

# 控制与决策

Control and Decision

## 基于自适应响应选择的动态多目标进化算法

张丽园, 刘建昌, 刘圆超, 张伟

引用本文:

张丽园, 刘建昌, 刘圆超, 等. 基于自适应响应选择的动态多目标进化算法[J]. *控制与决策*, 2025, 40(12): 3689–3703.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2024.1485>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 基于弱关联的自适应高维多目标进化算法

A weak association-based adaptive evolutionary algorithm for manyobjective optimization

*控制与决策*. 2021, 36(8): 1804–1814 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1723>

#### 基于分类的多策略预测方法求解动态多目标优化问题

[Classification-based multi-strategy prediction method for dynamic multiobjective optimization problems](#)

*控制与决策*. 2021, 36(7): 1569–1580 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1320>

#### 基于分解的多目标多因子进化算法

A multiobjective multifactorial evolutionary algorithm based on decomposition

*控制与决策*. 2021, 36(3): 637–644 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0525>

#### 基于向量角分解的高维多目标进化算法

Many-objective evolutionary algorithm based on vector angle decomposition

*控制与决策*. 2021, 36(3): 761–768 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0925>

#### 一种求解约束多目标问题的协作进化算法

A collaborative evolutionary algorithm for solving constrained multi-objective problems

*控制与决策*. 2021, 36(11): 2656–2664 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0791>

# 基于自适应响应选择的动态多目标进化算法

张丽园<sup>1,2</sup>, 刘建昌<sup>1,2†</sup>, 刘圆超<sup>1,2</sup>, 张伟<sup>1,2</sup>

(1. 东北大学 信息科学与工程学院, 沈阳 110819;

2. 东北大学 工业智能与系统优化国家级前沿科学中心, 沈阳 110819)

**摘要:** 目前提出的动态多目标进化算法大多仍难以全面应对各种类型的动态多目标优化问题. 鉴于此, 提出一种基于自适应响应选择的动态多目标进化算法 (ARS-DMOEA), 其核心思想是自适应选择具有不同响应优势的动态响应策略, 以有效应对各种类型的动态多目标优化问题. 首先, 提出一种自适应响应选择策略, 可以根据不同动态响应策略的历史性能自适应地调整其选择概率; 其次, 设计一种混合动态响应策略, 根据选择概率选择不同策略生成的个体, 从而在新环境中生成高质量的初始种群. 与 4 种优秀动态多目标进化算法进行对比实验, 结果表明, ARS-DMOEA 具有较高的竞争力, 并能有效适应不同类型的动态多目标优化问题.

**关键词:** 动态多目标优化; 进化算法; 自适应响应选择; 混合动态响应策略

中图分类号: TP273 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2024.1485

引用格式: 张丽园, 刘建昌, 刘圆超, 等. 基于自适应响应选择的动态多目标进化算法 [J]. 控制与决策, 2025, 40(12): 3689-3703.

## A dynamic multi-objective optimization algorithm based on adaptive response selection

ZHANG Li-yuan<sup>1,2</sup>, LIU Jian-chang<sup>1,2†</sup>, LIU Yuan-chao<sup>1,2</sup>, ZHANG Wei<sup>1,2</sup>

(1. College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819, China; 2. The National Frontiers Science Center for Industrial Intelligence and Systems Optimization, Northeastern University, Shenyang 110819, China)

**Abstract:** Despite the development of many dynamic multi-objective evolutionary algorithms (DMOEA), most still struggle to comprehensively address various types of dynamic multi-objective optimization problems (DMOPs). To address this issue, this paper proposes a dynamic multi-objective optimization algorithm based on adaptive response selection (ARS-DMOEA). The core idea of the ARS-DMOEA is to adaptively select dynamic response strategies with varying strengths to effectively handle various types of DMOPs. Firstly, an adaptive response selection strategy is introduced. This strategy can dynamically adjust the selection probabilities of different dynamic response strategies based on their historical performance. Then, a hybrid dynamic response strategy is designed. It selects individuals generated by different strategies according to their selection probabilities, thus creating a high-quality initial population in new environments. Comparative experiments are conducted against four state-of-the-art DMOEAs. The results indicate that the ARS-DMOEA not only demonstrates significant competitiveness but also effectively adapts to various types of dynamic multi-objective optimization problems.

**Keywords:** dynamic multi-objective optimization; evolutionary algorithm; adaptive response selection; hybrid dynamic response strategy

## 0 引言

动态多目标优化问题 (dynamic multi-objective optimization problems, DMOPs) 广泛存在于现实生活和工业生产中, 如: 车间调度<sup>[1]</sup> 和资源管理<sup>[2]</sup> 等.

DMOPs 不仅需要同时优化多个相互冲突的目标函数, 而且具有随时间变化不断发生变化的目标函数、约束或参数等<sup>[3-5]</sup>. 因此解决 DMOPs 的关键是: 快速地追踪变化中的 Pareto 最优解集 (POS) 或 Pareto 最

收稿日期: 2024-12-24; 录用日期: 2025-07-22.

基金项目: 国家自然科学基金面上项目 (62273080); 中国博士后创新人才支持计划项目 (BX20240059); 中国博士后科学基金面上项目 (2024M750372); 高等学校学科创新引智计划“111 计划”项目 (B16009).

†通信作者. E-mail: liujianchang@ise.neu.edu.cn.

优前沿 (POF). 由于 DMOPs 的动态特征, 传统多目标进化算法 (multi-objective evolutionary algorithms, MOEAs)<sup>[6-7]</sup> 难以直接解决 DMOPs<sup>[8]</sup>. 为了有效解决 DMOPs, 许多研究者将 MOEAs 与不同动态响应策略相结合, 提出动态多目标进化算法 (dynamic multi-objective evolutionary algorithms, DMOEAs)<sup>[9-11]</sup>. DMOEAs 主要由环境变化检测机制、动态响应策略和静态多目标进化算法 3 部分组成, 其基本思想是: 一旦检测到环境发生变化, 动态响应策略会迅速作出响应, 随后使用静态多目标进化算法进行优化, 从而追踪新环境下的 POS 或 POF. 根据动态响应策略的不同, 现存的 DMOEAs 大致可以分为以下 3 类:

### 1) 基于多样性策略的 DMOEAs.

该类算法在检测到环境变化时, 通过引入或维持种群的多样性, 使算法更好地适应新环境. 例如, Deb 等<sup>[12]</sup> 基于非支配排序遗传算法 (NSGA-II)<sup>[13]</sup> 提出两种动态响应策略 (DNSGA-II-A 和 DNSGA-II-B), 当检测到环境变化后, 通过对现有种群部分个体进行随机初始化或多项式变异作为新环境下的初始种群, 以实现种群多样性的引入. DNSGA-II-B 中的多项式变异可被其他变异方案所取代, 如高斯<sup>[14]</sup> 和柯西变异<sup>[15]</sup>, 这两种多样性引入机制可以集成到许多目标进化算法<sup>[16-17]</sup> 中, 用于处理 DMOPs. Zheng<sup>[18]</sup> 提出通过超突变和随机重初始化来引入多样性, 新环境的种群由来自存档的过去精英解的突变和随机生成的解组成, 其中过去用于超突变的精英解的百分比与档案中精英解的数量相关, 因此, 之前环境中的精英解决方案越多, 在新环境中使用它们的可能性便越高. Orouskhani 等<sup>[19]</sup> 通过 Borda 选择方法增加了种群多样性. Sahmoud 等<sup>[20]</sup> 提出 TD-NSGA-III 来解决 DMOPs, 根据环境变化前后非支配解个数的差异, 判断问题的 POS 是否发生变化. 如果差异较大, 则表明 POS 发生变化, 变化类型为类型 I 和类型 II, 此时随机初始化部分个体, 以增加种群多样性; 如果差异较小, 则表明 POS 未发生变化, 变化类型为类型 III 和类型 IV, 此时通过变异来增加种群多样性. Ahrari 等<sup>[21]</sup> 提出一种基于遗传的自适应变异算子, 以可控的方式增加种群多样性. Ma 等<sup>[22]</sup> 提出了 MRCDMO, 在目标空间的不同区域内引入随机解, 确保引入种群中的解具有良好的分布性.

### 2) 基于记忆策略的 DMOEAs.

该类算法通过将历史中找到的最优解存储在记忆池中, 并在新环境中重新利用这些解加速收敛进程. Jiang 等<sup>[23]</sup> 提出的 SGEA 在新环境中保留了一半的最佳旧解, 不仅有助于快速收敛, 而且提高了种群

多样性. Peng 等<sup>[24]</sup> 提出一种新的记忆和预测策略, 每个过去环境的非支配解都存储在一个固定大小的记忆池中, 用于替换当前种群中最差解, 当记忆池达到容量时, 将使用先入先出原则. Zou 等<sup>[25]</sup> 建立了一个动态环境进化模型, 记录种群变化前后的环境信息和种群的搜索经验, 以指导在新环境中的搜索.

### 3) 基于预测策略的 DMOEAs.

该类算法的核心思想是: 由于环境的变化可能表现出一些可预测的模式, 可以根据搜索过程中收集的历史信息学习这些模式<sup>[26]</sup>, 从而预测到 POS 的新位置. 例如, Hatzakis 等<sup>[27]</sup> 提出的 FPS 通过记录相邻环境最优解的历史信息, 使用一个自回归模型预测变化后的 POS 位置. 当环境发生变化时, 新环境的初始种群主要由 3 部分组成: 通过自回归模型利用历史信息预测的解、变化前的部分非支配解以及部分随机解. Zhou 等<sup>[28]</sup> 提出了 PPS, 新环境下的初始种群有中心点和流形两种, 相邻环境中心点通过 AR 模型预测下个环境的中心点, 使用先前时刻的流形估计下一时刻的流形. Muruganatham 等<sup>[29]</sup> 提出的 KF-MOEA/D 使用卡尔曼滤波器预测变化中的 POS. Jiang 等<sup>[30]</sup> 提出的 Tr-DMOEA 算法采用 TCA 技术创建一个潜在空间, 使不同时间点的解集分布尽可能相似. 通过这种方式, 算法能够使用历史信息在新时间点快速生成有效的初始种群. Hu 等<sup>[31]</sup> 提出的 MOEA/D-SVR 利用随机生成的解和过去的 POS 训练一个 ISVM 分类器, 通过训练过的 ISVM 分类器预测下一时刻的解. KT-DMOEA<sup>[32]</sup> 通过建立一个趋势预测模型估计拐点, 通过一种不平衡迁移学习方法, 利用这些估计的拐点生成高质量的初始种群. Jiang 等<sup>[33]</sup> 提出了 MMTL-DMOEA, 其将记忆机制与流形迁移学习相结合来预测新环境的最优解. Feng 等<sup>[34]</sup> 在通过自动编码进化搜索求解动态多目标优化问题中, 利用自动编码器预测 POS 每个个体的移动方向, 形成新环境下的初始种群. Zheng 等<sup>[35]</sup> 提出了基于小生境预测的动态多目标进化算法, 通过小生境思想将种群划分为不同生态位, 并对各生态位进行独立预测.

除上述算法外, 近年来学者们还提出一些基于混合响应策略的动态多目标进化算法, 这些算法通过整合多种动态响应策略, 在处理不同类型的 DMOPs 方面表现出更加出色的性能<sup>[36-38]</sup>. 例如, Azzouz 等<sup>[39]</sup> 提出一种基于环境变化严重程度的自适应混合种群管理策略, 其集成了记忆、局部搜索和随机策略来处理环境变化. Peng 等<sup>[40]</sup> 提出一种混合环境变化响应机制来整合 3 种响应策略, 当环境变

化时,混合环境变化响应策略对变化做出初始响应,然后从中选择精英解构成响应初始种群. Aliniya 等<sup>[41]</sup>提出一种新的动态多目标优化组合响应机制,该算法允许处理严重程度不同的环境变化和变化的频次,以及现实世界问题中复杂的变化模式.

