

控制与决策

Control and Decision

饱和非时齐泊松失效过程下网络系统连边交互机理分析

杜永军, 张攀, 蔡志强

引用本文:

杜永军, 张攀, 蔡志强. 饱和非时齐泊松失效过程下网络系统连边交互机理分析[J]. *控制与决策*, 2024, 39(1): 180–188.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.0857>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[考虑社会网络邻接关系的群体判断矩阵决策方法](#)

Group preference relations decision making approach based on social network adjacency relations

控制与决策. 2021, 36(4): 983–992 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0817>

[考虑社会网络邻接关系的群体判断矩阵决策方法](#)

Group preference relations decision making approach based on social network adjacency relations

控制与决策. 2021, 36(4): 983–992 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0817>

[考虑主体心理行为的三边单向非循环稳定匹配](#)

Three-sided stable matching with one-way acyclic preference considering agent's psychological behavior

控制与决策. 2021, 36(3): 741–746 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1047>

[专家交互情境下不完备群组DEMATEL决策方法](#)

Incomplete group DEMATEL decision-making method under expert interaction context

控制与决策. 2020, 35(12): 3066–3072 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0353>

[双层相依网络化指挥信息系统级联失效研究](#)

Cascading failure of double layer networked command information system

控制与决策. 2020, 35(12): 3017–3025 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0696>

饱和非时齐泊松失效过程下网络系统连边交互机理分析

杜永军^{1†}, 张攀², 蔡志强²

(1. 兰州理工大学 经济管理学院, 兰州 730050; 2. 西北工业大学 机电学院, 西安 710072)

摘要: 给定由若干连边和节点组成的网络系统, 为了有效、经济地提升整个网络的可靠性, 一些耦合的 2 条连边关于整个网络失效的交互机理需要加以分析. 首先, 采用饱和非时齐泊松过程刻画连边的失效过程, 基于组合计数的思想, 导出 2 条连边处于 4 种不同状态的概率公式, 并结合 2 条连边的联合 D-谱, 发展联合失效重要度的计算公式, 用于分析 2 条连边关于网络失效的交互机理. 理论分析表明, 当时间 t 趋于 0 或趋于无穷大时, 2 条连边的交互效果越来越微弱. 然后, 由于精确的计算联合失效重要度的值是 NP-难问题, 设计蒙特卡洛近似算法求其值. 最后, 提供一个路网的算例, 其数值结果表明, 所提出联合失效重要度计算方法能够有效地阐释 2 条连边关于网络失效的交互机理.

关键词: 网络; 可靠性; 饱和非时齐泊松过程; 联合失效重要度; 交互机理; 蒙特卡洛

中图分类号: F224.33 **文献标志码:** A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2022.0857

引用格式: 杜永军, 张攀, 蔡志强. 饱和非时齐泊松失效过程下网络系统连边交互机理分析 [J]. 控制与决策, 2024, 39(1): 180-188.

Analysis of link interaction regarding network failure subject to a saturated nonhomogeneous poisson process

DU Yong-jun^{1†}, ZHANG Pan², CAI Zhi-qiang²

(1. School of Economics and Management, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China; 2. School of Mechanical Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: The communication, computer and transportation systems can all be modelled as a network composed of vertices and links. To economically and efficiently improve network reliability, the interactions of these coupled two links regarding network failure must be analyzed. Therefore, under the condition that link failures appear according to a saturated nonhomogeneous Poisson process, we propose a novel method to calculate the joint failure importance (JFI) for the two links given, which can characterize how the links interact in contributing to network failure. Specifically, based on the knowledge of combinatorial counting, the probabilities that arbitrary two links are in four different states are derived. Then, combining the joint D-spectrum for the two links, a formula to calculate the JFI is established. Theoretical analysis shows that when time t approaches zeros or infinity, the interaction effects between the two links are more and more weak. Since the exact computing for JFI is NP-hard problem, we provide a Monte-Carlo algorithm to evaluate JFI. Finally, we perform a numerical example of a road network to demonstrate the method for computing JFI. The numerical results show that proposed method for computing JFI can efficiently account for the interaction of links on network failure.

Keywords: network; reliability; saturated nonhomogeneous Poisson process; joint failure importance; link interaction; Monte-Carlo

0 引言

系统可靠性是指系统在规定时间和条件下完成规定任务的能力, 面向不同的应用背景, 诸多学者提出和研究了不同的系统可靠性建模问题^[1-4]. 系统可靠性优化设计是指, 在有限的经费预算内, 通过增加

冗余组件或提升组件可靠性等方法达到整个系统可靠性的最大化. 重要度分析理论是系统可靠性优化设计的基础理论之一, 利用重要度能够识别系统的薄弱环节, 提升系统优化的效率, 为整个系统可靠性的优化提供支撑依据^[5-7]. 一个组件的重要度量化了该

收稿日期: 2022-05-16; 录用日期: 2022-08-28.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (72161025, 71871181, 12072139); 陕西省重点研发计划项目 (2021ZDLGY10-03, 2021ZDLGY12-06).

责任编辑: 李登峰.

[†]通讯作者. E-mail: yjdu@vip.163.com.

组件状态的改变,对整个系统可靠性的影响程度,即代表了该组件对系统可靠性优化的重要性程度.然而,单个组件重要度的局限性在于,不能直接量化2个组件或多个组件联合作为一个“团体”的重要性程度^[8].如在系统可靠性优化中,经常使用备用的性能较好的组件替换系统中某一个性能较差的组件.但是,由于预算的限制,某一组件的可靠性提升伴随着牺牲系统中其他一些组件的性能.因此,为了降低系统可靠性的优化成本和提升优化效率,在评估组件的重要性的程度时,一些耦合的多个组件关于网络失效的交互机理应加以分析.

为了量化2个组件的交互效果,一些学者提出2个组件的联合重要度^[8],包括联合可靠性重要度(joint reliability importance, JRI)和联合失效重要度(joint failure importance, JFI).若 $JRI(i, j) \leq 0$ ($JRI(i, j) \geq 0$),则这2个组件*i*和*j*称为“互替型”(“互补型”)^[8]. $JRI(i, j)$ 的绝对值和符号分别反映了2个组件*i*和*j*关于整个系统可靠性的交互程度和类型.不等式 $JRI(i, j) > 0$ 表明,当已知一个组件*i*运行时,另一个组件*j*将会更重要(协同效果);不等式 $JRI(i, j) < 0$ 表明,当已知一个组件*i*运行时,另一个组件*j*将会较不重要(效益递减);不等式 $JRI(i, j) = 0$ 表明,当一个组件*i*运行时,另一个组件*j*的重要性程度不变.对于一些具有特殊简单结构的系统组件的联合重要度的计算和分析,吸引了许多学者的研究^[9-12].这些研究工作对分析组件间的交互机理大有裨益,与过去只研究单个组件的重要度相比是一大进步.然而,当系统组件的失效服从某一动态的计数过程时,前人的工作未能阐释组件交互机理;且上述研究所涉及系统的结构比较简单,没有对结构复杂的网络系统的组件交互机理开展研究.

