

# 控制与决策

Control and Decision

## 有限周期下考虑成本动态变化的视情维修策略研究

李婷, 戴安舒, 何曙光

引用本文:

李婷, 戴安舒, 何曙光. 有限周期下考虑成本动态变化的视情维修策略研究[J]. *控制与决策*, 2025, 40(9): 2826–2832.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2024.1516>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 具有不确定丢包率和时变采样周期的Delta算子系统故障检测

Fault detection for delta operator systems with uncertain packet dropout rate and time-varying sampling periods  
*控制与决策*. 2021, 36(5): 1101–1109 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1154>

#### 基于广义主成分分析的重构故障子空间建模方法

Reconstructed fault subspace modelling method based on generalized principal component analysis  
*控制与决策*. 2021, 36(4): 808–814 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0818>

#### 基于向量集逆区间滤波的故障观测器设计

Vector set inversion interval filtering based fault observer design  
*控制与决策*. 2021, 36(12): 2973–2981 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0212>

#### 高超声速飞行器间歇故障改进自适应容错控制

Improved adaptive fault-tolerant control of intermittent faults in hypersonic flight vehicle  
*控制与决策*. 2021, 36(11): 2627–2636 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0483>

#### 基于2D-OTSU图像边缘检测的回转窑工况识别方法

Condition recognition method of rotary kiln based on 2D-OTSU image edge detection  
*控制与决策*. 2021, 36(10): 2427–2434 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0348>

# 有限周期下考虑成本动态变化的视情维修策略研究

李婷<sup>1</sup>, 戴安舒<sup>2†</sup>, 何曙光<sup>3</sup>

(1. 中北大学 经济与管理学院, 太原 030051; 2. 天津财经大学 管理科学与工程学院, 天津 300222;  
3. 天津大学 经济与管理学部, 天津 300072)

**摘要:** 随着信息技术的不断发展, 智能运维在工业设备的数字化转型过程中发挥着至关重要的作用. 通过设计科学的运维策略, 不仅能够保证复杂系统的高可用性和可靠性, 还能降低企业运营成本和风险. 不同于传统维修策略假设运行周期是无限的, 为设计出更加符合实际的运维策略, 首先, 在有限周期下考虑预防性维修成本随运行时间发生改变的特点, 并结合复杂系统在实际作业过程中同时受到退化失效和突发失效的双重影响, 建立一个有限周期下基于竞争失效系统的预防性维修优化模型; 然后, 以期望维修总费用最小化为目标, 通过构建马尔可夫决策过程并采用动态规划算法来确定最优的检修间隔和维修策略; 最后, 通过数值算例结合敏感性分析验证所提出动态运维策略在维修资源合理配置方面的有效性.

**关键词:** 竞争失效系统; 有限周期; 动态运维策略; 维修成本; MDP; 预防性维修

中图分类号: TP273 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2024.1516

引用格式: 李婷, 戴安舒, 何曙光. 有限周期下考虑成本动态变化的视情维修策略研究 [J]. 控制与决策, 2025, 40(9): 2826-2832.

## Study on finite-time operation and maintenance strategy for complex system considering dynamic maintenance cost

LI Ting<sup>1</sup>, DAI An-shu<sup>2†</sup>, HE Shu-guang<sup>3</sup>

(1. College of Economics and Management, North University of China, Taiyuan 030051, China; 2. College of Management Science and Engineering, Tianjin University of Finance and Economics, Tianjin 300222, China; 3. College of Management Economics, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

**Abstract:** With the rapid development of the information and communication technology, intelligent operation and maintenance(OM) plays a vital role in the process of digital transformation of industrial equipment. Through the design of effective dynamic operation and maintenance strategies, enterprises can not only ensure the high availability and reliability of complex systems, but also reduce the operating costs and risks. Unlike the traditional maintenance strategy that assumes an infinite horizon, in order to design a more realistic operation and maintenance strategy in line with the reality, this study not only considers the dynamic characteristics of the preventive maintenance(PM) cost with the operating cycle under the finite time, but also establishes a PM optimization model based on a competing failure system within the finite cycle. This mode takes into account the dynamic influence of maintenance cost on the maintenance strategy for the competing failure system, and establishes a Markov decision process(MDP). Then the dynamic programming algorithm is used to determine the optimal maintenance interval and maintenance strategy with minimizing the expected total maintenance cost. Finally, a numerical example and sensitivity analysis are used to verify the effectiveness of the proposed maintenance strategy.

**Keywords:** competing failure system; finite-time horizon; dynamic operation and maintenance strategy; dynamic preventive maintenance cost; MDP; preventive maintenance

## 0 引言

近年来, 随着新一代信息技术的快速发展, 设备

精密性、智能化、复杂性程度不断提高, 企业日常维护难度加大, 依靠企业自身负责设备的日常维护已

收稿日期: 2024-12-31; 录用日期: 2025-04-02.

基金项目: 山西省高等学校哲学社会科学基金项目 (2024W077); 国家自然科学基金项目 (72032005); 国家社会科学基金项目 (23CGL018).

