

控制与决策

Control and Decision

马尔科夫链通信拓扑下的车辆队列最优能耗控制

闫茂德, 君萌萌, 左磊

引用本文:

闫茂德, 君萌萌, 左磊. 马尔科夫链通信拓扑下的车辆队列最优能耗控制[J]. 控制与决策, 2024, 39(1): 161–170.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.0601>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[敏感度函数未知下的非均匀直线覆盖控制算法设计与PLEXE仿真](#)

Nonuniform line coverage control for a group of unmanned vehicles with unknown density function and its simulation in PLEXE
控制与决策. 2021, 36(9): 2095–2102 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1268>

[通信中断时的网联车辆协作自适应巡航控制](#)

Cooperative adaptive cruise control of connected vehicles under communication interruption
控制与决策. 2021, 36(4): 933–939 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0837>

[车辆跟随控制策略的状态可达集建模及验证方法](#)

A modeling and verification method of state reachable set for vehicle following control strategy
控制与决策. 2021, 36(7): 1679–1685 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1562>

[通信中断时的网联车辆协作自适应巡航控制](#)

Cooperative adaptive cruise control of connected vehicles under communication interruption
控制与决策. 2021, 36(4): 933–939 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0837>

[自适应事件触发的马尔科夫跳变多智能体系统一致性](#)

Adaptive event-triggered consensus for Markovian jumping multi-agent systems
控制与决策. 2020, 35(11): 2780–2786 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.1507>

马尔科夫链通信拓扑下的车辆队列最优能耗控制

闫茂德, 君萌萌, 左磊[†]

(长安大学 电子与控制工程学院, 西安 710064)

摘要: 针对马尔科夫链通信拓扑下的车辆队列控制问题, 综合考虑车辆队列的非线性动力学模型和行驶能耗优化目标, 提出一种基于分布式状态观测器的车辆队列能耗优化控制方法. 由于在马尔科夫链通信拓扑下, 部分车辆获取的邻居车辆信息具有动态切换特性, 严重影响了车辆队列控制算法的有效性和稳定性. 鉴于此, 首先, 设计一种用于估计领航车辆状态信息的状态观测器, 有效避免通讯拓扑切换对队列控制系统造成的干扰; 然后, 结合车辆的非线性动力学模型与队列优化目标, 构建一种基于指数折扣函数的车辆队列能耗优化框架, 将车辆队列的能耗优化问题转化为 Riccati 方程的求解问题, 进而得到车辆队列的最优能耗控制输入, 在此基础上, 通过构造动态通信拓扑下的李雅普诺夫函数, 分析车辆队列控制系统的稳定性条件, 即只要每个可能的通信拓扑均需包含一个以领航车辆为根的有向生成树, 就可使得该车辆队列控制系统满足稳定性和队列稳定性; 最后, 通过数值仿真验证所提出控制算法的可行性和有效性.

关键词: 最优控制; 车辆队列; 动态拓扑; 马尔科夫链; 状态观测器; 非线性动力学

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2022.0601

引用格式: 闫茂德, 君萌萌, 左磊. 马尔科夫链通信拓扑下的车辆队列最优能耗控制[J]. 控制与决策, 2024, 39(1): 161-170.

Energy consumption optimization control of vehicle platoon with Markovian switching topologies

YAN Mao-de, JUN Meng-meng, ZUO Lei[†]

(School of Electronic and Control Engineering, Chang'an University, Xi'an 710064, China)

Abstract: This paper investigates the vehicle platoon control problems with the Markov-chain switching topologies. While considering the vehicle's nonlinear dynamics and optimal energy consumption object, we propose a distributed observation based vehicle platoon control scheme. Since the switching topologies would seriously affect the effectiveness and stability of the platoon control system, we use the information of neighbor vehicles to approximate the states of the leader vehicle. In this way, it would effectively avoid the interference caused by the switching topologies. Then, for the energy consumption optimization, an energy-optimal framework of vehicle platoon is developed based on the exponential discount function. Moreover, we employ the Riccati equation to solve this optimization problem. On this basis, the stability of the proposed platoon control system is theoretically proved by constructing the Lyapunov function with the Markov-chain switching topologies. In details, as long as each possible topology contains a directed spanning tree with the root at leader vehicle, the system satisfies internal stability and input-to-state string stability (ISS). Finally, the theoretical results are verified by numerical simulations.

Keywords: optimal control; vehicle platoon; switch topologies; Markovian; state observer; nonlinear dynamics

0 引言

智能交通系统是未来交通的发展方向, 车辆队列控制作为智能交通领域内的关键技术, 受到了国内外学者的广泛关注并取得了一定的研究成果^[1-2]. 车

辆队列控制的基本目标是调节车辆以共同速度行驶, 同时保持期望的车间距. 在这一目标下, 国内外学者关于车辆队列控制进行了深入研究. 如针对不同模型的车辆队列, 文献[3-4]设计了非线性分布式车辆

收稿日期: 2022-04-13; 录用日期: 2022-08-30.

基金项目: 国家重点研发计划项目(2021YFA100303); 国家自然科学基金项目(51909008); 陕西省重点研发计划-一般项目(2022GY-297); 中国博士后基金项目(2021M692740).

[†]通讯作者. E-mail: l_zuo@chd.edu.cn.

*本文附带电子附录文件, 可登录本刊官网该文“资源附件”区自行下载阅览.

队列控制器;文献[5]提出了一种敏感度函数未知下的分布式覆盖控制律;文献[6]提出了基于人工函数法的多道路线性车辆队列控制器.关于车间距策略对车辆队列控制的影响,文献[7]在考虑交通流稳定的条件下,给出一种通用可变车辆队列的间距策略;文献[8]提出了一种基于自主车辆变车距队列控制方法.由于信息流拓扑决定了队列中车辆间的通信模式,其对车辆队列的影响较为关键.文献[9]分析了几种信息流拓扑结构对同质车队内部稳定性和可扩展性的影响;文献[10]为一类通用拓扑提出了分布式滑模控制框架.

从车辆队列的通信特性出发,上述文献基于固定的通信拓扑,而实际应用中车辆队列的通信拓扑呈动态时变特性,因此动态拓扑下的车辆队列控制问题成为热点方向.动态通信拓扑是指在实际过程中系统的网络拓扑可能因通信链路不稳定、数据丢失、通信中断等不确定性因素,导致车辆队列的通信拓扑呈时变特性.目前,关于动态通信拓扑下多智能体控制研究成果有:文献[11]将拓扑切换作为一项事件触发条件,通过事件触发控制器实现领航-跟随系统的一致性;文献[12]针对Lipschitz型非线性多智能体系统,提出了基于有向切换拓扑下关于输出测量信息观测器控制协议;文献[13]针对线性多智能体系统,设计了马尔科夫切换拓扑下基于状态观测器的反馈控制,得到一组LMI条件保证系统的稳定性.更多关于通信拓扑约束下的多智能体系统研究成果可参见文献[14-16].