现代基础设施中电力、交通、通信实际系统的数学模型,是由节点和连边组成的网络系统(简称网络),其中一些关键的不可分离的节点组成终端集合 K ^[13].如在电力网络中,节点表示变电站或用电设备,连边表示输电线路.假设节点绝对可靠,而连边(即系统的组件)以一定概率发生失效,网络可靠性定义为终端集合 K 中的所有终端彼此连通的概率.在日常实际工作生活中,由于受到外在的高温、高压和地震等随机环境的影响,网络连边会随着时间的推移而随机地发生失效,其发生失效的连边数目应服从某一计数过程.基于该计数过程,以色列学者Gertsbakh等^[14]推导出了一个动态的网络可靠性的计算公式,其值依赖于网络结构和时刻*t*的失效连边数目的概率分

布.受此启发,Zarezadeh等^[15]在连边失效服从非时齐泊松过程和几何计数过程时^[16],给出了网络寿命的一些关于随机老化的性质.然而,这些研究并没有分析网络连边失效对整个网络可靠性的影响程度,即没有连边失效服从计数过程的条件下对网络开展薄弱环节分析.

在作者以前的研究工作中,分别采用饱和非时齐泊松过程^[17]和饱和分支过程^[18]等计数过程,对连边失效过程进行建模,并据此发展了网络单条连边的重要度计算公式,初步给出了识别网络薄弱环节的方法.但是,仍然未妥善解决2条连边的联合重要度如何计算这一关键问题,以至于无法洞察连边间的交互机理,不能全面明确网络的薄弱环节,也不能有效地降低网络可靠性优化的成本.鉴于此,本文在连边失效服从饱和非时齐泊松过程的条件下,发展网络连边联合失效重要度的计算方法,并据此阐释2条连边间的交互机理.此外,精确地计算联合失效重要度的值是NP-难问题,故设计蒙特卡洛近似算法求其值.

1 饱和非时齐泊松失效过程下网络可靠性建模

泊松过程是一类应用广泛的计数过程,当单位时间发生的事件平均次数(即泊松过程的强度)为一固定常数时,称之为时齐泊松过程.但是面对大量的实际问题时,事件发生的强度并不是常数,而是一个随着时间变化的函数,称之为非时齐泊松过程.如高铁站到达的旅客人数在白天会强度大,而在晚上会强度小.因此,与时齐泊松过程相比,非时齐泊松过程更能够准确地模拟实际问题中的计数过程^[19].给定一个具有*n*条连边的网络,当失效连边的总数目最大为*n*时,连边失效过程将会发生饱和,即不会有新的连边失效发生,故本节将考虑的连边失效过程是饱和非时齐泊松过程.

令 $N(t)$ 为*t*时刻某随机事件发生的总次数,称一个计数过程 $\{N(t), t \geq 0\}$ 是强度为 $\lambda(t)$ 的饱和非时齐泊松过程,若满足下列条件^[17]:

$$1) N(0) = 0;$$

2) $N(t)$ 增量独立,即在2个不相交的时间区间内该随机事件发生的次数相互独立;

3) $P\{N(t+h)N(t) \geq 2\} = o(h)$, $o(h)$ 为*h*的高阶无穷小;

$$4) P\{N(t+h) - N(t) = 1\} = \lambda(t)h + o(h);$$

$$5) N(t) = 0, 1, 2, \dots, n.$$

根据上述5个条件,得到时刻*t*的 $N(t)$ 的概率质

量函数为

$$P(N(t) = k) = \begin{cases} e^{-\Lambda(t)} \frac{(\Lambda(t))^k}{k!}, & k = 0, 1, \dots, n-1; \\ 1 - \sum_{j=0}^{n-1} e^{-\Lambda(t)} \frac{(\Lambda(t))^j}{j!}, & k = n. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\Lambda(t) = \int_0^t \lambda(t) dt = E(N(t))$, $\Lambda(t)$ 为期望函数.

由于 $\lambda(t) > 0$, $\lim_{t \rightarrow 0} \Lambda(t) = \lim_{t \rightarrow 0} \int_0^t \lambda(t) dt = 0$, 且

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \Lambda(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \int_0^t \lambda(t) dt = +\infty.$$

本节在连边失效为饱和非时齐过程的条件下, 结合网络中D-谱的概念, 分析网络的可靠性.

1.1 网络D-谱定义及其特点

在网络可靠性计算和重要度分析方面, 网络D-谱发挥着重要作用^[20]. 为了定义网络中D-谱的概念, 首先需要一些关于网络系统的基本概念.

本文研究的网络系统(简称网络)是一个由节点和连边构成的无向图 $N = (V, E, K)$. 其中: V 为网络中全部节点的集合; E 为网络全部连边的集合且 $|E| = n$; $K (K \subseteq V)$ 为网络终端集合, 是由一些不可分离的关键节点构成的集合. 假设网络节点绝对可靠, 而网络连边会以共同的概率发生失效. 连边失效意味着该连边可从网络中删除, 可能导致整个网络发生失效. 网络运行当且仅当 K 中任意2个终端均被一些运行的连边连通. 网络的割(路), 是指一些失效(运行)的连边集合, 且这些失效(运行)的连边会导致整个网络失效(运行), 称该集合中连边的数目为该割(路)的基数. 给定网络中一条连边 i , 二态变量 $x_i = 1$ 和 $x_i = 0$ 分别为连边 i 处于运行和失效状态; 连边 i 的可靠性为 p_i , 即 $p_i = P(x_i = 1)$, $q_i = P(x_i = 0) = 1 - p_i$, $i = 1, 2, \dots, n$. 令 $\phi(\mathbf{x})$ 为网络结构函数, $\phi(\mathbf{x}) = 1$ 和 $\phi(\mathbf{x}) = 0$ 分别为网络处于运行和失效状态, 其中 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$. 网络可靠性定义为该网络处于运行状态的概率, 即 $R = P(\phi(\mathbf{x}) = 1) = R(p_1, p_2, \dots, p_n)$; 网络失效概率为 $\bar{R} = P(\phi(\mathbf{x}) = 0) = 1 - P(\phi(\mathbf{x}) = 1)$.

