

控制与决策

Control and Decision

基于自适应萤火虫重采样的区间粒子滤波器设计

王子赟, 冯超, 王艳, 纪志成

引用本文:

王子赟, 冯超, 王艳, 等. 基于自适应萤火虫重采样的区间粒子滤波器设计[J]. *控制与决策*, 2025, 40(9): 2817–2825.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2024.1406>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

混合柯西变异和均匀分布的蝗虫优化算法

Hybrid Cauchy mutation and uniform distribution of grasshopper optimization algorithm
控制与决策. 2021, 36(7): 1558–1568 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1609>

基于转换量测容积卡尔曼滤波器带多普勒量测的目标跟踪算法

Converted measurement cubature Kalman filter for Doppler-assisted target tracking
控制与决策. 2021, 36(6): 1425–1434 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1070>

尺度自适应的多特征融合相关滤波目标跟踪算法

Scale adaptation and multi-feature fusion correlation filtering object tracking algorithm
控制与决策. 2021, 36(2): 429–435 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0445>

具有重组学习和混合变异的动态多种群粒子群优化算法

Dynamic multi-population particle swarm optimization algorithm with recombined learning and hybrid mutation
控制与决策. 2021, 36(12): 2871–2880 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0898>

基于仿生算法改进粒子滤波的SLAM算法精度预测

Accuracy prediction of SLAM algorithm based on bionic algorithm to improve particle filter
控制与决策. 2021, 36(1): 166–172 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0555>

基于自适应萤火虫重采样的区间粒子滤波器设计

王子贇^{1,2†}, 冯超^{1,2}, 王艳^{1,2}, 纪志成^{1,2}

(1. 江南大学 物联网技术应用教育部工程研究中心, 江苏 无锡 214122;

2. 江南大学 物联网工程学院, 江苏 无锡 214122)

摘要: 现有的粒子滤波器在解决未知但有界系统状态估计问题时, 普遍存在粒子需求量大和粒子退化问题, 影响状态估计的精确性. 鉴于此, 设计一种基于自适应萤火虫重采样的区间粒子滤波器. 首先, 通过宽度和估计误差计算每个区间的权重, 进而根据权重判断区间是否被舍弃; 然后, 在重采样步骤中引入自适应萤火虫优化策略, 通过求解优化后的自适应系数来确定每个粒子区间的移动方向和步长, 从而改进后验粒子区间分布; 接着, 进一步划分状态估计区间, 对所得到的状态估计上下界进行迭代收缩, 以获得更小的状态估计区间边界和更准确的状态估计结果. 所提出算法可使得具有更高权重系数的区间能够更有效地包裹真实状态, 从而减少粒子需求, 且所设计的自适应重采样策略能够显著降低粒子退化的程度. 最后, 通过数值仿真和 Buck-Boost 模型的实验, 验证了所提出算法能够更紧致地包裹状态的上下界, 且具有更低的均方根误差, 表明所设计滤波器提高了状态估计的准确性, 提供了更紧致的状态包裹.

关键词: 粒子滤波; 自适应萤火虫算法; 区间理论; 状态估计; 重采样

中图分类号: TP273 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2024.1406

引用格式: 王子贇, 冯超, 王艳, 等. 基于自适应萤火虫重采样的区间粒子滤波器设计 [J]. 控制与决策, 2025, 40(9): 2817-2825.

Design of adaptive firefly resampling-based interval particle filter

WANG Zi-yun^{1,2†}, FENG Chao^{1,2}, WANG Yan^{1,2}, JI Zhi-cheng^{1,2}

(1. Engineering Research Center of Internet of Things Technology Applications of Ministry of Education, Jiangnan University, Wuxi 214122, China; 2. School of Internet of Things Engineering, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

Abstract: When dealing with the state estimation of an unknown but bounded system, existing particle filter methods generally have problems of high particle demand and particle degeneracy, which affects the accuracy of state estimation. This paper designs an adaptive firefly based-interval particle filter. Firstly, the weight of each interval is calculated through its width and estimation error. Then, an adaptive firefly optimization strategy is introduced in the resampling step. By calculating the optimized adaptive coefficient, the moving direction and step size of each particle interval are determined to improve the posterior particle interval distribution. In addition, the state estimation interval is further divided, and the upper and lower bounds of the obtained state estimation are iteratively contracted to obtain smaller state estimation interval boundaries and more accurate state estimation results. The proposed algorithm can make intervals with higher weight coefficients wrap the true state more effectively, thereby reducing the particle demand. Moreover, the designed adaptive resampling strategy can significantly reduce the degree of particle degradation. Finally, through numerical simulation and experiments on the Buck-Boost model, it is verified that the proposed algorithm can wrap the upper and lower bounds of the state estimation more tightly and has a lower root mean square error, indicating that the designed filter improves the accuracy of state estimation and provides a tighter state wrapping.

Keywords: particle filter; adaptive firefly algorithm; interval theory; state estimation; resampling

0 引言

状态估计的目的是基于测量值获得系统的真实

状态, 从而能够准确描述系统对环境和内部动态做

出的实时反应, 也是许多控制策略应用的基础. 目前,

收稿日期: 2024-12-04; 录用日期: 2025-04-03.

基金项目: 国家自然科学基金面上项目 (62473174); 江苏省自然科学基金面上项目 (BK20221533).

责任编委: 陈家伟.

†通信作者. E-mail: wangzy0601@163.com.

最常用的状态估计方法是卡尔曼滤波 (KF)^[1] 以及它的同类衍生方法, 包括扩展卡尔曼滤波 (EKF)^[2] 和无迹卡尔曼滤波 (UKF)^[3]. 这些滤波方法通常需要假设系统噪声遵循高斯分布原则. 然而, 当噪声偏离已知的分布假设时, 卡尔曼滤波及其衍生方法表现较差甚至失效.

粒子滤波^[4] 引入了蒙特卡洛思想, 能够有效处理非高斯噪声, 其中系统状态的后验概率密度函数由一组加权随机粒子表示. 为增强粒子滤波算法的精确性以及降低粒子退化的影响, 近年来, 学者们提出引入遗传算法^[5]、粒子群优化算法^[6] 和萤火虫算法^[7] 等智能算法来优化重采样使得建议分布更接近后验分布, 其中萤火虫算法受到萤火虫利用光进行交流方式的启发, 具有结构简单、全局搜索能力强等优势^[8], 可被应用于改善粒子分布情况以及避免算法陷入局部最优解. 此外, 通过引入区间表示更全面地捕捉和处理系统不确定性, 进而设计合适的区间滤波器也是提升系统状态估计准确性和鲁棒性的有效方法. 文献 [9] 提出了区间衍生粒子滤波算法, 通过利用区间滤波生成的重要性密度函数和类似光子衍射的粒子衍生过程, 提升了系统状态估计的逼近精度和实时性; 文献 [10] 基于区间不确定性推理, 利用 Box-CBMeMBer 滤波器提出了基于信息测度的传感器控制策略, 实现了对存在区间不确定性的多目标跟踪系统的控制. 然而, 粒子滤波算法也有其局限性, 如粒子退化^[11] 和需求粒子数量大^[12], 其中粒子退化主要体现在算法经数次迭代后, 大部分粒子的权重可能会变得非常小, 导致它们对后验分布的影响十分有限. 文献 [13] 将遗传算法与粒子滤波相结合, 用于粒子的重采样过程, 据此提出了一种基于遗传粒子滤波的积雪数据同化方法. 此外, 在重采样过程中, 通常需要借助显著的粒子数量来保证算法的准确性, 但是, 这样也会不可避免地增加计算量. 因此, 如何选取合适的粒子权重系数, 如何根据粒子区间的位置关系设计适当的重采样机制, 进而避免因粒子退化带来的准确性瓶颈, 均是目前需要解决的问题.