相比之下,关于动态拓扑下车辆队列控制的研究成果较少.如文献[17]针对通信中断情况,提出了一种基于优化分组的切换控制模式方法.针对具有时延和交互拓扑的异构车辆队列,文献[18]提出了一种自适应协同控制方案;文献[19]通过分析丢包的上界,设计根据不同通信拓扑进行切换的模型预测控制器;文献[20]提出了切换拓扑下的分布式模型预测控制器,通过共同李雅普诺夫函数分析该系统的渐近稳定.然而,现有的研究成果中对于通信拓扑的拓扑结构要求较多,如要求通信拓扑应是无向图、强连通有向图、详细的平衡有向图和具有简单拉普拉斯矩阵的有向图,对随机切换的通信拓扑研究较少.

由上述研究现状分析可知,尽管在固定通讯拓扑下的车辆队列控制已存在大量成果,但是真实场景中车辆队列通信拓扑会因为时延、丢包、车辆的接近和远离等因素发生变化.如文献[11]考虑了车辆队列或多智能体面向不同条件动态拓扑的控制问题;文

献[20]考虑了开环优化以及切换拓扑问题,但是缺少对于车辆队列的一个重要特征队列稳定性分析.文献[12]和文献[13]针对动态拓扑均使用状态观测器进行控制器设计,而对于动态拓扑下的控制理论多集中于多智能体领域,缺少对车辆队列的队列稳定性分析.鉴于此,本文重点研究马尔科夫链通信拓扑下车辆队列的能耗优化控制问题,主要内容如下.

1) 针对马尔科夫链动态通信拓扑下的车辆队列控制问题,设计分布式状态观测器,使得每辆跟随车均能够对领航车辆的行驶状态进行高效估计,有效避免通讯拓扑切换对队列控制系统造成的干扰;

2) 以能耗优化为车辆队列的控制目标,构建一种基于指数折扣函数的车辆队列能耗优化控制模型,并通过Riccati方程计算车辆队列的控制输入,从理论分析和数值实验两方面验证该车辆队列控制系统的最优性、稳定性以及队列稳定性.

1 问题描述与基础知识

考虑由 $N + 1$ 辆车构成的车辆队列,其动力学模型为

$$\begin{cases} \dot{z}_i = v_i, \\ \dot{v}_i = a_i, \\ \dot{a}_i = f_i(v_i, a_i) + g_i(v_i)c_i, \end{cases} \quad i = 0, 1, \dots, N. \quad (1)$$

其中: z_i 、 v_i 、 a_i 分别为第 i 辆车的位置、速度、加速度; c_i 为发动机输入;非线性项 f_i 和 g_i 分别为

$$\begin{aligned} f_i(v_i, a_i) &= -\frac{1}{\zeta} \left(a_i + \frac{\gamma S_i C_{d_i}}{2m_i} v_i^2 + \frac{d_{m_i}}{m_i} \right) - \frac{\gamma S_i C_{d_i} v_i a_i}{m_i}, \\ g_i(v_i) &= \frac{1}{\zeta m_i}, \end{aligned}$$

ζ 为发动机时间常数, γ 、 S_i 、 C_{d_i} 、 d_{m_i} 和 m_i 分别为空气质量密度、第 i 辆车的横截面面积、拽力系数、机械阻力和车的质量.

车辆队列的通信拓扑由有向图 $\mathcal{G}(\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{A})$ 表示.其中: $\mathcal{V} = \{\nu_0, \nu_1, \dots, \nu_N\}$ 分别为 $N + 1$ 辆车,边集 $\mathcal{E} \subseteq (\mathcal{V}, \mathcal{V})$ 中的元素 (ν_j, ν_i) 表示车辆 i 能够获取车辆 j 的状态信息,顶点 ν_i 的邻居集合为 $\mathcal{N}_i = \{\nu_j \in \mathcal{V} : (\nu_j, \nu_i) \in \mathcal{E}\}$.若 $(\nu_j, \nu_i) \in \mathcal{E}$,则邻接矩阵 \mathcal{A} 的元素 $a_{ij} = 1$;否则 $a_{ij} = 0$.假设有向图 \mathcal{G} 不存在自环 $a_{ii} = 0$ ($i = 1, 2, \dots, N$),有向图 \mathcal{G} 的拉普拉斯矩阵 $\mathcal{L} \in \mathbf{R}^{(N+1) \times (N+1)}$ 可表示为

$$L_{ij} = \begin{cases} -a_{ij}, & i = j; \\ \sum_{j=0, j \neq i}^N a_{ij}, & i \neq j. \end{cases}$$

对于时变车辆队列通信拓扑, 令 $\mathcal{G}_k(\mathcal{V}, \mathcal{E}_k, \mathcal{A}_k)$ 为 k 时刻的通信拓扑, 跟随车辆组成的通信拓扑拉普拉斯矩阵为 $\mathcal{L} \in \mathbf{R}^{N \times N}$. 通信拓扑 \mathcal{G}_k 将会根据实际通讯特征在一个服从马尔科夫链的有限集合 $\{\mathcal{G}_1, \mathcal{G}_2, \dots, \mathcal{G}_h\}$ 中切换.

令 d, L 分别为期望车间距和车身长度, 建立车辆队列的跟踪误差模型为

$$e_i = \begin{bmatrix} z_i - z_0 + i(d + L) \\ v_i - v_0 \\ a_i - a_0 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

相邻车辆跟踪误差模型为

$$\delta_i = e_i - e_{i-1}. \quad (3)$$

为了有效验证所提出控制系统的稳定性, 现给出如下假设和引理.

假设1 有向图 \mathcal{G}_k 中至少包含1个以领航车辆为根节点的生成树.

假设2 通信过程中所有可能的拓扑结构是有限的且按照有限遍历的马尔科夫链规律周期变化.

引理1 (ISSS 队列稳定性^[21]) 对于系统 $\dot{x}_i = f(x_i)$, 若存在 \mathcal{KL} 类函数 β 和常数 η , 使得 $|x_i(0)| < \eta$, 且当 $t > 0$ 时满足

$$\|x_i(t)\|_\infty \leq \beta(\|x_i(0)\|_\infty, t),$$

则系统是输入到状态队列稳定.

引理2 若有向图 \mathcal{G} 至少包含1个以领航车为根的生成树, 则拉普拉斯矩阵有且只有1个特征值为0且其非0特征值均位于右半开平面^[19].

基于上述描述, 本文的控制目标如下.

控制目标1 系统稳定, 即车队中每辆车均渐近稳定且误差趋于0, 即

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \|z_i - z_0 + i(d + L)\| &= 0, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \|v_i - v_0\| &= 0, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \|a_i - a_0\| &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

控制目标2 ISSS 队列稳定性, 指领航车受扰动时, 车间距误差向后传递时不会放大, 保持车队整体稳定. 即存在 \mathcal{KL} 类函数 β 和常数 η , 使得 $|\delta_1(0)| < \eta$, 且对于 $\forall t \geq 0$, 均有

$$\|\delta_i(k)\|_\infty \leq \beta(\|\delta_1(0)\|_\infty, k), \quad (5)$$

其中 $i = 1, 2, \dots, N$.

3) 能耗代价函数最小, 即

$$J_i^* = \min \int_0^\infty (e_i^T Q e_i + u_i^T R u_i) dt. \quad (6)$$

其中: $Q \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 为半正定的, $R > 0$ 为标量.

