T, \mathbf{g}_2^T, \dots, \mathbf{g}_m^T]^T$, $\mathbf{g}^* = [(\mathbf{g}_1^*)^T, (\mathbf{g}_2^*)^T, \dots, (\mathbf{g}_m^*)^T]^T$. 定义矩阵 $\mathbf{F} \in \mathbb{R}^{2n \times n}$. 其中: $[\mathbf{F}]_{(2i-1),i} = \sum_{j \in N_i} (\mathbf{g}_{ijx} - \mathbf{g}_{ijx}^*)$, $[\mathbf{F}]_{2i,i} = \sum_{j \in N_i} (\mathbf{g}_{ijy} - \mathbf{g}_{ijy}^*)$, $i \in \{n_l + 1, \dots, n_l + n_f\}$, 矩阵 \mathbf{F} 中其他元素为 0; \mathbf{g}_{ijx} 、 \mathbf{g}_{ijx}^* 分别为 \mathbf{g}_{ij} 、 \mathbf{g}_{ij}^* 的 x 轴分量; \mathbf{g}_{ijy} 、 \mathbf{g}_{ijy}^* 分别为 \mathbf{g}_{ij} 、 \mathbf{g}_{ij}^* 的 y 轴分量. 依次定义列向量 $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{2n \times 1}$. 这里:

$[\mathbf{M}]_{i,1} = \beta_i$, $[\mathbf{P}]_{2i-1,1} = -\dot{\theta}^* \sin \theta_i$, $[\mathbf{P}]_{2i,1} = \dot{\theta}^* \cos \theta_i$, $i \in \{n_l + 1, \dots, n_l + n_f\}$, 列向量 \mathbf{M} 和列向量 \mathbf{P} 中其他元素为 0. 令 $\mathbf{v}^* = [c^* \cos \theta^*, c^* \sin \theta^*]^T$, $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{2n \times 1}$, $\mathbf{S} = [(\mathbf{h}_1)^T, (\mathbf{h}_2)^T, \dots, (\mathbf{h}_{n_l})^T, 0, 0, \dots, 0]^T$, $\mathbf{N} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, $\mathbf{N} = [0, \dots, 0, \gamma_{n_l+1}, \dots, \gamma_{n_l+n_f}]^T$. 定义矩阵 $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{2n \times n}$. 其中: $[\mathbf{W}]_{2i-1,i} = \cos \theta_i \left\| \sum_{j \in N_i} (\mathbf{g}_{ij} - \mathbf{g}_{ij}^*) \right\|$, $[\mathbf{W}]_{2i,i} = \sin \theta_i \left\| \sum_{j \in N_i} (\mathbf{g}_{ij} - \mathbf{g}_{ij}^*) \right\|$, $i \in \{n_l + 1, \dots, n_l + n_f\}$, 矩阵 \mathbf{W} 中其他元素为 0. 所有智能体的动态可写为如下形式:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{p}} &= \\ & - k_p \mathbf{A} \bar{\mathbf{H}}^T (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*) - v_{\max} \mathbf{A} \text{sgn}[\mathbf{A} \bar{\mathbf{H}}^T (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*)] + \\ & k_f \mathbf{W} \text{sgn}(\mathbf{N}) + \mathbf{T} (\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{v}^*) - \mathbf{A} (\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{v}^*), \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{h}} &= \\ & - k_h \mathbf{B} \bar{\mathbf{H}}^T (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*) + k_h (v_{\max} + 1) \mathbf{B} \mathbf{F} \text{sgn}(\mathbf{M}) + \\ & \mathbf{P} + \mathbf{S}, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D}_{\mathbf{h}_i \mathbf{h}_i^T} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D}_{\mathbf{h}_i^\perp (\mathbf{h}_i^\perp)^T} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{T} &= \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D}_{\mathbf{h}_i \mathbf{h}_i^T} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (17)$$

这里: $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$, $\mathbf{T} \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$, \mathbf{I} 为单位矩阵. $\mathbf{D}_{\mathbf{h}_i \mathbf{h}_i^T} = \text{blkdiag}(\mathbf{h}_{n_l+1} \mathbf{h}_{n_l+1}^T, \dots, \mathbf{h}_{n_l+n_f} \mathbf{h}_{n_l+n_f}^T)$, $\mathbf{D}_{\mathbf{h}_i^\perp (\mathbf{h}_i^\perp)^T} = \text{blkdiag}(\mathbf{h}_{n_l+1}^\perp (\mathbf{h}_{n_l+1}^\perp)^T, \dots, \mathbf{h}_{n_l+n_f}^\perp (\mathbf{h}_{n_l+n_f}^\perp)^T)$. 矩阵 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{T} 满足 $\mathbf{A}^T = \mathbf{A}$, $\mathbf{B}^T = \mathbf{B}$, $\mathbf{T}^T = \mathbf{T}$.