现在定义网络中D-谱的概念. 令 $D(k) = P(\phi = 0 | N(t) = k)$, 称 $D(k)$ 为网络D-谱; 给定网络中2条连边 i 和 j , 令

$$\begin{aligned} D(k, 1_i, 1_j) &= P(\phi = 0, x_i = 1, x_j = 1 | N(t) = k), \\ D(k, 1_i, 0_j) &= P(\phi = 0, x_i = 1, x_j = 0 | N(t) = k), \\ D(k, 0_i, 1_j) &= P(\phi = 0, x_i = 0, x_j = 1 | N(t) = k), \\ D(k, 0_i, 0_j) &= P(\phi = 0, x_i = 0, x_j = 0 | N(t) = k). \end{aligned}$$

定义 $D(k, 1_i, 0_j)$ 、 $D(k, 1_i, 1_j)$ 、 $D(k, 0_i, 1_j)$ 和 $D(k, 0_i, 0_j)$ 为连边 i 与 j 的联合D-谱, 其中 $i, j = 1, 2, \dots, n$, $k = 1, 2, \dots, n$. 显然

$$\begin{aligned} D(k) &= D(k, 1_i, 0_j) + D(k, 1_i, 1_j) + \\ &D(k, 0_i, 1_j) + D(k, 0_i, 0_j). \end{aligned}$$

当连边 i 运行(失效)时, 致使整个网络运行(失效), 则称 $\{i\}$ 为网络的单边路(割); 当连边 i 和 j 均处于运行(失效)状态时, 致使整个网络运行(失效), 则称 $\{i, j\}$ 为网络的2-边路(割). 此外, $\{i, j\}$ 不是2-边路当且仅当 $E - \{i, j\}$ 是唯一的基数为 $n - 2$ 的割; $\{i\}$ 不是单边路当且仅当 $E - \{i\}$ 是唯一的基数为 $n - 1$ 的割. 需要指出的是, 根据联合D-谱的定义, 若 $\{j\}$ 不为单边割时, 则 $D(1, 1_i, 0_j) = 0$; 若 $\{i, j\}$ 不为2-边割时, 则 $D(2, 0_i, 0_j) = 0$.

1.2 网络系统可靠性建模

给定一个具有 n 条连边的网络, 当连边失效过程是饱和非时齐泊松过程 $\{N(t), t \geq 0\}$ 时, 为了在下一节建立联合失效重要度的计算公式, 首先需要构建和分析网络可靠性模型, 具体如下.

根据全概率公式, 得到网络在时刻 t 的失效概率为

$$\begin{aligned} P(\phi = 0) &= \\ &\sum_{k=0}^n P(\phi = 0 | N(t) = k) P(N(t) = k) = \\ &\sum_{k=1}^n P(N(t) = k) D(k), \end{aligned} \quad (2)$$

其中第2个等式由D-谱的定义得到.

利用全概率公式, 得到

$$\begin{aligned} P(\phi = 0, x_i = 1, x_j = 1) &= \\ &\sum_{k=0}^{k=n} \{P(\phi = 0, x_i = 1, x_j = 1 | (N(t) = k)) \times \\ &P(N(t) = k)\} = \\ &\sum_{k=0}^{k=n} P(N(t) = k) D(k, 1_i, 1_j), \end{aligned} \quad (3)$$

其中第2个等式由联合D-谱的定义得到.

类似于式(3), 由全概率公式和联合D-谱的定义, 得到如下计算公式:

$$\begin{aligned} P(\phi = 0, x_i = 1, x_j = 0) &= \\ &\sum_{k=0}^{k=n} \{P(\phi = 0, x_i = 1, x_j = 0 | (N(t) = k)) \times \\ &P(N(t) = k)\} = \end{aligned}$$

$$\sum_{k=0}^{k=n} P(N(t) = k)D(k, 1_i, 0_j); \tag{4}$$

$$P(\phi = 0, x_i = 0, x_j = 1) =$$

$$\sum_{k=0}^{k=n} \{P(\phi = 0, x_i = 0, x_j = 1 | (N(t) = k)) \times P(N(t) = k)\} =$$

$$\sum_{k=0}^{k=n} P(N(t) = k)D(k, 0_i, 1_j); \tag{5}$$

$$P(\phi = 0, x_i = 0, x_j = 0) =$$

$$\sum_{k=0}^{k=n} \{P(\phi = 0, x_i = 0, x_j = 0 | (N(t) = k)) \times P(N(t) = k)\} =$$

$$\sum_{k=0}^{k=n} P(N(t) = k)D(k, 0_i, 0_j). \tag{6}$$

2 饱和非时齐泊松失效过程下网络连边交互机理

本节在连边失效过程是饱和非时齐泊松过程的条件下,推导连边联合失效重要度计算方法,并以此为基础分析2条连边关于网络失效的交互机理.

2.1 联合失效重要度计算

联合失效重要度量化了2个组件关于系统失效的交互效果^[8],有

$$\begin{aligned} JFI(i, j) = & P(\phi = 0 | x_i = 0, x_j = 0) - \\ & P(\phi = 0 | x_i = 0, x_j = 1) - \\ & P(\phi = 0 | x_i = 1, x_j = 0) + \\ & P(\phi = 0 | x_i = 1, x_j = 1), \end{aligned}$$

其中*i*和*j*为系统中任意给定的2个组件.给定一个具有*n*条连边的网络的2条连边*i*和*j*,为了发展这2条连边的联合失效重要度的计算方法,需要导出这2条连边处于4种不同状态的概率的计算公式,即 $P(x_i = 0, x_j = 0)$ 、 $P(x_i = 1, x_j = 0)$ 、 $P(x_i = 0, x_j = 1)$ 和 $P(x_i = 1, x_j = 1)$.下文基于时刻*t*的失效连边数目的概率分布,利用组合计数的技术,给出这4个概率公式.

