

# 控制与决策

Control and Decision

## 含时延和丢失数据不确定系统的FIR滤波器

朱亚萌, 赵顺毅, 栾小丽, 刘飞

引用本文:

朱亚萌, 赵顺毅, 栾小丽, 刘飞. 含时延和丢失数据不确定系统的FIR滤波器[J]. *控制与决策*, 2024, 39(1): 137–142.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.0658>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 测量数据丢失的随机不确定系统滚动时域估计

Moving horizon estimation for stochastic uncertain system with missing measurements

*控制与决策*. 2021, 36(2): 450–456 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0648>

#### 含有分数阶有色关联噪声的分数阶系统的卡尔曼滤波器设计

Design of Kalman filter for fractional-order systems with correlated fractional-order colored noises

*控制与决策*. 2021, 36(7): 1672–1678 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1418>

#### 丢包和量化约束下的不确定系统分布式滚动时域估计

Distributed moving horizon estimation for stochastic uncertain system with packet dropouts and quantized measurements

*控制与决策*. 2021, 36(7): 1771–1778 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1603>

#### 基于T-S模糊模型的多时滞非线性网络切换控制系统非脆弱 $H_\infty$ 控制

Non-fragile  $H_\infty$  control for multi-delay nonlinear network switching control system based on T-S model

*控制与决策*. 2021, 36(5): 1087–1094 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1098>

#### 基于转换量测容积卡尔曼滤波器带多普勒量测的目标跟踪算法

Converted measurement cubature Kalman filter for Doppler-assisted target tracking

*控制与决策*. 2021, 36(6): 1425–1434 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1070>

# 含时延和丢失数据不确定系统的 FIR 滤波器

朱亚萌, 赵顺毅<sup>†</sup>, 栾小丽, 刘 飞

(江南大学 轻工过程先进控制教育部重点实验室, 江苏 无锡 214122)

**摘要:** 针对状态空间模型中存在服从伯努利分布的时延和随机观测丢失的情况, 基于极大似然法则, 分别设计有限脉冲响应 (finite impulse response, FIR) 滤波器的慢速率批处理形式和快速率迭代形式. 首先, 将时延和数据丢失情况下的模型表述为服从伯努利分布的概率线性函数; 然后, 通过极大似然处理从而得到所提出极大似然 FIR 算法; 最后, 将在相同条件下的极大似然 FIR 估计、改进型卡尔曼滤波以及无偏 FIR 估计 3 种滤波方法进行对比, 从估计误差、均方根误差和不确定性影响等角度进行比较分析. 实验部分通过 3-DOF 直升机模型仿真, 可发现所提出极大似然 FIR 估计方法在处理时延和数据丢失问题时更加有效, 鲁棒性更高.

**关键词:** 状态估计; 时延和数据丢失; 伯努利分布; 卡尔曼; 无偏 FIR; 极大似然 FIR

中图分类号: TP273 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2022.0658

引用格式: 朱亚萌, 赵顺毅, 栾小丽, 等. 含时延和丢失数据不确定系统的 FIR 滤波器 [J]. 控制与决策, 2024, 39(1): 137-142.

## FIR filter for uncertain systems with time delay and data loss

ZHU Ya-meng, ZHAO Shun-yi<sup>†</sup>, LUAN Xiao-li, LIU Fei

(Key Laboratory of Advanced Process Control for Light Industry (Ministry of Education), Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

**Abstract:** In this paper, we design a slow-rate batch form and a fast-rate iterative form of the finite impulse response (FIR) filter based on the law of great likelihood for the state space model with time delay and random observation loss obeying Bernoulli distribution. Firstly, the model in the case of time delay and data loss is formulated as a linear function of probability obeying Bernoulli distribution, and then the proposed FIR algorithm with great likelihood is obtained by the great likelihood process. Finally, the maximum likelihood FIR estimation, the improved Kalman filter and the unbiased FIR estimation under the same conditions are compared and analyzed in terms of estimation error, root mean square error and uncertainty impact. In the experimental part, the 3-DOF helicopter model simulation shows that the proposed maximum likelihood FIR estimation method is more effective and robust in dealing with time delay and data loss problems.

**Keywords:** state estimation; time delay and data loss; Bernoulli distribution; Kalman; unbiased FIR; maximum likelihood FIR

## 0 引言

实际中, 时延常存在于无线传感器网络<sup>[1]</sup>、移动互联网<sup>[2]</sup>以及动态机械系统<sup>[3]</sup>中, 而导致传输数据可信度降低的因素有很多, 如外部环境因素、带宽有限<sup>[4]</sup>、传播时间<sup>[5]</sup>、可操作性因素<sup>[6]</sup>以及采样因素<sup>[7]</sup>等. 根据上述原因, 可将时延和数据丢失大致分为两类, 一是已知延迟和数据丢失, 二是随机延迟和数据丢失<sup>[2]</sup>.