基于此, 本文旨在提出一种基于自适应萤火虫重采样的区间粒子滤波方法, 以降低重采样导致的粒子退化影响. 首先, 引入区间概念, 并结合估计误差, 计算并更新每个粒子的权重; 然后, 引入自适应萤火虫策略, 设计粒子区间距离测算和区间吸引机制, 以实现粒子优化的同时避免粒子单一化; 最后, 基于区间二分法的思想来实现区间的局部优化, 以获得系统更精确的状态估计.

1 问题描述与预备知识

1.1 符号与定义

下文列出本文使用的一些定义.

定义 1^[14] 定义区间 $[x] = [\underline{x}, \bar{x}]$, 其中 \underline{x} 和 \bar{x} 分别为区间 $[x]$ 的下界和上界. 当区间扩展至 n 维空间时, 可表示为

$$[x] = [x_1] \times [x_2] \times \dots \times [x_n] = \times_{i=1}^n [x_i],$$

这里运算符 \times 表示笛卡尔积.

定义 2^[14] 定义区间 $[x]$ 的半径和中心分别为

$$[x]_{\text{rad}} = \frac{\bar{x} - \underline{x}}{2}, [x]_{\text{mid}} = \frac{\bar{x} + \underline{x}}{2}. \quad (1)$$

另外, 定义 $[x]_{i,\text{rad}}$ 为 $[x]_{\text{rad}}$ 的第 i 个元素, $[x]_{j,\text{mid}}$ 为 $[x]_{\text{mid}}$ 的第 j 个元素, 分别表示区间第 i 维的半径和第 j 维的中心.

1.2 问题描述

考虑如下线性离散系统:

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + w_k, \\ y_k = Cx_k + v_k. \end{cases} \quad (2)$$

其中: 给定 x_k 、 u_k 和 y_k 分别为 k 时刻状态值、输入值和测量值; A 、 B 和 C 分别为状态转移矩阵、输入矩阵和测量矩阵; w_k 为过程噪声, v_k 为测量噪声, 它们均未知但有界, 即满足 $|w_k|_{\infty} \leq w$, $|v_k|_{\infty} \leq v$, w 、 v 分别为两种噪声的边界值, 且 w_k 和 v_k 分别在噪声范围内随机变化. 记 $Y_k = [y_1^T, y_2^T, \dots, y_k^T]^T$ 为从 $1 \sim k$ 时刻的测量值集合.

现有的粒子滤波算法及其改进算法中, 普遍存在粒子数需求大, 以及粒子存在样本退化问题等. 本文的目标是针对式 (2) 所示的噪声不确定系统, 设计一种新的粒子滤波算法, 在实现未知但有界噪声下状态估计的同时, 减少算法对粒子数的需求, 并降低粒子退化的影响.

下面先介绍传统的粒子滤波算法和萤火虫算法.

1.3 粒子滤波算法

基于 $k-1$ 时刻的概率密度函数 $p(x_{k-1}|Y_{k-1})$, 可根据状态方程计算 k 时刻状态的先验概率密度函数, 如下所示:

$$p(x_k|Y_{k-1}) = \int p(x_k|x_{k-1})p(x_{k-1}|Y_{k-1})dx_{k-1}.$$

然后, 结合 k 时刻的测量值 y_k , 根据贝叶斯原理可知, k 时刻状态的后验概率密度函数为

$$p(x_k|Y_k) = \frac{p(y_k|x_k)p(x_k|Y_{k-1})}{p(y_k|Y_{k-1})}, \quad (3)$$

其中 $p(y_k|Y_{k-1}) = \int p(y_k|x_k)p(x_k|Y_{k-1})dx_k$. 由于难以通过式 (3) 中的后验概率分布获得非高斯系统

的解析解, 在粒子滤波过程中引入了蒙特卡洛采样. 首先, 采用重要性密度函数

$$q(x_{0:k}|Y_k) = q(x_{0:k-1}|Y_{k-1})q(x_k|x_{0:k-1}, Y_k)$$

计算 k 时刻第 i 个粒子的权重, 有

$$w_k^i = \frac{p(y_k|x_k^i)p(x_k^i|x_{k-1}^i)p(x_{0:k-1}^i|Y_{k-1})}{q(x_k^i|x_{0:k-1}^i, Y_k)q(x_{0:k-1}^i|Y_{k-1})} = w_{k-1}^i \frac{p(y_k|x_k^i)p(x_k^i|x_{k-1}^i)}{q(x_k^i|x_{0:k-1}^i, Y_k)} \quad (4)$$

一般为了简便, 往往将先验概率 $p(x_k^i|x_{k-1}^i)$ 作为概率密度函数, 因此, $w_k^i = w_{k-1}^i p(x_k^i|x_{k-1}^i)$. 然后, 利用粒子 x_k^i 及其权重 $w_k^i (i = 1, 2, \dots, N)$, 可近似计算后验概率, 即

$$p(x_k|Y_k) = \sum_{i=1}^N w_k^i \delta(x_k - x_k^i), \quad (5)$$

这里 $\delta(\cdot)$ 为狄拉克函数. 最后, 利用具有归一化权重的粒子进行状态估计, 如下所示:

$$\hat{x}_k = \sum_{i=1}^N w_k^i x_k^i / \sum_{i=1}^N w_k^i. \quad (6)$$

为避免粒子退化, 在归一化后还需要对粒子进行重采样, 并将采样后的粒子权重置为 $\frac{1}{N}$.

1.4 萤火虫算法

萤火虫算法是一种用于解决全局优化问题的智能算法, 其具有结构简单、自适应能力好、全局搜索能力强的优点. 对于任意两个萤火虫 i 和萤火虫 j , 第 i 个萤火虫受第 j 个萤火虫吸引后的位置可表示为

$$x_i = x_i + \beta e^{-\gamma r_{ij}}(x_j - x_i) + \alpha \left(\text{rand} - \frac{1}{2} \right). \quad (7)$$

其中: β 为萤火虫间吸引力的初始强度, 该参数决定了萤火虫间的相互作用程度. α 为随机扰动系数. rand 为一个 $0 \sim 1$ 之间的随机数. r_{ij} 为第 i 个萤火虫与第 j 个萤火虫间的笛卡尔距离, 即

$$r_{ij} = \|x_i - x_j\| = \sqrt{\sum_{k=1}^{\text{dim}} (x_{i,k} - x_{j,k})^2}. \quad (8)$$

这里: $x_{i,k}$ 和 $x_{j,k}$ 分别为第 i 个萤火虫和第 j 个萤火虫在第 k 维的坐标值, dim 为总维度.