尽管上述 DMOEAs 在求解 DMOPs 时已展现出一定的优越性,但仍难以全面应对各种类型的 DMOPs(即通用性较低). 具体地,基于多样性策略的 DMOEAs 在环境变化显著的 DMOPs 上表现较好;基于记忆策略的 DMOEAs 在周期变化或环境变化小的 DMOPs 上表现较好;基于预测策略的 DMOEAs 在可预测环境的 DMOPs 上表现较好. 至于基于混合响应策略的 DMOEAs,虽然相对其他 DMOEAs 展现出了一定的通用性,但仍难以实现各个响应策略的无缝融合. 为了继承各类 DMOEAs 的优势并有效应对各种类型的动态多目标优化问题,本文提出一种基于自适应响应选择的动态多目标进化算法(ARS-DMOEA). 该算法主要贡献如下:

1) 提出一种自适应响应选择策略. 该策略首先根据每一时刻不同响应策略产生的解与优化后的种群平均最小距离来衡量不同动态响应策略的性能,然后根据不同动态响应策略的历史性能自适应地调整策略的选择概率.

2) 提出一种混合动态响应策略. 根据选择概率使用轮盘赌选择不同响应策略产生的个体,有效地集成混合变异策略、多角度预测策略和记忆策略,确保新环境下种群的多样性和收敛性.

3) 以上述两策略为基础,开发出 ARS-DMOEA,其具备能够应对各种类型 DMOPs 的能力. 通过将 ARS-DMOEA 与 4 种优秀 DMOEAs 在 14 个基准测试问题上的对比,验证 ARS-DMOEA 的优越性.

本文的其余部分安排如下:第 1 节介绍背景知识,第 2 节提出算法 ARS-DMOEA,第 3 节对算法 ARS-DMOEA 进行实验验证,第 4 节对全文进行总结.

## 1 背景知识

动态多目标优化问题定义为

$$\begin{aligned} \min F(x, t) &= (f_1(x, t), \dots, f_M(x, t)). \\ \text{s.t. } h_i(x, t) &= 0, \quad i = 1, \dots, n_h; \\ g_i(x, t) &\leq 0, \quad i = 1, \dots, n_g; \\ x &\in \Omega_x. \end{aligned} \quad (1)$$

其中:  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  为  $n$  维决策变量,  $\Omega_x$  为决策变量的可行域,  $F(x, t)$  为  $M$  个随时间  $t$  变化的目标函数向量,  $h_i(x, t)$  和  $g_i(x, t)$  分别为问题的等式和

不等式约束,  $n_h$  和  $n_g$  分别为其数量.

**定义 1** (动态 Pareto 支配)  $x$  和  $y$  是两个不同的决策变量,在  $t$  时刻,  $x$  Pareto 支配  $y$ , 表示为  $x \prec_t y$ , 当且仅当

$$\begin{cases} \forall i \in \{1, 2, \dots, M\}, f_i(x, t) \leq f_i(y, t); \\ \exists i \in \{1, 2, \dots, M\}, f_i(x, t) < f_i(y, t). \end{cases} \quad (2)$$

**定义 2** (动态 Pareto 最优解) 如果在  $t$  时刻,对于  $x^* \in \Omega_x$ , 不存在  $x \in \Omega_x$ , 使得  $x \prec_t x^*$ , 则  $x^*$  为动态 Pareto 最优解.

**定义 3** (动态 Pareto 最优解集 (dynamic Pareto optimal set, PS/POS)) 在  $t$  时刻所有动态 Pareto 最优解的集合称为  $\text{POS}_t$ , 即

$$\text{POS}_t = \{x^* | \neg \exists x \in \Omega_x, x \prec_t x^*\}. \quad (3)$$

**定义 4** (动态 Pareto 最优前沿 (dynamic Pareto optimal front, PF/POF))  $\text{POF}_t$  是  $\text{POS}_t$  动态在目标空间的映射, 即

$$\text{POF}_t = \{F(x^*, t) | x^* \in \text{POS}_t\}. \quad (4)$$

Farina 等<sup>[3]</sup> 根据决策空间的 POS 和目标空间的 POF 是否随着时间变化, 将 DMOPs 划分为 4 种类型:

- 1) 类型 I: POS 变化, POF 不变;
- 2) 类型 II: POS 和 POF 均变化;
- 3) 类型 III: POS 不变, POF 变化;
- 4) 类型 IV: POS 和 POF 均不变.

## 2 ARS-DMOEA

本节提出算法 ARS-DMOEA, 首先给出 ARS-DMOEA 的整体框架, 然后详细阐述自适应响应选择策略和混合动态响应策略.

### 2.1 ARS-DMOEA 整体框架

算法 1 给出了 ARS-DMOEA 整体框架的伪代码. 首先, 初始化种群和参数; 然后, 使用重评估<sup>[35]</sup> 方法检测环境是否发生变化. 如果没有检测到任何变化, 则直接使用静态多目标进化算法优化种群. 如果检测到环境发生变化, 则在前两个环境中采用随机初始化的种群作为新时刻的初始种群. 在此之后的环境中, 算法会利用自适应响应选择策略根据策略的历史性能调整策略选择概率, 并采用混合动态响应策略产生初始种群. 如此重复上述过程, 直至达到预设的停止准则.

算法 1 ARS-DMOEA 整体框架.

输入:  $N$ (种群规模),  $F(x, t)$ (目标函数);

输出:  $P_t$ (每个时刻的种群).

1: 初始化  $p_t = \{p_{1t}, \dots, p_{Jt}\}$ ;

```

2: 初始化种群;
3: while 不满足终止条件 do
4:   if 检测环境发生变化 then
5:     t = t + 1;
6:     if t == 1 || t == 2 then
7:       通过随机初始化产生初始种群Initpop;
8:     else
9:       利用自适应响应选择策略更新  $p_t = \{p_{1t}, \dots, p_{Jt}\}$ ;
10:      通过混合动态响应策略产生初始种群Initpop;
11:    end if
12:  end if
13:  采用静态多目标进化算法优化种群;
14: end while
    
```

### 2.2 自适应响应选择策略

在自适应响应选择策略中,可以根据不同策略  $O = \{o_1, \dots, o_J\}$  的历史性能,自适应调整不同策略产生解集的选择概率. 设  $p_t = \{p_{1,t}, \dots, p_{J,t}\}$  ( $\sum_{j=1}^J p_{j,t} = 1; \forall p_{j,t} \in [0, 1]$ ), 其中  $J$  为不同响应策略的个数. 自适应响应选择策略如算法 2 所示, 具体步骤如下.

算法 2 自适应响应选择策略.

输入:  $P_{t-1}$  ( $t-1$  时刻静态多目标进化算法优化后的种群),  $P_{t-1}^r$ 、 $P_{t-1}^p$ 、 $P_{t-1}^m$  ( $t-1$  时刻不同策略产生的解集);

输出:  $p_t = \{p_{1t}, \dots, p_{Jt}\}$  (不同策略的选择概率).

- 1: 利用式 (5) 和 (6) 计算不同策略的奖励  $r_{j,t-1}$ ;
- 2: 利用式 (7) 更新响应策略的历史性能  $q_{j,t}$ ;
- 3: 利用式 (8) 得到不同策略产生解集的选择概率  $p_t = \{p_{1t}, \dots, p_{Jt}\}$ .

#### 1) 计算 $t-1$ 时刻不同响应策略的奖励.

假设每个时刻静态多目标进化算法优化后的种群接近真实的 POS, 一个 POS 变化过程如图 1 所示. 图 1 中: 黑点集  $P_{t-1}^j$  是上一时刻不同策略产生的初始个体, 绿点集  $P_{t-1}$  是上一时刻经过静态多目标进化算法优化后的种群; 绿实线表示不同时刻的真实 POS; 红实线箭头表示上一个时刻不同策略产生初始个体与静态多目标进化算法优化后种群的最小距离的连线;  $A$  和  $B$  分别是策略  $o_k$  和策略  $o_j$  产生的初始个体;  $A$  和  $B$  与优化后种群  $p_{t-1}$  的最小距离分别是  $d_A$  和  $d_B$ , 如果  $d_A$  小于  $d_B$ , 则表明  $o_k$  策略产生的个体  $A$  优于  $o_j$  策略产生的个体  $B$ .

为避免个例的影响, 采用响应策略产生的个体与优化后种群的平均距离来衡量策略的性能. 平均

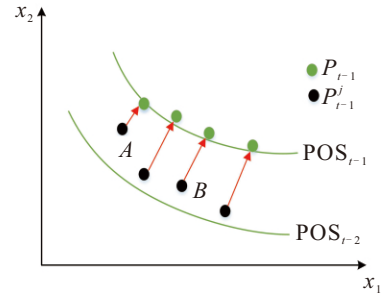


图1 一个 POS 变化过程的例子

距离越小, 表明策略的性能相对越优. 不同响应策略产生的个体与优化后种群的平均距离计算如下:

$$d_{j,t-1} = \frac{1}{N} \sum_{x \in P_{t-1}^j} \min_{z \in P_{t-1}} \|x - z\|. \quad (5)$$

其中:  $j$  为不同策略,  $x$  为策略  $j$  产生解集中的一个解,  $z$  为优化后种群  $P_{t-1}$  中距离  $x$  最近的解.  $d_{j,t-1}$  值越小, 表明相应的策略在此时刻中性能越优, 应当分配更高的奖励. 奖励  $r_{j,t-1}$  使用 softmax 函数定义为

$$r_{j,t-1} = \frac{e^{-d_{j,t-1}}}{\sum_{j=1}^J e^{-d_{j,t-1}}}. \quad (6)$$

#### 2) 通过下式更新响应策略的历史性能:

$$q_{j,t} = (1 - \alpha) q_{j,t-1} + \alpha \times r_{j,t-1} = (1 - \alpha)^t q_{j,0} + \sum_{k=0}^{t-1} \alpha (1 - \alpha)^{t-1-k} r_{j,k}. \quad (7)$$

其中:  $\alpha \in [0, 1]$  为适应率, 可以平衡在过去获得的奖励和在  $t-1$  时刻获得奖励的重要性;  $q_{j,0}$  为策略的初始性能, 设置为  $q_{j,0} = 0$ .

#### 3) 通过下式更新响应策略的选择概率:

$$p_{j,t} = p_{\min} + (1 - J \times p_{\min}) \times \frac{q_{j,t}}{\sum_{j=1}^J q_{j,t}}, \quad (8)$$

其中  $p_{\min} \in [0, 1/J]$  为选择概率的下界. 随着环境变化次数的增加, 较差响应策略的选择概率逐渐收敛至  $p_{\min}$ , 而较优策略的选择概率则逐渐趋近于最大值  $p_{\max} = 1 - (J - 1) \times p_{\min}$ . 通过该策略, 算法能够更有效地适应不同的环境变化.

### 2.3 混合动态响应策略

混合动态响应策略如算法 3 所示, 其主要任务是根据 3 种响应策略对算法性能的贡献来生成新环境下的初始化种群. 换言之, 该策略有效地集成了 3 种动态响应策略, 以保证所提出算法能够应对不同类型的 DMOPs. 首先, 通过混合变异策略产生多样性解、多角度预测策略产生预测解和记忆策略产生记忆解; 然后, 根据自适应响应选择策略得到的选择

概率使用轮盘赌选择不同响应策略产生的个体. 下面详细阐述 3 种响应策略.

### 2.3.1 混合变异策略

在混合变异策略中, 环境变化程度决定种群需要引入变异解的比例. 具体而言, 当环境变化剧烈时, 会自动增加引入变异解的比例, 以增加探索能力; 而当环境变化平缓时, 减少多样性解的引入.

首先, 通过目标函数  $F(x, t)$  重新评估种群  $P_{t-1}$  在  $t$  时刻的目标值, 并与  $t-1$  时刻的目标值进行比较, 计算目标值之间的偏差, 以此衡量环境变化程度  $\varepsilon_t$ , 公式如下:

$$\varepsilon_t = \frac{1}{M \times N} \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^M \left| \frac{F_m(x_i, t) - F_m(x_i, t-1)}{u(t) - l(t)} \right|, \quad (9)$$

其中  $u(t)$  和  $l(t)$  分别为  $t$  时刻种群目标函数值的最大值和最小值.

根据  $\varepsilon_t$  计算引入变异解的比例, 有

$$R.\text{per} = R.\text{low} + \varepsilon_t \times (R. - R.\text{low}). \quad (10)$$

其中  $R.\text{upp}$  和  $R.\text{low}$  为允许引入变异解的比例上限和下限.