在滤波过程中, 时延和数据丢失会使得测量数据

不可信, 从而影响整个滤波器的稳定性和其性能表现<sup>[2,6-8]</sup>. 为避免时延和数据丢失所造成的估计偏差, 考虑如何提高滤波器的鲁棒性<sup>[9-12]</sup>的研究近年来从未停止. 如针对网络系统的混合不确定性, Moayedi 等<sup>[13]</sup>提出了自适应卡尔曼滤波 (Kalman filter, KF) 方案; 文献<sup>[14]</sup>在线性最小方差的基础上提出了鲁棒卡尔曼; 文献<sup>[15]</sup>针对多传感器不可靠网络系统问题提出了分布式加权卡尔曼滤波器融合方案. 以上方法均基于 KF<sup>[13-15]</sup>, 因其优越性能和实现方式简单的特

收稿日期: 2022-04-20; 录用日期: 2022-07-17.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (61973136); 江苏省自然科学基金项目 (BK20211528).

责任编辑: 虞文武.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: shunyi@jiangnan.edu.cn.

点被广泛应用. 然而, 其对于初始值和噪声统计的要求较高, 导致在很多噪声未知的情况下KF并不适用.

为提高滤波器的鲁棒性, 很多学者又提出了  $H_\infty$  滤波算法<sup>[6,16]</sup>, 其可在约束规范下有效改善KF的缺点. 文献[6]利用鲁棒  $H_\infty$  方法解决随机离散时延系统问题, 但是  $H_\infty$  滤波对调整因子设置要求较高, 不合适的因子会造成滤波器的不稳定. 根据最新研究发现, 无偏有限脉冲响应 (unbiased finite impulse response, UFIR)<sup>[11,17-20]</sup> 滤波的估计性能更加稳健. 如 Uribe-Murcia 等<sup>[20]</sup> 提出的 UFIR 滤波, 可解决无限传感网络出现的时延和数据丢失问题. 具体地, UFIR 滤波器在有限时间内展现出有界输入/有界输出 (BIBO) 稳定性<sup>[21]</sup>、更好的模型和舍入误差保护<sup>[22-23]</sup> 以及减少噪声灵敏度<sup>[24-25]</sup> 等特点. 除了以上主流的3种处理时延和数据包丢失的3种方法外, 也有不少学者提出过其他解决方案, 如粒子滤波和递归贝叶斯估计<sup>[26-27]</sup>、双向联想记忆的鲁棒延迟相关状态估计器<sup>[28]</sup> 以及切换 Hopfield 神经网络<sup>[29]</sup> 和滑动模式控制<sup>[30]</sup> 等方法. 但是, 在以往针对 FIR 滤波器的研究中, 估计器的假设条件较为苛刻, 要求测量输出始终可用, 且延迟已知并确定<sup>[31]</sup>. 在实际应用中, 这些条件很难满足. 事实上, 时延和数据丢失往往是随机发生的<sup>[32]</sup>.

针对状态空间模型中存在随机伯努利分布的时延和观测数据丢失的情况, 本文基于极大似然法则, 设计极大似然有限脉冲响应 (maximum likelihood finite impulse response, ML FIR) 状态估计算法<sup>[33-34]</sup>. 将时延和数据丢失情况下的模型表述为服从伯努利分布的概率线性函数, 进行极大似然处理并推导得到 ML FIR 的批处理形式和迭代形式. 实验部分通过3-DOF 直升机模型对算法进行测试分析, 验证其在处理时延和数据丢失问题的有效性.

## 1 状态空间模型

假设传感器或传输通道中的故障会导致时间延迟和数据丢失. 本文只考虑服从已知概率  $0 \leq \gamma \leq 1$  伯努利分布的一步随机时延. 若测量延迟, 则观测信号仅包含噪声, 下一数据将丢失, 即  $\kappa_n = 1$ . 当数据安全到达时,  $\kappa_n = 0$ .

对于没有延迟和数据丢失的系统, 状态空间模型为

$$x_n = Ax_{n-1} + Bu_{n-1} + w_{n-1}, \quad (1)$$

$$y_n = Cx_n + v_n. \quad (2)$$

其中:  $x_n \in \mathbf{R}^{M_1}$  为系统状态向量,  $y_n \in \mathbf{R}^{M_2}$  为测量向

量,  $u_n \in \mathbf{R}^{M_3}$  为控制输入,  $A \in \mathbf{R}^{M_1 \times M_1}$ 、 $B \in \mathbf{R}^{M_1 \times M_3}$  和  $C \in \mathbf{R}^{M_2 \times M_1}$  为时不变矩阵.