2.3 稳定性分析

本节证明轮式机器人模型的多智能体系统的稳定性, 稳定性分析可总结为如下定理.

定理 1 在假设 1 下, 所有轮式机器人跟随者 (9) 在控制律 (10) 和 (11) 的驱动下, 可与轮式机器人领导者 (8) 渐近收敛为定义 1 所描述的目标编队.

注 2 相比于文献 [2, 23] 仅考虑了领导者恒定的线速度为未知的情况, 文献 [28] 仅考虑了领导者恒定的速度为未知的情况, 本文考虑了领导者线速度和航向角均为时变的情况, 同时, 领导者时变的线速度对于所有跟随者是完全未知的. 所提出方法更具有一般性.

证明 构造如下 Lyapunov 函数:

$$\begin{aligned} V &= \\ & \mathbf{e}^T (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*) + \frac{1}{2k_h} (\mathbf{h} - \mathbf{1}_n \otimes \mathbf{h}^*)^T (\mathbf{h} - \mathbf{1}_n \otimes \mathbf{h}^*). \end{aligned} \quad (18)$$

其中: $\mathbf{e}^T t (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*) = \sum_{k=1}^m \|e_k\| (1 - \mathbf{g}_k^T \mathbf{g}_k^*) \geq 0$; \mathbf{h}^* 为

与领导者航向角相关的列向量, $\mathbf{h}^* = [\cos \theta^*, \sin \theta^*]^T$. 当且仅当 $\mathbf{g} = \mathbf{g}^*$, $\mathbf{h} = \mathbf{1}_n \otimes \mathbf{h}^*$ 时, Lyapunov 函数 $V = 0$. 值得注意的是, 当 $\mathbf{g} = \mathbf{g}^*$, $\mathbf{h} = \mathbf{1}_n \otimes \mathbf{h}^*$ 时, $\dot{g}_{ij} = \frac{P^{g_{ij}}}{\|e_{ij}\|}(\mathbf{v}_j - \mathbf{v}_i) = \mathbf{0}, j \in N_i, \forall (i, j) \in \mathcal{E}$, 进一步可得到 $\mathbf{v}_j = \mathbf{v}_i, \forall (i, j) \in \mathcal{E}$. 当目标编队唯一时, 所有智能体构成的图为连通图, 进一步可得到 $\mathbf{v} = \mathbf{1}_n \otimes \mathbf{v}^*$. 因此, 当 Lyapunov 函数 $V = 0$ 时, 轮式机器人模型的多智能体系统可形成定义 1 所描述的目标编队.

Lyapunov 函数的集值 Lie 导数为

$$\begin{aligned} \dot{V} = & (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*)^T \bar{\mathbf{H}} \dot{\mathbf{p}} + \frac{1}{k_h} (\mathbf{h} - \mathbf{1}_n \otimes \mathbf{h}^*)^T (\dot{\mathbf{h}} - \mathbf{1}_n \otimes \dot{\mathbf{h}}^*). \end{aligned} \quad (19)$$

将式 (15) 代入 (19) 等号右边的第 1 项, 可得到

$$\begin{aligned} & (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*)^T \bar{\mathbf{H}} \dot{\mathbf{p}} = \\ & -k_p (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*)^T \bar{\mathbf{H}} \mathbf{A} \bar{\mathbf{H}}^T (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*) - \\ & v_{\max} (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*)^T \bar{\mathbf{H}} \mathbf{A} \mathcal{K}[\text{sgn}]\{\bar{\mathbf{A}} \bar{\mathbf{H}}^T (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*)\} + \\ & k_f (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*)^T \bar{\mathbf{H}} \mathbf{W} \mathcal{K}[\text{sgn}](\mathbf{N}) + \\ & (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*)^T \bar{\mathbf{H}} \mathbf{T} (\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{v}^*) - (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*)^T \bar{\mathbf{H}} \mathbf{A} (\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{v}^*). \end{aligned} \quad (20)$$