萤火虫算法的核心在于: 在萤火虫移动后, 根据更新后的萤火虫位置重新计算萤火虫的亮度. 当满足迭代终止条件时, 可获得全局最优位置和最佳个体值.

2 基于自适应萤火虫重采样的区间粒子滤波

现有的粒子滤波算法对于粒子需求量普遍较大, 且主要采用均匀重置粒子权重的方式对粒子权重进

行归一化处理, 易引发粒子退化问题, 降低状态估计精度. 本节研究一种基于自适应萤火虫重采样区间粒子滤波方法, 并将搜索空间划分为若干区间, 根据迭代过程逐步缩小搜索范围, 并通过先全局再局部优化的方式搜索最优估计值.

2.1 初始化

首先, 沿搜索空间最大边的方向将搜索空间分为 N 等分, 得到一系列粒子区间 $\{S^1, S^2, \dots, S^N\}$, 也可表示为 $\{[x]_1^1, [x]_1^2, \dots, [x]_1^N\}$. 其中: $S^i = [x]_1^i$, N 为初始粒子区间的数量. 为简化计算, 用区间中心近似表示粒子区间的状态估计值, 并以粒子区间为个体形成种群.

2.2 预测

一般而言, 粒子的权重计算通常直接基于估计状态值与真实值间的残差. 然而, 仅使用残差作为判据其实不能正确表示粒子区间. 如考虑宽度分别为 r_1 和 r_2 的两个区间, 它们的中心与真实值间的距离分别为 d_1 和 d_2 . 假设真实值位于第1个区间, 但是, 第1个区间的中心比第2个区间的中心距离真实值更远. 这种情况意味着 $r_1 > d_1 > d_2 > r_2$, 可见, 若仅计算残差, 则会导致不包含真值的第2个区间计算所得的权重更高, 这明显与真实情况不符. 因此, 本文定义 k 时刻第 i 个粒子的权重系数表示为

$$w_k^i = e^{-\mu_k^i (y_k - \tilde{y}_k)^2}, \quad (9)$$

其中 μ_k^i 为待求解的 k 时刻第 i 个粒子的区间宽度系数.

针对式(2)所示的系统, 假设 k 时刻有 N 个粒子区间 $[\tilde{x}]_k^1, [\tilde{x}]_k^2, \dots, [\tilde{x}]_k^N$, 其区间宽度分别表示为 r_1, r_2, \dots, r_N . 定义粒子区间宽度的最大值 $r_{\max} = \max\{r_1, r_2, \dots, r_N\}$, 以及区间中心与真实状态值间的距离为 d_1, d_2, \dots, d_N . 下面, 设计一种新的权重计算策略.

定理 1 对于系统(2), 确保具有更高权重的区间更可能包含真实值的充分条件为

$$\mu_k^i = ([\tilde{x}]_{\text{rad},k}^{\max})^2 / ([\tilde{x}]_{\text{rad},k}^i)^2. \quad (10)$$

其中: μ_k^i 为定义的区间宽度系数, $[\tilde{x}]_{\text{rad},k}^{\max}$ 为 k 时刻具有最大区间宽度的区间, $[\tilde{x}]_{\text{rad},k}^i$ 为 k 时刻第 i 个区间的宽度.

证明 针对式(2)所示的系统, 其输出观测器的残差可表示为

$$y_k - \tilde{y}_k = C(x_k - [\tilde{x}]_{\text{mid},k}^i) = C d_{i,k}, \quad (11)$$

其中 $[\tilde{x}]_{\text{mid},k}^i$ 为 k 时刻第 i 个粒子的区间中心. 因此, 有

$$(y_k - \tilde{y}_k)^2 = (Cd_{i,k})^2 = CC^T(d_{i,k})^2. \quad (12)$$

将距离关系式(12)代入(9),可得到

$$w_k^i = e^{-\mu_k^i (y_k - \tilde{y}_k)^2} = e^{-\mu_k^i CC^T(d_{i,k})^2}. \quad (13)$$

对于 k 时刻的两个随机粒子区间 $[x]_k^i$ 和 $[x]_k^j$,它们与真实值间的距离分别为 $d_{i,k}$ 和 $d_{j,k}$,半径分别为 $r_{i,k}$ 和 $r_{j,k}$.将式(10)代入(13),可得到两个粒子区间各自的权重系数分别为

$$w_k^i = e^{-CC^T\left(\frac{d_{i,k}r_{\max,k}}{r_{i,k}}\right)^2}, w_k^j = e^{-CC^T\left(\frac{d_{j,k}r_{\max,k}}{r_{j,k}}\right)^2}.$$

这里: $r_{i,k} = [\tilde{x}]_{\text{rad},k}^i$, $r_{j,k} = [\tilde{x}]_{\text{rad},k}^j$, $r_{\max,k} = [\tilde{x}]_{\text{rad},k}^{\max}$.因此,有

$$\begin{aligned} \ln w_k^i &= -CC^T\left(\frac{d_{i,k}r_{\max,k}}{r_{i,k}}\right)^2, \\ \ln w_k^j &= -CC^T\left(\frac{d_{j,k}r_{\max,k}}{r_{j,k}}\right)^2. \end{aligned}$$

可见,有

$$\begin{aligned} \ln \frac{w_k^i}{w_k^j} &= \ln w_k^i - \ln w_k^j = \\ &= -CC^T\left(\frac{d_{i,k}r_{\max,k}}{r_{i,k}}\right)^2 + CC^T\left(\frac{d_{j,k}r_{\max,k}}{r_{j,k}}\right)^2 = \\ &= -CC^T\left[\left(\frac{d_{i,k}r_{\max,k}}{r_{i,k}}\right)^2 - \left(\frac{d_{j,k}r_{\max,k}}{r_{j,k}}\right)^2\right] = \\ &= -CC^T r_{\max,k}^2 \left[\left(\frac{d_{i,k}}{r_{i,k}}\right)^2 - \left(\frac{d_{j,k}}{r_{j,k}}\right)^2\right]. \end{aligned} \quad (14)$$

利用式(14)比较两个粒子区间的权重系数时,既考虑了估计误差,又考虑了区间半径.若真实值位于某个区间内,如落在了第 i 个粒子区间,则 $r_{i,k} > d_{i,k}$,因此, $(d_{i,k}/r_{i,k})^2 < 1$.同时,对于其他不包含真实值的区间 $j(j \neq i)$,有 $r_{j,k} < d_{j,k}$,且 $(d_{j,k}/r_{j,k})^2 > 1$.因此, $\ln \frac{w_k^i}{w_k^j} > 0$,即 $w_k^i > w_k^j$.这证明了引入式(10)所示的区间宽度系数 μ_k^i 后,具有更高权重系数的区间能够更有效地包裹真实状态.□

2.3 更新

对于得到的粒子区间序列,按照权重降序排列粒子并更新 k 时刻第 i 个粒子的权重系数,如下所示:

$$w_k^i = w_{k-1}^i p(y_k | [x]_{\text{mid},k}^i), \quad (15)$$

其中 $p(y_k | [x]_{\text{mid},k}^i)$ 为 k 时刻第 i 个粒子的重要性密度函数.