注意到 $P(x_i = 1 | N(t) = n) = 0$ 以及 $P(x_i = 1 | N(t) = 0) = 1$.一般地,由于给定网络所有*n*条连边的失效同分布,有

$$P(x_i = 1 | N(t) = k) = (n - k) / n, \quad k = 0, 1, \dots, n.$$

此外,当已知 $x_i = 1$ 且 $N(t) = k$ 时,即在不包括连边*i*的剩余的*n - 1*条连边中有*k*条连边失效,则

$$P(x_j = 0 | x_i = 1, N(t) = k) = k / (n - 1),$$

且

$$\begin{aligned} P(x_j = 1 | x_i = 1, N(t) = k) = \\ 1 - P(x_j = 0 | x_i = 1, N(t) = k) = \\ (n - k - 1) / (n - 1). \end{aligned}$$

最后,利用条件概率公式得到

$$\begin{aligned} P(x_i = 1, x_j = 1 | N(t) = k) = \\ P(x_i = 1 | N(t) = k) \cdot P(x_j = 1 | x_i = 1, N(t) = k) = \\ [(n - k) / n] \times [(n - k - 1) / (n - 1)]. \end{aligned}$$

利用全概率公式^[19],可求得 $P(x_i = 1, x_j = 1)$ 的计算公式为

$$\begin{aligned} P(x_i = 1, x_j = 1) = \\ \sum_{k=0}^{k=n} P(x_i = 1, x_j = 1 | N(t) = k) P(N(t) = k) = \\ \sum_{k=0}^{k=n} P(N(t) = k) \frac{n - k}{n} \cdot \frac{n - k - 1}{n - 1}. \tag{7} \end{aligned}$$

与得到式(7)的原理相似,可得到如下3个计算公式:

$$\begin{aligned} P(x_i = 0, x_j = 0) = \\ \sum_{k=0}^{k=n} P(x_i = 0, x_j = 0 | N(t) = k) P(N(t) = k) = \\ \sum_{k=0}^{k=n} P(N(t) = k) \frac{k - 1}{n - 1} \cdot \frac{k}{n}; \tag{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(x_i = 1, x_j = 0) = \\ \sum_{k=0}^{k=n} P(x_i = 1, x_j = 0 | N(t) = k) P(N(t) = k) = \\ \sum_{k=0}^{k=n} P(N(t) = k) \frac{n - k}{n - 1} \cdot \frac{k}{n}; \tag{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(x_i = 0, x_j = 1) = \\ \sum_{k=0}^{k=n} P(x_i = 0, x_j = 1 | N(t) = k) P(N(t) = k) = \\ \sum_{k=0}^{k=n} P(N(t) = k) \frac{n - k}{n - 1} \cdot \frac{k}{n}. \tag{10} \end{aligned}$$

易验证等式

$$\begin{aligned} P(x_i = 0, x_j = 0) + P(x_i = 1, x_j = 0) + \\ P(x_i = 0, x_j = 1) + P(x_i = 1, x_j = 1) = 1 \end{aligned}$$

成立.在连边失效服从饱和非时齐泊松过程的条件下,下文给出网络中2条连边的联合失效重要度的计

算公式.

首先,由条件概率公式得到

$$P(\phi = 0|x_i = 1, x_j = 1) = \frac{P(\phi = 0, x_i = 1, x_j = 1)}{P(x_i = 1, x_j = 1)}.$$

结合式(3)与(7),得到 $P(\phi = 0|x_i = 1, x_j = 1)$ 的计算公式为

$$P(\phi = 0|x_i = 1, x_j = 1) = \frac{\sum_{k=0}^{k=n} P(N(t) = k)D(k, 1_i, 1_j)}{\sum_{k=0}^{k=n} P(N(t) = k) \frac{n-k}{n} \cdot \frac{n-k-1}{n-1}}. \quad (11)$$

同理, $P(\phi = 0|x_i = 0, x_j = 0)$ 的计算公式为

$$P(\phi = 0|x_i = 0, x_j = 0) = \frac{\sum_{k=0}^{k=n} P(N(t) = k)D(k, 0_i, 0_j)}{\sum_{k=0}^{k=n} P(N(t) = k) \frac{k-1}{n-1} \cdot \frac{k}{n}}; \quad (12)$$

$P(\phi = 0|x_i = 1, x_j = 0)$ 的计算公式为

$$P(\phi = 0|x_i = 1, x_j = 0) = \frac{\sum_{k=0}^{k=n} P(N(t) = k)D(k, 1_i, 0_j)}{\sum_{k=0}^{k=n} P(N(t) = k) \frac{n-k}{n-1} \cdot \frac{k}{n}}; \quad (13)$$

$P(\phi = 0|x_i = 0, x_j = 1)$ 的计算公式为

$$P(\phi = 0|x_i = 0, x_j = 1) = \frac{\sum_{k=0}^{k=n} P(N(t) = k)D(k, 0_i, 1_j)}{\sum_{k=0}^{k=n} P(N(t) = k) \frac{n-k}{n-1} \cdot \frac{k}{n}}. \quad (14)$$

最后,结合式(11)~(14),得到连边 i 与 j 的联合失效重要度 $JFI(t, i, j)$ 的计算公式为

$$JFI(t, i, j) = \frac{\sum_{k=0}^{k=n} P(N(t) = k)D(k, 0_i, 0_j)}{\sum_{k=0}^{k=n} P(N(t) = k) \frac{k-1}{n-1} \cdot \frac{k}{n}} - \frac{\sum_{k=0}^{k=n} P(N(t) = k)D(k, 1_i, 0_j)}{\sum_{k=0}^{k=n} P(N(t) = k) \frac{n-k}{n-1} \cdot \frac{k}{n}}$$

$$\frac{\sum_{k=0}^{k=n} P(N(t) = k)D(k, 0_i, 1_j)}{\sum_{k=0}^{k=n} P(N(t) = k) \frac{n-k}{n-1} \cdot \frac{k}{n}} + \frac{\sum_{k=0}^{k=n} P(N(t) = k)D(k, 1_i, 1_j)}{\sum_{k=0}^{k=n} P(N(t) = k) \frac{n-k}{n} \cdot \frac{n-k-1}{n-1}}. \quad (15)$$

需要说明的是,在连边失效过程是饱和非时齐泊松过程的条件下,2条连边 i 与 j 的联合失效重要度为时间 t 的函数,故这里和下文中,使用 $JFI(t, i, j)$ 代替 $JFI(i, j)$.

2.2 2条连边的交互分析

给定网络 $N(V, E, K)$ 的2条连边 i 和 j ,在时刻 t ,若 $JFI(t, i, j) > 0$,则称 i 与 j 正相关;若 $JFI(t, i, j) < 0$,则称 i 与 j 负相关;若 $JFI(t, i, j) = 0$,则称 i 与 j 不相关.据 Kuo 等^[8]的研究结果, $JFI(t, i, j) > 0$ 表明,与已知连边 j 运行时比较,当已知连边 j 失效时,连边 i 更重要;而不等式 $JFI(t, i, j) < 0$ 则表明了相反的结论,即与已知连边 j 运行时比较,当已知连边 j 失效时,连边 i 较不重要.联合失效重要度的绝对值和符号分别反映了2条连边关于整个网络失效的交互程度和类型,且绝对值越大,表明交互程度越强.此外,正相关意味着2条连边对于网络失效概率的改善发挥着“协同作用”的效果;负相关意味着2条连边对于网络失效概率的改善发挥着“效益递减”的效果^[8].因此,研究2条连边关于网络失效的交互程度和类型对于整个网络可靠性的提升具有重要意义.