2 马尔科夫链通信拓扑下的车辆状态估计

对非线性系统(1)进行精确反馈线性化, 令

$$c_i = u_i m_i + \gamma S_i c_{d_i} v_i^2 / 2 + d_{m_i} + \zeta \gamma S_i c_{d_i} v_i a_i.$$

车辆队列的线性动力学模型可表示为

$$\begin{cases} \dot{z}_i = v_i, \\ \dot{v}_i = a_i, \\ \dot{a}_i = -\frac{1}{\zeta} a_i + \frac{1}{\zeta} u_i, \end{cases} \quad i = 0, 1, \dots, N.$$

其中 u_i 为控制输入.

令 $x_i = [z_i, v_i, a_i]^T + [i(d + L), 0, 0]^T$, 并对系统进行离散化, 得到离散线性车队系统

$$x_i(k + 1) = A x_i(k) + B u_i(k). \quad (7)$$

其中

$$A = [1, dt, 0; 0, 1, dt; 0, 0, 1 - dt/\zeta],$$

$$B = [0, 0, dt/\zeta]^T.$$

$$u_i(k) = K_x x_i(k) + K_{x_0} x_0(k). \quad (8)$$

式中: dt 为采样时间, K_x, K_{x_0} 为待设计的控制参数.

控制系统(8)包含了领航车辆的状态, 然而在动态通信拓扑下具有切换特性的邻居车辆信息导致部分跟随车无法直接通过一致性原理收敛至领航车. 因此, 本文为每辆跟随车设计观测器用于估计领航车状态, 进而实现动态拓扑下的车辆队列控制.

假设领航车输入为0, 其系统模型为

$$x_0(k + 1) = A_0 x_0(k). \quad (9)$$

跟随车辆的跟踪误差(2)可改写为

$$e_i(k) = x_i(k) - x_0(k). \quad (10)$$

针对马尔科夫链下的动态通信拓扑, 切换信号 $\sigma_k = p \in \{1, 2, \dots, h\}$ 服从有限遍历马尔科夫链. 令 \mathcal{G}_p 为 k 时刻的通信拓扑, 车辆队列通信拓扑的转换矩阵 $\Pi = \pi_{pq} = P\{\sigma_{k+1} = q | \sigma_k = p\}$ 是 k 时刻通信拓扑状态为 p 条件下 $k + 1$ 时刻的拓扑状态为 q 的概率, 且有

$$\sum_{q=1}^h \pi_{pq} = 1, \quad p = 1, 2, \dots, h.$$

在此基础上, 马尔科夫链通信拓扑下车辆队列对领航车的行驶状态观测器为

$$\begin{aligned} \hat{x}_{i0}(k + 1) &= \\ &\rho(\sigma_k) \left[a_{i0}(\sigma_k) (x_0(k) - \hat{x}_{i0}(k)) + \right. \\ &\left. \sum_{j=1}^N a_{ij}(\sigma_k) (\hat{x}_{j0}(k) - \hat{x}_{i0}(k)) \right] + A_0 \hat{x}_{i0}(k). \end{aligned} \quad (11)$$

其中: $\rho(\sigma_k) > 0$, $\hat{x}_{i0}(k)$ 为第 i 辆车在 k 时刻对领航车状态的观测值.

结合式(9)和(11),第*i*辆车对领航车辆的状态观测误差可描述为

$$\xi_i(k+1) = A_0 \xi_i(k) + \rho(\sigma_k) \left[a_{i0}(\sigma_k)(x_0(k) - \hat{x}_{i0}(k)) + \sum_{j=1}^N a_{ij}(\sigma_k)(\hat{x}_{j0}(k) - \hat{x}_{i0}(k)) \right],$$

则离散时间全局状态观测误差可写为

$$\Xi(k+1) = (I_N \otimes A_0 - \rho(\sigma_k)(\mathcal{L}(\sigma_k) \otimes I_3))\Xi(k).$$

其中

$$\Xi(k) = [\xi_1^T(k), \xi_2^T(k), \dots, \xi_N^T(k)]^T \in \mathbf{R}^{3N \times 1},$$

$$\mathcal{L}(\sigma_k) =$$

$$\begin{bmatrix} \sum_{j=0}^N a_{1j}(\sigma_k) & -a_{12}(\sigma_k) & \dots & -a_{1N}(\sigma_k) \\ -a_{21}(\sigma_k) & \sum_{j=0}^N a_{2j}(\sigma_k) & \dots & -a_{2N}(\sigma_k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_{N1}(\sigma_k) & -a_{N2}(\sigma_k) & \dots & \sum_{j=0}^N a_{Nj}(\sigma_k) \end{bmatrix}.$$

令

$$A_{\Xi}(\sigma_k) = I_n \otimes A_0 - \rho(\sigma_k)(\mathcal{L}(\sigma_k) \otimes I_3).$$

A_0 的特征值为

$$\lambda(A_0) = \{c_a + jd_a, a = 1, 2, \dots, 3\},$$

$\mathcal{L}(\sigma_k)$ 的特征值为

$$\lambda(\mathcal{L}(\sigma_k)) = \{c_l(\sigma_k) + jd_l(\sigma_k), l = 1, 2, \dots, N\}.$$

定理1 针对服从马尔科夫链通信拓扑的车辆队列7,利用式(11)中的分布式领航车状态观测器,可使得观测估计误差 $\xi_i(k)$ 收敛至0,当 $\rho(\sigma_k)$ 满足如下条件:

$$\begin{aligned} & \max \left\{ \frac{c_a c_l(\sigma_k) + d_a d_l(\sigma_k) - \sqrt{\Delta}}{c_l^2(\sigma_k) + d_l^2(\sigma_k)}, \right. \\ & \left. a = 1, 2, 3, l = 1, 2, \dots, N \right\} < \\ & \rho(\sigma_k) < \min \left\{ \frac{c_a c_l(\sigma_k) + d_a d_l(\sigma_k) + \sqrt{\Delta}}{c_l^2(\sigma_k) + d_l^2(\sigma_k)}, \right. \\ & \left. a = 1, 2, 3, l = 1, 2, \dots, N \right\}. \end{aligned} \quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned} \Delta &= c_l^2(\sigma_k) + d_l^2(\sigma_k) - (c_l(\sigma_k)d_a - c_a d_l(\sigma_k))^2 > 0, \\ c_a c_l(\sigma_k) + d_a d_l(\sigma_k) &> 0. \end{aligned}$$

证明 考虑如下李雅普诺夫函数:

$$V(\Xi(k), \sigma_k) = \Xi^T(k) P_{\sigma_k} \Xi(k), \quad (13)$$

其中 $P_{\sigma_k} > 0$ 为关于 σ_k 的正定对称矩阵. 则函数

$V(\Xi(k), \sigma_k)$ 的微分形式可写为

$$\begin{aligned} \Delta V(\Xi(k), \sigma_k) &= \\ E\{V[\Xi(k+1), \sigma_{k+1} = q] \mid \Xi(k), \sigma_k = p\} &- \\ V(\Xi(k), \sigma_k = p) &= \\ [A_{\Xi}(\sigma_k)\Xi(k)]^T \sum_{q=1}^h \pi_{pq} P_q [A_{\Xi}(\sigma_k)\Xi(k)] &- \\ \Xi^T(k) P_p \Xi(k) &= \\ -\Xi^T(k) \left[P_p - A_{\Xi}^T(\sigma_k) \sum_{q=1}^h \pi_{pq} P_q A_{\Xi}(\sigma_k) \right] \Xi(k). \end{aligned}$$

必然存在一个唯一的正定对称矩阵 P_p ,使得如下不等式成立:

$$P_p - A_{\Xi}^T(\sigma_k) \sum_{q=1}^h \pi_{pq} P_q A_{\Xi}(\sigma_k) > 0,$$

则

$$\Delta V(\Xi(k), \sigma_k) < 0.$$

由于式(13)有界,观测误差 ξ_i 渐近稳定且趋于0.