2.4 重采样

为衡量粒子退化的程度,本文选取近似有效样本数为

$$N_e = \left(\sum_{i=1}^N (w_k^i) \right)^{-2}, \quad (16)$$

较小的 N_e 表明粒子退化严重.然后,将其与预设阈

值 $N_{\text{thr}} = \eta N$ 进行比较,其中 η 为一个从0~1的给定系数.若 $N_e < N_{\text{thr}}$,则需要进行重采样;反之,则不需要.

所提出基于自适应萤火虫重采样的区间滤波算法,其重采样步骤包括粒子区间距离测算和区间吸引等两个阶段.

2.4.1 粒子区间距离测算

定义第 i 个粒子区间与其他粒子区间的平均距离为

$$\begin{aligned} \hat{r}_i &= \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N r_{ij}, \quad i \neq j, \\ r_{ij} &= \|[x]_{\text{mid},k}^i - [x]_{\text{mid},k}^j\|_2 + \|[x]_{\text{rad},k}^i - [x]_{\text{rad},k}^j\|_2, \end{aligned} \quad (17)$$

其中 $[x]_{\text{rad},k}^i$ 为 k 时刻第 i 个粒子区间的半径.若 $r_{ij} < \hat{r}_i$,则 $[x]_{\text{rad},k}^j$ 被视为 $[x]_{\text{rad},k}^i$ 的邻居粒子区间.

2.4.2 粒子区间吸引

对于任意粒子区间,根据权重将所有邻居分为真邻和假邻.当 $\tilde{w}_k^j > \tilde{w}_k^i$ 时,被视为真邻;反之,则为假邻.由于真邻的影响,所有邻域范围内的粒子区间均会受到吸引.根据邻域内是否存在真邻,可分为以下两种情况.

情况1 存在真邻

对于任意粒子区间,若其邻域内存在真邻粒子区间,则其移动后的位置为

$$[\tilde{x}]_{\text{mid},k}^{i,j} = [\tilde{x}]_{\text{mid},k}^i + \beta_{ij}([\tilde{x}]_{\text{mid},k}^j - [\tilde{x}]_{\text{mid},k}^i) + \alpha_i \epsilon_i. \quad (18)$$

其中:上标 i, j 表示第 i 个粒子区间受其第 j 个真邻粒子区间吸引后生成的新粒子区间. β_{ij} 为自适应吸引系数, $\beta_{ij} = \beta_0 \tilde{w}_k^j e^{-\gamma_i r_{ij}^2}$, $j = 1, 2, \dots, N_t$, β_0 为最大吸引力, $\gamma_i = \frac{1}{1 + \rho e^{-\hat{r}_i}}$ 为基于距离的系数, $\rho = \frac{1}{2} + \frac{1}{1+t^2}$ 为迭代系数, t 为吸引步的迭代次数,这样 ρ 会随着迭代次数 t 衰减,其作用是实现早期的大范围优化和后期的小范围搜索. ϵ_i 为一个从0到1的随机数. α_i 为步长因子,即

$$\alpha_i = \begin{cases} as_{\min}, & \tilde{w}_k^i > \tilde{w}_k^{\text{ave}}; \\ as_{\min} + \frac{as_{\max} - as_{\min}}{1 + \exp\left\{\frac{\tilde{w}_k^i - \tilde{w}_k^{\text{ave}}}{\tilde{w}_k^{\max} - \tilde{w}_k^{\text{ave}}}\right\}}, & \tilde{w}_k^i \leq \tilde{w}_k^{\text{ave}}. \end{cases} \quad (19)$$

这里: as_{\min} 和 as_{\max} 分别为最小和最大调整步长, \tilde{w}_k^{ave} 为 k 时刻所有粒子区间的平均权重.

为获得新生成的粒子区间中心,这里取区间宽度为 $\frac{[\tilde{x}]_{\text{rad},k}^i + [\tilde{x}]_{\text{rad},k}^j}{2}$ 计算其权重,并与原始粒子权重进行比较.权重最大的粒子区间被定为子代,记为

$[\tilde{x}]_{mid,k}^{i,off}$. 由此可得到粒子区间的上下界分别为

$$\bar{x}_k^{i,off} = [\tilde{x}]_{mid,k}^{i,off} + \frac{[\tilde{x}]_{rad,k}^i + [\tilde{x}]_{rad,k}^j}{2}, \quad (20)$$

$$\underline{x}_k^{i,off} = [\tilde{x}]_{mid,k}^{i,off} - \frac{[\tilde{x}]_{rad,k}^i + [\tilde{x}]_{rad,k}^j}{2}. \quad (21)$$

其中: $i = 1, 2, \dots, N_1$, N_1 为具有真邻的粒子区间数; $j = 1, 2, \dots, N_i$, N_i 为第*i*个粒子区间的真邻数.

情况 2 不存在真邻.

对于没有真邻的粒子区间, 它只会受到全局最优粒子区间的吸引, 此时粒子区间移动后的位置为

$$[\tilde{x}]_{mid,k}^{i,best} = [\tilde{x}]_{mid,k}^i + \beta_{ibest}([\tilde{x}]_{mid,k}^{best} - [\tilde{x}]_{mid,k}^i) + \alpha_i \epsilon_i. \quad (22)$$

其中: $[\tilde{x}]_{mid,k}^{best}$ 为*k*时刻权重最高的粒子区间的中心; $\beta_{ibest} = \beta_0 \tilde{w}_k^j e^{-\gamma_i r_{ibest}^2}$, 这里 r_{ibest} 为 $[\tilde{x}]_k^i$ 与 $[\tilde{x}]_k^{best}$ 间的距离.

与情况 1 不同, 当不存在真邻时, 区间宽度为 $([\tilde{x}]_{rad,k}^i + [\tilde{x}]_{rad,k}^{best})/2$, 与原粒子区间比较, 取权重较大的作为子代, 记为 $[\tilde{x}]_{mid,k}^{i,off}$. 此时粒子的上下界分别为

$$\bar{x}_k^{i,off} = [\tilde{x}]_{mid,k}^{i,off} + \frac{[\tilde{x}]_{rad,k}^i + [\tilde{x}]_{rad,k}^{best}}{2}, \quad (23)$$

$$\underline{x}_k^{i,off} = [\tilde{x}]_{mid,k}^{i,off} - \frac{[\tilde{x}]_{rad,k}^i + [\tilde{x}]_{rad,k}^{best}}{2}. \quad (24)$$

其中: $i = 1, 2, \dots, N_2$, N_2 为没有真邻的粒子区间数.