在连边失效的发生服从强度为 $\lambda(t)$ 的饱和非时齐泊松过程 $\{N(t), t \geq 0\}$ 的条件下,定理1表明,当时间 t 充分小或足够大时,2条连边的交互越来越微弱.

定理1 给定一个 n 条连边的网络 $N(V, E, K)$,其连边失效的发生服从强度为 $\lambda(t)$ 的饱和非时齐泊松过程 $\{N(t), t \geq 0\}$.

1) 对于任意2条连边 i 和 j ,若 $\{i, j\}$ 不是2-边割,则

$$\lim_{t \rightarrow 0} JFI(t, i, j) = 0; \quad (16)$$

2) 对于任意2条连边 i 和 j ,若 $\{i, j\}$ 不是2-边路,则

$$\lim_{t \rightarrow \infty} JFI(t, i, j) = 0. \quad (17)$$

证明 1) 由于 $\{i, j\}$ 不为2边割时, $D(2, 0_i, 0_j) = 0$,且如下等式成立(注意分子中, k 从 $3 \sim n$ 取值,分母

中, k 从 $2 \sim n$ 取值):

$$P(\phi = 0 | x_i = 0, x_j = 0) = \frac{\sum_{k=3}^{k=n} P(N(t) = k) D(k, 0_i, 0_j)}{\sum_{k=2}^{k=n} P(N(t) = k) \frac{k}{n} \cdot \frac{k-1}{n-1}}$$

由式(1)可得, 当 $t \rightarrow 0$ 时, $P(N(t) = 0) \rightarrow 1$, 且 $P(N(t) = k) \rightarrow 0 (k = 1, 2, \dots, n)$; 同时, 当 $t \rightarrow 0$ 时, 下式成立:

$$\frac{P(N(t) = k)}{P(N(t) = k - 1)} \rightarrow 0, \quad (18)$$

其中 $k = 1, 2, \dots, n$. 由式(18), 当 $t \rightarrow 0$ 时, 忽略高阶无穷小, 得到

$$\lim_{t \rightarrow 0} P(\phi = 0 | x_i = 0, x_j = 0) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{P(N(t) = 3) F(3, 0_i, 0_j) + o(P(N(t) = 3))}{P(N(t) = 2) \frac{2}{n} \cdot \frac{1}{n-1} + o(P(N(t) = 2))} = 0.$$

类似于前文的推理, 当 $t \rightarrow 0$ 时, 得到

$$P(\phi = 0 | x_i = 0, x_j = 1) \rightarrow 0,$$

$$P(\phi = 0 | x_i = 1, x_j = 0) \rightarrow 0,$$

$$P(\phi = 0 | x_i = 1, x_j = 1) \rightarrow 0.$$

故当 $t \rightarrow 0$ 时, 得到

$$\begin{aligned} JFI(t, i, j) &= P(\phi = 0 | x_i = 0, x_j = 0) - \\ &P(\phi = 0 | x_i = 0, x_j = 1) - \\ &P(\phi = 0 | x_i = 1, x_j = 0) + \\ &P(\phi = 0 | x_i = 1, x_j = 1) \rightarrow \\ &0 - 0 - 0 + 0 = 0. \end{aligned}$$

2) 由于 $\{i, j\}$ 不是 2-边路, $E - \{i, j\}$ 是唯一的基数为 $n - 2$ 的割, 且

$$D(n - 2, 1_i, 1_j) = \binom{n}{n-2}^{-1} = \frac{2}{n(n-1)}. \quad (19)$$

另一方面, 由式(1)可得, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $P(N(t) = n) \rightarrow 1$, 且 $P(N(t) = k) \rightarrow 0 (k = 0, 1, \dots, n - 1)$; 同时, 下式成立:

$$\frac{P(N(t) = k - 1)}{P(N(t) = k)} \rightarrow 0, \quad (20)$$

其中 $k = 1, 2, \dots, n$.

当 $t \rightarrow \infty$ 时, 由式(20), 忽略高阶无穷小, 结合式(19), 得到

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} P(\phi = 0 | x_i = 1, x_j = 1) &= \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\left(P(N(t) = n - 2) \frac{2}{n(n-1)} + o(P(N(t) = \right. \right. \end{aligned}$$

$$\left. n - 2) \right) / \left(P(N(t) = n - 2) \frac{2}{n(n-1)} + o(P(N(t) = n - 2)) \right) = 1.$$

同理, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, 有

$$P(\phi = 0 | x_i = 0, x_j = 0) \rightarrow 1,$$

$$P(\phi = 0 | x_i = 0, x_j = 1) \rightarrow 1,$$

$$P(\phi = 0 | x_i = 1, x_j = 0) \rightarrow 1.$$

故当 $t \rightarrow \infty$ 时, 得到

$$JFI(t, i, j) = P(\phi = 0 | x_i = 0, x_j = 0) -$$

$$P(\phi = 0 | x_i = 0, x_j = 1) -$$

$$P(\phi = 0 | x_i = 1, x_j = 0) +$$

$$P(\phi = 0 | x_i = 1, x_j = 1) \rightarrow$$

$$1 - 1 - 1 + 1 = 0. \quad \square$$

2.3 算法设计

根据式(15), 为了计算连边的联合失效重要度, 需要计算连边的联合 D-谱的值. 但是 Vaisman 等^[20] 的研究结果表明, 连边联合 D-谱的精确计算为 NP-难问题. 因此, 一个可行的方法为借助蒙特卡洛近似算法计算联合失效重要度的值, 具体如下.

算法1 计算联合失效重要度.