针对观测误差 ξ_i ,根据 $I_n \otimes A_0 - \rho(\sigma_k)(\mathcal{L}(\sigma_k) \otimes I_3)$ 的特征值大小,判断参数 $\rho(\sigma_k)$ 的取值范围. 首先由克罗内克积性质可知, $(I_n \otimes A_0 - \rho(\sigma_k)(\mathcal{L}(\sigma_k) \otimes I_3))$ 的特征值可表示为

$$\begin{aligned} & \lambda(A_0) - \rho(\sigma_k)\lambda(\mathcal{L}(\sigma_k)) = \\ & \{c_a + jd_a - \rho(\sigma_k)(c_l(\sigma_k) + jd_l(\sigma_k)), \\ & a = 1, 2, 3, l = 1, 2, \dots, N\}. \end{aligned}$$

由引理1可知, $\mathcal{L}(\sigma_k)$ 为非奇异矩阵. 由离散系统稳定性定理可知,其特征值必在单位圆内,由此可得 $\rho(\sigma_k)$ 需要满足如下条件:

$$\begin{aligned} & \max \left\{ \frac{c_a c_l(\sigma_k) + d_a d_l(\sigma_k) - \sqrt{\Delta}}{c_l^2(\sigma_k) + d_l^2(\sigma_k)}, \right. \\ & \left. a = 1, 2, 3, l = 1, 2, \dots, N \right\} < \rho(\sigma_k) < \\ & \min \left\{ \frac{c_a c_l(\sigma_k) + d_a d_l(\sigma_k) + \sqrt{\Delta}}{c_l^2(\sigma_k) + d_l^2(\sigma_k)}, \right. \\ & \left. a = 1, 2, 3, l = 1, 2, \dots, N \right\}. \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \Delta &= c_l^2(\sigma_k) + d_l^2(\sigma_k) - (c_l(\sigma_k)d_a - c_a d_l(\sigma_k))^2 > 0, \\ c_a c_l(\sigma_k) + d_a d_l(\sigma_k) &> 0. \end{aligned}$$

综上所述,分布式观测器可满足马尔科夫链通信拓扑下领航车辆状态的全局可达性,有效解决了通信拓扑动态切换对车辆队列造成的影响. \square

注1 在实际工程应用中,由于有限的通讯范围和外部环境干扰,车辆队列的前行可能受到某些不可

避免的现象影响,造成通讯拓扑不断变化.如在野外高速公路上,可能因恶劣天气或磁场干扰等因素,导致车辆队列间存在重要数据丢包或较长通信延时等现象,可将这种情况视为部分车辆间的通信断开,进而使得车队的通信拓扑发生变化,而通信断开与重连的过程即拓扑结构变化的过程,往往保留一定程度的随机性,因此可用马尔科夫链描述车辆队列通信拓扑的动态切换过程.

3 动态通信拓扑下车辆队列能耗优化控制

为了实现面向能耗优化的车辆队列控制目标,首先提出基于分布式状态观测器的能耗优化控制框架,然后分析所提出优化控制系统的可行性和有效性.

3.1 车辆队列能耗优化控制器设计

定义如下带折扣因子的能耗目标函数:

$$J_i(x_i(k), u_i(k)) = \sum_{\ell=k}^{\infty} e^{-\alpha(\ell-k)} [e_i^T(\ell) Q e_i(\ell) + u_i^T(\ell) R u_i(\ell)] + \sum_{\ell=k}^{\infty} e^{-\alpha(\ell-k)} [(x_i(\ell) - x_0(\ell))^T Q (x_i(\ell) - x_0(\ell)) + u_i^T(\ell) R u_i(\ell)]. \quad (14)$$

令 $X_i(k) = [x_i(k)^T \quad x_0(k)^T]^T$, 由式(7), 得到车辆队列的增广系统为

$$X_i(k+1) = \hat{A} X_i(k) + \hat{B} u_i(k). \quad (15)$$

其中增广矩阵分别为

$$X_i(k) = \begin{bmatrix} x_i(k) \\ x_0(k) \end{bmatrix}, \quad \hat{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A_0 \end{bmatrix}, \quad \hat{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}.$$

在此基础上,式(14)可写为

$$J_i[X_i(k)] = \sum_{\ell=k}^{\infty} e^{-\alpha(\ell-k)} [X_i^T(\ell) \hat{Q} X_i(\ell) + u_i^T(\ell) R u_i(\ell)], \quad (16)$$

其中 $\hat{Q} = [Q, -Q; -Q, Q]$. 将式(15)代入(16), 能耗目标函数 J 的递归形式可表示为

$$J_i[X_i(k), u_i(k)] = X_i^T(k) \hat{Q} X_i(k) + u_i^T(k) R u_i(k) + e^{-\alpha} J_i[X_i(k+1)].$$

将式(15)代入能耗目标函数的递归形式中,有

$$J_i[X_i(k)] = \sum_{\ell=0}^{\infty} e^{-\alpha\ell} [X_i^T(\ell+k) \hat{Q} X_i(\ell+k) + u_i^T(\ell+k) R u_i(\ell+k)] = \sum_{\ell=0}^{\infty} e^{-\alpha\ell} X_i^T(\ell+k) [\hat{Q} + K^T R K] X_i(\ell+k) =$$

$$X_i^T(k) \left[\sum_{\ell=0}^{\infty} e^{-\alpha\ell} ((\hat{A} + \hat{B} K)^T)^{\ell} \times [\hat{Q} + K^T R K] (\hat{A} + \hat{B} K)^{\ell} \right] X_i(k).$$

其中

$$u_i(k) = K_x x_i(k) + K_{x_0} x_0(k) = K X_i(k).$$

令

$$P = \sum_{\ell=0}^{\infty} e^{-\alpha\ell} ((\hat{A} + \hat{B} K)^T)^{\ell} [\hat{Q} + K^T R K] (\hat{A} + \hat{B} K)^{\ell},$$

则能耗目标函数可表示为

$$J_i[X_i(k)] = X_i^T(k) P X_i(k). \quad (17)$$

结合二次型函数(17), 车辆队列能耗优化问题的 Bellman 方程可写为

$$X_i^T(k) P X_i(k) = X_i^T(k) \hat{Q} X_i(k) + u_i^T(k) R u_i(k) + e^{-\alpha} J_i[X_i(k+1)]. \quad (18)$$

定义 Hamilton 函数为

$$H(X_i(k), u_i(k)) = X_i^T(k) \hat{Q} X_i(k) + u_i^T(k) R u_i(k) + e^{-\alpha} J_i[X_i(k+1)] - J_i[X_i(k)].$$

当 $\frac{\partial H(X_i(k), u_i(k))}{\partial u_i(k)} = 0$ 时, 获取鞍点值. 由于 Hamilton 函数的二阶导数大于等于 0 是凸函数, 此时函数值最小, 即车辆队列的能耗达到全局最优, 相应的最优控制律为

$$u^*(k) = K^* X_i(k) = -[R + e^{-\alpha} \hat{B}^T P^* \hat{B}]^{-1} \times e^{-\alpha} \hat{B}^T P^* \hat{A} X_i(k), \quad (19)$$

其中 P^* 满足代数 Riccati 方程 (ARE), 有

$$P^* = \hat{Q} - e^{-2\alpha} \hat{A}^T P^* \hat{B} [R + e^{-\alpha} \hat{B}^T P^* \hat{B}]^{-1} \hat{B}^T P^* \hat{A} + e^{-\alpha} \hat{A}^T P^* \hat{A}. \quad (20)$$

综上所述, 应用式(19)中的最优控制律, 车辆队列能够达到动态拓扑下的能耗优化目标.