责任编辑: 褚菲.

†通信作者. E-mail: anshudai@tjufe.edu.cn.

本文附带电子附录文件, 可登录本刊官网该文“资源附件”区自行下载阅览.

无法满足数字化转型过程中全面的维修服务工作(如系统可靠性和稳定性要求,维修的响应能力等),越来越多的企业会寻找更加专业的团队,如原始设备制造(OEM)或第三方维修提供商来进行维修,维修的专业化、服务化已成为必然趋势<sup>[1]</sup>.如三一重工通过“客户云”APP实现维修服务的智能化,客户在创建维修订单后,维修人员通过智能调度快速响应,根据设备的运行参数进行故障预测,提前准备相关维修工具以及配件,从而大幅度提高维修效率.但是,企业在保证维修服务的同时,还需要有效地控制维修成本.据相关统计数据显示,陆上风力发电机组的运维成本占全生命周期成本的12%,对于海上风力发电机,该比例更是高达18%~23%<sup>[2]</sup>.降低设备的运维成本不仅成为企业增强市场竞争力的重要手段,也是企业实现高质量发展的必行之路.运维策略的设计和优化成为企业降本增效的关键.相比于传统事后维护策略,现行的维修策略逐渐转向视情维修(CBM),当设备性能下降可能会导致未来出现故障或停机时,提前对设备进行维修决策<sup>[3]</sup>.科学的视情维修策略不仅可有效避免维修不足和过度维修,实现资源的合理配置,同时,对于提升用户企业的使用体验具有重要作用.

制定合理的维修策略首先需要考虑设备可靠性的问题,在实际中,很多设备(或系统)会同时受到退化失效(由系统固有性能退化导致)和突发失效(由随机冲击导致)这两种相互竞争失效模式的影响,这类系统也被称为竞争失效系统.如滑动轴承作为液压控制系统的关键部件,导致其失效主要受到两种因素影响:磨损(内部逐渐退化)和卡滞(外部随机冲击).卡滞的主要原因是液压系统内部存在污染物<sup>[4]</sup>;同样地,汽车轮胎除日常磨损,还可能会经历多种冲击(如凹坑、道路钉子、减速带等).当轮胎的磨损程度较高时,刺穿轮胎的可能性也会大大提高<sup>[5]</sup>.在对竞争失效系统的可靠性建模和分析中,最为重要的是对设备退化机制和路径的研究<sup>[6-7]</sup>,其中不同的退化机制(如磨损、裂纹和腐蚀等)将导致不同的退化路径.这些退化路径可用一般路径模型、随机模型或其他模型来表示<sup>[8]</sup>.当设备的退化程度达到预先设定的阈值时,考虑进行预防性维护(PM);当设备处于故障状态时则需要进行纠正性维护(CM),制造商应承担设备停机造成的经济损失<sup>[9]</sup>.

对于复杂系统(如机床、风力发电机等)而言,其退化过程是固有退化与随机冲击综合作用的结果.然而,大多数基于退化的维修模型是假设设备失效归因于固有性能退化<sup>[10]</sup>.鉴于此,制造商在对复杂系

统进行维修决策时必须考虑退化过程中的随机冲击,而描述该竞争失效过程的模型也被称为退化-阈值-冲击(DTS)模型.具体地,Li等<sup>[11]</sup>在考虑退化失效外,还考虑了两种冲击过程(外部冲击过程和致命冲击过程);Wu等<sup>[12]</sup>研究了一个在动态环境中受到内部退化和外部冲击的系统,其中冲击会引起系统退化水平突然提高;Feng等<sup>[13]</sup>建立了动态失效阈值的竞争失效模型,其中冲击失效过程由累积冲击组成.因此,在竞争失效模式下,如何根据系统的退化状态提出最优的维修策略是制造商需要考虑的重要问题.