输入: 一个具有 n 条连边的网络, 饱和非时齐泊松过程的失效强度 $\lambda(t)$;

输出: 连边的联合失效重要度 $JFI(t, i, j)$.

step 1: 初始化 $a_i = 0, i = 1, 2, \dots, n$.

step 2: 随机生成一个连边置换 $\pi \in \Pi_E$, 其中 Π_E 为网络全体连边置换构成的集合.

step 3: 沿着连边置换 π , 寻找最小的顺序数 r , 使得该置换 π 的前 r 条连边失效会导致整个网络失效.

step 4: $a_r = a_r + 1$.

step 5: 重复 step 2 ~ step 4 共 H 次.

step 6: 令 $S(k) = a_1 + a_2 + \dots + a_k, k = 1, 2, \dots, n$.

step 7: 将 $S(k)$ 分为 4 部分: $S(k) = S(k, 1_i, 0_j) + S(k, 1_i, 1_j) + S(k, 0_i, 1_j) + S(k, 0_i, 0_j)$, 其中 $S(k, 1_i, 0_j)$ 为满足下面条件的连边置换的数目: 连边置换的前 k 条连边失效会导致整个网络失效, 且连边 j 在这 k 条连边中, 而连边 i 不在这 k 条连边中; 对于 $S(k, 1_i, 1_j)$ 、 $S(k, 0_i, 1_j)$ 与 $S(k, 0_i, 0_j)$ 有相似的解释, 不再赘述.

step 8: 估计 $D(k, 1_i, 0_j)$ 、 $D(k, 1_i, 1_j)$ 、 $D(k, 0_i, 1_j)$ 和 $D(k, 0_i, 0_j)$ 的值如下式所示:

$$\widehat{D}(k, 0_i, 1_j) = \frac{S(k, 0_i, 1_j)}{H},$$

$$\widehat{D}(k, 0_i, 0_j) = \frac{S(k, 0_i, 0_j)}{H},$$

$$\widehat{D}(k, 1_i, 1_j) = \frac{S(k, 1_i, 1_j)}{H},$$

$$\widehat{D}(k, 1_i, 0_j) = \frac{S(k, 1_i, 0_j)}{H}.$$

step 9: $\Lambda(t) = \int_0^t \lambda(t)dt$, 将 $\Lambda(t)$ 代入式(1), 得到 $P(N(t)=k)(k=0, 1, \dots, n)$.

step 10: 将 step 8 和 step 9 的结果代入式(15), 以计算 $JFI(t, i, j)$ 的值.

3 数值算例

本节提供一个路网的算例, 在连边失效服从饱和非时齐泊松过程的条件下, 演示网络联合失效重要度的计算方法, 以阐释连边关于网络失效的交互机理.

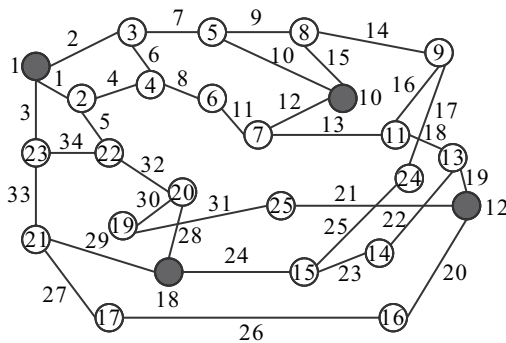


图1 路网

图1为一个路网^[14], 其由25个节点和34条连边组成, 一些关键的不可分离的关键节点称为终端, 终端集合 $K = \{1, 10, 12, 18\}$. 在该路网中, 节点表示仓库或车站, 连边表示公路或轨道. 假设节点绝对可靠, 不会发生失效, 而连边会由于地震、滑坡等原因发生失效, 网络运行当且仅当终端集合里面的任意2个终端相互连通. 在工程实践中, 常用时间 t 的线性函数 $\lambda(t) = \beta\alpha t^{\alpha-1}$ 模拟网络连边失效过程的强度, 其中: $\alpha > 0, \beta > 0$. 为了得到本节的数值结果, 取参数值 $\beta = 3, \alpha = 0.8$, 则 $\Lambda(t) = \int_0^t \beta\alpha t^{\alpha-1} dt = \beta t^\alpha = 3t^{0.8}$.

为了观察联合失效重要度的初期行为 ($t=0.01$)、中期行为 ($t=1, 2, 3, 4, 5, 6$) 和长期行为 ($t=100$), 执行算法1 (取 $H = 1000000$). 表1~表3为在时刻 $t = 0.01, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 100$ 时的连边1和其他连边的联合失效重要度的值.

联合失效重要度 $JFI(t, i, j)$ 取值的符号反映了在时刻 t 时2条连边 i 和 j 关于网络失效的交互类型. 由表1~表3可见, 在时间 $t = 1, 2$ 时, $I(t, 1, j) > 0$ ($j = 2, 3, \dots, 34$), 表明连边1与其他任意一条连边均正相关, 它们关于网络失效发挥着“协同作用”的效果; 即当其他任意一条连边失效时, 连边1将会变得更重要; 反之亦然, 即连边1发生失效时, 其他任意一

表1 JFI(t, 1, j) 在不同t下的取值 (j=2~11)

(1, j)	t = 0.01	t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5	t = 6	t = 100
(1, 2)	2.36e-03	1.04e-01	1.69e-01	1.80e-01	1.47e-01	9.80e-02	5.40e-02	6.43e-05
(1, 3)	2.36e-03	1.04e-01	1.70e-01	1.82e-01	1.51e-01	1.03e-01	5.88e-02	-6.63e-04
(1, 4)	4.32e-07	5.09e-03	1.33e-02	9.96e-03	-3.74e-03	-1.84e-02	-2.76e-02	-6.07e-04
(1, 5)	4.06e-07	4.13e-03	8.63e-03	4.96e-04	-1.66e-02	-3.21e-02	-4.03e-02	-2.14e-04
(1, 6)	6.12e-06	1.19e-02	3.23e-02	4.12e-02	3.42e-02	1.93e-02	4.91e-03	-7.52e-05
(1, 7)	6.50e-06	1.22e-02	2.70e-02	2.41e-02	5.94e-03	-1.48e-02	-2.89e-02	-8.02e-05
(1, 8)	3.76e-07	2.38e-03	5.53e-03	1.12e-03	-9.82e-03	-2.07e-02	-2.70e-02	-6.50e-05
(1, 9)	3.70e-07	2.43e-03	8.58e-03	1.04e-02	4.81e-03	-4.16e-03	-1.17e-02	-5.52e-05
(1, 10)	7.32e-07	2.96e-03	8.87e-03	8.81e-03	4.59e-04	-1.08e-02	-1.93e-02	8.83e-05
(1, 11)	3.76e-07	2.35e-03	5.26e-03	4.51e-04	-1.08e-02	-2.19e-02	-2.83e-02	4.50e-04

表2 JFI(t, 1, j) 在不同t下的取值 (j=12~24)