折扣因子 $e^{-\alpha} > 0$ 是为了保证能耗代价函数式(14)的有界性. 由于控制输入 $u_i(k)$ 的前馈部分包含对领航车辆的状态观测值, 若没有折扣因子, 则在 $k \rightarrow \infty$ 时, $J_i \rightarrow \infty$; 此外, 折扣因子能够增加指数数据权重的作用, 以消除动态模型不确定性的偏差效应^[22].

3.2 车辆队列控制性能分析

结合设计的分布式状态观测器(11)和能耗优化控制律(19), 下面从优化控制可行性分析和稳定性两方面对所提出控制系统进行分析.

1) 能耗优化算法的可行性分析.

首先,令 $\bar{X}_i(k) = e^{-\alpha k/2} X_i(k)$, 则

$$\begin{aligned} & \bar{X}_i^T(\infty)P\bar{X}_i(\infty) - \bar{X}_i^T(k)P\bar{X}_i(k) = \\ & \sum_{\ell=k}^{\infty} [\bar{X}_i^T(\ell)(e^{-\alpha}\hat{A}^T P\hat{A} - P)\bar{X}_i(\ell) + \\ & e^{-\alpha}\bar{X}_i^T(\ell)\hat{A}^T\hat{B}\bar{u}_i(\ell) + e^{-\alpha}\bar{u}_i(\ell)^T\hat{B}^T P\hat{A}\bar{X}_i(\ell) + \\ & e^{-\alpha}\bar{u}_i(\ell)^T\hat{B}^T P\hat{B}\bar{u}_i(\ell)], \end{aligned} \quad (21)$$

其中 $\bar{u}_i(\ell) = e^{-k/2} u_i(\ell)$. 由于 $\bar{X}_i(\infty) = 0$, 将式(21)左右两端同时加 $\bar{X}_i^T(\infty)P\bar{X}_i(\infty)$, 有

$$\begin{aligned} & \bar{X}_i^T(k)P\bar{X}_i(k) + \sum_{\ell=k}^{\infty} [\bar{X}_i^T(\ell)(e^{-\alpha}\hat{A}^T P\hat{A} - P)\bar{X}_i(\ell) + \\ & e^{-\alpha}\bar{X}_i^T(\ell)\hat{A}^T\hat{B}\bar{u}_i(\ell) + e^{-\alpha}\bar{u}_i(\ell)^T\hat{B}^T P\hat{A}\bar{X}_i(\ell) + \\ & e^{-\alpha}\bar{u}_i(\ell)^T\hat{B}^T P\hat{B}\bar{u}_i(\ell)] = 0. \end{aligned} \quad (22)$$

对二次型能耗目标函数(17)乘以 $e^{-\alpha k}$, 得到

$$\begin{aligned} & e^{-\alpha k} J_i(X_i(k)) = J_i(\bar{X}_i(k)) = \bar{X}_i^T(k)P\bar{X}_i(k) = \\ & e^{\alpha k} \sum_{\ell=k}^{\infty} [\bar{X}_i^T(\ell)\hat{Q}\bar{X}_i(\ell) + \bar{u}_i^T(\ell)R\bar{u}_i(\ell)]. \end{aligned} \quad (23)$$

目标函数(16)优化过程相当于对函数(23)求最小值, 则对式(23)两端加上式(22)乘以 $e^{\alpha k}$, 得到

$$\begin{aligned} & J_i(\bar{X}_i(k)) = \\ & \bar{X}_i^T(k)P\bar{X}_i(k) + e^{\alpha k} \sum_{\ell=k}^{\infty} [\bar{X}_i^T(\ell)(e^{-2\alpha}\hat{A}^T P\hat{B} \times \\ & [R + e^{-\alpha}\hat{B}^T P\hat{B}]^{-1}\hat{B}^T P\hat{A})\bar{X}_i(\ell) + e^{-\alpha} \times \\ & \bar{X}_i^T(\ell)\hat{A}^T P\hat{B}\bar{u}_i(\ell) + e^{-\alpha}\bar{u}_i(\ell)^T\hat{B}^T P\hat{A}\bar{X}_i(\ell) + \\ & \bar{u}_i(\ell)^T(R + e^{-\alpha}\hat{B}^T P\hat{B})\bar{u}_i(\ell)]. \end{aligned}$$

整理公式, 得到

$$\begin{aligned} & J_i(\bar{X}_i(k)) = \bar{X}_i^T(k)P\bar{X}_i(k) + e^{\alpha k} \sum_{\ell=k}^{\infty} [\bar{u}_i(\ell) + (R + \\ & e^{-\alpha}\hat{B}^T P\hat{B})^{-1}e^{-\alpha}\hat{B}^T P\hat{A}\bar{X}_i(\ell)]^T (R + \\ & e^{-\alpha}\hat{B}^T P\hat{B})[\bar{u}_i(\ell) + (R + \\ & e^{-\alpha}\hat{B}^T P\hat{B})^{-1}e^{-\alpha}\hat{B}^T P\hat{A}\bar{X}_i(\ell)]. \end{aligned}$$

由上式可知, 当

$$\bar{u}_i(\ell) = -[R + e^{-\alpha}\hat{B}^T P\hat{B}]^{-1}e^{-\alpha}\hat{B}^T P\hat{A}\bar{X}_i(\ell)$$

时, 函数 $J_i(\bar{X}_i(k))$ 达到最小值. 即当 $u_i(k) = K_x x_i(k) + K_{x_0} x_0(k)$ 时, 能耗目标函数(16)达到最小值, 车辆队列的能耗最低.

2) 车辆队列控制系统稳定性分析.

为了严格验证所提出车辆队列控制系统的稳定性, 结合式(1)中的运动学模型和定理1中的状态观测器, 给出如下定理.

定理2 考虑一组马尔科夫链通信拓扑下的车辆队列, 其运动学模型可由式(1)描述, 采用观测器(11)和优化控制律(19), 使得车辆跟踪误差 $e_i(k)$ 逐渐趋向于0, 且当初始条件满足 $|\delta_i(0)| \leq |\delta_1(0)|$ 时, 有

$$\|\delta_i(k)\|_{\infty} \leq \beta(\|\delta_1(0)\|_{\infty}, k),$$

车辆队列控制系统满足队列稳定性(ISSS).