式 (20) 可进一步重写为

$$\begin{aligned} & (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*)^T \bar{\mathbf{H}} \dot{\mathbf{p}} = \\ & -k_p (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*)^T \bar{\mathbf{H}} \mathbf{A} \bar{\mathbf{H}}^T (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*) - \\ & v_{\max} \|\bar{\mathbf{A}} \bar{\mathbf{H}}^T (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*)\|_1 - \\ & k_f \sum_{i=n_l+1}^{n_l+n_f} \left(\left\| \sum_{j \in N_i} (\mathbf{g}_{ij} - \mathbf{g}_{ij}^*) \right\| \left\| \mathbf{h}_i^T \sum_{j \in N_i} (\mathbf{g}_{ij} - \mathbf{g}_{ij}^*) \right\| \right) + \\ & (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*)^T \bar{\mathbf{H}} \mathbf{T} (\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{v}^*) - (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*)^T \bar{\mathbf{H}} \mathbf{A} (\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{v}^*). \end{aligned} \quad (21)$$

将式 (16) 代入 (19) 等号右边的第 2 项, 可得到

$$\begin{aligned} & \frac{1}{k_h} (\mathbf{h} - \mathbf{1}_n \otimes \mathbf{h}^*)^T (\dot{\mathbf{h}} - \mathbf{1}_n \otimes \dot{\mathbf{h}}^*) = \\ & -(\mathbf{h} - \mathbf{1}_n \otimes \mathbf{h}^*)^T \mathbf{B} \bar{\mathbf{H}}^T (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*) + \\ & (v_{\max} + 1) (\mathbf{h} - \mathbf{1}_n \otimes \mathbf{h}^*)^T \mathbf{B} \mathcal{F} \mathcal{K}[\text{sgn}](\mathbf{M}) + \\ & \frac{1}{k_h} (\mathbf{h} - \mathbf{1}_n \otimes \mathbf{h}^*)^T \mathbf{P} + \frac{1}{k_h} (\mathbf{h} - \mathbf{1}_n \otimes \mathbf{h}^*)^T \mathbf{S} - \\ & \frac{1}{k_h} (\mathbf{h} - \mathbf{1}_n \otimes \mathbf{h}^*)^T (\mathbf{1}_n \otimes \dot{\mathbf{h}}^*) + \\ & (\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{v}^*)^T \mathbf{B} \bar{\mathbf{H}}^T (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*) - \\ & (\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{v}^*)^T \mathbf{B} \bar{\mathbf{H}}^T (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*). \end{aligned} \quad (22)$$

式 (22) 等号右边的第 1 项可重写为

$$\begin{aligned} & -(\mathbf{h} - \mathbf{1}_n \otimes \mathbf{h}^*)^T \mathbf{B} \bar{\mathbf{H}}^T (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*) = \\ & -\mathbf{h}^T \mathbf{B} \bar{\mathbf{H}}^T (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*) + (\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{h}^*)^T \mathbf{B} \bar{\mathbf{H}}^T (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*) = \\ & (\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{h}^*)^T \mathbf{B} \bar{\mathbf{H}}^T (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*), \end{aligned} \quad (23)$$

这里 $\mathbf{h}^T \mathbf{B} \bar{\mathbf{H}}^T (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*) = 0$. 式 (22) 等号右边的第 2 项可重写为

$$\begin{aligned} & (v_{\max} + 1) (\mathbf{h} - \mathbf{1}_n \otimes \mathbf{h}^*)^T \mathbf{B} \mathcal{F} \mathcal{K}[\text{sgn}](\mathbf{M}) = \\ & (v_{\max} + 1) \mathbf{h}^T \mathbf{B} \mathcal{F} \mathcal{K}[\text{sgn}](\mathbf{M}) - \\ & (v_{\max} + 1) (\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{h}^*)^T \mathbf{B} \mathcal{F} \mathcal{K}[\text{sgn}](\mathbf{M}) = \\ & - (v_{\max} + 1) \sum_{i=n_l+1}^{n_l+n_f} [\beta_i \mathcal{K}[\text{sgn}][\beta_i]] = \\ & - (v_{\max} + 1) \sum_{i=n_l+1}^{n_l+n_f} |\beta_i|, \end{aligned} \quad (24)$$