针对发生时延和数据丢失的系统, 建立状态空间模型时引入辅助观测向量  $\tilde{y}_n$ , 将观测向量  $y_n$  改写为

$$\tilde{y}_n = CAx_{n-1}, \quad (3)$$

$$y_n = \kappa_n [\gamma Cx_n + (1 - \gamma)Cx_{n-k_n}] + (1 - \kappa_n)\tilde{y}_n + v_n. \quad (4)$$

其中:  $k_n$  为滞后步长,  $\kappa_n$  为标量缺失数据因子, 式(4)为在假设已知伯努利概率因子  $\gamma$  下得到数据的测量向量.  $P\{\gamma = 1\} = \varepsilon\{\gamma\} = \bar{\gamma}$  和  $P\{\gamma = 0\} = 1 - \bar{\gamma}$ , 且  $0 \leq \bar{\gamma} \leq 1$ .

## 2 极大似然 FIR 估计

在给定系统模型(1)~(4)下, 接下来将对其进行极大似然处理. 首先, 式(1)可将一步延迟状态表示为

$$x_{n-1} = A^{-1}(x_n - Bu_{n-1} - w_{n-1}). \quad (5)$$

在本文考虑存在延迟和缺失数据情况, 即  $\kappa_n = 1$  时, 且考虑为一步时延的情况即  $k_n = 1$ , 则式(4)可改写为

$$y_n = \bar{C}_n x_n + \bar{D}_n u_{n-1} + \bar{v}_n, \quad (6)$$

其中

$$\bar{C}_n = \gamma C + (1 - \gamma)CA^{-1}, \quad (7)$$

$$\bar{D}_n = -(1 - \gamma)CA^{-1}, \quad (8)$$

$$\bar{v}_n = v_n - (1 - \gamma)CA^{-1}w_{n-1}. \quad (9)$$

式中噪声  $\bar{v}_n$  的协方差  $\bar{R}_n$  为

$$\bar{R}_n = \mathbf{E}[\bar{v}_n \bar{v}_n^T] = R + (1 - \gamma)^2 CA^{-1}Q(A^{-1})^T C^T, \quad (10)$$

其中参数  $\gamma$  是随时间变化的, 因此式(7)~(10)也是时变的.

状态空间模型(1)和(6)需要从  $m$  扩展至  $n$ , 以满足 FIR 滤波器对区间  $[m, n]$  上的  $N$  个数据点进行操作的的要求, 其中  $m = n - N + 1$ . 根据文献[3], 式(1)可扩展为

$$X_{n,m} = A_N x_{m-1} + B_N U_{\bar{n}, \bar{m}} + G_N W_{\bar{n}, \bar{m}}. \quad (11)$$

其中

$$\bar{n} = n - 1,$$

$$\bar{m} = m - 1,$$

$$X_{n,m} = [x_n^T \ x_{n-1}^T \ \dots \ x_m^T]^T, \quad (12)$$

$$W_{\bar{n}, \bar{m}} = [w_{\bar{n}}^T \ w_{\bar{n}-1}^T \ \dots \ w_{\bar{m}}^T]^T, \quad (13)$$

$$U_{\bar{n}, \bar{m}} = [u_{\bar{n}}^T \ u_{\bar{n}-1}^T \ \dots \ u_{\bar{m}}^T]^T, \quad (14)$$

$$A_N = [A^{N^T} \ A^{N-1^T} \ \dots \ A^T]^T, \quad (15)$$

$$B_N = \begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{N-1}B \\ 0 & B & \dots & A^{N-2}B \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & B \end{bmatrix}, \quad (16)$$

$$G_N = \begin{bmatrix} I & A & \dots & A^{N-1} \\ 0 & I & \dots & A^{N-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & I \end{bmatrix}. \quad (17)$$

观测方程(6)在区间 $[m, n]$ 可扩展为

$$Y_{n,m} = C_N x_{m-1} + D_N U_{\bar{n},\bar{m}} + H_N W_{\bar{n},\bar{m}} + V_{n,m}. \quad (18)$$

其中

$$Y_{n,m} = [y_n^T \ y_{n-1}^T \ \dots \ y_m^T]^T, \quad (19)$$

$$V_{n,m} = \begin{bmatrix} v_n - C\bar{A}_n w_{\bar{n}} \\ v_{n-1} - C\bar{A}_{n-1} w_{\bar{n}-1} \\ \vdots \\ v_m - C\bar{A}_m w_{\bar{m}} \end{bmatrix}, \quad (20)$$

$$C_N = \check{C}_N(k)A_N, \quad (21)$$

$$D_N = \check{C}_N(k)B_N + \check{D}_N(k), \quad (22)$$

$$H_N = \check{C}_N(k)G_N. \quad (23)$$

式中 $\bar{A}_n = (1 - \gamma)A^{-1}$ ,且

$$\check{C}_N(k) = \text{diag}(\underbrace{\bar{C}_n, \bar{C}_{n-1}, \dots, \bar{C}_m}_N), \quad (24)$$

$$\check{D}_N(k) = \text{diag}(\underbrace{\bar{D}_n, \bar{D}_{n-1}, \dots, \bar{D}_m}_N). \quad (25)$$

### 2.1 批处理形式ML FIR

基于离散卷积,在 $[m, n]$ 上收集观测数据在 $n$ 时刻获得FIR滤波估计,即依据条件概率密度函数 $p(Y_{n,m}|x_n)$ 的最大化来获得滤波器增益.