证明 第 i 辆车与领航车的误差可写为

$$\begin{aligned} e_i(k) &= x_i(k) - x_0(k) = \\ & x_i(k) - \hat{x}_{i0}(k) + \xi_i(k) = \\ & [I_3, -I_3]X_i(k). \end{aligned}$$

考虑如下李雅普诺夫函数:

$$V_s(\bar{X}_i(k)) = \bar{X}_i^T(k)P\bar{X}_i(k), \quad (24)$$

其中 P 矩阵为 ARE 方程的解, 则式(24)的微分形式为

$$\begin{aligned} \Delta V_s(\bar{X}_i(k)) &= V(\bar{X}_i(k+1)) - V(\bar{X}_i(k)) = \\ & \bar{X}_i^T(k)[e^{-\alpha}(\hat{A}^T + K^T\hat{B}^T)P(\hat{A} + \hat{B}K) - P]\bar{X}_i(k) = \\ & -\bar{X}_i^T(k)[\hat{Q} + K^T R K]\bar{X}_i(k) < 0. \end{aligned}$$

由于 V_s 有界且 $\Delta V_s < 0$, $\bar{X}_i(k)$ 满足一致有界稳定. 结合定理1中的 $\xi_i(k) \rightarrow 0$ ($i = 1, 2, \dots, N$) 可知, $e_i(k)$ 满足一致有界稳定, 即控制目标1稳定性满足.

对于车辆队列系统的队列稳定性, 考虑在初始时刻必然存在常数 η , 使得

$$|\delta_1(0)| = |x_1(0) - x_0(0)| < \eta.$$

相邻车辆间的误差 $\delta_i = e_i - e_{i-1}$ 可重写为

$$\begin{aligned} \delta_i(k+1) &= \\ & A(x_i(k) - x_{i-1}(k)) + B(u_i(k) - u_{i-1}(k)). \end{aligned}$$

结合控制律, δ_i 可表示为

$$\delta_i(k+1) = (A + BK_{x_i})\delta_i(k). \quad (25)$$

由于 (A, B) 为镇定系统, 对式(25)差分方程求解, 得到

$$\delta_i(k) = (A + BK_{x_i})^k \delta_i(0).$$

由于 $A + BK_{x_i}$ 的特征根在单位圆内, 存在常数 η_1, \mathcal{F} , 使得

$$(A + BK_{x_i})^k \leq \mathcal{F}\eta_1^k.$$

当满足 $|\delta_i(0)| \leq |\delta_1(0)|$, 有下式成立:

$$\|\delta_i(k)\|_{\infty} \leq \beta(\|\delta_1(0)\|_{\infty}, k), \quad (26)$$

其中 $\beta(s, k) = \mathcal{F}\eta_1^k s$ 为 \mathcal{KL} 类函数, 则系统是 ISSS 队列稳定的.

综上所述,基于分布式观测器以及能耗优化控制律的车辆队列满足系统稳定性和队列稳定性,同时能耗代价最小. □

为了减小动态切换拓扑对车辆队列稳定性产生的影响,设计了分布式观测器保证领航车辆状态全局可达,在马尔科夫链通信拓扑下每个观测器得到的领航车辆估计状态能够保持一致.在此基础上,提出能耗目标函数,通过求解Riccati方程得到最优控制律,即马尔科夫链通信拓扑下车辆队列能够在满足稳定性的同时能耗达到最小值.

注2 分布式状态观测器利用时变的邻居信息为每辆跟随车快速准确地提供领航车辆信息,基于自身状态和领航车观测状态的控制器的能够保证系统稳定性和队列稳定性同时满足能耗优化,只要求每个可能的通信拓扑均包含一个以领航车为根节点的有向生成树.与部分研究结果相比,大大降低了通信拓扑的要求,增加了实用性,有效减小了动态拓扑的有害影响,同时兼顾稳定性和能耗优化问题.

4 数值仿真

考虑由1辆领航车和4辆跟随车构成的车队模型,并与基于自适应方法的车辆队列控制进行分析对比得到所提出控制方法的有效性^[18].

实验中采用固定车间距 $d = 6\text{ m}$,车身长度为 $L = 4\text{ m}$,发动机常数 $\zeta = 0.125$,空气质量密度 $\gamma = 1\text{ m/s}^3$,第 i 辆车的横截面面积 $S_i = 2.2\text{ m}^2$,拽力系数 $C_{d_i} = 0.35$,机械阻力 $d_{m_i} = 5\text{ N}$,车的质量 $m_i = 1464\text{ kg}$.则反馈线性化控制器可写为

$$c_i = 1464 u_i + 0.385 v_i^2 + 5 + 0.096 v_i a_i.$$

首先为验证分布式状态观测器的性能,根据定理1选取 $\rho(\sigma_k) = 0.5$,领航车和各跟随车观测器的状态初始化为 $x_0(0) = \hat{x}_{10}(0) = \hat{x}_{20}(0) = \hat{x}_{30}(0) = \hat{x}_{40}(0) = [40\ 0\ 0]^T$,仿真总时长为30 s.假设车队的通信拓扑在4个有向图 $\{\mathcal{G}_1, \mathcal{G}_2, \mathcal{G}_3, \mathcal{G}_4\}$ 间切换,每个有向图相应的邻接矩阵 $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \mathcal{A}_3$ 和 \mathcal{A}_4 如下式所示:

$$\mathcal{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathcal{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathcal{A}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathcal{A}_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

令 $\sigma_k = \{1, 2, 3, 4\}$ 分别为 k 时刻4种可能的通信拓扑为 $\mathcal{G}_1, \mathcal{G}_2, \mathcal{G}_3$ 和 \mathcal{G}_4 ,取离散采样间隔 $dt = 0.01$,通信拓扑每隔50个步长进行一次马尔科夫链切换,其转换矩阵为

$$\Pi = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.2 & 0.4 & 0.2 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.1 \\ 0.5 & 0.2 & 0.2 & 0.1 \\ 0.4 & 0.3 & 0.2 & 0.1 \end{bmatrix}.$$

图1为车辆队列通信拓扑的切换信号 σ_k 变化规律.通信拓扑依据马尔科夫链转换矩阵在30 s内共切换60次,其中:通信拓扑 \mathcal{G}_4 出现次数较少, \mathcal{G}_2 次之, \mathcal{G}_1 和 \mathcal{G}_3 最多.

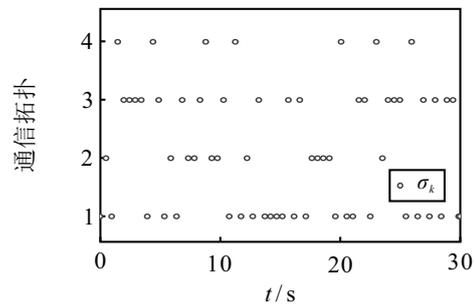


图1 车辆队列通信拓扑变换

图2为各跟随车通过分布式状态观测器得到的领航车位置与真实领航车位置的误差变化曲线.由图2可见,观测器响应时间为0.5 s,最大位置观测误差为0.71 m,在0.5 s前位置误差波动较大,之后收敛至0.这表明分布式领航车辆状态观测器能够保证每辆跟随车在马尔科夫链通信拓扑下快速准确地得到领航车的信息.