其中 $(v_{\max} + 1) \mathbf{h}^T \mathbf{B} \mathcal{F} \mathcal{K}[\text{sgn}](\mathbf{M}) = 0$. 将式 (22) 等号右边的第 3 项与第 5 项相减, 可得到

$$\begin{aligned} & \frac{1}{k_h} (\mathbf{h} - \mathbf{1}_n \otimes \mathbf{h}^*)^T \mathbf{P} - \frac{1}{k_h} (\mathbf{h} - \mathbf{1}_n \otimes \mathbf{h}^*)^T (\mathbf{1}_n \otimes \dot{\mathbf{h}}^*) = \\ & \frac{1}{k_h} \sum_{i=n_l+1}^{n_l+n_f} [(\mathbf{h}_i - \mathbf{h}^*)^T (\mathbf{h}_i^+ \dot{\theta}^* - \dot{\mathbf{h}}^*)] = 0. \end{aligned} \quad (25)$$

式 (22) 等号右边的第 4 项可重写为

$$\frac{1}{k_h} (\mathbf{h} - \mathbf{1}_n \otimes \mathbf{h}^*)^T \mathbf{S} = 0. \quad (26)$$

将式 (23) ~ (26) 代入 (22), 可得到

$$\begin{aligned} & \frac{1}{k_h} (\mathbf{h} - \mathbf{1}_n \otimes \mathbf{h}^*)^T (\dot{\mathbf{h}} - \mathbf{1}_n \otimes \dot{\mathbf{h}}^*) = \\ & (\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{h}^*)^T \mathbf{B} \bar{\mathbf{H}}^T (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*) - (v_{\max} + 1) \sum_{i=n_l+1}^{n_l+n_f} |\beta_i| + \\ & (\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{v}^*)^T \mathbf{B} \bar{\mathbf{H}}^T (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*) - \\ & (\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{v}^*)^T \mathbf{B} \bar{\mathbf{H}}^T (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*). \end{aligned} \quad (27)$$

将等式 (21) 等号右边的第 4 项与等式 (27) 等号右边的第 3 项相加, 可得到

$$\begin{aligned} & (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*)^T \bar{\mathbf{H}} \mathbf{T} (\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{v}^*) + (\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{v}^*)^T \mathbf{B} \bar{\mathbf{H}}^T (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*) = \\ & (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*)^T \bar{\mathbf{H}} \mathbf{T} (\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{v}^*) + (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*)^T \bar{\mathbf{H}} \mathbf{B} (\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{v}^*) = \\ & (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*)^T \bar{\mathbf{H}} (\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{v}^*) = 0, \end{aligned} \quad (28)$$

其中 $\bar{\mathbf{H}} (\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{v}^*) = \mathbf{0}$. 将等式 (21)、(27) 和 (28) 代入 (19), Lyapunov 函数的集值 Lie 导数可重写为

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -k_p (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*)^T \bar{\mathbf{H}} \mathbf{A} \bar{\mathbf{H}}^T (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*) - \\ & v_{\max} \|\bar{\mathbf{A}} \bar{\mathbf{H}}^T (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*)\|_1 - \\ & k_f \sum_{i=n_l+1}^{n_l+n_f} \left(\left\| \sum_{j \in N_i} (\mathbf{g}_{ij} - \mathbf{g}_{ij}^*) \right\| |\gamma_i| \right) - \\ & (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*)^T \bar{\mathbf{H}} \mathbf{A} (\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{v}^*) + \\ & (\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{h}^*)^T \mathbf{B} \bar{\mathbf{H}}^T (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*) - \\ & (v_{\max} + 1) \sum_{i=n_l+1}^{n_l+n_f} |\beta_i| - \\ & (\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{v}^*)^T \mathbf{B} \bar{\mathbf{H}}^T (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*). \end{aligned} \quad (29)$$

式 (29) 等号右边的第 4 项可放缩为

$$-(\mathbf{g} - \mathbf{g}^*)^T \bar{\mathbf{H}} \mathbf{A} (\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{v}^*) \leq v_{\max} \|\mathbf{A} \bar{\mathbf{H}}^T (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*)\|_1. \quad (30)$$

将式 (29) 等号右边的第 5 项与第 7 项相减后可放缩为

$$\begin{aligned} & (\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{h}^*)^T \mathbf{B} \bar{\mathbf{H}}^T (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*) - \\ & (\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{v}^*)^T \mathbf{B} \bar{\mathbf{H}}^T (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*) = \\ & [\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{h}^* - c^* (\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{h}^*)]^T \mathbf{B} \bar{\mathbf{H}}^T (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*) = \\ & (1 - c^*) (\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{h}^*)^T \mathbf{B} \bar{\mathbf{H}}^T (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*) \leq \\ & (v_{\max} + 1) \sum_{i=n_l+1}^{n_l+n_f} |\beta_i|. \end{aligned} \quad (31)$$