**定理1** 针对随机伯努利分布二进制时延和数据丢失的不确定系统,批处理ML FIR滤波器形式如下所示:

$$\hat{x}_{n|n} = K_N Y_{n,m} + \bar{K}_N U_{\bar{n},\bar{m}}, \quad (26)$$

$$K_N = (\check{C}_N^T \Sigma_N^{-1} \check{C}_N) \check{C}_N^T \Sigma_N^{-1}, \quad (27)$$

$$\bar{K}_N = \bar{B}_N - K_N D_N. \quad (28)$$

其中: $Y_{n,m}$ 为扩展观测矩阵, $U_{\bar{n},\bar{m}}$ 为扩展控制矩阵,可从式(18)得到.

**证明** 首先,通过式(11),用 $x_{m-1}$ 表示 $x_n$ ,得到

$$x_n = A^N x_{m-1} + \bar{B}_N U_{\bar{n},\bar{m}} + \bar{G}_N W_{\bar{n},\bar{m}},$$

其中 $\bar{B}_N$ 和 $\bar{G}_N$ 为对应矩阵的首行向量.将上述公式中 $x_{m-1} = A^{-N}[x_n - \bar{B}_N U_{\bar{n},\bar{m}} - \bar{G}_N W_{\bar{n},\bar{m}}]$ 代入式

(18),可将 $Y_{n,m}$ 重新表示为

$$Y_{n,m} = \check{C}_N x_n + \check{D}_N U_{\bar{n},\bar{m}} + Z_{n,m}.$$

其中

$$\check{C}_N = C_N A^{-N}, \quad \check{D}_N = D_N - \check{C}_N \bar{B}_N,$$

$$Z_{n,m} = (H_N - \check{C}_N \bar{G}_N) W_{\bar{n},\bar{m}} + V_{n,m}.$$

然后,令 $\bar{Y}_{n,m} = Y_{n,m} - \check{D}_N U_{\bar{n},\bar{m}}$ ,重新排列,得到

$$\bar{Y}_{n,m} = \check{C}_N x_n + Z_{n,m}.$$

假设 $W_{n,m}$ 与 $V_{n,m}$ 彼此相互无关,因此可得到 $Z_{n,m}$ 的性质如下式所示:

$$E[Z_{n,m}] = 0, \quad \Sigma_N \triangleq \text{Cov}[Z_{n,m}].$$

其中

$$Q_N = \text{diag}(\underbrace{Q, Q, \dots, Q}_N),$$

$$\bar{R}_N = \text{diag}(\underbrace{\bar{R}_n, \bar{R}_n, \dots, \bar{R}_n}_N).$$

条件概率密度 $p(Y_{n,m}|x_n) \propto p(\bar{Y}_{n,m}|x_n)$ ,后者服从高斯分布,即

$$p(\bar{Y}_{n,m}|x_n) = \lambda \exp[-0.5(\bar{Y}_{n,m} - \check{C}_N x_n) \Sigma_N^{-1} (\dots)^T],$$

其中 $\lambda = |2\pi \Sigma_N|^{-1/2}$ 为常量.通过处理似然函数 $\hat{x}_{n|n} = \text{argmax}[L(x_n)]$ 进行最大化似然处理,取似然函数关于 $x_n$ 的导数并将其等于0,得到发生时延和数据丢失的ML FIR估计为

$$\hat{x}_{n|n} = \underbrace{(\check{C}_N^T \Sigma_N^{-1} \check{C}_N) \check{C}_N^T \Sigma_N^{-1}}_{K_N} \bar{Y}_{n,m} = K_N Y_{n,m} + \bar{K}_N U_{\bar{n},\bar{m}},$$

其中 $\bar{K}_N = \bar{B}_N - K_N D_N$ .  $\square$

### 2.2 快速迭代形式ML FIR

上述批处理结构虽然形式简单,但是计算量会随着 $N$ 的增大而倍增.所以其迭代形式的推导是必要的,可有效减少计算成本,更具实际意义.