用子代粒子区间替换父代粒子区间后, 重新使用式 (9) 计算所有粒子区间, 再次归一化权重并计算有效样本数. 若 $N_e < N_{thr}$, 则重复运行重采样步骤.

2.5 粒子区间收缩与局部优化

在运行上述重采样步骤后, 粒子区间的状态估计值和区间宽度分别为

$$\hat{x}_k = \sum_{i=1}^N w_k^i [x]_{mid,k}^i, \quad [\hat{x}]_{rad,k} = \sum_{i=1}^N w_k^i [x]_{rad,k}^i. \quad (25)$$

对于状态估计区间 $[\hat{x}]_k$, 若满足条件:

$$|y_k - C\hat{x}_k| < \min\{|C\bar{x}_k - C\hat{x}_k|, |C\underline{x}_k - C\hat{x}_k|\}, \quad (26)$$

则表明真实值被状态估计区间包裹. 下面针对满足条件 (26) 的区间, 进一步划分该区间为多个子区间, 并通过更小的上下界包裹状态的真实值, 即

$$\bar{x}_k^{i,new} = \bar{x}_k^i - \tau [\hat{x}]_{rad,k}^i, \quad \underline{x}_k^{i,new} = \underline{x}_k^i + \tau [\hat{x}]_{rad,k}^i. \quad (27)$$

其中: $\tau = \frac{1}{1+l} e^{-(y_k - \hat{y}_k)^2}$ 为自适应系数, l 为迭代次数. 自适应系数确保在状态估计过程中可以实现早期较大幅度收缩, 后期小幅度收缩的算法效果. 然后, 在获得的粒子区间 $[x]_k^i = [\underline{x}_k^i, \bar{x}_k^i]$ 中插入 $\underline{x}_k^{i,new}$ 和 $\bar{x}_k^{i,new}$,

此时区间被划分为连续的 3 部分, 分别表示为 $[x]_k^{i,1} = [\underline{x}_k^i, \underline{x}_k^{i,new}]$, $[x]_k^{i,2} = [\underline{x}_k^{i,new}, \bar{x}_k^{i,new}]$, $[x]_k^{i,3} = [\bar{x}_k^{i,new}, \bar{x}_k^i]$. 通过计算每个粒子的分块区间权重, 保留最优粒子分块区间并舍弃其余的粒子分块区间. 粒子区间局部优化的流程如图 1 所示.

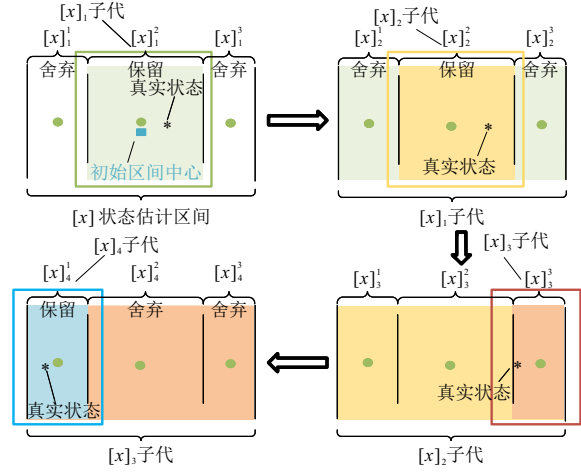


图1 粒子区间局部优化示意图

2.6 算法收敛性分析

引理 1^[15] 对于一连串区间 $\{[a_n, b_n]\}$, ($n = 1, 2, \dots$), 若满足以下条件: 1) $[a_{n+1}, b_{n+1}] \subset [a_n, b_n]$; 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} (b_n - a_n) = 0$. 则这组区间 $\{[a_n, b_n]\}$ 被称为区间套.

若 $A_n = [a_n, b_n]$ 为一系列闭区间, 且对于所有的 $n \in \mathbb{R}$ 有 $A_{n+1} \subseteq A_n$, $\{[a_n, b_n]\}$ 构成区间套, 则一定存在一个实数 $\zeta \in \bigcap_{n \in \mathbb{R}} A_n$ 且 $\zeta = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$.

对于 k 时刻的状态估计粒子区间 $[\hat{x}]_k$, 将其上界和下界分别记为 \bar{x}_k 、 \underline{x}_k . 将上文提到的局部优化方法用于收缩区间, 记第 i 次迭代收缩后的区间上下界分别为 $\bar{x}_{i,k}$ 、 $\underline{x}_{i,k}$, 则原始区间可划分为 3 个更小的区间, 记为 $[x]_{i,k}^1 = [\underline{x}_k, \underline{x}_{i,k}]$, $[x]_{i,k}^2 = [\underline{x}_{i,k}, \bar{x}_{i,k}]$, $[x]_{i,k}^3 = [\bar{x}_{i,k}, \bar{x}_k]$, 其中上标表示第 i 代子代内的第 j 个子代区间 ($j = 1, 2, 3$). 计算这 3 个新区间的权重, 找到最优的子代区间, 并进一步对其进行划分.

假设最优的后代区间为 $[x]_{i,k}^1$. 继续收缩该区间以获得 $\bar{x}_{i+1,k}$ 、 $\underline{x}_{i+1,k}$, 然后得到 3 个新区间: $[x]_{i+1,k}^1$, $[x]_{i+1,k}^2$, $[x]_{i+1,k}^3$. 可在其中找到最优区间, 假设子代代 $[x]_{i+1,k}^1$, 依此类推. 经过足够次数的收缩迭代后, 可获得 n 次迭代后的区间上下界 $\lim_{n \rightarrow \infty} \bar{x}_{n,k}$, $\lim_{n \rightarrow \infty} \underline{x}_{n,k}$. 假设其对应的区间为 $\lim_{n \rightarrow \infty} [x]_{n,k}^1$, 则这一系列区间构成一组区间套. 基于区间套原则, 有

$$x_k^* = \lim_{n \rightarrow \infty} \bar{x}_{n,k} = \lim_{n \rightarrow \infty} \underline{x}_{n,k},$$

其中 x_k^* 为 k 时刻的状态真值. 这表明局部优化最终

收敛至状态的真实值,即所提出算法可精确地将状态估计区间收缩至真实状态.