现有的文献对维修策略的优化也进行了大量研究,维修决策优化的目标一般以成本最小化、可靠性最大化为核心以及多目标优化,其中基于成本最小化准则求解最优维修策略主要采用更新理论计算渐近期望成本率来求解<sup>[14]</sup>.一般假设系统的运行年限无限长,长期期望成本率渐近等于一个更新周期的期望成本率,但是,在实际中,系统的运行周期是有限的,该渐近公式不适合有限周期下的维修策略优化.鉴于此,Pandey等<sup>[15]</sup>采用了延时模型对可修系统的维修进行建模,其中利用随机更新过程理论求解了有限时间范围内的维修成本的均值、方差、偏度和峰度,并利用Hermite多项式模型精确估计了维修成本的概率分布;Liu等<sup>[16]</sup>提出了一个在有限范围内受环境影响和多重相关退化过程的系统生命周期成本模型,采用RS(Riemann-Stieltjes integration)方法求解其中的更新函数,并推导了成本的方差;针对可靠性为核心的维修策略优化研究,He等<sup>[17]</sup>提出了一种基于能源可用性的质保策略,并考虑了不完美预防性维修和最小维修;对于多目标优化的维修策略,Wang等<sup>[18]</sup>建立了管道维修成本率和可用性的多目标优化模型,其中采用混合故障率模型来描述不完全维修的影响.由于优化问题的顺序决策性质,马尔可夫决策过程(MDP)也被广泛应用于维修优化中<sup>[19]</sup>.Liu等<sup>[20]</sup>采用MDP模型来拟合视情维修策略的优化问题,在该模型中考虑了退化过程的年限与状态的相关关系;Liu等<sup>[6]</sup>构建了一个MDP框架来拟合视情维修问题,其主要研究受退化过程影响的双单元系统的最优维护策略;Zhang等<sup>[21]</sup>提出了动态环境下多组件系统的视情维修策略,并将维护优化问题引入MDP框架中.综上,现有研究虽然探讨了性能退化系统的维修优化问题,但是,对于有限周期下竞争失效系统的动态运维策略研究仍然存在不足,且随着系统长时间地使用,系统更易发生故障,维修成本也随着时间发生变化造成最优维修策略的改变,需要进一步研究竞争失效系统在有限周期的

动态维修策略.

基于此,本文拟采用MDP框架来研究有限周期下复杂系统的动态运维策略优化问题,且考虑预防性维修成本随系统运行时间的变化而发生改变的.一般情况下,系统预防性维修成本随使用年限呈现递增的趋势,这往往是由于系统在使用过程中不可避免地受到突发状况、系统老化、物价上涨以及预防性维修所需的材料或零部件价格上涨等因素的影响,但是,随着使用年限的增加,考虑到专业维修人员能力的提升以及维修学习效应,在系统运行周期的中后期其维修成本又呈现下降趋势.从具体某切丝机设备2006年~2011年维修费用的统计数据来看,随着年限的增加,其维修费用也呈现先增加后减少的趋势<sup>[22]</sup>.因此,不同于已有研究:1)本文提出MDP模型研究框架,分析有限周期下竞争失效系统的最优视情维修策略并采用动态规划方法来求解这一优化问题;2)考虑到系统维修成本的动态性,进一步基于MDP框架拓展在动态维修成本下竞争失效系统的最优维修决策问题.

## 1 问题描述及模型假设

制造商为保障设备在使用周期内正常运行,需要在故障发生前对设备执行预防性维修.同时,设备在运行过程中不可避免地会发生突发性冲击,从而加速了设备的退化过程,增大了损坏程度,导致产品失效.而忽视冲击损伤不仅会导致对设备可靠性评估的偏差,且无法准确制定适当的维护策略.对此,本文通过图1所示描述了由于冲击和维护操作而导致的系统性能退化水平的变化,其中系统的总退化水平是自然退化和冲击两个过程综合作用的结果.假设系统故障只能通过检测来发现<sup>[16,20]</sup>,在每个检测点决策者需要决定应执行哪种维护行为,包括不做任何维修(DN)、预防性维修(PM)和纠正性维修(CM).这里:假设当系统退化水平超过检测周期的

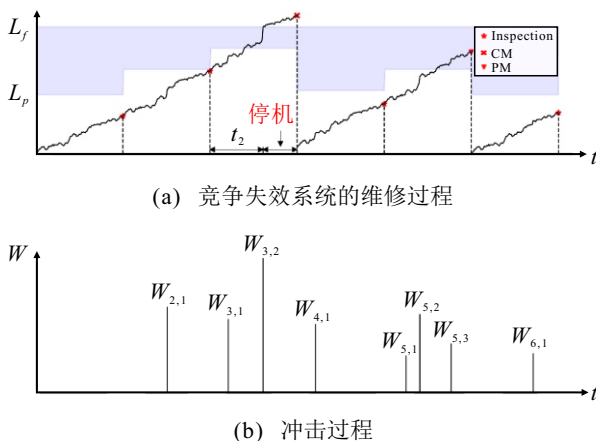


图1 竞争失效系统在有限周期内的维修策略

PM 阈值(即  $> L_p$ )时,系统需要执行 PM. 当系统退化水平超过故障阈值(即  $> L_f$ )时,执行 CM 行为;否则(即退化水平  $< L_p$ ),将不做任何维修操作(PM 或 CM),系统将运行,直至下一次检测.

具体模型的假设条件如下:1)系统的退化只受到固有自然退化和突发冲击的影响,其中突发冲击只会增加系统的退化水平<sup>[12]</sup>.此外,系统的退化水平只能通过检测得到,且检测是完美的(不存在误报偏差).2)相比于系统的运行周期,检测时间以及实施预防性维修和纠正性维修的时长可忽略不计.3)系统的退化水平在运行周期内达到失效阈值  $L_f$  时会发生失效产生停机成本.此外,执行的 PM 与 CM 二者存在差异成本,其中 PM 的成本更是在运行周期内受各种因素影响呈现出动态变化.