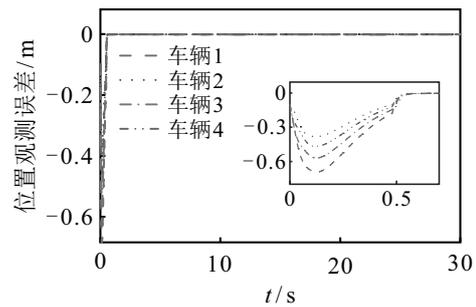


图2 分布式状态观测器位置误差

接下来,基于分布式状态观测器(11)和控制律(19)验证定理2的可行性.取 $\alpha = 0.01$,式(11)中的权重矩阵 Q 和 R 分别选取: $Q = 10[1\ 0\ 0; 0\ 0\ 0; 0\ 0\ 0]$, $R = 0.1$.由Riccati方程(20)解得最优控制增益 K^* 为

$$K^* = [-7.36\ -4.20\ -0.41\ 7.36\ 4.20\ 0.41].$$

根据定理2的条件,各跟随车辆的初始状态值设为: $x_1(0) = [40.5, 0, 0]^T, x_2(0) = [40.3, 0, 0]^T, x_3(0) = [40.2, 0, 0]^T, x_4(0) = [40.1, 0, 0]^T$,其他参数与上述一

致.

图3为领航-跟随车队的位置、速度以及加速度的变化曲线. 由图3(a)可见,在基于ARE方程(20)解的最优控制策略作用下,车辆队列保持期望的车间距向前行驶. 图3(b)中:各跟随车辆的速度在2s内有较小的波动变化,之后迅速与领航车辆速度保持一致并稳定前行. 由图3(c)可见,在初始阶段(0~5s)系统还未达到稳定,跟随车辆的加速度变化幅度较大,之后逐渐趋近于领航车的加速度. $t = 12\text{ s}$ 时,领航车辆加速度的变化导致跟随车辆的加速度有2s的波动,之后与领航车辆最终趋向一致. 这一结果表明具有优化增益的控制律(19)对马尔科夫链拓扑下的车辆队列具有良好的控制效果.

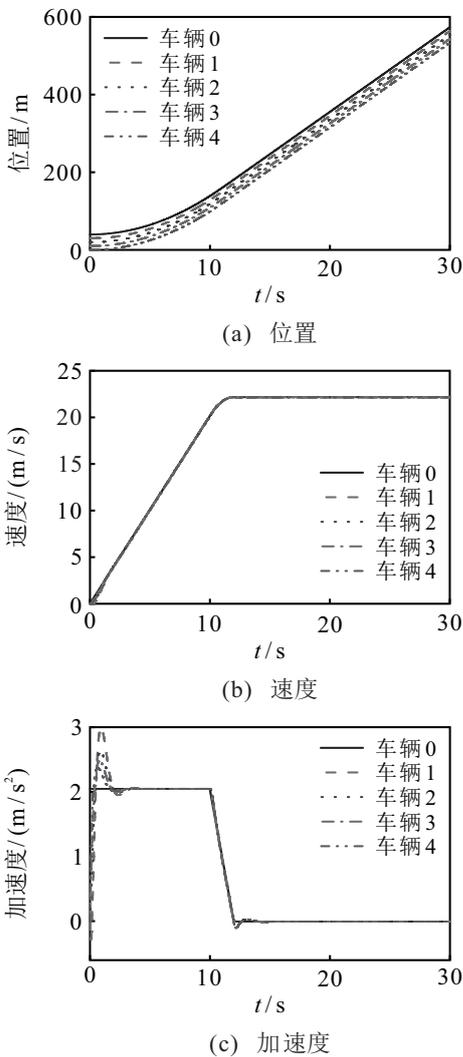


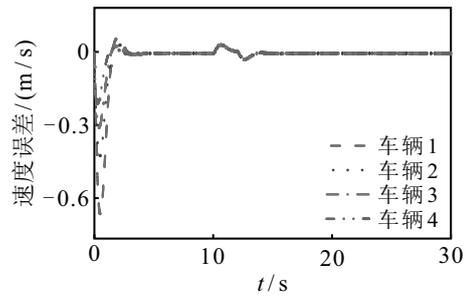
图3 车队车辆位置、速度、加速度曲线

在相同的车辆模型和通信拓扑条件下,图4为不同控制方法下领航-跟随车辆队列的速度误差、加速度误差,其中采用基于自适应方法的控制效果如图4(b)和图4(d)所示,令时延为0,其余参数与可行性验证相同.

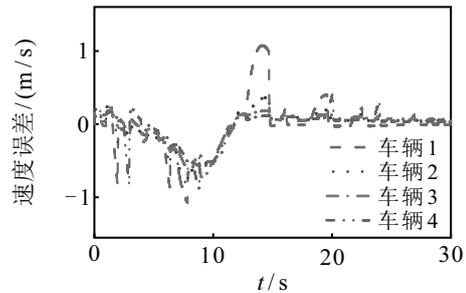
图4(a)和图4(b)中,速度误差最大分别为

0.68 m/s、1.16 m/s. 图4(a)中速度误差波动较小,误差基本为0. 而在图4(b)中速度误差在各切换时刻具有较大的抖动且误差在0值上下波动.

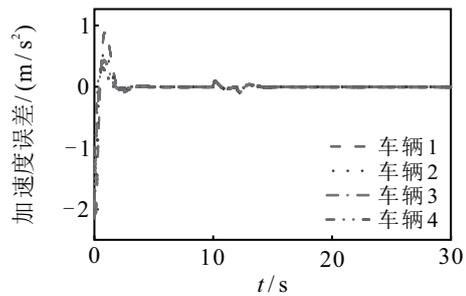
图4(c)和图4(d)中,加速度误差最大分别为 -2.2 m/s^2 、 -20 m/s^2 . 由图4(c)可见,每个跟随车辆能够快速跟踪领航车辆加速度的变化,图4(d)中加速度误差在拓扑切换时刻有非常明显的突变,不利于车队的安全前行.



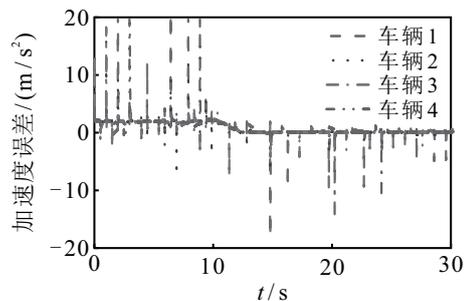
(a) 车队车辆在能耗优化控制器作用下的速度误差曲线



(b) 车队车辆在自适应控制器作用下的速度误差曲线



(c) 车队车辆在能耗优化控制器作用下的加速度误差曲线



(d) 车队车辆在自适应控制器作用下的加速度误差曲线

图4 车队车辆在不同控制器下的速度和加速度误差曲线

图5为不同控制方法下车辆队列的能耗曲线,其中 J_1 和 J_2 分别为基于自适应控制和能耗优化控制作用下的能耗曲线.由图5可见:自适应控制方案下的能耗在各切换时刻波动非常大,且总体能耗较大;而能耗优化控制律下车辆队列的总体能耗较小且变化较为平滑,在12s时能耗趋于0.