2.7 算法运行步骤

综上,所提出基于自适应萤火虫重采样的区间粒子滤波(AFIPF)算法的运行步骤如下.

step 1: 令 $k = 1$, 设定初始搜索空间, 并沿最大边方向将其 N 等分.

step 2: 由式 (10) 计算 k 时刻每个粒子区间的区间宽度系数, 由式 (9) 计算粒子的权重系数, 根据权重结果更新所有粒子区间, 并归一化权重.

step 3: 由式 (16) 计算有效样本数 N_e , 若 $N_e \geq N_{thr}$, 则跳转至 step 7; 否则, 跳转至 step 4 进行重采样.

step 4: 使用式 (17) 计算邻域半径, 并对每个粒子区间识别其所有邻居. 遍历每个粒子区间, 使得它们全部进行重采样. 若某个粒子区间邻域内存在邻居满足 $\tilde{w}_k^j > \tilde{w}_k^i$, 则跳转至 step 5; 若某个粒子区间邻域内所有邻居满足 $\tilde{w}_k^j \leq \tilde{w}_k^i$, 则跳转至 step 6.

step 5: 由式 (20) 和 (21) 计算得到所有更新后的粒子区间, 将其中权重最大的粒子区间定义为子代. 若子代权重大于原粒子区间, 则更新; 反之, 则保留原粒子区间. 完成后跳转至 step 7.

step 6: 由式 (23) 和 (24) 计算得到子代粒子区间. 若子代权重大于原粒子区间, 则更新; 反之, 则保留原粒子区间. 完成后跳转至 step 7.

step 7: 根据所有粒子区间生成状态估计值和上下界. 由式 (27) 收缩上下界, 得到最终状态估计值和上下界.

step 8: 令 $k = k + 1$, 返回至 step 2; 当 k 达到最大时刻数时结束. 输出历史时刻的状态估计值和上下界作为状态估计结果.

2.8 算法计算复杂度分析

表 1 为所提出算法与现有箱粒子滤波的时间复杂度对比结果. 结合第 2.1 节 ~ 第 2.5 节中的各步骤复杂度, 由于 $O(N^2)$ 是其中最大的项, 且其他项的

表1 算法时间复杂度对比

算法部分	时间复杂度
第2.1节(初始化)	$O(N)$
第2.2节(权重计算)	$O(N)$
第2.3节(更新步骤)	$O(N \log N)$
第2.4节(重采样)	$O(N^2)$
第2.5节(区间收缩)	$O(l \cdot N)$
本文算法总复杂度	$O(N \log N + N^2 + l \cdot N)$
现有方法(箱粒子滤波)	$O(Nn^2 + Npm + N \log N)$

复杂度较低, 算法的总体计算复杂度可简化为 $O(N \log N + N^2 + l \cdot N)$, l 为迭代次数, N 为粒子数. 作为对比, 现有的箱粒子滤波同样使用区间理论, 但是由于涉及矩阵运算, 其计算复杂度为 $O(N \cdot n^2 + N \cdot p \cdot n + N \log N)$, n 为状态变量的维度, p 为观测变量的维度. 由此可以看出, 所提出算法具有计算复杂度低、计算量小的优点.

3 实验与分析

搭建 Buck-Boost 变换器实验平台, 以验证所提出算法的有效性. Buck-Boost 变换器实验平台如图 2 所示, 由计算机控制终端、上位机、ARM 控制器、Buck-Boost 电路、负载和示波器等组成. 其中: ARM 控制器为 Cortex-M3 系列的 STM32F10308T6, 计算机操作系统为 Windows 11.



图2 Buck-Boost 变换器实验平台

Buck-Boost 变换器的电路参数如表 2 所示.

表2 Buck-Boost 电路参数

参数	含义	参数值
E	输入电压/V	3
C_{ap}	电容/ μF	470
L	电感/ μH	2000
R	电阻/ Ω	4.7
s	三极管开关占空比	0.467

通过实验平台的示波器采集变换器的电感电流 i_L 和电容电压 u_C , 作为分析变换器运行状态的核心指标. 同时, 将采样数据与 Buck-Boost 变换器状态空间模型^[16] 拟合, 得到过程噪声和测量噪声的外界, 进而获得实验平台对应的状态空间模型, 如下所示:

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + W_k, \\ y_k = Cx_k + V_k. \end{cases}$$

其中: x_k 和 y_k 分别为时间 k 的状态值和测量值, 由电感电流 i_L 和电容电压 u_C 构成; A 为状态矩阵; B 为控制矩阵; C 为观测矩阵; W_k 和 V_k 分别为过程噪声序

列和测量噪声序列, 均为未知但有界, 范围为 $0 \sim 0.05$. 系统矩阵 A 、 B 、 C 分别为

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C_{ap}} & 1 - \frac{1}{RC_{ap}} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \frac{s}{L} \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

利用实验平台的采样数据, 将所提出 AFIPF 算法与粒子滤波算法 (PF)^[4]、椭球算法 (EF)^[17], 以及萤火虫算法改进的粒子滤波算法 (FA-PF)、遗传算法优化的粒子滤波算法 (GA-PF)、扩展粒子滤波算法 (EPF) 等算法进行比较.

图 3 和图 4 为 Buck-Boost 电路的状态估计结果. 在引入智能算法改进重采样后, 状态估计效果均有一定程度的提升. 相较而言, AFIPF 的状态估计值均十分接近真实值, 而其余的各项算法则与真实状态的曲线间存在更大的偏差. 这充分表明了 AFIPF 算法在状态估计中的高精度表现, 同时, 表明其估计误差小于其他算法.

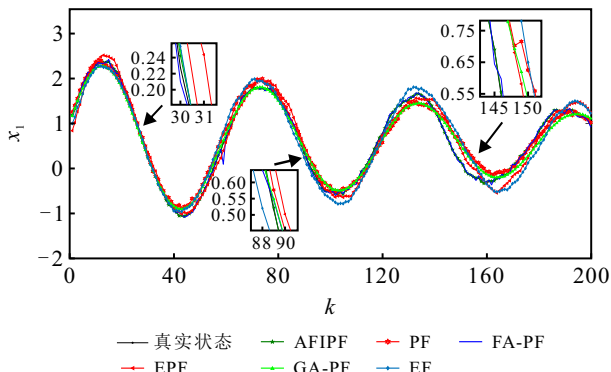


图3 状态 x_1 最优估计对比

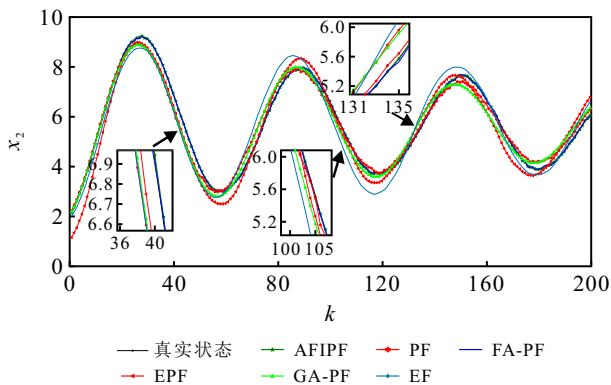


图4 状态 x_2 最优估计对比

图 5 和图 6 为所提出 AFIPF 算法与未引入自适应萤火虫重采样的 IPF 算法和 EF 算法的边界对比情况. 由图 5 和图 6 可见, 与 EF 算法相比, AFIPF 算法的上下边界更加紧凑. 这表明 AFIPF 能够更准确地估计状态的可行域. 同时, AFIPF 算法在保证准确

性的前提下, 展现了更低的保守性. 相比之下, EF 算法的边界存在较大的冗余, 表明其在状态估计中略显保守.