## 2 模型构建

### 2.1 竞争失效系统的退化模型

针对有限周期内的竞争失效系统,如图1所示,假设在  $k \in \Omega = \{0, 1, \dots, n\}$  时间点对系统的实时退化状态进行定期检测,其中检测间隔  $\delta$  和每次的检测成本  $c_i$  是固定的.无论系统的退化水平是否达到 PM 阈值或 CM 阈值,在每个时间点  $k$  均会产生检测成本,有限周期下的贴现检测成本  $C_I$ , 可得到  $C_I(\delta)$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} c_i \exp(-rk\delta),$$

这里  $\exp(-rt)$  为具有非负固定值  $r(r > 0)$  的贴现因子.

假设系统退化过程为 Wiener 过程  $X(t) = \mu t + \sigma B(t)$ . 其中:  $B(t)$  为标准布朗运动,  $\mu$  和  $\sigma$  分别为漂移系数和扩散系数.具体将系统的退化过程离散为一个有限状态空间  $\mathbf{A} = \{0, \Delta, 2\Delta, \dots, R\Delta\}$ . 这里:状态空间的结构是在区间  $[0, L_f]$  内均匀划分,即状态 0 表示系统是新的,状态  $R\Delta$  表示系统失效,其中的增量  $\Delta = L_f/R$  可通过调整  $R$  值来改变,以达到更高的精度.

图1(b)展示了在有限周期内随机冲击的发生情况.对于竞争失效系统,除内在退化过程,也要考虑随机冲击过程的刻画,假设冲击到达遵循齐次泊松过程(HPP),在第  $k$  次与第  $k+1$  次检测间隔中服从参数为  $\lambda_s$  的泊松分布<sup>[23]</sup>.每次冲击均会对系统退化水平造成的增量损失  $W$  是独立同分布的,假设其累积分布函数(CDF)为  $F_w$ , 则第  $k$  次和第  $k+1$  次检测中随机冲击引起的累积退化增量记为  $S(\delta) = \sum_{i=0}^{N(\delta)} W_{k,i}$ ,  $N(\delta) \geq 0$ .

如图1(a)所示,维修成本与在每个检测点  $k$  执行

上述维修行为相关联. 值得注意的是, PM 是不完美的, 会将系统的退化状态恢复至新旧状态之间, 而 CM 将以固定成本  $c_c$  将系统重置为最新状态. 同样地, PM 将产生成本  $c_p$  ( $c_p < c_c$ ). 假设执行 CM 只能通过检测来发现, 当系统在第  $k$  次与第  $k + 1$  次检测间失效, 这将带来额外的停机成本  $c_d$ .

根据以上模型假设, 加入冲击过程后的竞争失效系统状态的退化过程如下所示:

$$X_S(t) = X(t) + S(t) = \mu t + \sigma B(t) + \sum_{k=1}^{\lfloor t/\delta \rfloor} \sum_{i=0}^{N(t-(k-1)\delta)} W_{k,i}, \quad N(\delta) \geq 0. \quad (1)$$

其中:  $\sum_{i=0}^{N(\delta)=n} W_{k,i} \sim N(n\mu_w, n\sigma_w^2)$ , 根据 Wiener 过程的性质, 系统的退化增量  $X(\delta) \sim N(\mu\delta, \sigma^2\delta)$ . 在  $N(\delta) = n$  的条件下, 基于正态分布的可加性可得到  $X_S(\delta) \sim N(\mu\delta + n\mu_w, \sigma^2\delta + n\sigma_w^2)$ . 在第  $k$  次检测时, 给定系统的退化水平  $x$  ( $x < L_f$ ), 在检测间隔内系统的累计冲击次数记为  $n$ , 在检测点  $k + 1$  时系统的退化状态  $x'$  的转移概率为

$$P(X_{S,k+1} = x' | X_{S,k} = x) = \frac{(\lambda_s \delta)^n \exp(-\lambda_s \delta)}{n!} \times P\left(X(\delta) + \sum_{i=0}^{N(\delta)=n} W_{k,i} < x' - x\right). \quad (2)$$

若  $c_d(k, x) = E \int_{t_k}^{\delta} c_s \exp(-rt) dt$  为第  $k$  次检测的停机成本, 这里  $t_k$  ( $0 \leq t_k \leq \delta$ ) 为第  $k$  次检测到失效时的时间间隔 (如图 1(a) 所示), 其 CDF 为

$$F_{t_k}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} F_{t_k}(t | N(t) = n) P(N(t) = n) = \sum_{n=0}^{\infty} (1 - P(X_S(t_k + k\delta) < L_f | X_{S,k} = x, N(t) = n)) P(N(t) = n). \quad (3)$$

由于系统故障时间的随机性, 可根据系统的当前状态推导出系统的期望停机成本. 此外, 还可以计算出不同维修行为的相关成本. 但是, 若系统在磨损、腐蚀、裂纹扩展等情况下其固有退化过程一般采用伽马过程来刻画, 则  $X_S(t)$  服从正态分布的结论不成立. 因此,  $t_k$  的 CDF 中关键概率可由

$$P(X_S(t) < L_f | X_{S,k} = x', N(t) = n) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{L_f} f_S(x - z) f_X(x) dz dx$$

得到, 其中二重积分可根据文献 [23] 的数值方法计算.