从上一时刻种群  $P_{t-1}$  中随机选择个解  $N_r = R.\text{per} \times N$  需要进行变异的解, 对选中的解进行变异. 如果随机产生的随机数小于等于  $MP$ , 则采用差分变异算子 (DE/rand/1) 进行变异产生新解  $x_i^{\text{new}}$ , 有

$$x_i^{\text{new}} = x_i + F \times (x_2 - x_3). \quad (11)$$

其中:  $x_i$ ,  $x_2$  和  $x_3$  为种群中互不相同的解,  $F$  为缩放因子. 随机数大于  $MP$ , 使用柯西变异产生新解

$$x_{ij}^{\text{new}} = \frac{1}{\pi} \left[ \frac{\gamma'}{(x_{ij} - x_0)^2 + \gamma'^2} \right], \quad \forall j \in 1, 2, \dots, n. \quad (12)$$

其中: 柯西变异使用两个参数的  $x_0$  和  $\gamma'$ , 分别为位置参数和尺度参数;  $x_{ij}$  为第  $i$  个解中的第  $j$  个变量的值;  $n$  为一个解中变量的数量. 检查  $x_i^{\text{new}}$  的边界, 使新解满足决策变量的上下界, 即

$$x_{ij}^{\text{new}} = \begin{cases} x_{ij}^{\text{new}}, & x_{ij}^{\text{min}} \leq x_{ij}^{\text{new}} \leq x_{ij}^{\text{max}}; \\ x_{ij}^{\text{min}}, & x_{ij}^{\text{new}} < x_{ij}^{\text{min}}; \\ x_{ij}^{\text{max}}, & x_{ij}^{\text{new}} > x_{ij}^{\text{max}}. \end{cases} \quad (13)$$

算法 3 给出了混合变异策略的详细过程.

算法 3 混合变异策略.

输入:  $P_{t-1}$  (上一时刻的种群),  $F(x, t)$  (目标函数);

输出:  $P_t^r$  (策略产生的多样性解).

1: 根据式 (9) 计算环境变化程度  $\varepsilon_t$ ;

2: 根据式 (10) 计算引入变异解比例;

3: 从上一时刻种群  $P_{t-1}$ , 随机选择  $N_r$  个解需要变异的解  $P_{t-1}^{sr}$ , 保留剩余未选择的解  $P_{t-1}^{us}$ ;

4: for  $x_i$  in  $P_{t-1}^{sr}$  do

5: if  $\text{rand}(0, 1) \leq MP$  then

6: 利用式 (11) 产生新解  $x_i^{\text{new}}$ ;

7: else

8: 利用式 (12) 产生新解  $x_i^{\text{new}}$ ;

9: end if

10: 利用式 (13) 进行边界检查和修复;

11:  $P_t^r = P_{t-1}^{us} \cup x_i^{\text{new}}$ .

12: end for

### 2.3.2 多角度预测策略

在动态多目标优化问题中, POS 和 POF 经常经历不同的变化模式. 本节采用单层去噪自编码模型, 从决策和目标空间两个角度追踪 POS 和 POF 的移动方向, 从而产生新时刻下预测解.

在动态多目标优化的背景下, 将一个 DMOP 在连续两个变化时刻的优化问题分别表示为 OP1 和 OP2. 假设两组解  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_{N_i}\} \in \mathbb{R}^{d \times N_i}$  和  $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_{N_i}\} \in \mathbb{R}^{d \times N_i}$  分别代表 OP1 和 OP2 的解, 其中  $N_i$  为每个组中的解数,  $d$  为变量维数. 通过将 OP1 视为 OP2 的“噪声”版本, 分别设置  $P$  和  $Q$  为去噪自编码器的输入和输出, 自然地学习从 OP1 到 OP2 的变化模式的映射矩阵  $M \in \mathbb{R}^{d \times d}$ , 有

$$L(M) = \frac{1}{2N_i} \sum_{i=1}^{N_i} \|q_i - Mp_i\|^2. \quad (14)$$

将  $P$  通过非线性映射函数  $\Phi: \mathbb{R}^d \rightarrow \mathcal{H}$  映射到高维的再生核希尔伯特空间 (reproducing Kernel Hilbert space, RKHS) 中,  $\Phi(P) = [\Phi(p_1), \dots, \Phi(p_{N_i})]$  是  $P$  在  $\mathcal{H}$  中的映射点, 式 (14) 可以重写为

$$L(M) = \frac{1}{2N_i} \text{tr}[(Q - M\Phi(P))^T(Q - M\Phi(P))]. \quad (15)$$

根据文献 [42], 映射矩阵  $M$  可以通过在空间  $\mathcal{H}$  中映射点的线性组合来表示, 即  $M = M_k \Phi(P)^T$ , 式 (15) 可以重写为

$$H = K(P, P),$$

$$L(M_k) = \frac{1}{2N_i} \text{tr}[(Q - M_k H)^T(Q - M_k H)], \quad (16)$$

其中  $K(P, P) = \Phi(P)^T \Phi(P)$  为  $K(\cdot, \cdot)$  对应的一个核矩阵, 根据文献 [43] 方程 (16) 具有一个封闭解为

$$M_k = P_k(Q_k)^{-1}, \quad P_k = Q_k K(P, P)^T, \quad Q_k = K(P, P) K(P, P)^T. \quad (17)$$

根据式 (16) 可知, 可以通过学习矩阵  $M_k$  来学

习 DMOP 在连续两个变化时刻的变化模式. 当检测到环境发生变化时, 利用上述核化的自编码模型, 可以从决策和目标空间两个角度追踪 POS 和 POF 的移动方向. 具体过程如下.

假设在连续两个时刻  $t-1$  和  $t-2$  非支配解个数分别为  $N_{t-2}$  和  $N_{t-1}$ , 从这两个时刻的非支配解中选择数量较小的  $N_t = \min(N_{t-2}, N_{t-1})$  个解, 分别记为  $NDS_{t-2}^S$  和  $NDS_{t-1}^S$ . 将所选非支配解映射到目标空间, 得到相应的目标值  $NDS_{t-2}^F$  和  $NDS_{t-1}^F$ . 随后, 利用下式实现从决策和目标空间两个角度的预测:

$$\begin{aligned} IP_t^S &= M_k^S K(NDS_{t-2}^S, NDS_{t-1}^S), \\ IP_t^F &= M_k^F K(NDS_{t-2}^F, NDS_{t-1}^F). \end{aligned} \quad (18)$$

$IP_t^S$  和  $IP_t^F$  分别表示从决策和目标空间两个角度得到的预测解. 为了将  $IP_t^F$  映射回决策空间, 需要构造一个单目标优化问题, 该问题可以通过内点法求解. 即对于  $IP_t^F$  中的预测值  $q^*$ , 通过下式计算其在决策空间中的映射解  $x^*$ :

$$x^* \leftarrow \min \|F(x^*, t) - q^*\|. \quad (19)$$

最后, 从两个预测解集中分别随机选择种群数量的一半作为多角度预测策略的预测解  $P_t^p$ , 并进行边界检查和修复.

算法 4 给出了多角度预测策略的详细过程.

---

#### 算法 4 多角度预测策略.

---

输入:  $P_{t-1}$  ( $t-1$  时刻种群),  $P_{t-2}$  ( $t-2$  时刻种群),  $F(x, t)$  (目标函数);

输出:  $P_t^p$  (策略产生的预测解).

1: 确定  $P_{t-1}$  和  $P_{t-2}$  中的非支配解;

2: 分别选择  $N_t$  个非支配解  $NDS_{t-2}^S$  和  $NDS_{t-1}^S$ , 并根据  $F(x, t-2)$  和  $F(x, t-1)$  计算非支配解的目标值  $NDS_{t-2}^F$  和  $NDS_{t-1}^F$ ;

3: 通过分别设置  $NDS_{t-2}^S$  和  $NDS_{t-2}^F$  作为自编码器的输入  $P$ ,  $NDS_{t-1}^S$  和  $NDS_{t-1}^F$  作为自编码器输出  $Q$ , 学习到映射矩阵  $M_k^S$  和  $M_k^F$ ;

4: 利用式 (18) 得到在决策和目标空间的预测解  $IP_t^S$  和  $IP_t^F$ , 然后利用式 (19) 将  $IP_t^F$  重新映射回决策空间;

5: 从两个预测解集各随机选择种群数目一半作为策略的预测解  $P_t^p$ .

---

### 2.3.3 记忆策略

如果动态多目标优化问题中环境变化小, 则不同时刻的最优解相似, 使用历史的最优解作为环境 5 变化后初始种群有利于算法快速收敛. 算法 6 给出了该策略的详细过程. 首先选择上一时刻种群的非支配解为精英解  $P_t^{\text{eli}}$ , 并储存到记忆池 Mpool 中. 当

精英个体超出容量限制时, 采用先进先出原则进行管理, 最早进入记忆池个体被移除; 然后在记忆池中随机选择  $N$  个解作为记忆策略生成的记忆解  $P_t^m$ .

---

#### 算法 5 记忆策略.

---

输入:  $P_{t-1}$  ( $t-1$  时刻种群), 记忆池容量  $M$ ;

输出:  $P_t^m$  (策略生成的记忆解).

1: 得到上一时刻种群  $P_{t-1}$  的非支配为精英解  $P_t^{\text{eli}}$ ;

2:  $M\text{pool} = M\text{pool} \cup P_t^{\text{eli}}$ ;

3: if  $M\text{pool}$  的大小  $> M$  then

4: 最早进入记忆池个体被移除;

5: end if

6:  $P_t^m =$  随机选择  $N$  个解 ( $M\text{pool}$ ).

---

综上, 算法 6 给出了混合动态响应策略.

---

#### 算法 6 混合动态响应策略.

---

输入:  $P_{t-1}$  (上一时刻的种群),  $p_t = \{p_{1t}, \dots, p_{J,t}\}$  (不同策略的选择概率);

输出:  $\text{Initpop}$  (策略产生的初始种群).

1: 利用算法 4 得到多样性解  $P_t^r$ ;

2: 利用算法 5 得到预测解  $P_t^p$ ;

3: 利用算法 6 得到记忆解  $P_t^m$ ;

4: 根据  $p_t = \{p_{1t}, \dots, p_{J,t}\}$  利用轮盘赌选择相应不同策略产生的解得到初始种群  $\text{Initpop}$ .

---

## 3 实验结果与分析

本节通过对比实验来验证所提出算法 ARS-DMOEA 求解 DMOPs 的优越性. 首先, 给出用于对比实验的测试问题、对比算法、评价算法的性能指标、实验参数设置以及参数敏感性分析; 然后, 将 ARS-DMOEA 与 4 种优秀的 DMOEAs 进行对比实验; 最后, 通过消融实验验证算法各组成部分的有效性.

### 3.1 测试问题 and 对比算法

本文选取 DF 基准测试问题集<sup>[44]</sup>, 共 14 个测试问题 DF1 ~ DF14, 其中 DF1 ~ DF9 是双目标问题, DF10 ~ DF14 是三目标问题, 其涵盖了现实世界的不同场景, 例如 POF/POS 是否变化, POF 的连续性、耦合性、凹凸性等.

在 DF 测试问题中,  $t = (1/n_t)[(\tau/\tau_t)]$ ,  $n_t$ ,  $\tau$  和  $\tau_t$  分别表示变化严重程度、迭代次数和变化频率. 在动态多目标优化问题中,  $\tau_t$  值越小意味环境变化的越频繁,  $n_t$  值越小意味着环境变化得越剧烈.

为了验证算法的优越性, 选择 KT-DMOEA, Tr-DMOEA, DNSGA-II-A 和 SVR-DMOEA 四种算法作为对比算法.