**定理2** 针对批处理形式ML FIR估计算法,其迭代形式如下式所示:

$$\hat{x}_i^- = A \hat{x}_{i-1} + B u_{\bar{m}+i-1}, \quad (29)$$

$$\hat{x}_i = \hat{x}_i^- + L_i (y_{\bar{m}+i} - \bar{C}_{\bar{m}+i} \hat{x}_i^- - \bar{D}_{\bar{m}+i} u_{\bar{m}+i-1}). \quad (30)$$

其中 $L_i = \bar{L}_i + \tilde{L}_i$ , $\bar{L}_i$ 和 $\tilde{L}_i$ 分别在具体算法中体现,且 $i$ 在 $\phi + 1$ 与 $N$ 间变化, $\phi = \max\{2, M_1\}$ .

每个 $i$ 时刻在有限时间间隔内变化,具体的迭代ML FIR算法步骤如下式所示:

$$\begin{aligned} \hat{x}_i^- &= A \hat{x}_{i-1} + B u_{\bar{m}+i-1}, \\ P_i &= A P_{i-1} A^T + Q - A \bar{L}_{i-1} \bar{C}_{\bar{m}+i} P_{i-1} A^T, \\ \bar{L}_i &= P_i \bar{C}_{\bar{m}+i}^T (\bar{C}_{\bar{m}+i} P_i \bar{C}_{\bar{m}+i}^T + \bar{R}_n)^{-1}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{P}_i &= (A - A\bar{L}_{i-1}\bar{C}_{\bar{m}+i})\bar{P}_{i-1}, \\ \dot{C}_i &= \\ \dot{C}_{i-1} + \bar{P}_i^T \bar{C}_{\bar{m}+i}^T (\bar{C}_{\bar{m}+i} P_i \bar{C}_{\bar{m}+i}^T + \bar{R}_n)^{-1} \bar{C}_{\bar{m}+i} \bar{P}_i, \\ \bar{L}_i &= \\ (I - \bar{L}_i \bar{C}_{\bar{m}+i}) \bar{P}_i \dot{C}_i^{-1} \bar{P}_i^T \bar{C}_{\bar{m}+i}^T (\bar{C}_{\bar{m}+i} P_i \bar{C}_{\bar{m}+i}^T + \bar{R}_n)^{-1}, \\ L_i &= \bar{L}_i + \tilde{L}_i, \\ \hat{x}_i &= \hat{x}_i^- + L_i(y_{\bar{m}+i} - \bar{C}_{\bar{m}+i}\hat{x}_i^- - \bar{D}_{\bar{m}+i}u_{\bar{m}+i-1}). \end{aligned}$$

**证明** 由上述批处理形式(26),可得到在任一迭代循环时刻*i*的表达式 $\hat{x}_i$ ,将其拆分为两部分: $\tilde{x}_i = K_i Y_{\bar{m}+i,m}$ 与 $\bar{x}_i = (\bar{B}_i - K_i D_i) U_{\bar{m}+i-1,\bar{m}}$ 之和,分别求解各自的迭代形式.

由式(6)的时延倒置处理可发现,其中主要是 $\bar{C}_n$ 、 $\bar{D}_n$ 和 $\bar{v}_n$ 发生了变化,对比在没有发生时延和数据丢失情况下迭代ML FIR<sup>[3]</sup>,结合本文中发生的随机伯努利分布二进制时延和数据丢失情况,进行相应处理变换.

为了找到 $\tilde{x}_i$ 和 $\bar{x}_i$ 与前一时刻*i*-1的对应关系,将 $K_i$ 与 $\bar{B}_i - K_i D_i$ 分解,即

$$\begin{aligned} K_i &= [L_i \quad AK_{i-1} - L_i \bar{C}_{\bar{m}+i} AK_{i-1}], \\ \bar{B}_i &= [B \quad AB_{i-1}], \\ D_i &= \begin{bmatrix} \bar{C}_{\bar{m}+i} B + \bar{D}_{\bar{m}+i} & \bar{C}_{\bar{m}+i} A \bar{B}_{i-1} \\ 0 & D_{i-1} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

继而代入展开式可得到如下关系式:

$$\begin{aligned} \tilde{x}_i &= A\tilde{x}_{i-1} + L_i(y_{\bar{m}+i} - \bar{C}_{\bar{m}+i}A\tilde{x}_{i-1}), \\ \bar{x}_i &= \\ (I - L_i \bar{C}_{\bar{m}+i})(A\bar{x}_i + Bu_{\bar{m}+i-1}) - L_i \bar{D}_{\bar{m}+i} u_{\bar{m}+i-1}. \end{aligned}$$

最后,将上述2个式子相加,化简合并令其中的 $\hat{x}_i^- = A\hat{x}_{i-1} + Bu_{\bar{m}+i-1}$ ,可得到 $\hat{x}_i$ 与其先验值 $\hat{x}_i^-$ 间的关系如下:

$$\hat{x}_i = \hat{x}_i^- + L_i(y_{\bar{m}+i} - \bar{C}_{\bar{m}+i}\hat{x}_i^- - \bar{D}_{\bar{m}+i}u_{\bar{m}+i-1}). \square$$

### 3 实验与仿真

本章将在具有随机伯努利分布二进制时延和数据丢失的不确定系统下,比较所提出快速迭代ML FIR滤波器与其他滤波器的估计性能.将从估计误差、均方根误差(RMSE)值和不确定性影响等方面进行分析.对比采用的滤波器有改进型卡尔曼滤波器(KF)和无偏FIR滤波器(UFIR)<sup>[1]</sup>.实验仿真环境为2020版Matlab.