将不等式 (30) 和 (31) 代入 (29), 可得到

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -k_p (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*)^T \bar{\mathbf{H}} \mathbf{A} \bar{\mathbf{H}}^T (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*) - \\ & k_f \sum_{i=n_l+1}^{n_l+n_f} \left(\left\| \sum_{j \in N_i} (\mathbf{g}_{ij} - \mathbf{g}_{ij}^*) \right\| |\gamma_i| \right). \end{aligned} \quad (32)$$

在式 (32) 中有如下不等式成立:

$$\begin{aligned} & -k_p (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*)^T \bar{\mathbf{H}} \mathbf{A} \bar{\mathbf{H}}^T (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*) = \\ & -k_p \sum_{i=n_l+1}^{n_l+n_f} \left[\mathbf{h}_i^T \sum_{j \in N_i} (\mathbf{g}_{ij} - \mathbf{g}_{ij}^*) \right]^2 \leq 0, \end{aligned} \quad (33)$$

$$-k_f \sum_{i=n_l+1}^{n_l+n_f} \left(\left\| \sum_{j \in N_i} (\mathbf{g}_{ij} - \mathbf{g}_{ij}^*) \right\| |\gamma_i| \right) \leq 0. \quad (34)$$

将式 (33) 和 (34) 代入 (32), 可得到

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -k_p (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*)^T \bar{\mathbf{H}} \mathbf{A} \bar{\mathbf{H}}^T (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*) - \\ & k_f \sum_{i=n_l+1}^{n_l+n_f} \left(\left\| \sum_{j \in N_i} (\mathbf{g}_{ij} - \mathbf{g}_{ij}^*) \right\| |\gamma_i| \right) \leq 0. \end{aligned} \quad (35)$$

式 (29) 中存在

$$\begin{aligned} & -v_{\max} \|\mathbf{A} \bar{\mathbf{H}}^T (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*)\|_1 - \\ & (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*)^T \bar{\mathbf{H}} \mathbf{A} (\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{v}^*) \leq 0, \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} & (\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{h}^*)^T \mathbf{B} \bar{\mathbf{H}}^T (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*) - (v_{\max} + 1) \sum_{i=n_l+1}^{n_l+n_f} |\beta_i| - \\ & (\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{v}^*)^T \mathbf{B} \bar{\mathbf{H}}^T (\mathbf{g} - \mathbf{g}^*) \leq 0. \end{aligned} \quad (37)$$

由等式 (29) 和不等式 (33)、(34)、(36)、(37), 可得到当 $\dot{V} \rightarrow 0$ 时, $\mathbf{g} \rightarrow \mathbf{g}^*$. 进一步可得到 $\dot{\mathbf{g}}_{ij} = \frac{\mathbf{P}_{g_{ij}}}{\|e_{ij}\|} (\mathbf{v}_j - \mathbf{v}_i) \rightarrow 0, j \in N_i, \forall (i, j) \in \mathcal{E}$, 从而推导出 $\mathbf{v}_j \rightarrow \mathbf{v}_i, j \in N_i$. 唯一目标编队组成的图为连通图, 因此, 可得到 $\mathbf{v} \rightarrow \mathbf{1}_n \otimes \mathbf{v}^*$. 意味着由领导者 (8) 和跟随者 (9) 组成的多智能体系统渐近收敛为定义 1 所描述的目标编队. □

3 仿真验证

考虑由 6 个轮式机器人模型的智能体组成的多智能体系统. 其中: 智能体 1 ~ 智能体 3 为领导者, 智

能体 4 ~ 智能体 6 为跟随者. 所有智能体的拓扑结构如图 1 所示. 所有跟随者的期望方位向量设置为

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_{41}^* &= [\cos(-\pi/6), \sin(-\pi/6)]^T, \\ \mathbf{g}_{42}^* &= [\cos(0), \sin(0)]^T, \\ \mathbf{g}_{45}^* &= [\cos(-\pi/2), \sin(-\pi/2)]^T, \\ \mathbf{g}_{46}^* &= [\cos(-\pi/3), \sin(-\pi/3)]^T, \\ \mathbf{g}_{51}^* &= [\cos(0), \sin(0)]^T, \\ \mathbf{g}_{53}^* &= [\cos(\pi/3), \sin(\pi/3)]^T, \\ \mathbf{g}_{54}^* &= [\cos(\pi/2), \sin(\pi/2)]^T, \\ \mathbf{g}_{56}^* &= [\cos(-\pi/6), \sin(-\pi/6)]^T, \\ \mathbf{g}_{64}^* &= [\cos(2\pi/3), \sin(2\pi/3)]^T, \\ \mathbf{g}_{65}^* &= [\cos(5\pi/6), \sin(5\pi/6)]^T. \end{aligned}$$