### 3.2 性能指标

对比实验中,采用两个综合性能指标平均反世代距离 (mean inverted generational distance, MIGD)<sup>[45]</sup> 和平均超体积 (mean hypervolume, MHV)<sup>[9]</sup> 评价算法的性能。

#### 3.2.1 MIGD

反世代距离 (inverted generational distance, IGD) 是衡量多目标进化算法性能的一个常用的性能指标,其定义为

$$\text{IGD}(\text{POF}^*, \text{POF}) = \frac{1}{N} \sum_{\nu^* \in \text{POF}^*} \min_{\nu \in \text{POF}} \|\nu^* - \nu\|. \quad (20)$$

其中:  $\text{POF}^*$  为真实均匀分布的帕累托前沿的集合,  $\text{POF}$  为由算法得到的近似帕累托前沿的集合,  $N$  为其数量. IGD 的值越小表明算法产生的  $\text{POF}$  越接近  $\text{POF}^*$ , 即越好的收敛性和多样性。

然而,在动态环境中,传统的 IGD 指标可能不足以全面反映算法在不同时间点上的表现. 为了更准确地评估动态多目标进化算法的性能,本文采用一个 IGD 的变体,称为平均反世代距离 (MIGD),用于计算一次运行实验中不同时间里 IGD 的平均值,其定义为

$$\text{MIGD} = \frac{1}{|T|} \sum_{t \in T} \text{IGD}(\text{POF}_t^*, \text{POF}_t). \quad (21)$$

其中:  $T$  为一系列离散的时间点集合,  $|T|$  为  $T$  的基数,  $\text{POF}_t^*$  和  $\text{POF}_t$  为时间  $t$  的真实和近似  $\text{POF}$ . MIGD 值越小,意味着算法具有越好的性能。

#### 3.2.2 MHV

超体积 (hypervolume, HV) 用于计算由参考点与近似帕累托前沿  $\text{POF}$  在目标空间中所围成的区域体积,该指标可以同时衡量收敛性和多样性,定义为

$$\text{HV} = \text{VOL}(\text{POF}, Z^*), \quad (22)$$

其中  $Z^*$  为目标空间中设置的参考点。

平均超体积 (MHV) 为不同时间中超体积值的平均值,其定义为

$$\text{MHV} = \frac{1}{|T|} \sum_{t \in T} \text{HV}(\text{POF}_t, Z^*). \quad (23)$$

在动态多目标问题中, MHV 值越高表明算法性能越好。

### 3.3 参数设置

1) 种群大小和决策变量维度: 在所有实验中,对于双目标问题  $N = 100$ , 而对于三目标问题  $N = 150$ , 决策变量维度为 10。

2) 变化频率和严重程度: 变化频率  $\tau_t$  与变化严

重程度  $n_t$  分别设为 3 组动态测试问题参数: ( $\tau_t = 10, n_t = 10$ )、( $\tau_t = 5, n_t = 10$ ) 和 ( $\tau_t = 10, n_t = 5$ )。每种算法在各测试问题上独立运行 30 次,每轮实验中问题经历 20 次环境变化。

3) 对比算法的参数: SVR-DMOEA<sup>[31]</sup>、KT-DMOEA<sup>[32]</sup>、Tr-DMOEA<sup>[30]</sup> 和 DNSGA-II-A<sup>[12]</sup> 四种算法与原始文献中一致。

4) ARS-DMOEA 中的参数: 静态多目标进化算法选择 MOEA/D, 邻域大小为  $T = 15$ . 自适应响应选择策略中, 适应率  $\alpha = 0.8$ , 最小概率  $p_{\min} = 0.2$ ; 混合变异策略中,  $R_{\text{upp}} = 1$ ,  $R_{\text{low}} = 0.4$ , 差分变异算子的扩散因子  $F = 0.5$ , 柯西变异参数与文献 [46] 一致。

### 3.4 参数敏感性分析

在 ARS-DMOEA 算法中有 3 个关键参数:  $R_{\text{low}}$ 、 $\alpha$  和  $p_{\min}$ . 这些参数的不同取值会影响 ARS-DMOEA 的最终求解性能,因此需要对这 3 个参数进行敏感性分析以确定各个参数的取值。

#### 3.4.1 $R_{\text{low}}$ 的敏感性分析

在混合变异策略中,  $R_{\text{low}}$  作为引入变异解的比例的下限,对算法性能起着关键作用. 当  $R_{\text{low}}$  值较低时,算法可能因为引入的多样性个体不足而限制探索能力; 当  $R_{\text{low}}$  值过高时,过多的多样性个体会降低收敛速度,进而影响算法性能. 为研究  $R_{\text{low}}$  的不同取值对算法性能的影响,将  $R_{\text{low}}$  分别设置为 0、0.2、0.4、0.6、0.8 以及 1.0, 并评估其在 DF1、DF6、DF11 和 DF13 四个测试问题上的平均 MIGD. 如图 2 所示, 当  $R_{\text{low}} = 0.4$  时, ARS-DMOEA 在所有 4 个测试问题上都取得了最优性能. 因此, 本文将  $R_{\text{low}}$  设置为 0.4, 用于后续实验的比较。

#### 3.4.2 $\alpha$ 的敏感性分析

在自适应响应策略中,  $\alpha$  表示适应率,用于平衡在过去获得的奖励和在  $t - 1$  时刻获得的奖励的重要性. 较低的  $\alpha$  值会导致算法过度依赖过去的较优响应策略; 较高的  $\alpha$  值则使算法更倾向于选择在  $t - 1$  时刻表现最佳的响应策略. 为了分析适应率  $\alpha$  对算法性能的影响, 在实验中将  $\alpha$  分别设置为 0、0.2、0.4、0.6、0.8 和 1.0, 并评估其在 DF1、DF6、DF11 和 DF13 四个测试问题上的平均 MIGD. 实验结果如图 3 所示. 结果表明, 当  $\alpha = 0.8$  时, ARS-DMOEA 在 4 个测试问题上均取得了最优性能. 因此, 本文选择将  $\alpha$  设置为 0.8, 用于后续实验的比较分析。

#### 3.4.3 $p_{\min}$ 的敏感性分析

在自适应响应策略中,  $p_{\min}$  为选择概率的下界. 具体而言, 当  $p_{\min}$  取值较小时, 则倾向于优选当前较

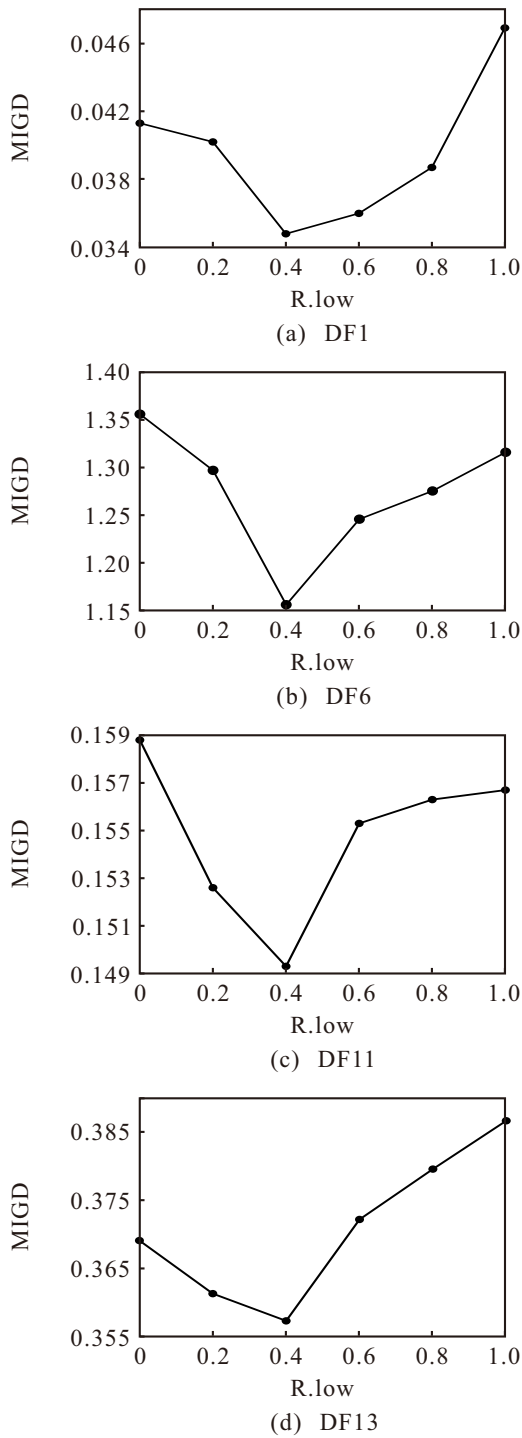


图2 不同R.low下 ARS-DMOEA 在不同测试问题上获得的平均 MIGD

优策略; 反之, 当 $p_{min}$ 取值较大时, 则能保留更多当前表现欠佳但未来可能具备更强适应能力的策略. 为了研究 $p_{min}$ 的不同取值对算法性能的影响, 在 DF1、DF6、DF11 和 DF13 四个测试问题上比较不同 $p_{min}$ 下 ARS-DMOEA 的性能, 其中设置 $p_{min}$ 为 0、0.1、0.2、0.3 及 0.33, 不同 $p_{min}$ 值下算法获得平均 MIGD 如图 4 所示. 从图 4 可以看出, 当 $p_{min} = 0.2$ 时, ARS-DMOEA 在 4 个测试问题上获得了最佳效果. 因此, 本文将 $p_{min}$ 设置为 0.2.

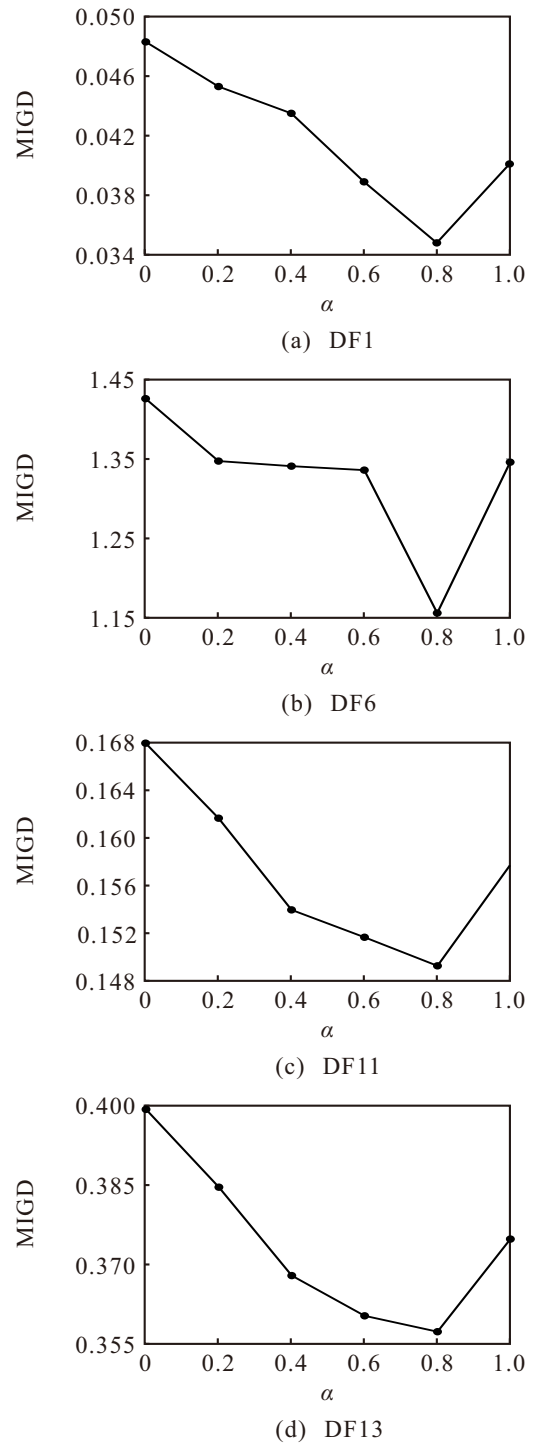


图3 不同alpha下 ARS-DMOEA 在不同测试问题上获得的平均 MIGD

### 3.5 实验结果与分析

表 1 和表 2 分别记录了 ARS-DMOEA 与各对比算法在每个 DF 测试问题上运行 30 次获得的 MIGD 与 MHV 的均值和方差, 其中各算法在各测试问题上获得的最优结果已加粗显示. 表中, 算法与算法之间以置信度 95% 进行 Wilcoxon 检验, 符号“+”“-”和“≈”分别表示 ARS-DMOEA 和对比算法相比更好、更差和无差异.