(1, j)	t = 0.01	t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5	t = 6	t = 100
(1, 12)	1.07e-06	3.43e-03	8.18e-03	3.84e-03	-9.15e-03	-2.29e-02	-3.14e-02	8.66e-06
(1, 13)	4.04e-07	3.72e-03	1.07e-02	8.97e-03	-2.33e-03	-1.56e-02	-2.48e-02	6.76e-04
(1, 14)	7.53e-07	4.61e-03	1.26e-02	1.13e-02	6.40e-04	-1.19e-02	-2.05e-02	5.02e-04
(1, 15)	7.04e-07	2.15e-03	6.32e-03	5.57e-03	-1.72e-03	-1.10e-02	-1.78e-02	-2.77e-04
(1, 16)	3.56e-07	2.09e-03	7.18e-03	7.23e-03	-3.69e-05	-9.74e-03	-1.70e-02	2.43e-05
(1, 17)	3.91e-07	3.37e-03	9.93e-03	9.32e-03	5.84e-04	-1.01e-02	-1.77e-02	-3.27e-05
(1, 18)	4.35e-07	5.61e-03	1.43e-02	9.41e-03	-7.41e-03	-2.51e-02	-3.61e-02	3.85e-05
(1, 19)	3.51e-06	6.40e-03	9.30e-03	-4.77e-03	-2.83e-02	-4.81e-02	-5.74e-02	-1.60e-04
(1, 20)	1.45e-06	3.68e-03	8.13e-03	4.51e-03	-6.18e-03	-1.73e-02	-2.41e-02	1.45e-04
(1, 21)	1.38e-06	2.59e-03	4.89e-03	-6.82e-04	-1.23e-02	-2.33e-02	-2.94e-02	6.29e-05
(1, 22)	3.67e-07	2.35e-03	7.14e-03	5.89e-03	-2.62e-03	-1.29e-02	-2.01e-02	-2.83e-05
(1, 23)	3.54e-07	2.33e-03	7.11e-03	5.59e-03	-3.33e-03	-1.39e-02	-2.13e-02	-2.25e-04
(1, 24)	7.45e-07	5.12e-03	1.38e-02	1.05e-02	-3.92e-03	-1.95e-02	-2.94e-02	1.50e-04

表3 JFI($t, 1, j$)在不同 t 下的取值($j=25 \sim 34$)

(1, j)	$t = 0.01$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = 4$	$t = 5$	$t = 6$	$t = 100$
(1, 25)	3.92e-07	3.52e-03	1.07e-02	1.07e-02	2.31e-03	-8.16e-03	-1.56e-02	3.12e-05
(1, 26)	1.41e-06	3.40e-03	7.54e-03	3.60e-03	-7.30e-03	-1.85e-02	-2.54e-02	2.13e-04
(1, 27)	1.38e-06	3.26e-03	7.35e-03	3.52e-03	-7.15e-03	-1.81e-02	-2.48e-02	7.26e-04
(1, 28)	7.01e-07	2.69e-03	6.21e-03	-2.43e-04	-1.53e-02	-3.00e-02	-3.82e-02	-2.36e-04
(1, 29)	7.43e-07	4.80e-03	1.40e-02	1.33e-02	1.06e-03	-1.40e-02	-2.47e-02	2.65e-04
(1, 30)	1.39e-06	2.91e-03	5.74e-03	4.87e-04	-1.11e-02	-2.22e-02	-2.86e-02	-2.90e-04
(1, 31)	1.41e-06	2.98e-03	5.60e-03	2.74e-05	-1.18e-02	-2.32e-02	-2.96e-02	4.21e-04
(1, 32)	3.70e-07	2.48e-03	4.32e-03	-4.49e-03	-2.07e-02	-3.51e-02	-4.23e-02	-2.53e-04
(1, 33)	6.10e-06	1.11e-02	2.64e-02	2.71e-02	1.34e-02	-4.10e-03	-1.74e-02	-3.02e-05
(1, 34)	6.12e-06	1.30e-02	3.65e-02	4.85e-02	4.29e-02	2.77e-02	1.21e-02	-4.45e-04

条连边的重要性将增大。但是,当 $t=3, 4, 5, 6$ 时,连边1与其他一些连边正相关,而与其他另外一些连边负相关。以 $t=3$ 时的情况为例,尽管连边1与连边12正相关(由表2的第5列可知, $JFI(t, 1, 12) = 0.003844$),但是连边1与连边19负相关(由表2的第5列可知, $JFI(t, 1, 19) = -0.004771$)。故在 $t=3$ 时,连边1和连边19关于网络失效发挥着“效益递减”的效果,即当连边1和连边19中的一条连边发生失效时,基于对网络失效的影响而言,另一条连边将会变得较不重要。

联合失效重要度 $JFI(t, i, j)$ 的绝对值反映了在时刻 t 时,网络中2条连边 i 与 j 关于网络失效的交互程度的强弱。当 $t=0.01$ 时,除连边2和连边3,连边1与其他任意一条连边的联合失效重要度的值 $JFI(t, 1, i)(i \neq 2, 3)$ 几乎为0(如表1~表3的第2列所示),表明连边1与其他连边的交互程度很微弱,这一结果亦为定理1的第1部分所证实;但是当 $t=0.01$ 时, $JFI(t, 1, 2) = JFI(t, 1, 3) = 0.002361 > 0$,表明连边1与连边2以及连边1与连边3均正相关,且它们交互程度最强烈。这一结果出现的原因可解释如下:根据图1,要使得路网发生失效,至少需要3条连边发生失效,而连边集 $\{1, 2, 3\}$ 是基数为3的一个最小割,其集体失效会导致整个网络失效。因此,连边1的失效,将会使得连边2和连边3变得更重要。接下来,分析 $JFI(t, 1, 2)$ 和 $JFI(t, 1, 3)$ 取值的变化趋势。由表1的第2行和第3行可知,相较于 $t=1, 2, 3$,在 $t=0.01$ 时, $JFI(t, 1, 2)$ 和 $JFI(t, 1, 3)$ 的值更接近于0;同时,根据定理1的第1部分的结论进行预测,当时间 t 进一步足够小时(小于0.01), $JFI(t, 1, 2)$ 和 $JFI(t, 1, 3)$ 的值将会越来越接近于0,即连边1与连边2以及连边1与连边3的交互程度也将会越来越微弱。此外,由表1~表3可见,在 $t=1$ 时,连边1与连边2正相关,且交互程度最强烈;在 $t=2, 3, 4, 5, 6$ 时,连边1与连边3正相关且交互程度最强烈;在 $t=100$ 时,连边1与其他任意一条