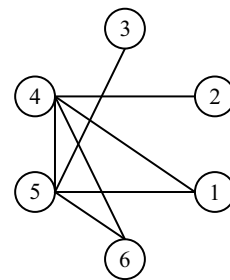


图1 拓扑结构

3.1 多智能体系统对时变速度领导者的跟踪控制

领导者时变的线速度设置为 $c^*(t) = 1.2 + \cos(t)$, 时变的角速度设置为 $\omega^*(t) = \sin(t) \cos(t) + 0.5 \sin(t)$, 领导者的速度上界设置为 $v_{\max} = 5 \text{ m/s}$. 控制器 (10) 和 (11) 的参数选择为 $k_p = 50, k_h = 2, k_f = 0.8$.

定义跟随者 i 的方位误差为 $\xi_i = \sum_{j \in N_i} \|\mathbf{g}_{ij} - \mathbf{g}_{ij}^*\|$,

图 2 和图 3 分别为所有轮式机器人智能体的轨迹和所有跟随者的方位误差. 由图 3 可见, 所有跟随者的方位误差渐近收敛为 0. 图 4 和图 5 分别为所有轮式机器人智能体的线速度和角速度, 结果表明所有智能体的线速度与角速度渐近收敛为一致. 本节的仿真结果表明, 控制律 (10) 和 (11) 可有效驱动所有跟随者移动, 使得多智能体系统渐近收敛为定义 1 所描述的目标编队. 仿真结果验证了所提出基于方位测量的编队控制律的有效性.

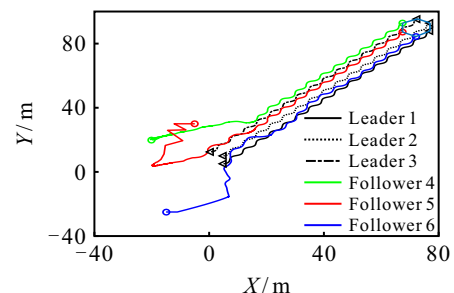


图2 所有轮式机器人智能体的轨迹

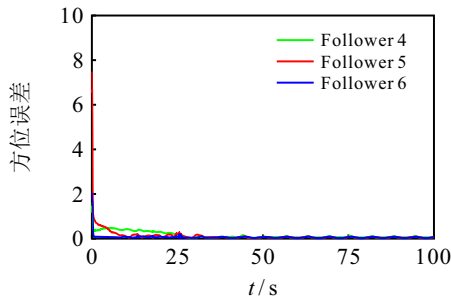


图3 所有跟随者的方位误差

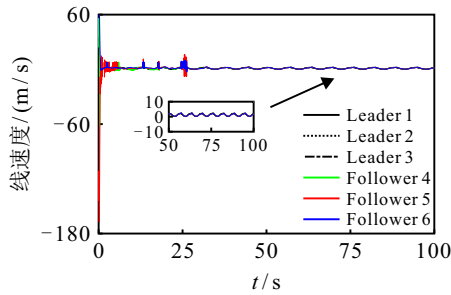


图4 所有轮式机器人智能体的线速度

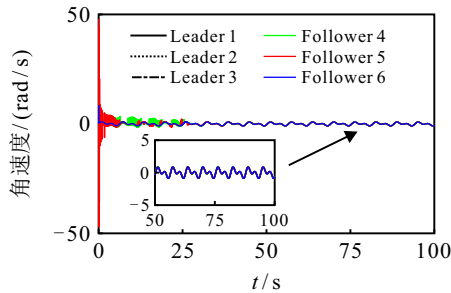


图5 所有轮式机器人智能体的角速度

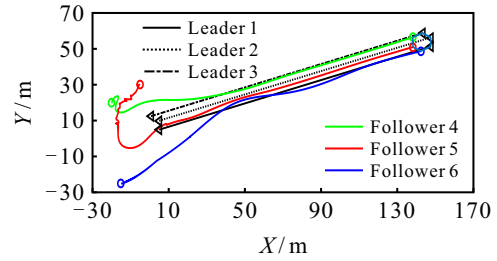
3.2 多智能体系统对恒定速度领导者的跟踪控制

本节采用文献 [28] 为轮式机器人智能体提出的基于方位测量的编队控制律作为对比实验. 领导者和跟随者的模型与本文中式 (8) 和 (9) 相同. 多智能体系统的拓扑结构与本文的图 1 相同, 所有跟随者的期望方位向量与第 3.1 节的期望方位向量相同, 控制律的参数设置为 $k_1 = 12$, $k_2 = 30$. 领导者恒定的线速度设置为 $c^*(t) = 1.5 \text{ m/s}$, 恒定的航向角设置为 $\theta^*(t) = \pi/10$.