#### 3.1 3-DOF直升机模型

3-DOF直升机模型<sup>[35]</sup>可通过式(1)和(6)表示,其中的参数为

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & -0.0062 & 1 & 0 & -2.05\epsilon_1 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -0.123 & 0 & 0 & -0.0062 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} B_1 &= \\ [4.29\epsilon_1 \quad 29\epsilon_1 \quad -2.97\epsilon_2 \quad 86\epsilon_1 \quad 0.0581 \quad -1.19\epsilon_1]^T, \\ B_2 &= \\ [24.29\epsilon_1 \quad -29\epsilon_1 \quad 2.97\epsilon_2 \quad 86\epsilon_1 \quad 0.0581 \quad 1.19\epsilon_1]^T, \\ B &= [B_1 \quad B_2], \\ C &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

其中: $\epsilon_1 = 10^{-4}$ , $\epsilon_2 = 10^{-6}$ .例子所用噪声信息设定为 $Q = 0.001I_{6 \times 6}$ , $R = I_{3 \times 3}$ .控制信号*U*以正弦信号作为输入,如图1所示.以初始值为 $x_0 = [0, 0, 0, 0, 0, 0]^T$ 进行采样,采集1000个数据.

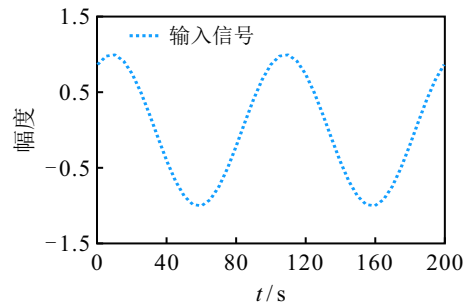


图1 控制信号*U*

#### 3.1.1 状态估计表现

为模拟真实情况中噪声信息的偏差情况,设定不准确的噪声信息为 $Q = 0.1I_{6 \times 6}$ , $R = 10I_{3 \times 3}$ .在时间域*N*选取为15的情况下进行,时间延迟和数据丢失情况按照 $\bar{\gamma} = 0.6$ 的伯努利分布进行.

图2为在时延和数据丢失发生情况时截选第1状态下的ML FIR滤波器,无偏FIR滤波器和改进型卡尔曼滤波器(对应图中分别为DML、DUFIR和DKF)的估计表现,其中灰色虚线为不同时刻发生时延和数据丢失情况且服从于伯努利分布.由图2可见,DML的估计值与真实值最贴近,估计表现最好.由图3各滤波器在第1状态所产生的平均估计误差也可看出这点.图3中:DML所产生的误差是最小的,DUFIR次之,且改进型卡尔曼产生的误差最大.图4以不同滤波器产生的均方根误差进行对比,均方根越小鲁棒性越好.由图4可见,DML的鲁棒性更好.表1通过求取指标的平均值更直观地对比了各滤波器间的性能差异,DML对丢失的处理具有更高的精确度

和更强的鲁棒性.