## 2.2 有限周期下系统的视情维修策略建模

通过以上对于竞争失效系统的可靠性进行建模, 在有限周期下制造商为了制定最优维修决策问题, 通过引入一个值函数  $V_k(x)$  来表示从退化状态  $x$  在时间  $k\delta$  到运行周期结束的总贴现维修成本. 最优性决策可通过 Bellman 方程<sup>[24]</sup> 的形式表示为

$$V_k(x) = \begin{cases} c_c + V_k(0), & x > L_f; \\ \min\{c_p + U_k(y(x)), c_d(k, x) + \exp(-r\delta)U_k(x)\}, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (4)$$

其中:  $U_k(x) = E(V_{k+1}(x') | X_{S,k} = x)$  为第  $k + 1$  次检测的期望值函数.  $c_p$  表示制造商为每次 PM 所需支付的成本.  $y(x) = (1 - l_{pm})x$  表示 PM 是完美的或不完美的, 维修后的状态受 PM 前退化程度  $x$  和维修因子  $l_{pm}$  ( $0 \leq l_{pm} \leq 1$ ) 的影响, 当  $l_{pm} = 1$  时, PM 后退化程度恢复为 0, 表示 PM 是完美的; 当  $0 < l_{pm} < 1$  时, 维修是不完美的, 与维修前的状态相比, 在一定程度上降低了退化水平. 为了得到最优的检测间隔  $\delta$  和预防性维修的阈值, 采用动态规划的算法, 使得包括贴现检测成本  $C_I$  和预防性维修成本在内的总成本最小. 此外, 通过式 (4) 可得到以下推论.

**推论 1** 期望停机成本  $c_d(k, x)$  和值函数  $V(k, x)$  随  $x$  的增加而增加, 随  $k$  的增加而减小.

该推论证明了期望停机成本和值函数与系统状态  $x$  和检测点  $k$  间的关系, 而期望停机成本和值函数的单调性也有助于后续成本动态变化情况下最优维修策略的制定.

## 2.3 考虑成本动态变化的系统视情维修策略优化

在以上求解竞争失效系统最优的视情维修策略的过程中, 一个基本假设是制造商实施预防性维修的成本是恒定的. 然而, 在实际中, 随着使用年限的增长以及设备老化, 大多数制造商在进行预防性维修时其成本也是不断增加的, 同时, 维修学习效应的作用也会造成后期维修成本下降. 对此, 在接下来的内容中, 将进一步基于式 (4) 拓展研究  $c_p$  动态变化对于最优维修策略的影响. 在本文中假设系统预防性维修成本是一个与运行年限有关的函数, 记为  $c_p(k\delta)$ , 则 Bellman 最优性方程的值函数为

$$V_k^*(x) = \min_{a \in A} \mathbb{E} \left[ c(x, a) + \exp(-r\delta) \sum_{x' \in S} P(x' | x, a) \times V_{k+1}^*(x' | X_{S,k} = x) \right], \quad \text{对于所有的 } x \in S. \quad (5)$$

其中: 动作空间  $A$  的动作为  $a$ .  $x$  和  $x'$  为来自状态空间  $S = A \times \Omega$  的状态变量.  $c(x, a)$  为依赖于动作  $a$  和退化状态  $x$  的维修成本, 即当实施 PM 时,  $c(x, a)$

$= c_p(k\delta)$ ; 当不采取任何措施时,  $c(x, a) = c_d$ . 通过计算式 (5) 即可求解得到当维修成本随时间动态变化下的最佳维修策略.

### 3 数值分析

本节通过数值案例对上述模型进行仿真, 求解最优的检测间隔以及预防性维修阈值, 且考虑了成本的动态变化, 最后通过敏感性分析验证所提出视情维修策略的有效性.

#### 3.1 模型求解

首先, 以由机床本体、传动系统和数控系统组成的数控机床为例, 对其有限周期下的视情维修策略进行研究. 数控机床作为高端制造的基础, 是衡量一个国家工业化发展水平的重要标志. 提高数控机床的利用率不仅取决于机床本身的可靠性, 而且在很大程度上与机床的维护保养计划具有密切的关系. 具体而言, 机床主体作为数控机床的核心部件, 在实际使用过程中会受到机械损伤和异常冲击的影响. 机械损伤是由机械固有退化引起的, 采用 Wiener 退化过程, 其退化率  $\mu = 0.5$ , 退化参数  $\sigma = 1$ <sup>[20]</sup>. 异常冲击用 HPP 来描述. 其中: 冲击参数  $\lambda_s = 6.5$ , 冲击影响  $N(\mu_w, \sigma_w) = N(0.1, 0.2^2)$ <sup>[25]</sup>. 并定期对机床进行检查和维修, 检测周期  $T = 60$ . 这里: 失效阈值  $L_f = 10$ <sup>[25]</sup>, 贴现因子  $r = 0.01$ <sup>[21]</sup>, 检测成本  $c_i =$

$2 / (\text{CNY} / \text{次})$ , PM 成本  $c_p = 20 / \text{CNY}$ , CM 成本  $c_c = 80 / \text{CNY}$ , 停工成本  $c_s = 50 / \text{CNY}$ , 假设 PM 动态变化的成本函数为  $c_p(k\delta) = -\frac{1}{30}(k\delta)^2 + 2(k\delta) + 15$ .