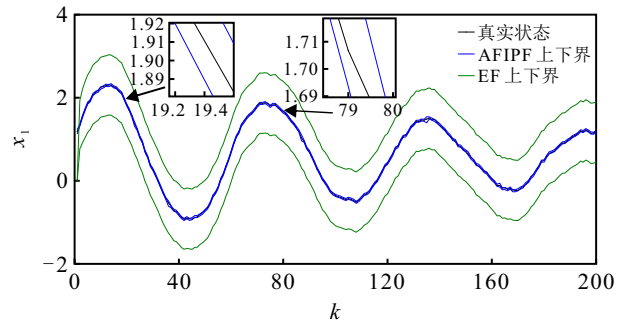


图5 状态 x_1 估计边界

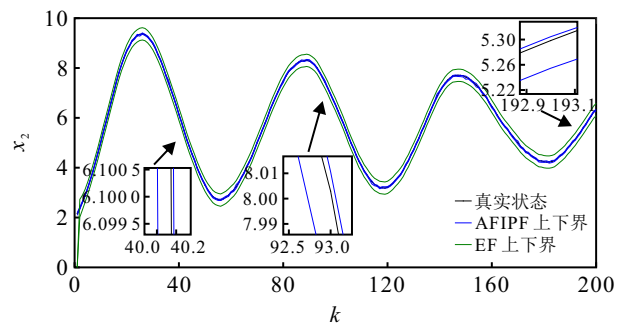


图6 状态 x_2 估计边界

图 7 对比了使用所提出 AFIPF 算法与 EF 算法进行状态估计时所得到的可行域. 由图 7 可见: AFIPF 具有非常紧致状态估计边界, 而 EF 算法得到的状态估计可行域明显更大. 这进一步表明了 AFIPF 具有更精确的估计边界和更低的保守性.

图 8 为 AFIPF 算法在 $k = 50$ 时刻进行自适应萤火虫重采样前后的粒子分布情况的对比 (粒子数 $N = 50$). 图 8 中: 红色小叉表示该时刻的真实状态, 蓝色小点表示各粒子区间的中心值. 通过前后分布情况的对比可以发现, 粒子区间群在重采样后可更有效地靠近真实状态, 改善了粒子的分布情况.

为了定量评估各算法的准确性, 本节采用均方根误差 (RMSE) 作为评价指标^[18], 即

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^T (x_k - \hat{x}_k)^2}{NT}}. \quad (28)$$

其中: N 为运行次数, T 为总时间步数. 表 3 为各算法的 RMSE 值. 由表 3 可见, 随着粒子数的增加, 各算法的 RMSE 值逐渐减小. 这表明优化算法的准确性与粒子数相关, 可进一步得出所提出 AFIPF 具有更高的准确性.

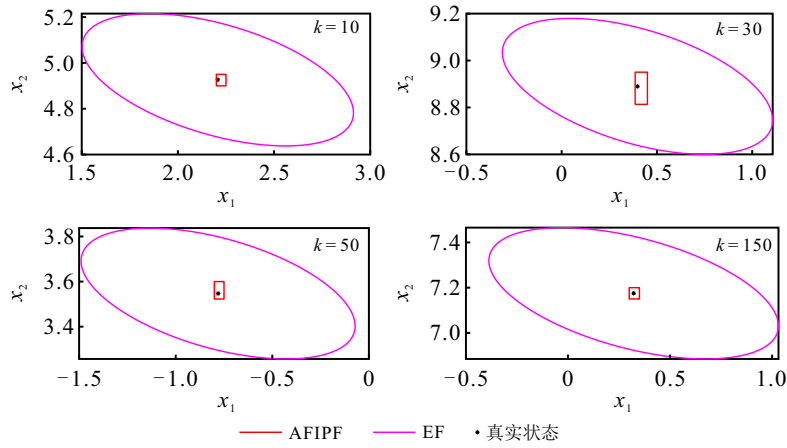


图7 AFIPF与EF状态可行域对比

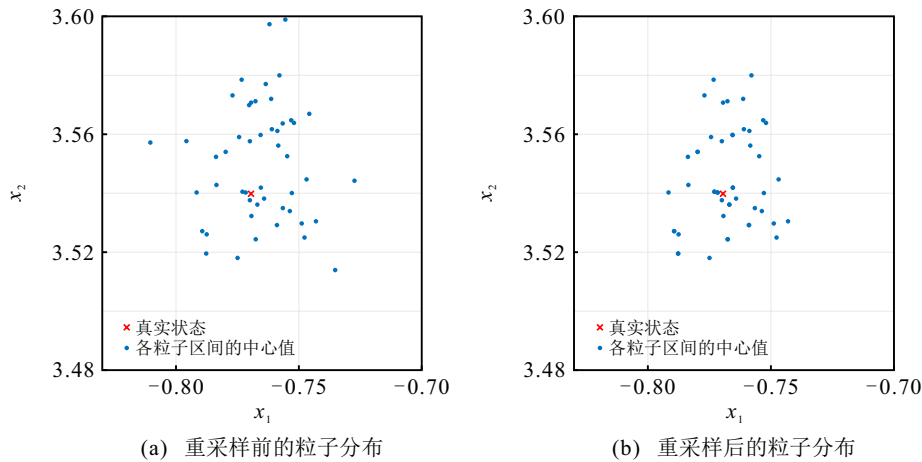


图8 自适应萤火虫重采样前后的粒子分布对比

表3 各算法的RMSE值

粒子数	算法	RMSE	运行时间/s
N = 0	EF	0.2920	0.046
	PF	0.4523	0.072
	FA-PF	0.0793	0.090
	GA-PF	0.0647	0.137
N = 100	EPF	0.1570	0.111
	AFIPF	0.0263	0.109
	PF	0.3217	0.079
	FA-PF	0.0531	0.093
N = 200	GA-PF	0.0498	0.146
	EPF	0.1083	0.117
	AFIPF	0.0195	0.113

4 结论

为解决未知但有界系统的状态估计问题, 本文提出了一种基于自适应萤火虫重采样的区间粒子滤波算法. 首先, 划分搜索空间, 根据估计误差和区间宽度计算权重并更新; 然后, 计算归一化权重后, 根据有效样本数, 基于自适应萤火虫算法进行重采样; 最后, 通过自适应步长收缩状态估计区间. 所提出算法有效降低了粒子退化带来的影响, 且能够有效包裹真实状态, 具有很好的收敛性. 在后续工作中, 所

提出算法可进一步应用于解决机器人系统^[19]、无人系统^[20]和网络化系统^[21]等系统的状态估计问题.