由表 1 可知, 在 42 个测试问题上, ARS-

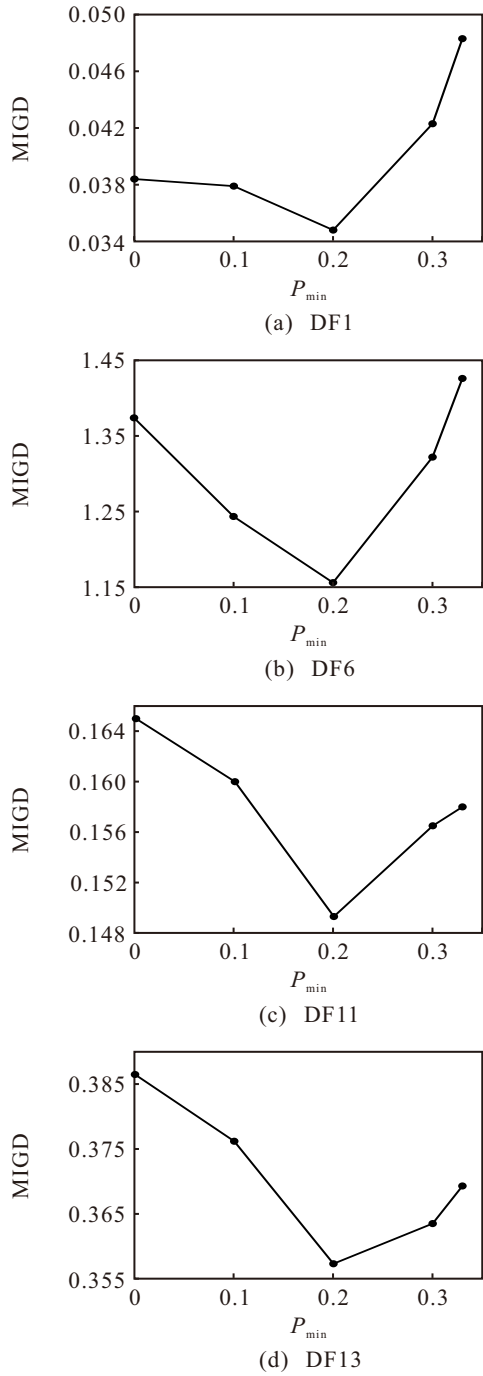


图4 不同 $p_{min}$ 下 ARS-DMOEA 在不同测试问题上获得的平均 MIGD

表1 ARS-DMOEA 及其对比算法在 DF 问题上获得的 MIGD 均值和标准差

Problem	$\tau_t$	$n_t$	SVR-DMOEA	KT-DMOEA	Tr-DMOEA	DNSGA-II-A	ARS-DMOEA
DF1	10	10	<b>0.0161±1.08e-03</b> (-)	0.0871±2.27e-02 (+)	0.0715±1.67e-02 (+)	0.1923±1.38e-03 (+)	0.0348±5.70e-03
	5	10	<b>0.0611±1.31e-02</b> (≈)	0.1271±1.47e-02(+)	0.1159±1.21e-02 (+)	0.2151±1.82e-03 (+)	0.0680±8.45e-03
	10	5	<b>0.0225±1.31e-02</b> (-)	0.0916±1.31e-02(+)	0.0829±2.14e-02(+)	0.1764±2.83e-03(+)	0.0701±1.99e-02
DF2	10	10	0.1485±4.13e-03(+)	<b>0.0708±7.98e-03</b> (≈)	0.0861±3.87e-02 (+)	0.1776±1.49e-03 (+)	0.0758±1.26e-02
	5	10	0.1710±1.05e-02(+)	0.1167±1.26e-02(+)	0.1280±2.10e-02(+)	0.1761±1.30e-01 (+)	<b>0.0903±5.95e-03</b>
	10	5	0.1488±3.56e-03(+)	0.0779±1.10e-02(≈)	0.0827±1.26e-02(≈)	0.1279±1.51e-01 (+)	<b>0.0713±7.35e-03</b>
DF3	10	10	0.3763±5.53e-02(+)	0.8790±1.28e-01(+)	0.3340±6.39e-03 (+)	0.9951±3.58e-01 (+)	<b>0.1861±3.16e-02</b>
	5	10	0.4725±4.59e-02(+)	0.8075±1.08e-01(+)	0.3441±2.27e-02 (+)	1.4303±4.21e-01 (+)	<b>0.1721±3.46e-02</b>
	10	5	0.4152±1.86e-02(+)	0.5547±1.09e-01(+)	0.3932±4.79e-02 (+)	1.2308±3.76e-01 (+)	<b>0.1833±2.15e-02</b>

DMOEA 在 28 个测试问题上取得了最佳 MIGD 值, 而 SVR-DMOEA、KT-DMOEA、Tr-DMOEA 和 DNSGA-II-A 则分别在 6、3、5 和 0 个问题中表现出最优性能. 由表 2 可知, ARS-DMOEA 在 27 个测试问题上取得了最佳 MHV 值, 而 SVR-DMOEA、KT-DMOEA、Tr-DMOEA 和 DNSGA-II-A 则分别在 6、4、5 和 0 个问题中表现出最优性能. 实验结果表明, 所提出算法在大多数测试问题上都获得了最优效果.

具体而言, ARS-DMOEA 在 DF3、DF4、DF7 和 DF14 等测试问题的 MIGD 和 MHV 指标均明显优于其他算法, 并在 DF2、DF5、DF6、DF8 和 DF10 等测试问题上表现优异. 这表明 ARS-DMOEA 具有较好的综合性能, 能够快速跟踪变化的 POS 和 POF. 这主要得益于其能根据各响应策略的历史贡献选择最适合的策略, 从而生成新环境下高质量的初始种群. 然而, 在 DF9 和 DF12 等问题上 ARS-DMOEA 表现一般, 尤其在 DF12 上明显劣于其他对比算法. 这表明 ARS-DMOEA 不适合求解像 DF12 这样具有复杂的 POF 结构的问题, 其原因可能是 ARS-DMOEA 依赖与使用均匀参考向量的 MOEA/D.

为了更直观地呈现各个算法的性能, 图 5 给出了各个算法在 DF1 ~ DF8 问题( $\tau_t = 10, n_t = 10$ )的平均 IGD 变化曲线. 由图 5 可知, ARS-DMOEA 在大多问题中具有最优的 IGD 值, 而且其 IGD 曲线呈现出更为平滑的趋势, 彰显了算法的稳定性.

基于以上的实验结果分析可知, 相比于其他算法, ARS-DMOEA 在应对各种类型 DMOPs 方面表现出了一定的有效性和适应能力.

### 3.6 消融实验

ARS-DMOEA 的核心组成部分包括基于自适应响应选择策略和所提出的混合动态响应策略. 为了系统地评估每个组成部分的有效性, 在 ARS-DMOEA 的基础上设计了 4 种变体, 其细节如下所示:

表 1 (续)

Problem	$\tau_t$	$n_t$	SVR-DMOEA	KT-DMOEA	Tr-DMOEA	DNSGA-II-A	ARS-DMOEA
DF4	10	10	3.292 1±1.18e-02 (+)	2.230 7±7.69e-01 (+)	1.785 0±1.37e-01 (+)	1.467 0±4.53e-02 (+)	<b>0.691 7±1.45e-01</b>
	5	10	3.230 2±2.30e-02 (+)	2.683 4±1.01e+00 (+)	2.388 3±1.37e-01 (+)	1.946 3±2.61e-01 (+)	<b>0.614 8±1.74e-01</b>
	10	5	1.657 6±1.23e-02 (+)	1.477 0±4.56e-01 (+)	1.587 8±7.20e-02 (+)	0.878 6±9.79e-01 (+)	<b>0.554 7±1.03e-01</b>
DF5	10	10	0.133 0±3.19e-03 (+)	0.208 4±5.02e-02 (+)	0.135 9±3.33e-02 (+)	0.638 8±2.62e-01 (+)	<b>0.056 6±7.03e-03</b>
	5	10	0.191 7±1.22e-02 (+)	0.326 8±1.23e-01 (+)	0.173 2±1.62e-02 (+)	1.217 9±2.62e-01 (+)	<b>0.075 1±9.83e-03</b>
	10	5	0.180 1±1.52e-02 (+)	0.275 3±7.55e-02 (+)	2.739 6±7.77e-02 (+)	0.706 7±1.61e-01 (+)	<b>0.057 9±7.64e-03</b>
DF6	10	10	2.938 5±4.38e+00 (+)	3.602 9±6.60e-01 (+)	7.513 6±8.20e-01 (+)	6.563 6±3.12e+00 (+)	<b>1.156 ±2.944e-01</b>
	5	10	2.788 8±4.77e-00 (+)	5.060 3±8.05e-01 (+)	9.566 8±3.00e-01 (+)	9.416 0±2.46e+00 (+)	<b>1.350 2±3.03e-01</b>
	10	5	4.153 2±4.82e+00 (+)	2.357 4±5.90e-01 (+)	7.727 4±7.83e-01 (+)	5.220 0±7.07e-01 (+)	<b>0.972 1±1.48e-01</b>
DF7	10	10	5.141 2±3.64e-02 (+)	0.625 9±3.29e-02 (≈)	2.187 2±1.25e-01 (+)	0.684 6±2.90e-02 (+)	<b>0.597 8±4.74e-02</b>
	5	10	5.107 8±6.54e-02 (+)	0.618 6±3.83e-02 (≈)	2.655 6±6.55e-02 (+)	0.658 1±5.51e-02 (≈)	<b>0.570 3±4.53e-02</b>
	10	5	6.067 2±1.26e-01 (+)	0.542 9±5.76e-02 (+)	3.343 0±1.54e-01 (+)	0.541 0±3.34e-02 (+)	<b>0.349 2±2.85e-02</b>
DF8	10	10	0.196 6±3.68e-02 (+)	0.140 8±7.78e-03 (+)	0.231 1±7.99e-03 (+)	0.139 2±1.35e-02 (≈)	<b>0.128 6±8.95e-03</b>
	5	10	0.280 3±8.16e-02 (+)	0.163 7±4.86e-03 (+)	0.233 4±8.07e-03 (+)	0.173 1±1.03e-02 (+)	<b>0.145 4±6.06e-03</b>
	10	5	0.180 8±1.24e-02 (+)	0.153 7±1.20e-02 (+)	0.256 3±1.93e-02 (+)	0.169 6±2.33e-02 (+)	<b>0.133 8±6.97e-03</b>
DF9	10	10	<b>1.025 2±1.13e-01 (-)</b>	2.057 8±1.43e-01 (≈)	2.862 2±1.34e-01 (+)	2.295 1±4.78e-02 (≈)	2.050 6±8.06e-03
	5	10	<b>1.047 8±1.48e-01 (-)</b>	2.237 3±2.58e-01 (≈)	2.711 0±8.23e-02 (+)	2.513 0±3.05e-02 (+)	1.997 9±5.77e-02
	10	5	1.666 6±8.97e-02 (≈)	<b>1.271 9±7.55e-02 (-)</b>	3.443 6±1.30e-01 (+)	1.725 7±7.33e-02 (≈)	1.610 3±3.45e-02
DF10	10	10	0.303 5±5.24e-02 (+)	0.282 0±1.76e-02 (+)	0.427 7±3.69e-02 (+)	0.390 0±5.30e-03 (+)	<b>0.266 5±2.26e-02</b>
	5	10	0.355 0±5.23e-02 (+)	<b>0.322 8±1.93e-02 (≈)</b>	0.397 6±1.24e-02 (+)	0.408 6±1.58e-02 (+)	0.327 0±1.57e-02
	10	5	0.319 0±6.05e-02 (+)	0.299 1±2.43e-02 (+)	0.448 4±1.13e-02 (+)	0.410 1±2.89e-01 (+)	<b>0.281 6±2.36e-02</b>
DF11	10	10	0.228 0±7.32e-03 (+)	0.165 8±9.82e-03 (+)	0.274 5±4.48e-02 (+)	0.347 0±4.30e-03 (+)	<b>0.149 3±6.75e-03</b>
	5	10	0.236 6±6.86e-03 (+)	0.179 2±5.53e-03 (≈)	0.268 6±1.41e-02 (+)	0.430 2±2.03e-02 (+)	<b>0.176 2±8.56e-03</b>
	10	5	<b>0.232 1±3.69e-03 (-)</b>	0.248 4±7.08e-03 (≈)	0.330 9±2.00e-02 (+)	0.377 3±3.64e-01 (+)	0.241 3±6.17e-03
DF12	10	10	0.603 2±2.74e-02 (-)	1.115 7±6.95e-02 (≈)	<b>0.333 1±3.25e-02 (-)</b>	0.403 8±1.36e-03 (-)	1.217 1±1.00e-04
	5	10	0.638 3±3.23e-02 (-)	1.155 1±4.25e-02 (≈)	<b>0.361 5±6.26e-03 (-)</b>	0.403 7±3.36e-03 (-)	1.216 2±2.25e-04
	10	5	0.615 9±4.32e-02 (-)	1.201 7±8.29e-02 (≈)	<b>0.308 4±3.74e-02 (-)</b>	0.405 0±2.32e-03 (-)	1.268 4±2.42e-04
DF13	10	10	0.522 6±6.04e-03 (+)	0.462 8±2.39e-01 (+)	<b>0.305 6±7.99e-03 (-)</b>	0.767 4±1.79e-01 (+)	0.357 3±2.25e-02
	5	10	0.506 5±1.15e-02 (+)	0.461 4±4.37e-02 (+)	<b>0.327 4±2.08e-02 (-)</b>	0.938 7±1.03e-01 (+)	0.388 4±2.47e-02
	10	5	0.463 9±4.15e-03 (+)	0.393 5±4.47e-02 (+)	3.568 5±1.20e-01 (+)	0.981 6±9.32e-01 (+)	<b>0.337 7±2.13e-02</b>
DF14	10	10	0.212 8±2.86e-03 (+)	0.106 2±2.68e-02 (+)	0.143 9±1.55e-02 (+)	0.473 2±1.24e-01 (+)	<b>0.076 0±3.85e-03</b>
	5	10	0.215 5±4.85e-03 (+)	0.159 0±4.65e-02 (+)	0.159 5±3.71e-02 (+)	0.540 4±2.39e-01 (+)	<b>0.090 3±6.35e-03</b>
	10	5	0.307 3±4.81e-03 (≈)	0.309 8±2.26e-02 (≈)	2.091 0±1.15e-01 (+)	0.572 2±1.68e-01 (+)	<b>0.297 2±1.22e-02</b>
+ / - / ≈			31/8/3	28/1/13	36/5/1	35/3/4	