对于以上案例采用动态规划算法进行计算, 具体算法步骤如下.

输入: 参数  $\mu, \sigma, \mu_w, \sigma_w, \lambda_s$ ; 成本参数  $c_i, c_p, c_c, c_s$ ; 失效阈值  $L_f$ ; 最大检测数  $N$  贴现因子  $r$  和检测间隔  $\delta$ .

输出: 值函数  $V(k, x)$  对于  $\forall x, k$ , 以及在每个检测点  $k$  的最佳 PM 阈值.

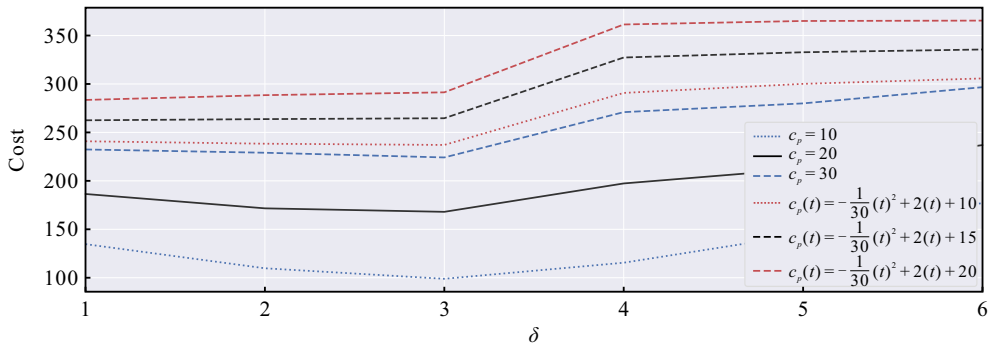
step 1: 计算转移概率  $P(X_S((k+1)\delta) = x' | X_S(k\delta) = x), \forall x$ , 以及期望停机成本  $c_d(k, x)$ , 对于  $\forall x, k$ ;

step 2: 设  $i = N$ , 计算值函数  $V_\delta^N(k, x)$ ;

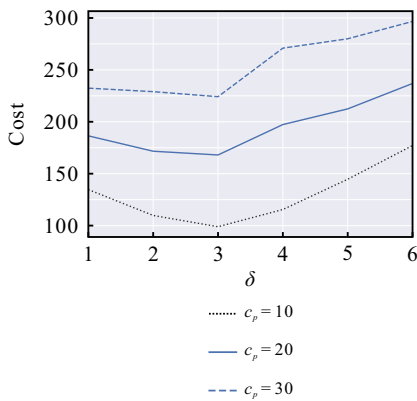
step 3: 设  $i = i - 1$ , 并由式 (4) 计算  $V_\delta^i(k, x)$ ;

step 4: 重复 step 3, 直至  $i = 0$ .

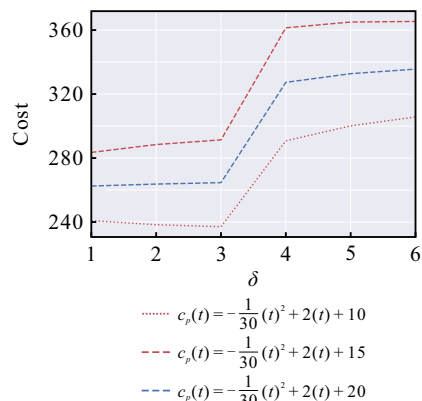
对于有限周期下竞争失效系统的最优维修策略问题, 经计算后得到如表 1 所示的结果. 由表 1 可见: 当预防性维修的成本不变时, 其最优的检测间隔  $\delta^* = 3$ , 期望维修成本为 168.03; 当预防性维修的成本变化时, 最优的检测间隔会发生变化, 即  $\delta^* = 1$ , 其期望维修成本为 262.52. 对于不同维修成本下的最优检测间隔, 可得到最优的维修决策, 如图 2 所示.