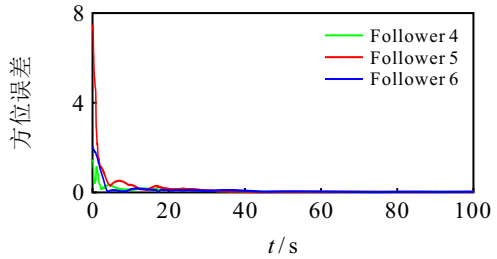
图 6 为领导者以恒定速度运动情况下, 所有智能体的轨迹和所有跟随者的方位误差. 仿真结果表明, 所有智能体可收敛为目标编队的期望几何构型. 需要指出的是, 尽管文献 [28] 提出的方法不需要跟随者获取领导者的速度信息, 但是, 该方法需要领导者以恒定速度运动, 具有较强的局限性. 相比于文献 [28], 本文考虑了领导者线速度和航向角均为时变的控制问题, 所提出方法能够有效解决领导者时变线速度未知的问题, 所提出算法更具有普适性和一般性.

4 结论

本文研究了跟随者无法获得领导者完整速度信



(a) 领导者以恒定速度运动场景下的智能体轨迹



(b) 领导者以恒定速度运动场景下的方位误差

图6 领导者以恒定速度运动情况下所有智能体的轨迹和所有跟随者的方位误差

息场景下, 基于方位测量的编队控制问题. 考虑了线速度和航向角均为时变的领导者, 本文为轮式机器人模型的跟随者设计了一种基于方位测量、领导者航向角和速度上界的编队控制律, 其中领导者的时变线速度对于所有跟随者是未知的. 使用 Lyapunov 定理证明了多智能体系统的稳定性, 仿真结果验证了所提出控制律的有效性. 在未来, 将研究基于方位测量的抗扰编队控制和容错编队控制.

参考文献 (References)

- [1] Zhao S Y, Li Z H, Ding Z T. Bearing-only formation tracking control of multiagent systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2019, 64(11): 4541-4554.
- [2] Su H F, Chen C L, Yang Z W, et al. Bearing-based formation tracking control with time-varying velocity estimation[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2023, 53(6): 3961-3973.
- [3] 郑长兵, 庞中华, 董燕飞, 等. 复杂通信约束下网络化多智能体系统的时变编队控制[J]. 控制与决策, 2024, 39(10): 3513-3520. (Zheng C B, Pang Z H, Dong Y F, et al. Time-varying formation control of networked multi-agent systems with complex communication constraints[J]. Control and Decision, 2024, 39(10): 3513-3520.)
- [4] Fang X, Xie L H, Li X L. Integrated relative-measurement-based network localization and formation maneuver control[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2024, 69(3): 1906-1913.
- [5] Ju S, Wang J, Dou L Y. MPC-based cooperative enclosing for nonholonomic mobile agents under input constraint and unknown disturbance[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2023, 53(2): 845-858.
- [6] 路则欢, 张志强, 孙元功. 有限域上多智能体系统的分