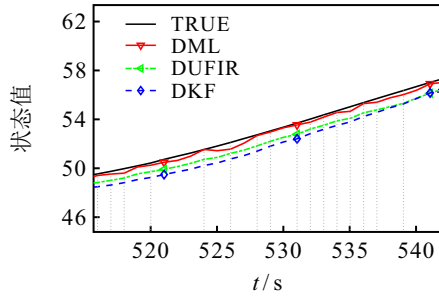


图2 真实值与DML、DUFIR和DKF滤波器的估计值对比

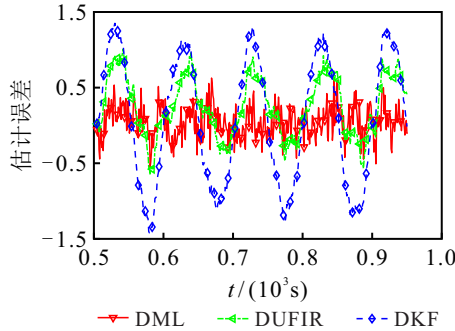


图3 DML、DUFIR与DKF滤波器产生的估计误差对比

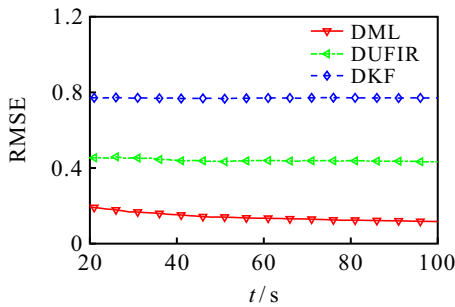


图4 DML、DUFIR与DKF滤波器产生的均方根误差对比

表1 各滤波器平均误差对比和均方根误差对比

	DML	DUFIR	DKF
估计误差	0.3468	0.7242	0.9212
RMSE	0.1782	0.4373	0.7789

### 3.1.2 丢失概率程度的影响

接下来对随机变量统计特征 $\gamma$ 在不同概率下的情况进行分析,即 $\gamma$ 对估计器的估计效果影响变化. 选取延迟因子的概率 $\gamma$ 在0~1间变化,图5为滤

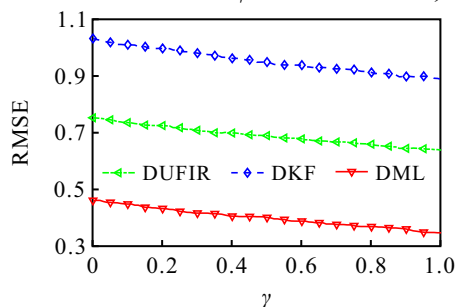


图5 不同丢失概率下的均方根误差对比

波器的RMSE值与 $\gamma$ 间的关系. 由图5可见,在不同 $\gamma$ 的情况下, RMSE值随着 $\gamma$ 的概率增大而减小,表明随着时延和数据丢失发生情况概率会影响估计器性能表现,且DML的RMSE值一直低于对比滤波器,可表明所提出最大似然FIR方法的有效性.

## 4 结论

本文基于极大似然法则,设计了极大似然FIR估计算法,可有效解决状态空间模型中存在的时延和数据丢失问题. 通过理论分析和3-DOF直升机模型的仿真实验,充分验证了在发生随机伯努利分布的二进制时延和数据丢失情况下,所提出估计器的鲁棒性和估计准确性均优于改进型KF和UFIR滤波器.

### 参考文献(References)

- [1] Uribe-Murcia K, Shmaliy Y S. Unbiased FIR filtering of uncertain systems with randomly binary-delayed and missing data[C]. The 24th International Conference on Circuits, Systems, Communications and Computers. Chania, 2020: 153-158.
- [2] Uribe-Murcia K J, Shmaliy Y S, Ahn C K, et al. Unbiased FIR filtering for time-stamped discretely delayed and missing data[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2020, 65(5): 2155-2162.
- [3] Zhao S Y, Shmaliy Y S, Ahn C K. Iterative maximum likelihood FIR estimation of dynamic systems with improved robustness[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2018, 23(3): 1467-1476.
- [4] Moose R, Dailey T. Adaptive underwater target tracking using passive multipath time-delay measurements[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1985, 33(4): 778-787.
- [5] Ray A. Introduction to networking for integrated control systems[J]. IEEE Control Systems Magazine, 1989, 9(1): 76-79.
- [6] Wang Z D, Yang F W, Ho D W C, et al. Robust  $H_\infty$  filtering for stochastic time-delay systems with missing measurements[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(7): 2579-2587.
- [7] Hespanha J P, Naghshtabrizi P, Xu Y G. A survey of recent results in networked control systems[J]. Proceedings of the IEEE, 2007, 95(1): 138-162.
- [8] Sahebsara M, Chen T, Shah S L. Optimal filtering with random sensor delay, multiple packet dropout and uncertain observations[J]. International Journal of Control, 2007, 80(2): 292-301.
- [9] Phanomchoeng G, Rajamani R. Real-time estimation of rollover index for tripped rollovers with a novel unknown input nonlinear observer[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2014, 19(2): 743-754.
- [10] Olofsson B, Antonsson J, Kortier H G, et al. Sensor fusion for robotic workspace state estimation[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2016, 21(5): 2236-2248.