(a) 不同预防性成本下期望总成本变化趋势



(b) 固定维修成本下期望总成本变化趋势



(c) 动态维修成本下期望总成本变化趋势

图2 不同  $c_p$  形式下的期望成本变化

表1 不同预防性维修成本下系统的期望总成本

预防性维修成本	$\delta = 1$	$\delta = 2$	$\delta = 3$	$\delta = 4$	$\delta = 5$	$\delta = 6$
$c_p = 20$	186.45	171.63	168.03	197.33	212.42	236.91
$c_p(t)$	262.52	263.74	264.64	327.33	332.75	335.61

由图2可见,在选取最优的检测间隔下,动态预防性成本所得到的最优维修决策是非单调且存在差异的.从整体上看,随着运行周期的逐渐增加,维修决策的水平呈上升趋势,期间也存在部分下降,分析其原因可能是对于竞争失效系统而言,在退化过程中除内在退化还会受到冲击的影响,冲击对于系统退化造成的累积损伤会导致系统在运行周期内发生失效.为避免在检测前因冲击造成失效,需要在系统失效前将阈值降低,导致最优维修决策的曲线出现下降.从实际应用角度看,当预防性维修成本在整个有限周期内为固定不变时,其最优维修策略的阈值相比于成本动态变化的情况要低,但是随着运行周期的增加,其维修阈值会有所提升,预防性维修阈值整体还是略低于成本动态变化的情况.

3.2 敏感性分析

通过上述分析,预防性维修成本是视情维修策略研究中的重要参数.为更好地了解预防性维修成本动态变化对于最优维修策略的影响,主要对不同 $c_p$ 取值下的期望维修成本变化进行研究,从而验证所提出模型的有效性.

对于固定维修成本下维修策略的影响,选取 $c_p = 10, 20, 30$ 下的期望维修成本,对于动态预防性维修成本的情况,考虑 $c_p(t) = -\frac{1}{30}(t)^2 + 2(t) + 10$ ,  $c_p(t) = -\frac{1}{30}(t)^2 + 2(t) + 15$ 和 $c_p(t) = -\frac{1}{30}(t)^2 + 2(t) + 20$ 下期期望维修成本,结果如图3所示.由图3可见,在固定维修成本下最优的检测间隔并未随成本的变化而改变,在 $c_p(t)$ 函数变化的情况下,最优的检测间隔会发生明显变化,由最优的检测间隔 $\delta^* = 3$ 变为 $\delta^* = 1$ .由此表明,在有限运行周期内,当预防性维

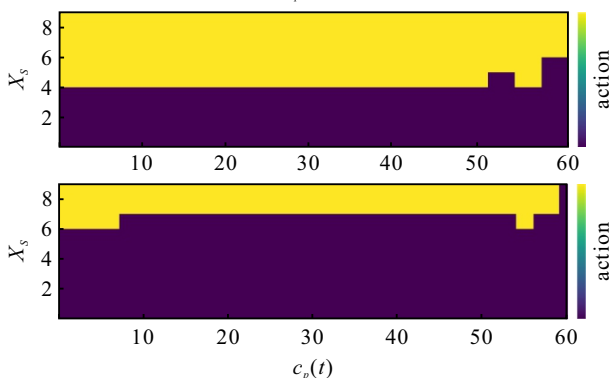


图3 不同预防性成本下的最优维修决策

修成本随时间动态变化时,制造商要充分了解系统的预防性维修成本函数,这在很大程度上会影响视情维修策略的制定.

4 结 论

本文提出了一个MDP模型来分析竞争失效系统在动态维修成本下的最优维修决策,其中竞争失效系统的退化过程包括系统固有退化和冲击过程.通过对有限周期下的系统视情维修策略进行分析建模,最小化期望总成本来确定最优维修决策,并通过数值算例表明,在有限周期下竞争失效系统的最优视情维修决策是非单调的,且在预防性维修成本固定或变动的情况下,最优的检测间隔也是不同的.这表明最优的视情维修策略不仅与系统的内部退化程度一级冲击过程有关,还与预防性维修的成本动态有关.鉴于此,本文对不同预防性成本下竞争失效系统的视情维修策略进行了分析,当预防性维修成本函数存在差异时,最优的检测间隔也是变化的,由此表明在有限周期下制造商在制定竞争失效系统的视情维修策略时,要充分考虑预防性维修成本的动态性.

本文主要针对的是有限周期下竞争失效系统的视情维修策略设计,在后续研究中,可以考虑根据系统的退化情况实时调整最优维修策略,并进一步研究考虑维修时长、备件库存约束情况下的最优维修行为.此外,本文主要研究了预防性维修成本随运行周期变化的动态性,未来可结合不完美维修的程度考虑预防性维修成本的动态性.