参考文献 (References)

- [1] 张霄, 丁锋. 双线性状态空间系统的状态观测器设计[J]. 控制与决策, 2023, 38(1): 274-280. (Zhang X, Ding F. State observers for bilinear state-space systems[J]. Control and Decision, 2023, 38(1): 274-280.)
- [2] 陈雨墨. 基于自适应扩展卡尔曼滤波的锂电池 SOC 估计[D]. 沈阳: 东北电力大学, 2024. (Chen Y M. Lithium battery SOC estimation based on adaptive extended Kalman filter[D]. Shenyang: Northeast Electric Power University, 2024.)
- [3] 牛斌, 张志冰, 黄辉, 等. 基于无迹卡尔曼滤波的视觉着舰引导算法[J]. 控制工程, 2023, 30(3): 459-468. (Niu B, Zhang Z B, Huang H, et al. Visual landing guidance algorithm based on unscented Kalman filter[J]. Control Engineering, 2023, 30(3): 459-468.)
- [4] Doucet A, Gordon N J, Krishnamurthy V. Particle filters for state estimation of jump Markov linear systems[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2001, 49(3): 613-624.
- [5] Yang X S. Firefly algorithm, stochastic test functions and design optimisation[J]. International Journal of Bio-

- Inspired Computation, 2010, 2(2): 78-84.
- [6] 帅茂杭, 熊国江, 胡晓, 等. 基于改进多目标骨干粒子群算法的电力系统环境经济调度[J]. 控制与决策, 2022, 37(4): 997-1004.
(Shuai M H, Xiong G J, Hu X, et al. Economic emission dispatch of power system based on improved bare-bone multi-objective particle swarm optimization algorithm[J]. Control and Decision, 2022, 37(4): 997-1004.)
- [7] 田梦楚, 柳林燕, 陈志敏, 等. 基于弹性机制的萤火虫优化粒子滤波算法[J]. 控制与决策, 2024, 39(2): 420-428.
(Tian M C, Liu L Y, Chen Z M, et al. Firefly optimized particle filter algorithm based on spring mechanism[J]. Control and Decision, 2024, 39(2): 420-428.)
- [8] Zhou N, Liu Q Y, Yang Y C, et al. An indoor positioning algorithm based on particle filter and neighbor-guided particle optimization for wireless sensor networks[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2023, 73: 8500516.
- [9] 宁小磊, 王宏力, 张琪, 等. 区间衍生粒子滤波器[J]. 物理学报, 2010, 59(7): 4426-4433.
(Ning X L, Wang H L, Zhang Q, et al. Interval derivative particle filter[J]. Acta Physica Sinica, 2010, 59(7): 4426-4433.)
- [10] 陈辉, 邓东明, 韩崇昭. 基于区间箱粒子多伯努利滤波器的传感器控制策略[J]. 自动化学报, 2021, 47(6): 1428-1443.
(Chen H, Deng D M, Han C Z. Sensor control based on interval box-particle multi-Bernoulli filter[J]. Acta Automatica Sinica, 2021, 47(6): 1428-1443.)
- [11] 黄家才, 王徐寅, 高芳征, 等. 基于改进天牛须优化粒子滤波的UWB/LiDAR室内定位方法[J]. 控制与决策, 2024, 39(10): 3261-3269.
(Huang J C, Wang X Y, Gao F Z, et al. UWB/LiDAR indoor positioning method based on improved beetle antennae search algorithm optimized particle filter[J]. Control and Decision, 2024, 39(10): 3261-3269.)
- [12] 陆星辰, 静大海, 杨佳林, 等. 改进蝠鲼觅食优化的粒子滤波算法[J]. 计算机工程与设计, 2023, 44(9): 2643-2649.
(Lu X C, Jing D H, Yang J L, et al. Particle filtering algorithm based on improved manta ray foraging optimization[J]. Computer Engineering and Design, 2023, 44(9): 2643-2649.)
- [13] 舒雨. 基于粒子滤波和相关滤波的目标跟踪算法研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2022.
(Shu Y. Research on target tracking algorithms based on particle filter and correlation filter[D]. Chongqing: Chongqing University, 2022.)
- [14] Zhu Y M, Li B H. Optimal interval estimation fusion based on sensor interval estimates with confidence degrees[J]. Automatica, 2006, 42(1): 101-108.
- [15] 韩宇欢. 基于进化策略的区间优化算法的研究与应用[D]. 沈阳: 东北大学, 2018.
(Han Y H. Research and application of interval optimization algorithm based on evolutionary strategy[D]. Shenyang: Northeastern University, 2018.)
- [16] 张子超, 曾国宏, 祝天岳, 等. 低畸变率升降压型AC/DC变换器控制策略研究[J]. 电力电子技术, 2023, 57(6): 109-111.
(Zhang Z C, Zeng G H, Zhu T Y, et al. Research on control strategy of low-distortion buck-boost type AC/DC converter[J]. Power Electronics Technology, 2023, 57(6): 109-111.)
- [17] 张文瀚, 王振华, 沈毅. 基于极点配置和椭球分析的传感器故障检测[J]. 自动化学报, 2023, 49(7): 1407-1420.
(Zhang W H, Wang Z H, Shen Y. Sensor fault detection based on pole assignment and ellipsoidal analysis[J]. Acta Automatica Sinica, 2023, 49(7): 1407-1420.)
- [18] 王成宇, 林名驰, 唐政. 基于属性频率和精度的组合预测单项模型筛选[J]. 统计与决策, 2022, 38(5): 22-27.
(Wang C Y, Lin M C, Tang Z. Selection of individual models for ensemble forecasting based on attribute frequency and accuracy[J]. Statistics and Decision, 2022, 38(5): 22-27.)
- [19] Zhou W, Guo S X, Guo J, et al. A surgeon's habits-based novel master manipulator for the vascular interventional surgical master-slave robotic system[J]. IEEE Sensors Journal, 2022, 22(10): 9922-9931.
- [20] Hu B B, Zhang H T, Liu B, et al. Coordinated navigation control of cross-domain unmanned systems via guiding vector fields[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2024, 32(2): 550-563.
- [21] 李进, 姜顺, 潘丰. 隐蔽式攻击下网络化控制系统状态与故障的联合区间估计[J]. 控制与决策, 2023, 38(12): 3418-3426.
(Li J, Jiang S, Pan F. Joint interval estimation of state and fault for networked control systems under stealthy attacks[J]. Control and Decision, 2023, 38(12): 3418-3426.)

作者简介

王子赞 (1989-), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为不确定系统的滤波器设计及应用、复杂非线性系统建模, E-mail: wangzy0601@163.com;

冯超 (2001-), 男, 硕士生, 主要研究方向为区间粒子滤波器设计及其应用, E-mail: 6231913013@stu.jiangnan.edu.cn;

王艳 (1978-), 女, 教授, 博士, 博士生导师, 主要研究方向为生产过程建模、工业系统控制, E-mail: wangyan@jiangnan.edu.cn;

纪志成 (1959-), 男, 教授, 博士, 博士生导师, 主要研究方向为系统滤波、状态估计, E-mail: zcji@jiangnan.edu.cn.