- [11] Uribe-Murcia K, Andrade-Lucio J A, Shmaliy Y S, et al. Unbiased FIR filtering under bernoulli-distributed binary randomly delayed and missing data[C]. The 28th European Signal Processing Conference. Amsterdam, 2021: 2408-2412.
- [12] Zhao S Y, Wang J F, Shmaliy Y S, et al. Discrete time  $q$ -lag maximum likelihood FIR smoothing and iterative recursive algorithm[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2021, 69: 6342-6354.
- [13] Moayedi M, Foo Y K, Soh Y C. Adaptive Kalman filtering in networked systems with random sensor delays, multiple packet dropouts and missing measurements[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(3): 1577-1588.
- [14] Chen B, Yu L, Zhang W A. Robust Kalman filtering for uncertain state delay systems with random observation delays and missing measurements[J]. IET Control Theory & Applications, 2011, 5(17): 1945-1954.
- [15] Xing Z R, Xia Y Q, Yan L P, et al. Multisensor distributed weighted Kalman filter fusion with network delays, stochastic uncertainties, autocorrelated, and cross-correlated noises[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2018, 48(5): 716-726.
- [16] Liu M Q, Chen H Y.  $H_\infty$  state estimation for discrete-time delayed systems of the neural network type with multiple missing measurements[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2015, 26(12): 2987-2998.
- [17] Shmaliy Y S, Simon D. Iterative unbiased FIR state estimation: A review of algorithms[J]. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, 2013, 2013(1): 1-16.
- [18] Shmaliy Y S, Zhao S Y, Ahn C K. Unbiased finite impulse response filtering: An iterative alternative to Kalman filtering ignoring noise and initial conditions[J]. IEEE Control Systems Magazine, 2017, 37(5): 70-89.
- [19] Uribe-Murcia K, Shmaliy Y S, Zhao S. Error analysis in unbiased FIR filtering with time-stamped discretely delayed and missing data[J]. WSEAS Trans on Electronics, 2019, 10: 81-86.
- [20] Uribe-Murcia K, Shmaliy Y S, Andrade-Lucio J A. UFIR filtering for GPS-based tracking over WSNs with delayed and missing data[J]. Journal of Electrical and Computer Engineering, 2018, 2018: 7456010.
- [21] Jazwinski A H. Stochastic processes and filtering theory[M]. New York: Courier Corporation, 2007: 194-243.
- [22] Jazwinski A. Limited memory optimal filtering[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1968, 13(5): 558-563.
- [23] Kwon W H, Han S H. Receding horizon control: Model predictive control for state models[M]. Berlin: Springer Science & Business Media, 2006: 159-190.
- [24] Shmaliy Y S. An iterative Kalman-like algorithm ignoring noise and initial conditions[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(6): 2465-2473.
- [25] Zhao S Y, Shmaliy Y S, Liu F. Fast Kalman-like optimal unbiased FIR filtering with applications[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2016, 64(9): 2284-2297.
- [26] Xu L, Ma K M, Li W S, et al. Particle filtering for networked nonlinear systems subject to random one-step sensor delay and missing measurements[J]. Neurocomputing, 2018, 275: 2162-2169.
- [27] Zhang H X, Hu J, Liu H J, et al. Recursive state estimation for time-varying complex networks subject to missing measurements and stochastic inner coupling under random access protocol[J]. Neurocomputing, 2019, 346: 48-57.
- [28] Nagpal K M, Khargonekar P P. Filtering and smoothing in an  $H_\infty$  setting[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1991, 36(2): 152-166.
- [29] Ahn C K. An  $H_\infty$  approach to stability analysis of switched Hopfield neural networks with time-delay[J]. Nonlinear Dynamics, 2010, 60(4): 703-711.
- [30] Pai M C. Discrete-time sliding mode control for uncertain systems with state and input delays[J]. International Journal of Systems Science, 2010, 41(12): 1501-1510.
- [31] Yang F W, Wang Z D, Feng G, et al. Robust filtering with randomly varying sensor delay: The finite-horizon case[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2009, 56(3): 664-672.
- [32] Wang Z D, Ho D W C, Liu X H. Robust filtering under randomly varying sensor delay with variance constraints[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2004, 51(6): 320-326.
- [33] Ma J, Sun S L. A general packet dropout compensation framework for optimal prior filter of networked multi-sensor systems[J]. Information Fusion, 2019, 45: 128-137.
- [34] Sun S L, Wang G H. Modeling and estimation for networked systems with multiple random transmission delays and packet losses[J]. Systems & Control Letters, 2014, 73: 6-16.
- [35] Zhao S Y, Shmaliy Y S, Ahn C K, et al. Adaptive-horizon iterative UFIR filtering algorithm with applications[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, 65(8): 6393-6402.

## 作者简介

朱亚萌(1997—), 男, 硕士生, 从事状态估计的研究, E-mail: 6201905070@stu.jiangnan.edu.cn;

赵顺毅(1987—), 男, 教授, 博士生导师, 从事过程状态学习及故障重构等研究, E-mail: shunyi@jiangnan.edu.cn;

栾小丽(1979—), 女, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统先进控制与优化等研究, E-mail: xlluan@jiangnan.edu.cn;

刘飞(1965—), 男, 教授, 博士生导师, 从事先进控制理论及应用等研究, E-mail: liuf@jiangnan.edu.cn.