参考文献 (References)

- [1] Deprez L, Antonio K, Boute R. Pricing service maintenance contracts using predictive analytics[J]. *European Journal of Operational Research*, 2021, 290(2): 530-545.
- [2] 黄玲玲,曹家麟,张开华,等.海上风电机组运行维护现状研究与展望[J]. *中国电机工程学报*, 2016, 36(3): 729-738. (Huang L L, Cao J L, Zhang K H, et al. Status and prospects on operation and maintenance of offshore wind turbines[J]. *Proceedings of the CSEE*, 2016, 36(3): 729-738.)
- [3] 何曙光,石枚弘.考虑生产任务的制造设备关键部件的机会维修优化[J]. *控制与决策*, 2023, 38(3): 715-720. (He S G, Shi M H. Opportunistic maintenance optimization for key components of manufacturing equipment considering production tasks[J]. *Control and Decision*, 2023, 38(3): 715-720.)
- [4] Fan M F, Zeng Z G, Zio E, et al. Modeling dependent competing failure processes with degradation-shock dependence[J]. *Reliability Engineering & System*

- Safety, 2017, 165: 422-430.
- [5] Caballé N C, Castro I T. Assessment of the maintenance cost and analysis of availability measures in a finite life cycle for a system subject to competing failures[J]. *OR Spectrum*, 2019, 41(1): 255-290.
- [6] Liu B, Pandey M D, Wang X L, et al. A finite-horizon condition-based maintenance policy for a two-unit system with dependent degradation processes[J]. *European Journal of Operational Research*, 2021, 295(2): 705-717.
- [7] Park M, Pham H. Condition-based maintenance for a degradation-shock dependence system under warranty[J]. *International Journal of Production Research*, 2023, 61(15): 5212-5227.
- [8] Ye Z S, Xie M. Stochastic modelling and analysis of degradation for highly reliable products[J]. *Applied Stochastic Models in Business and Industry*, 2015, 31(1): 16-32.
- [9] Dui H Y, Tian T Z, Wu S M, et al. A cost-informed component maintenance index and its applications[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2023, 230: 108904.
- [10] Li T, He S G, Zhao X J. Optimal warranty policy design for deteriorating products with random failure threshold[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2022, 218: 108142.
- [11] Li Y H, Dong Y, Guo H Y. Copula-based multivariate renewal model for life-cycle analysis of civil infrastructure considering multiple dependent deterioration processes[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2023, 231: 108992.
- [12] Wu B, Wei X H, Zhang Y M, et al. Modeling dynamic environment effects on dependent failure processes with varying failure thresholds[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2023, 229: 108848.
- [13] Feng T T, Li S C, Guo L, et al. A degradation-shock dependent competing failure processes based method for remaining useful life prediction of drill bit considering time-shifting sudden failure threshold[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2023, 230: 108951.
- [14] He S G, Song L S, Li T, et al. A finite-time maintenance policy of deteriorating systems with multiple dependent performance characteristics[J]. *Journal of Management Science and Engineering*, 2022, 7(3): 439-452.
- [15] Pandey M D, Cheng T J, van der Weide J. Higher moments and probability distribution of maintenance cost in the delay time model[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers — Part O: Journal of Risk and Reliability*, 2016, 230(4): 354-363.
- [16] Liu B, Zhao X J, Liu G Q, et al. Life cycle cost analysis considering multiple dependent degradation processes and environmental influence[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2020, 197: 106784.
- [17] He X L, Su C. Energy-based availability warranty policy with considering preventive maintenance and learning-forgetting effect[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers — Part O: Journal of Risk and Reliability*, 2025, 239(2): 344-357.
- [18] Wang Y F, Xie M J, Su C. Multi-objective maintenance strategy for corroded pipelines considering the correlation of different failure modes[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2024, 243: 109894.
- [19] Van S H E, Boute R N. The effect of multi-sensor data on condition-based maintenance policies[J]. *European Journal of Operational Research*, 2021, 290(2): 585-600.
- [20] Liu B, Wu S M, Xie M, et al. A condition-based maintenance policy for degrading systems with age-and state-dependent operating cost[J]. *European Journal of Operational Research*, 2017, 263(3): 879-887.
- [21] Zhang N, Deng Y J, Liu B, et al. Condition-based maintenance for a multi-component system in a dynamic operating environment[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2023, 231: 108988.
- [22] 李秀芳, 张洪涛. 从设备折旧年限与维修费的关系谈设备管理[J]. *中国科技投资*, 2013(Z2): 149.  
(Li X F, Zhang H T. Equipment Management from the relationship between equipment depreciation life and maintenance cost[J]. *China Venture Capital*, 2013(Z2): 149.)
- [23] Hao S H, Yang J, Ma X B, et al. Reliability modeling for mutually dependent competing failure processes due to degradation and random shocks[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2017, 51: 232-249.
- [24] Puterman M L. Markov decision processes: Discrete stochastic dynamic programming[M]. New York: John Wiley & Sons, 2014.
- [25] Zheng R, Xing Y, Ren X Y. Multilevel preventive replacement for a system subject to internal deterioration, external shocks, and dynamic missions[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2023, 239: 109507.

## 作者简介

李婷 (1992-), 女, 讲师, 博士, 主要研究方向为可靠性分析和维修策略优化、质量管理, E-mail: 20230112@nuc.edu.cn;

戴安舒 (1990-), 女, 副教授, 博士, 主要研究方向为质保管理、售后服务运作优化, E-mail: anshudai@tjufe.edu.cn;

何曙光 (1975-), 男, 教授, 博士, 博士生导师, 主要研究方向为运营管理与决策、质量管理, E-mail: shuguanghe@tju.edu.cn.