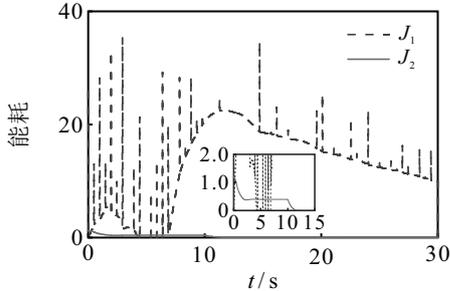


图5 车队车辆的能耗曲线

基于自适应方法的车辆队列控制方案仿真中通信拓扑切换间隔时间为30s且各拓扑结构均能够保证前车-后车的通信,自适应控制器体现出良好的效果,但是在采用与本文相同的切换次数和通信拓扑后,在拓扑切换时刻的控制效果并不理想,由于仿真时间内切换次数过多,拓扑停留时间太短,由图4(d)和图5可见,在与定理2可行性验证拓扑条件相同的情况下,自适应控制律不能保证车辆的队列稳定性,且在切换时刻加速度和速度误差较大.本文的仿真过程中通信拓扑仅能够保证领航车辆的全局可达且30s内拓扑切换60次,由图3~图5可见,车辆队列能够稳定前行.综上,针对具有马尔科夫链通信拓扑的车辆队列,能耗优化控制方法具有一定的优越性.

5 结论

本文研究了马尔科夫链通信拓扑下的车辆队列能耗优化控制问题.根据马尔科夫链拓扑特性,设计了分布式观测器估计领航车辆状态信息.对于能耗优化问题,结合车辆运动学模型提出一种基于Ricatti方程解的优化控制律,使得车辆队列在动态通信拓扑下能够满足系统稳定性的同时能耗最小.此外,分析了该控制系统的稳定性和ISSS队列稳定性,并通过数值仿真验证了所提出控制方法的可行性和有效性.

参考文献(References)

[1] Colombo A, de Campos G R, Rossa F D. Control of a city road network: Distributed exact verification of traffic safety[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2017, 62(10): 4933-4948.
 [2] 柴天佑. 自动化科学与技术发展方向[J]. 自动化学报, 2018, 44(11): 1923-1930.

(Chai T Y. Development directions of automation science and technology[J]. Acta Automatica Sinica, 2018, 44(11): 1923-1930.)
 [3] Feng S, Sun H W, Zhang Y, et al. Tube-based discrete controller design for vehicle platoons subject to disturbances and saturation constraints[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2020, 28(3): 1066-1073.
 [4] 李永福, 何昌鹏, 朱浩, 等. 通信延时环境下异质网联车辆队列非线性纵向控制[J]. 自动化学报, 2021, 47(12): 2841-2856.
 (Li Y F, He C P, Zhu H, et al. Nonlinear longitudinal control for heterogeneous connected vehicle platoon in the presence of communication delays[J]. Acta Automatica Sinica, 2021, 47(12): 2841-2856.)
 [5] 左磊, 刘小敏, 闫茂德, 等. 敏感度函数未知下的非均匀直线覆盖控制算法设计与PLEXE仿真[J]. 控制与决策, 2021, 36(9): 2095-2102.
 (Zuo L, Liu X M, Yan M D, et al. Nonuniform line coverage control for a group of unmanned vehicles with unknown density function and its simulation in PLEXE[J]. Control and Decision, 2021, 36(9): 2095-2102.)
 [6] Li Y F, Tang C C, Li K Z, et al. Consensus-based cooperative control for multi-platoon under the connected vehicles environment[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2019, 20(6): 2220-2229.
 [7] 于晓海, 郭戈. 车队控制中的一种通用可变时距策略[J]. 自动化学报, 2019, 45(7): 1335-1343.
 (Yu X H, Guo G. A general variable time headway policy in platoon control[J]. Acta Automatica Sinica, 2019, 45(7): 1335-1343.)
 [8] 闫茂德, 宋家成, 杨盼盼, 等. 基于信息一致性的自主车辆变车距队列控制[J]. 控制与决策, 2017, 32(12): 2296-2300.
 (Yan M D, Song J C, Yang P P, et al. Consensus based platoon for autonomous vehicles with time varying intervehicle distance[J]. Control and Decision, 2017, 32(12): 2296-2300.)
 [9] Zheng Y, Eben Li S, Wang J Q, et al. Stability and scalability of homogeneous vehicular platoon: Study on the influence of information flow topologies[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2016, 17(1): 14-26.
 [10] Wu Y J, Li S E, Cortés J, et al. Distributed sliding mode control for nonlinear heterogeneous platoon systems with positive definite topologies[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2020, 28(4): 1272-1283.
 [11] Wu Z G, Xu Y, Lu R Q, et al. Event-triggered control

- for consensus of multiagent systems with fixed/switching topologies[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2018, 48(10): 1736-1746.
- [12] Wen G H, Yu W W, Xia Y Q, et al. Distributed tracking of nonlinear multiagent systems under directed switching topology: An observer-based protocol[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics Systems*, 2017, 47(5): 869-881.
- [13] Liu Z L, Yan W S, Li H P, et al. Cooperative output regulation problem of discrete-time linear multi-agent systems with Markov switching topologies[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2020, 357(8): 4795-4816.
- [14] Mu C X, Zhao Q, Sun C Y. Optimal model-free output synchronization of heterogeneous multiagent systems under switching topologies[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2020, 67(12): 10951-10964.
- [15] Zhang J, Zhang H, Zhang K, et al. Observer-based output feedback event-triggered adaptive control for linear multiagent systems under switching topologies[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, DOI: 10.1109/TNNLS.2021.3084317.
- [16] Li S, Chen J P. Asynchronous consensus dynamics for group of high-order agents under switching topologies and time-varying delays[J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 218676-218684.
- [17] 雷鸿博, 郭戈, 高原. 通信中断时的网联车辆协作自适应巡航控制[J]. *控制与决策*, 2021, 36(4): 933-939.
(Lei H B, Guo G, Gao Y. Cooperative adaptive cruise control of connected vehicles under communication interruption[J]. *Control and Decision*, 2021, 36(4): 933-939.)
- [18] Yu G K, Wong P K, Huang W, et al. Distributed adaptive consensus protocol for connected vehicle platoon with heterogeneous time-varying delays and switching topologies[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2022, 23(10): 17620-17631.
- [19] Wang P W, Deng H, Zhang J, et al. Model predictive control for connected vehicle platoon under switching communication topology[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2022, 23(7): 7817-7830.
- [20] Li K Q, Bian Y G, Li S E, et al. Distributed model predictive control of multi-vehicle systems with switching communication topologies[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2020, 118: 102717.
- [21] Feng S, Zhang Y, Li S E, et al. String stability for vehicular platoon control: Definitions and analysis methods[J]. *Annual Reviews in Control*, 2019, 47: 81-97.
- [22] Barooah P, Hespanha J P. Error amplification and disturbance propagation in vehicle strings with decentralized linear control[C]. *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control*. Seville, 2005: 4964-4969.

作者简介

闫茂德(1974—), 男, 教授, 博士生导师, 从事非线性控制理论及应用、交通信息物理融合系统、自主车队建模与队形控制、交通信息集成技术等研究, E-mail: mdyan@chd.edu.cn;

君萌萌(1999—), 女, 硕士生, 从事动态通信拓扑结构、车辆队列、能耗优化等研究, E-mail: mengmengjun@chd.edu.cn;

左磊(1989—), 男, 副教授, 博士, 从事多智能体协同控制、覆盖控制以及车辆队列控制等研究, E-mail: l_zuo@chd.edu.cn.