连边的联合失效重要度的值 $JFI(t, 1, j)$ 均接近于0,表明它们的交互程度很微弱,同时,这一结果进一步验证了定理1的第2部分的结论。

给定网络中任意2条连边,执行算法1,获得联合失效重要度的值后,可采用上述类似的方法,以分析2条连边在任意时刻的交互机理,在此不再赘述。

4 结论与展望

面向由节点和连边组成的网络系统,在连边失效服从饱和非时齐泊松过程的条件下,结合网络D-谱,本文构建了网络可靠性模型。以此为基础,采用组合计数的技术,导出2条连边处于4种不同状态的概率计算公式,并结合2条连边的联合D-谱,发展联合失效重要度的计算公式,用于分析2条连边关于网络失效的交互机理。理论分析表明,当时间 t 趋于0或趋于无穷大时,2条连边的交互效果越来越微弱。由于精确的计算联合失效重要度为NP-难问题,设计蒙特卡洛近似算法以评估其值。最后,给出路网的算例,演示联合失效重要度的计算方法,阐释了2条连边关于网络失效的交互机理,其数值结果进一步验证了理论分析的正确性。本文研究结果夯实了网络可靠性理论和方法的基础,给出了分析连边交互机理的新思路,为在电力网络、通信网络等实际网络系统的推广应用奠定了基础。

饱和非时齐泊松过程假设在任意瞬间最多有1条连边发生失效,而2条和2条以上的连边在同一时刻发生失效的概率为小概率事件,可忽略不计。在随机过程的应用中,尽管这一假设条件符合大多数的应用需求,但是在其他一些应用背景下,如在电力网络中,线路载荷共享会发生级联失效,导致在某瞬间会有多个线路的负载超过阈值而同时失效。因此一般采用分支过程对电力网络线路失效过程进行建模,将来需要发展基于分支过程的连边交互机理分析方法。本文的工作奠定了将来研究的必要基础,并对将

来的研究有着重要的启发和借鉴作用。

参考文献(References)

- [1] 高夏翔, 李相俊, 杨锡运. 集中式超大规模储能电站信息物理系统建模与可靠性评估[J]. 控制与决策, 2022, 37(5): 1309-1319.
(Gao X X, Li X J, Yang X Y. Modeling and reliability assessment of centralized ultra large scale energy storage power station cyber physical system[J]. Control and Decision, 2022, 37(5): 1309-1319.)
- [2] 邱慧, 闫相斌, 翟庆庆, 等. 具有多阶段任务需求的温备份系统可靠性分析[J]. 中国管理科学, 2021, 29(2): 99-107.
(Qiu H, Yan X B, Zhai Q Q, et al. Reliability analysis of warm standby system with phased mission requirements[J]. Chinese Journal of Management Science, 2021, 29(2): 99-107.)
- [3] 尹东亮, 胡涛, 陈童, 等. 考虑多维修台异步多重休假的温贮备冗余系统可靠性模型[J]. 控制与决策, 2020, 35(4): 973-984.
(Yin D L, Hu T, Chen T, et al. Reliability analysis for warm standby redundancy system considering multiple asynchronous vacations of multiple maintenance stations[J]. Control and Decision, 2020, 35(4): 973-984.)
- [4] 师海燕, 魏淳, 张志强, 等. 双不确定相依竞争失效模型的可靠性评估[J]. 控制与决策, 2022, 37(3): 685-689.
(Shi H Y, Wei C, Zhang Z Q, et al. Reliability evaluation of dependent competitive failure models with biuncertainty[J]. Control and Decision, 2022, 37(3): 685-689.)
- [5] Wang D, Si S B, Cai Z Q, et al. Reliability optimization of linear consecutive-k-out-of-n: F systems driven by reconfigurable importance[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2021, 216: 107994.
- [6] Si S B, Liu M L, Jiang Z Y, et al. System reliability allocation and optimization based on generalized birnbaum importance measure[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2019, 68(3): 831-843.
- [7] Ling X L, Wei Y Z, Si S B. Reliability optimization of k-out-of-n system with random selection of allocative components[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2019, 186: 186-193.
- [8] Kuo W, Zhu X Y. Importance measures in reliability, risk, and optimization[M]. United Kingdom: John Wiley & Sons, 2012: 127-133.
- [9] Dui H Y, Tian T Z, Zhao J B, et al. Comparing with the joint importance under consideration of consecutive-k-out-of-n system structure changes[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2022, 219: 108255.
- [10] Dui H Y, Zhang C, Zheng X Q. Component joint importance measures for maintenances in submarine blowout preventer system[J]. Journal of Loss Prevention in the Process Industries, 2020, 63: 104003.
- [11] Eryilmaz S, Coolen F P A, Coolen-Maturi T. Marginal and joint reliability importance based on survival signature[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2018, 172: 118-128.
- [12] Meshkat R S, Mahmoudi E. Joint reliability and weighted importance measures of a k-out-of-n system with random weights for components[J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2017, 326: 273-283.
- [13] Gertsbakh I, Shpungin Y. Network Reliability[M]. Singapore: Springer-Verlag, 2020: 11-19.
- [14] Gertsbakh I, Shpungin Y. Network reliability and resilience[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2011: 23-63.
- [15] Zarezaadeh S, Asadi M, Balakrishnan N. Dynamic network reliability modeling under nonhomogeneous Poisson processes[J]. European Journal of Operational Research, 2014, 232(3): 561-571.
- [16] Zarezaadeh S, Ashrafi S, Asadi M. Network reliability modeling based on a geometric counting process[J]. Mathematics, 2018, 6(10): 197.
- [17] Du Y J, Si S B, Jin T D. Reliability importance measures for network based on failure counting process[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2019, 68(1): 267-279.
- [18] Du Y J, Si S B, Cai Z Q, et al. Bayesian importance measures for network edges under saturated Lagrangian Poisson failures[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2021, 70(1): 110-120.
- [19] Ross S. Introduction to probability models[M]. The 11th edition. Boston: Academic Press, 2014: 1-12.
- [20] Vaisman R, Kroese D P, Gertsbakh I B. Improved sampling plans for combinatorial invariants of coherent systems[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2016, 65(1): 410-424.

作者简介

杜永军(1977—), 男, 讲师, 博士, 从事系统可靠性优化的研究, Email: yjdu@vip.163.com;

张攀(1989—), 男, 博士生, 从事复杂网络和数据分析技术在不同领域应用的研究, E-mail: panzhang@mail.nwpu.edu.cn;

蔡志强(1981—), 男, 教授, 博士生导师, 从事复杂装备系统可靠性建模及优化的研究, Email: caizhiqiang@nwpu.edu.cn.