- 布式协同控制研究综述[J]. 控制与决策, 2025, 40(2): 367-374.
- (Lu Z H, Zhang Z Q, Sun Y G. A survey of distributed cooperative control of multi-agent systems over finite fields[J]. Control and Decision, 2025, 40(2): 367-374.)
- [7] Zhao G L, Luo L, Hua C C. Adaptive dynamic formation control of robotic vehicle systems based on rigid graph theory[J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2024, 22(5): 1624-1635.
- [8] Zhou H, Zuo Y, Tong S. Distributed fuzzy formation control for nonlinear multiagent systems under communication delays and switching topology[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2025, 33(2): 779-788.
- [9] Nguyen T T, Vu D V, Pham T V, et al. Bearing-constrained leader-follower formation of single-integrators with disturbance rejection: Adaptive variable-structure approaches[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2024, 54(11): 6283-6296.
- [10] Li Z H, Tnunay H, Zhao S Y, et al. Bearing-only formation control with prespecified convergence time[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52(1): 620-629.
- [11] Zhao S Y, Zelazo D. Bearing rigidity theory and its applications for control and estimation of network systems: Life beyond distance rigidity[J]. IEEE Control Systems Magazine, 2019, 39(2): 66-83.
- [12] Trinh M H, Zhao S Y, Sun Z Y, et al. Bearing-based formation control of a group of agents with leader-first follower structure[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2019, 64(2): 598-613.
- [13] Sewlia M, Zelazo D. Bearing-based formation stabilization using event-triggered control[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2024, 34(6): 4375-4387.
- [14] Jain P, Peterson C K, Beard R W. Encirclement of moving targets using noisy range and bearing measurements[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2022, 45(8): 1399-1414.
- [15] Trinh M H, Tran Q V, Vu D V, et al. Robust tracking control of bearing-constrained leader-follower formation[J]. Automatica, 2021, 131: 109733.
- [16] Chen L M, Lin Z Y, de Marina H G, et al. Maneuvering angle rigid formations with global convergence guarantees[J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2022, 9(8): 1464-1475.
- [17] Huang Y, Meng Z Y. Bearing-based distributed formation control of multiple vertical take-off and landing UAVs[J]. IEEE Transactions on Control of Network Systems, 2021, 8(3): 1281-1292.
- [18] Chan N P K, Jayawardhana B, de Marina H G. Stability analysis of gradient-based distributed formation control with heterogeneous sensing mechanism: The three robot case[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2022, 67(8): 4285-4292.
- [19] Zhao J N, Yu X, Li X W, et al. Bearing-only formation tracking control of multi-agent systems with local reference frames and constant-velocity leaders[J]. IEEE Control Systems Letters, 2021, 5(1): 1-6.
- [20] Zhao J N, Li X W, Yu X, et al. Finite-time cooperative control for bearing-defined leader-following formation of multiple double-integrators[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52(12): 13363-13372.
- [21] Cheah H L, Deghat M. Bearing-based leader-follower formation tracking control using elevation angle[J]. IEEE Access, 2024, 12: 128618-128630.
- [22] Erskine J, Balderas R, Fantoni I, et al. Model predictive control for dynamic quadrotor bearing formations[C]. International Conference on Robotics and Automation. Xi'an, 2021: 124-130.
- [23] Su H F, Zhu S Y, Chen C L, et al. Bearing-based robust formation tracking control of underactuated AUVs with optimal parameter tuning[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2024, 54(7): 4049-4062.
- [24] Li J, Du J L, Chang W J. Robust time-varying formation control for underactuated autonomous underwater vehicles with disturbances under input saturation[J]. Ocean Engineering, 2019, 179: 180-188.
- [25] Lu Y, Sun R S. Concise adaptive fault-tolerant formation scaling control for autonomous vehicles with bearing measurements[J]. Journal of Marine Science and Engineering, 2024, 12(8): 1407.
- [26] 鞠爽. 感知能力受限的移动多自主系统协同包围编队控制研究[D]. 北京: 北京化工大学, 2022. (Ju S. Research on cooperative circular formation control of multiple mobile agent system[D]. Beijing: Beijing University of Chemical Technology, 2022.)
- [27] Ju S, Wang J, Dou L Y. Moving-target-enclosing control for multiple nonholonomic mobile agents with bearing measurements[C]. IEEE the 11th Data Driven Control and Learning Systems Conference. Chengdu, 2022: 728-733.
- [28] Tran Q V, Kim J. Bearing-constrained formation tracking control of nonholonomic agents without inter-agent communication[J]. IEEE Control Systems Letters, 2022, 6: 2401-2406.

作者简介

赵云杰 (1992-), 男, 博士生, 主要研究方向为多智能体协同控制、鲁棒控制, E-mail: perc_zyj@126.com;

王晶 (1972-), 女, 教授, 博士, 博士生导师, 主要研究方向为多智能体协同控制、故障诊断与容错控制, E-mail: jwang@ncut.edu.cn;

窦立亚 (1988-), 女, 副教授, 博士, 主要研究方向为多智能体协同控制、非线性控制, E-mail: liyadou@mail.buct.edu.cn;

鞠爽 (1992-), 女, 讲师, 博士, 主要研究方向为多智能体系统、基于方位的编队控制, E-mail: jushuang@stdu.edu.cn;

周萌 (1988-), 女, 教授, 博士, 博士生导师, 主要研究方向为多智能体围捕控制、故障诊断与容错控制, E-mail: zhoumeng@ncut.edu.cn.