1) 第 1 种变体 (ARS-DMOEA-T1) 去掉自适应响应选择策略, 将 3 种响应策略的选择概率设置为等同;

2) 第 2 种变体 (ARS-DMOEA-T2) 删除了混合变异策略, 保留其他部分;

3) 第 3 种变体 (ARS-DMOEA-T3) 删除多角度预测策略, 保留其他部分;

4) 第 4 种变体 (ARS-DMOEA-T4) 删除记忆策

略, 保留其他部分.

表 3 给出了 ARS-DMOEA 及其 4 种变体在 DF 测试问题上获得的 MIGD 的均值和方差. 实验结果表明, ARS-DMOEA 在 42 个测试问题中, 有 26 个问题取得了最优的 MIGD 值, 而 ARS-DMOEA-T1、ARS-DMOEA-T2、ARS-DMOEA-T3 以及 ARS-DMOEA-T4 分别在 4、0、9 和 3 的问题中达到了最佳结果. 这表明 ARS-DMOEA 的各组成部分对算法

表2 ARS-DMOEA 及其对比算法在 DF 问题上获得的 MHV 均值和标准差

Problem	$\tau_t$	$n_t$	SVR-DMOEA	KT-DMOEA	Tr-DMOEA	DNSGA-II-A	ARS-DMOEA
DF1	10	10	0.394 3±5.65e-03 (+)	0.369 1±1.77e-02 (+)	0.399 7±1.21e-03 (+)	0.089 7±4.56e-04 (+)	<b>0.431 4±4.90e-03</b>
	5	10	<b>0.485 1±5.24e-03</b> (-)	0.335 9±1.07e-02 (+)	0.354 7±1.85e-02 (+)	0.081 9±3.68e-03 (+)	0.403 7±9.15e-03
	10	5	0.314 1±1.09e-02 (+)	0.458 9±1.48e-02 (+)	0.474 1±6.54e-03 (≈)	0.174 5±2.76e-03 (+)	<b>0.504 4±5.50e-03</b>
DF2	10	10	0.643 5±3.76e-02 (≈)	0.640 3±7.98e-03 (≈)	0.630 6±1.87e-02 (+)	0.385 6±8.76e-03 (+)	<b>0.652 7±1.24e-02</b>
	5	10	0.552 0±6.21e-02 (+)	0.597 5±1.28e-02 (+)	0.537 9±3.92e-02 (+)	0.397 1±1.38e-01 (+)	<b>0.613 3±3.01e-02</b>
	10	5	0.570 1±1.09e-02 (+)	0.624 4±1.43e-02 (+)	0.587 9±1.26e-02 (+)	0.383 2±5.56e-01 (+)	<b>0.649 6±1.93e-02</b>
DF3	10	10	0.135 0±3.37e-03 (+)	0.117 4±3.33e-02 (+)	0.148 0±3.08e-03 (+)	0.001 0±3.07e-06 (+)	<b>0.255 0±6.02e-02</b>
	5	10	0.167 8±1.82e-02 (+)	0.105 6±1.08e-02 (+)	0.164 6±5.14e-03 (+)	0 (+)	<b>0.244 9±1.76e-02</b>
	10	5	0.113 7±2.17e-02 (+)	0.246 9±1.43e-01 (+)	0.138 2±5.45e-03 (+)	0 (+)	<b>0.330 8±3.11e-02</b>
DF4	10	10	0.357 9±1.18e-02 (+)	0.343 5±1.69e-02 (+)	0.214 4±1.18e-02 (+)	0.291 5±1.43e-03 (+)	<b>0.737 2±7.92e-02</b>
	5	10	0.350 9±1.87e-02 (+)	0.336 6±7.79e-02 (+)	0.074 3±2.71e-01 (+)	0.189 9±1.72e-02 (+)	<b>0.734 0±6.72e-02</b>
	10	5	0.352 9±1.41e-02 (+)	0.340 5±4.56e-01 (+)	0.146 3±2.20e-02 (+)	0.143 8±2.77e-01 (+)	<b>0.568 0±2.89e-02</b>
DF5	10	10	0.517 8±3.48e-02 (≈)	0.507 0±5.82e-02 (+)	0.452 8±3.33e-02 (+)	0.105 9±2.16e-04 (+)	<b>0.521 4±1.96e-02</b>
	5	10	0.285 9±3.03e-02 (+)	0.472 8±1.23e-01 (+)	0.395 5±1.84e-02 (+)	0.053 6±1.72e-04 (+)	<b>0.504 6±7.23e-03</b>
	10	5	0.469 2±3.37e-02 (+)	0.260 6±2.23e-02 (+)	0.222 7±2.85e-02 (+)	0.071 1±1.34e-04 (+)	<b>0.530 5±1.37e-02</b>
DF6	10	10	<b>0.638 7±7.24e-01</b> (-)	0.185 5±5.83e-02 (+)	0.029 6±8.20e-01 (+)	0.018 8±4.63e-04 (+)	0.559 3±9.23e-02
	5	10	0.310 4±4.55e-01 (+)	0.123 4±8.05e-01 (+)	0.033 8±6.76e-01 (+)	0 (+)	<b>0.547 3±1.63e-02</b>
	10	5	<b>0.575 7±1.38e-01</b> (-)	0.103 8±5.90e-01 (+)	0.005 2±1.89e-02 (+)	0.002 9±3.48e-04 (+)	0.330 7±1.34e-02
DF7	10	10	0.122 7±2.43e-02 (+)	0.127 0±1.48e-02 (+)	0.100 3±2.68e-02 (+)	0.123 2±6.08e-03 (+)	<b>0.167 9±4.56e-02</b>
	5	10	0.149 0±1.45e-02 (+)	0.120 5±3.83e-02 (+)	0.094 6±1.45e-02 (+)	0.127 1±1.79e-03 (+)	<b>0.164 9±2.99e-02</b>
	10	5	0.115 1±1.69e-02 (+)	0.141 1±5.76e-02 (+)	0.115 5±1.21e-01 (+)	0.132 6±3.75e-04 (+)	<b>0.198 2±1.03e-02</b>
DF8	10	10	0.578 3±3.73e-02 (+)	<b>0.940 7±7.78e-03</b> (-)	0.482 1±7.50e-04 (+)	0.456 4±3.45e-02 (+)	0.590 9±2.40e-02
	5	10	0.579 3±1.82e-02 (≈)	<b>0.937 6±4.86e-03</b> (-)	0.473 8±1.82e-03 (+)	0.449 3±3.65e-02 (+)	0.587 1±1.20e-02
	10	5	0.575 7±1.49e-02 (+)	<b>0.925 7±1.20e-02</b> (-)	0.500 1±9.11e-03 (+)	0.492 2±1.56e-02 (+)	0.606 8±7.30e-02
DF9	10	10	0.632 4±8.93e-02 (+)	0.606 9±1.43e-02 (+)	0.546 8±2.43e-02 (+)	0.545 7±3.37e-02 (+)	<b>0.816 2±8.20e-03</b>
	5	10	0.593 3±2.35e-02 (+)	0.595 1±2.58e-02 (+)	0.532 6±3.95e-02 (+)	0.551 0±5.98e-02 (+)	<b>0.795 5±3.91e-02</b>
	10	5	0.603 3±3.28e-02 (+)	0.551 6±7.55e-02 (+)	0.492 3±1.35e-01 (+)	0.455 1±7.15e-02 (+)	<b>0.795 9±1.59e-03</b>
DF10	10	10	0.318 5±3.73e-02 (+)	0.606 8±1.76e-02 (+)	0.427 7±3.69e-02 (+)	0.389 1±4.24e-03 (+)	<b>0.653 3±9.70e-03</b>
	5	10	0.363 4±1.67e-02 (+)	0.577 4±1.93e-02 (+)	0.629 5±1.29e-02 (≈)	0.347 9±8.75e-03 (+)	<b>0.632 1±1.14e-02</b>
	10	5	0.354 0±2.87e-02 (+)	0.585 4±2.43e-02 (+)	0.602 3±1.85e-03 (+)	0.343 3±2.02e-02 (+)	<b>0.655 4±1.07e-02</b>
DF11	10	10	0.061 7±5.08e-02 (≈)	0.067 9±2.96e-03 (+)	<b>0.114 8±3.30e-03</b> (-)	0.049 3±7.70e-04 (+)	0.084 9±7.10e-02
	5	10	0.086 2±6.54e-03 (-)	<b>0.178 4±3.95e-03</b> (-)	0.085 5±1.15e-04 (≈)	0.043 8±5.82e-04 (≈)	0.066 4±1.15e-02
	10	5	0.047 9±4.76e-02 (+)	0.092 1±8.62e-03 (+)	<b>0.131 3±3.20e-03</b> (-)	0.074 6±4.54e-03 (+)	0.117 6±1.23e-02
DF12	10	10	<b>0.386 6±1.29e-02</b> (-)	0.225 3±2.17e-02 (-)	0.275 6±1.35e-02 (-)	0.234 2±4.21e-04 (-)	0.213 2±9.81e-02
	5	10	<b>0.391 2±1.02e-02</b> (-)	0.213 4±3.62e-02 (≈)	0.277 4±2.37e-02 (-)	0.224 1±9.13e-04 (-)	0.209 3±2.00e-02
	10	5	<b>0.384 1±1.28e-02</b> (-)	0.201 7±8.29e-02 (≈)	0.294 5±4.50e-02 (-)	0.254 5±2.08e-03 (-)	0.210 7±1.67e-02
DF13	10	10	0.085 9±1.68e-02 (+)	0.254 4±1.75e-02 (-)	<b>0.302 6±5.10e-03</b> (-)	0.038 8±1.28e-04 (+)	0.226 8±1.24e-02
	5	10	0.039 2±1.02e-02 (+)	0.203 7±4.37e-02 (≈)	<b>0.270 5±2.08e-02</b> (-)	0.019 6±5.97e-03 (+)	0.192 9±2.87e-02
	10	5	0.086 2±1.17e-03 (+)	0.260 9±4.47e-02 (-)	<b>0.305 2±1.25e-03</b> (-)	0.006 7±1.28e-04 (+)	0.148 6±6.05e-02
DF14	10	10	0.021 4±2.91e-02 (+)	0.198 8±9.80e-03 (+)	0.171 1±2.41e-03 (+)	0.010 0±2.84e-04 (+)	<b>0.236 9±1.61e-02</b>
	5	10	0.013 8±1.17e-03 (+)	0.158 2±1.79e-02 (+)	0.190 4±1.53e-03 (≈)	0.016 5±3.86e-04 (+)	<b>0.202 2±7.86e-02</b>
	10	5	0.019 5±4.81e-03 (+)	0.333 2±2.26e-02 (+)	0.299 0±1.75e-03 (+)	0.252 8±2.25e-03 (+)	<b>0.491 4±1.06e-02</b>
+ / - / ≈			32/6/4	31/7/4	30/8/4	38/3/1	

表3 ARS-DMOEA 及其变体在 DF 问题上获得的 MIGD 均值和标准差

Problem	$\tau_t$	$n_t$	ARS-DMOEA-T1	ARS-DMOEA-T2	ARS-DMOEA-T3	ARS-DMOEA-T4	ARS-DMOEA
DF1	10	10	0.0483±8.10e-03(+)	0.0432±2.34e-03(+)	0.1890±5.15e-02(+)	0.0445±1.14e-02(+)	<b>0.0348±5.70e-03</b>
	5	10	0.0638±6.66e-03(≈)	0.0629±7.96e-03(≈)	0.2168±1.26e-02(+)	<b>0.0505±4.34e-03(-)</b>	0.0680±8.45e-03
	10	5	0.0748±1.57e-02(≈)	0.0833±1.27e-02(+)	0.1879±3.97e-02(+)	0.0761±1.12e-03(+)	<b>0.0701±1.99e-02</b>
DF2	10	10	0.0818±5.15e-03(≈)	0.0904±1.78e-02(+)	0.1276±2.65e-02(+)	0.0802±5.12e-03(+)	<b>0.0758±1.26e-02</b>
	5	10	0.1143±6.50e-03(+)	0.1076±6.28e-03(+)	0.1462±2.06e-02(+)	0.1041±7.24e-03(+)	<b>0.0903±5.95e-03</b>
	10	5	0.0857±3.53e-03(+)	0.0841±1.17e-02(+)	0.1202±9.67e-03(+)	0.0831±8.14e-03(+)	<b>0.0713±7.35e-03</b>
DF3	10	10	0.2367±4.33e-02(+)	0.1976±2.56e-02(+)	1.4423±3.45e-01(+)	0.2087±2.71e-02(+)	<b>0.1861±3.16e-02</b>
	5	10	0.2278±2.92e-02(+)	0.2277±4.47e-02(+)	1.1952±1.82e-01(+)	0.1939±2.91e-02(+)	<b>0.1721±3.46e-02</b>
	10	5	0.2118±2.24e-02(+)	0.2372±2.47e-02(+)	0.7859±1.73e-01(+)	0.2421±1.01e-02(+)	<b>0.1833±2.15e-02</b>
DF4	10	10	0.9415±2.53e-02(+)	0.8070±1.56e-02(+)	1.0751±3.17e-01(+)	0.8245±1.24e-01(+)	<b>0.6917±1.45e-01</b>
	5	10	0.9071±5.44e-02(+)	0.6879±7.54e-02(≈)	0.9166±1.54e-01(+)	0.7879±2.64e-01(+)	<b>0.6148±1.74e-01</b>
	10	5	0.6520±8.22e-02(+)	0.6070±6.03e-02(+)	0.7098±1.86e-01(+)	0.8786±9.73e-01(+)	<b>0.5547±1.03e-01</b>
DF5	10	10	<b>0.0539±8.14e-03(-)</b>	0.0604±8.03e-03(≈)	0.3844±7.46e-02(+)	0.0715±1.21e-02(+)	0.0566±7.03e-03
	5	10	<b>0.0745±9.94e-03(≈)</b>	0.0864±6.53e-03(+)	0.4317±7.58e-02(+)	0.0837±1.69e-02(+)	0.0751±9.83e-03
	10	5	0.0663±9.34e-03(+)	0.0824±1.67e-02(+)	0.4178±1.15e-01(+)	0.6753±1.62e-01(+)	<b>0.0579±7.64e-03</b>
DF6	10	10	1.4726±4.03e-01(+)	1.7380±2.24e-01(+)	3.0957±5.45e-01(+)	1.4736±4.73e-01(+)	<b>1.1560±2.94e-01</b>
	5	10	1.2497±3.04e-01(-)	1.6628±8.40e-01(+)	5.5667±7.03e-01(+)	<b>1.2307±2.65e-01(-)</b>	1.3502±3.03e-01
	10	5	1.1259±2.23e-01(+)	1.0762±2.43e-01(≈)	3.8769±1.45e-01(+)	1.2344±4.17e-01(+)	<b>0.9721±1.48e-01</b>
DF7	10	10	0.6660±4.02e-02(+)	0.6870±3.07e-02(+)	0.6508±3.46e-02(+)	0.6593±4.52e-02(+)	<b>0.5978±4.74e-02</b>
	5	10	0.6280±4.83e-02(+)	0.6521±4.37e-02(+)	0.6158±5.62e-02(+)	0.6505±3.44e-02(+)	<b>0.5703±4.53e-02</b>
	10	5	<b>0.3488±2.53e-01(≈)</b>	0.3793±3.36e-02(+)	0.5225±2.28e-02(+)	0.3665±1.19e-02(+)	0.3492±2.85e-02
DF8	10	10	0.1366±5.64e-03(+)	0.1384±6.54e-03(+)	0.1451±1.40e-02(+)	0.1392±1.53e-02(+)	<b>0.1286±8.95e-03</b>
	5	10	0.1544±9.44e-03(+)	0.1532±8.63e-03(+)	0.1483±8.03e-03(≈)	<b>0.1432±8.54e-03(≈)</b>	0.1454±6.06e-03
	10	5	<b>0.1248±6.36e-03(-)</b>	0.1427±1.26e-02(+)	0.1405±9.75e-03(+)	0.1313±9.53e-03(≈)	0.1338±6.97e-03
DF9	10	10	2.0330±7.20e-02(≈)	2.0677±3.34e-02(≈)	<b>1.9898±1.44e-01(≈)</b>	2.0572±3.53e-02(≈)	2.0506±8.06e-03
	5	10	2.0478±1.43e-01(≈)	2.1373±2.53e-01(+)	2.0587±8.23e-02(≈)	2.0785±3.84e-02(≈)	<b>1.9979±5.77e-02</b>
	10	5	1.6696±3.81e-02(≈)	1.6767±2.96e-02(≈)	1.6451±7.94e-02(≈)	1.6741±2.85e-02(≈)	<b>1.6103±3.45e-02</b>
DF10	10	10	0.2405±1.45e-02(-)	0.2538±2.11e-02(≈)	<b>0.2205±1.95e-02(-)</b>	0.3031±2.44e-02(+)	0.2665±2.26e-02
	5	10	0.3303±1.42e-02(-)	0.3440±1.45e-02(+)	<b>0.2631±1.23e-02(-)</b>	0.3431±3.74e-02(+)	0.3270±1.57e-02
	10	5	0.2922±1.81e-02(+)	0.2514±9.77e-03(-)	<b>0.2351±1.54e-02(-)</b>	0.3028±1.35e-02(+)	0.2816±2.36e-02
DF11	10	10	0.1580±4.79e-03(+)	0.1505±4.98e-03(+)	0.1631±6.76e-03(+)	0.1556±6.34e-03(+)	<b>0.1493±6.75e-03</b>
	5	10	0.1979±2.66e-03(+)	0.1830±5.51e-03(+)	<b>0.1683±6.95e-03(-)</b>	0.1889±9.54e-03(+)	0.1762±8.56e-03
	10	5	0.2479±3.67e-03(≈)	0.2532±8.43e-03(+)	<b>0.2378±6.75e-03(-)</b>	0.2468±9.60e-03(≈)	0.2413±6.17e-03
DF12	10	10	1.2168±2.77e-03(≈)	1.2176±6.94e-02(≈)	<b>1.2162±2.62e-03(≈)</b>	1.2169±3.50e-03(≈)	1.2171±1.00e-04
	5	10	1.2170±1.50e-03(≈)	1.2171±4.25e-03(≈)	1.2163±8.40e-03(≈)	1.2170±3.36e-04(≈)	<b>1.2162±2.25e-04</b>
	10	5	1.2649±9.87e-03(≈)	1.2680±8.24e-03(≈)	<b>1.2680±3.73e-03(≈)</b>	1.2680±2.32e-04(≈)	1.2684±2.42e-04
DF13	10	10	0.3693±2.17e-02(+)	0.3676±1.39e-02(+)	0.3691±4.52e-01(+)	0.3768±2.69e-02(+)	<b>0.3573±2.25e-02</b>
	5	10	0.4159±1.05e-02(+)	0.4081±2.24e-02(+)	0.5988±2.33e-01(+)	0.4334±9.97e-03(+)	<b>0.3884±2.47e-02</b>
	10	5	0.4639±4.14e-03(+)	0.3537±3.04e-02(+)	0.7392±1.26e-01(+)	0.3659±2.16e-02(+)	<b>0.3377±2.13e-02</b>
DF14	10	10	0.0817±5.04e-03(+)	0.0819±4.35e-03(+)	0.1553±5.59e-02(+)	0.0798±3.68e-03(≈)	<b>0.0760±3.85e-03</b>
	5	10	0.0956±5.99e-03(≈)	0.1090±6.10e-03(+)	0.1595±3.78e-02(+)	0.1016±3.34e-03(+)	<b>0.0903±6.35e-03</b>
	10	5	0.3073±4.88e-03(≈)	0.2867±8.24e-03(≈)	<b>0.2494±4.05e-02(-)</b>	0.2926±1.63e-02(≈)	0.2972±1.22e-02
+/-/≈			23/5/14	30/1/11	29/6/7	29/2/11	

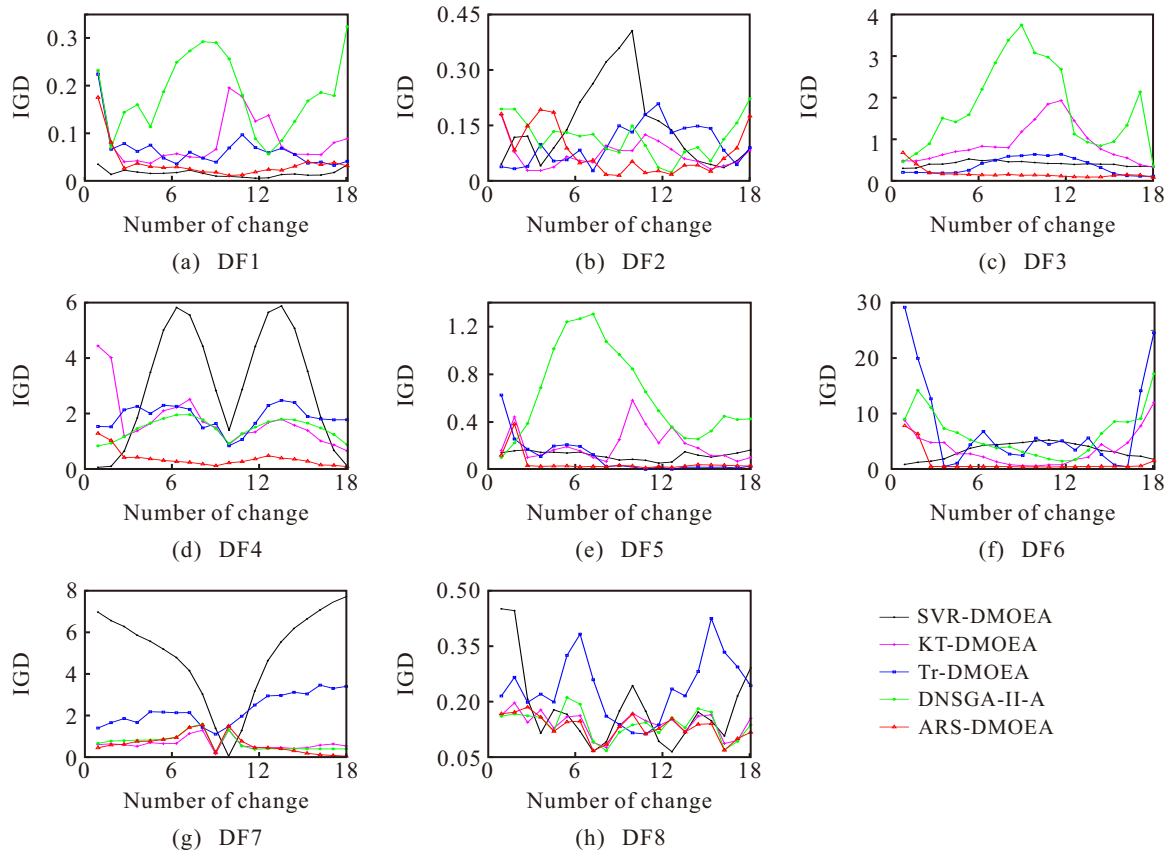


图5 ARS-DMOEA 及其对比算法在 DF 问题上的 IGD 均值变化比较

性能至关重要, 彼此间的相互作用使得 ARS-DMOEA 的整体表现最佳.

### 4 结论

针对大多数现存 DMOEAs 在应对不同类型动态多目标优化问题时的局限性, 本文提出了一种基于自适应响应选择的动态多目标进化算法 ARS-DMOEA. 该算法巧妙地利用所提出的自适应响应选择策略, 实现了 3 种动态响应策略的无缝融合, 进而能够有效应对各种类型的 DMOPs. 自适应响应选择策略根据不同动态响应策略的历史性能调整其选择概率; 混合动态响应策略根据选择概率来选择不同策略生成的个体, 从而在新环境中生成高质量的初始种群. 实验结果表明, ARS-DMOEA 在大多数测试问题上显著优于其他 4 种优秀算法, 这表明该算法在应对各种类型的 DMOPs 时具有较强的适应能力.

ARS-DMOEA 没有在具有复杂 Pareto 前沿的 DMOPs 上展现较强的优势, 未来将进一步提升 ARS-DMOEA 性能. 此外, 也计划将 ARS-DMOEA 应用于实际动态多目标优化问题.

### 参考文献 (References)

[1] Nguyen S, Zhang M J, Johnston M, et al. Automatic design of scheduling policies for dynamic multi-objective job shop scheduling via cooperative

coevolution genetic programming[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2014, 18(2): 193-208.  
 [2] Hutzschenreuter A K, Bosman P A N, La Poutré H. Evolutionary multiobjective optimization for dynamic hospital resource management[C]. *Evolutionary Multi-Criterion Optimization*. Berlin, 2009: 320-334.  
 [3] Farina M, Deb K, Amato P. Dynamic multiobjective optimization problems: Test cases, approximation, and applications[C]. *Evolutionary Multi-Criterion Optimization*. Berlin, 2003: 311-326.  
 [4] Chen R Z, Li K, Yao X. Dynamic multiobjectives optimization with a changing number of objectives[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2018, 22(1): 157-171.  
 [5] Liang J, Ban X X, Yu K J, et al. A survey on evolutionary constrained multiobjective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2023, 27(2): 201-221.  
 [6] Jain H, Deb K. An evolutionary many-objective optimization algorithm using reference-point based nondominated sorting approach, part II: Handling constraints and extending to an adaptive approach[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2014, 18(4): 602-622.  
 [7] Zhou A M, Qu B-Y, Li H, et al. Multiobjective evolutionary algorithms: A survey of the state of the art[J]. *Swarm and Evolutionary Computation*, 2011, 1(1): 32-49.  
 [8] Zhang X, Jin Y C, Qian F. A self-adaptive dynamic multi-objective optimization algorithm based on transfer

- learning and elitism-based mutation[J]. *Neurocomputing*, 2023, 559: 126761.
- [9] 刘若辰, 李建霞, 刘静, 等. 动态多目标优化研究综述[J]. *计算机学报*, 2020, 43(7): 1246-1278.  
(Liu R C, Li J X, Liu J, et al. A survey on dynamic multiobjective optimization[J]. *Chinese Journal of Computers*, 2020, 43(7): 1246-1278.)
- [10] 马永杰, 陈敏, 龚影, 等. 动态多目标优化进化算法研究进展[J]. *自动化学报*, 2020, 46(11): 2302-2318.  
(Ma Y J, Chen M, Gong Y, et al. Research progress of dynamic multi-objective optimization evolutionary algorithm[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2020, 46(11): 2302-2318.)
- [11] Jiang S Y, Zou J, Yang S X, et al. Evolutionary dynamic multi-objective optimisation: A survey[J]. *ACM Computing Surveys*, 2023, 55(4): 1-47.
- [12] Deb K, Rao N U B, Karthik S. Dynamic multi-objective optimization and decision-making using modified NSGA-II: A case study on hydro-thermal power scheduling[C]. *Evolutionary Multi-Criterion Optimization*. Berlin, 2007: 803-817.
- [13] Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002, 6(2): 182-197.
- [14] Wang Y, Li B. Multi-strategy ensemble evolutionary algorithm for dynamic multi-objective optimization[J]. *Memetic Computing*, 2010, 2(1): 3-24.
- [15] Xu B, Zhang Y, Gong D W, et al. Environment sensitivity-based cooperative co-evolutionary algorithms for dynamic multi-objective optimization[J]. *ACM Transactions on Computational Biology and Bioinformatics*, 2018, 15(6): 1877-1890.
- [16] Liu M, Liu Y Z. A dynamic evolutionary multi-objective optimization algorithm based on decomposition and adaptive diversity introduction[C]. 2016 12th International Conference on Natural Computation, Fuzzy Systems and Knowledge Discovery. Changsha, 2016: 235-240.
- [17] Martínez-Peñaloza M G, Mezura-Montes E. Immune generalized differential evolution for dynamic multi-objective environments: An empirical study[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2018, 142: 192-219.
- [18] Zheng B J. A new dynamic multi-objective optimization evolutionary algorithm[C]. The 3rd International Conference on Natural Computation. Haikou, 2007: 565-570.
- [19] Orouskhani M, Teshnehlab M, Ali N M. Integration of cat swarm optimization and Borda ranking method for solving dynamic multi-objective problems[J]. *International Journal of Computational Intelligence and Applications*, 2016, 15(3): 1650014.
- [20] Sahnoud S, Topcuoglu H R. Sensor-based change detection schemes for dynamic multi-objective optimization problems[C]. 2016 IEEE Symposium Series on Computational Intelligence. Athens, 2016: 1-8.
- [21] Ahrari A, Elsayed S, Sarker R, et al. A heredity-based adaptive variation operator for reinitialization in dynamic multi-objective problems[J]. *Applied Soft Computing*, 2021, 101: 107027.
- [22] Ma X M, Yang J M, Sun H, et al. Multiregional co-evolutionary algorithm for dynamic multiobjective optimization[J]. *Information Sciences*, 2021, 545: 1-24.
- [23] Jiang S Y, Yang S X. A steady-state and generational evolutionary algorithm for dynamic multiobjective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2017, 21(1): 65-82.
- [24] Peng Z, Zheng J H, Zou J, et al. Novel prediction and memory strategies for dynamic multiobjective optimization[J]. *Soft Computing*, 2015, 19(9): 2633-2653.
- [25] Zou J, Li Q Y, Yang S X, et al. A dynamic multiobjective evolutionary algorithm based on a dynamic evolutionary environment model[J]. *Swarm and Evolutionary Computation*, 2019, 44: 247-259.
- [26] Liu X F, Zhang J, Wang J. Cooperative differential evolution with an attention-based prediction strategy for dynamic multiobjective optimization[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2023, 53(12): 7441-7452.
- [27] Hatzakis I, Wallace D. Dynamic multi-objective optimization with evolutionary algorithms: A forward-looking approach[C]. Proceedings of the 8th annual conference on genetic and evolutionary computation. Seattle: Association for Computing Machinery. Piscataway: IEEE, 2006: 1201-1208.
- [28] Zhou A M, Jin Y C, Zhang Q F. A population prediction strategy for evolutionary dynamic multiobjective optimization[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2014, 44(1): 40-53.
- [29] Murugantham A, Tan K C, Vadakkepat P. Evolutionary dynamic multiobjective optimization via Kalman filter prediction[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2016, 46(12): 2862-2873.
- [30] Jiang M, Huang Z Q, Qiu L M, et al. Transfer learning-based dynamic multiobjective optimization algorithms[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2018, 22(4): 501-514.
- [31] Hu W Z, Jiang M, Gao X, et al. Solving dynamic multi-objective optimization problems using incremental support vector machine[C]. 2019 IEEE Congress on Evolutionary Computation. Wellington, 2019: 2794-2799.
- [32] Jiang M, Wang Z Z, Hong H K, et al. Knee point-based imbalanced transfer learning for dynamic multiobjective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2021, 25(1): 117-129.
- [33] Jiang M, Wang Z Z, Qiu L M, et al. A fast dynamic evolutionary multiobjective algorithm via manifold transfer learning[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, 51(7): 3417-3428.
- [34] Feng L, Zhou W, Liu W C, et al. Solving dynamic

- multiobjective problem via autoencoding evolutionary search[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, 52(5): 2649-2662.
- [35] Zheng J H, Zhang B, Zou J, et al. A dynamic multi-objective evolutionary algorithm based on niche prediction strategy[J]. *Applied Soft Computing*, 2023, 142: 110359.
- [36] Chen L, Wang H Y, Pan D R, et al. Dynamic multiobjective evolutionary algorithm with adaptive response mechanism selection strategy[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2022, 246: 108691.
- [37] Yu K J, Zhang D Z, Liang J, et al. A framework based on historical evolution learning for dynamic multiobjective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2024, 28(4): 1127-1140.
- [38] Hu X L, Wu L Y, Han M Z, et al. Hybrid response dynamic multi-objective optimization algorithm based on multi-arm bandit model[J]. *Information Sciences*, 2024, 681: 121192.
- [39] Azzouz R, Bechikh S, Ben Said L. A dynamic multi-objective evolutionary algorithm using a change severity-based adaptive population management strategy[J]. *Soft Computing*, 2017, 21(4): 885-906.
- [40] Peng H, Mei C R, Zhang S X, et al. Multi-strategy dynamic multi-objective evolutionary algorithm with hybrid environmental change responses[J]. *Swarm and Evolutionary Computation*, 2023, 82: 101356.
- [41] Aliniya Z, Hossein K S. A novel combinational response mechanism for dynamic multi-objective optimization[J]. *Expert Systems with Applications*, 2023, 233: 120951.
- [42] He X F, Niyogi P. Locality preserving projections[C]. Proceedings of the 17th International Conference on Neural Information Processing Systems. Whistler: MIT Press, 2003: 153-160.
- [43] Wei P F, Ke Y P, Goh C K. Deep nonlinear feature coding for unsupervised domain adaptation[C]. Proceedings of the 25th International Joint Conference on Artificial Intelligence. New York: IJCAI/AAAI Press, 2016: 2189-2195.
- [44] Jiang S, Yang S, Yao X, et al. Benchmark functions for the CEC'2018 competition on dynamic multiobjective optimization[R]. Newcastle: Newcastle University, 2018.
- [45] Sierra M R, Coello C A. Improving PSO-based multi-objective optimization using crowding, mutation and  $\epsilon$ -dominance[M]. *Evolutionary Multi-Criterion Optimization*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2005: 505-519.
- [46] Choi T J, Togelius J, Cheong Y G. Advanced cauchy mutation for differential evolution in numerical optimization[J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 8720-8734.

#### 作者简介

张丽园 (2002-), 女, 硕士生, 主要研究方向为多目标优化, E-mail: [497518807@qq.com](mailto:497518807@qq.com);

刘建昌 (1960-), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为人工智能、多目标优化、故障诊断, E-mail: [liujianchang@ise.neu.edu.cn](mailto:liujianchang@ise.neu.edu.cn);

刘圆超 (1996-), 男, 讲师, 主要研究方向为多目标优化, E-mail: [Yuanchaoliu@126.com](mailto:Yuanchaoliu@126.com);

张伟 (1997-), 男, 博士生, 主要研究方向为多目标优化, E-mail: [15940202607@163.com](mailto:15940202607@163.com).