

控制与决策

Control and Decision

性能维持的增广可行域Tube鲁棒经济模型预测控制

何德峰, 李能卓, 黄原驰, 韩平

引用本文:

何德峰, 李能卓, 黄原驰, 韩平. 性能维持的增广可行域Tube鲁棒经济模型预测控制[J]. *控制与决策*, 2024, 39(2): 536–544.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.0877>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[带有输出约束的柔性关节机械臂预设性能自适应控制](#)

Prescribed performance adaptive control of flexible-joint manipulators with output constraints

控制与决策. 2021, 36(2): 387–394 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0974>

[基于神经动态优化的非线性系统近似最优跟踪控制](#)

Approximate optimal tracking control for nonlinear systems based on neurodynamic optimization

控制与决策. 2021, 36(1): 97–104 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0056>

[磁悬浮开关磁阻电机的自适应终端滑模控制](#)

Adaptive terminal sliding mode control of bearingless switched reluctance motor

控制与决策. 2021, 36(6): 1449–1456 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1064>

[基于协同控制的串联超级电容电压均衡策略](#)

Voltage equalization strategy for series-connected ultracapacitors based on cooperative control

控制与决策. 2021, 36(8): 1997–2001 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1736>

[多采样率不确定离散时滞系统的鲁棒预见控制](#)

Robust preview control for multirate uncertain discrete-time systems with input delay

控制与决策. 2017, 32(12): 2113–2126 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2016.1352>

性能维持的增广可行域 Tube 鲁棒经济模型预测控制

何德峰[†], 李能卓, 黄原驰, 韩平

(浙江工业大学 信息工程学院, 杭州 310023)

摘要: 针对未知但有界扰动作用下的约束线性系统, 提出一种性能维持的增广可行域 Tube 经济模型预测控制 (tube economic model predictive control, TEMPC) 策略. 首先考虑经济性能优化目标和鲁棒稳定控制目标, 构造 TEMPC 优化问题的隐式收缩约束, 并对系统状态和控制约束进行紧缩 Tube 设计, 给出增广可行域优化问题的数学描述; 然后, 引入线性分解增广名义终端状态和终端罚函数, 扩大优化问题的初始可行域, 在此基础上应用终端“三要素”和收缩原理, 建立 TEMPC 策略的递推可行性和闭环系统关于最优经济平衡点有界稳定性的充分性条件, 进而证明闭环性能在原初始可行域上的不变性; 最后, 通过对比仿真结果验证所提出策略的有效性和优越性.

关键词: 模型预测控制; 不确定线性系统; 鲁棒稳定性; 经济优化; 可行域

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2022.0877

引用格式: 何德峰, 李能卓, 黄原驰, 等. 性能维持的增广可行域 Tube 鲁棒经济模型预测控制 [J]. 控制与决策, 2024, 39(2): 536-544.

Performance-preserved tube economic model predictive control with enlarged feasibility regions

HE De-feng[†], LI Neng-zhuo, HUANG Yuan-chi, HAN Ping

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, China)

Abstract: This paper presents a performance-preserved tube economic model predictive control (TE MPC) scheme with enlarged feasibility regions for constrained linear systems subject to unknown but bounded disturbances. Firstly, using economic cost optimization objectives and robust stability control objectives, an inexplicitly contractive constraint of the TEMPC optimization problem is designed. Secondly, optimization problem with enlarged feasibility regions is formulated by the design of the tightening tubes on the system constraints on the state and control. Furthermore, the nominal terminal states and penalty functions are enlarged by adopting linear-decomposition, which increases the size of the initial feasible regions of the optimization problem. Then, using terminal triplet elements and the contractive principle, the sufficient conditions are established for guaranteeing the recursive feasibility of the TEMPC scheme and bounded stability of the closed-loop system with respect to the optimally economic equilibrium point. Moreover, the closed-loop performance is shown to be preserved in the original initial feasible region. Finally, the comparison simulation results verify the effectiveness and merits of the proposed scheme.

Keywords: model predictive control; uncertain linear systems; robust stability; economic optimization; feasible regions

0 引言

经济模型预测控制 (economic model predictive control, EMPC) 集成经济目标优化和过程实时控制, 可以显著提高复杂动态系统的经济性能^[1], 近年来得到了学术界和工业界的广泛关注. 与设定值跟踪 MPC 策略^[2]不同, EMPC 目标函数可以是关于设定值跟踪偏差和控制量的任意非正定的非凸经济性能函数, 通过直接优化这些目标函数得到的最优控制

器通常无法保证闭环系统的稳定性. 对此, 常规稳定 EMPC 方法通过引入强对偶性或耗散性假设和对经济性能函数设计正定旋转代价函数, 再结合终端等式或不等式约束保证闭环系统的稳定性^[3-6]. 而无终端约束 EMPC 策略采用能控性假设和充分长的预测时域, 保证闭环系统收敛到平衡点的邻域, 但这会增大优化的计算量^[7]. 近期, 文献^[8]将经济性能优化和动态稳定控制视为两个冲突的控制目标, 通过引入

收稿日期: 2022-05-17; 录用日期: 2022-10-10.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (62173303); 浙江省属高校基本科研业务费专项资金项目 (RF-C2020003).

责任编辑: 张海涛.

[†]通讯作者. E-mail: hdfzj@zjut.edu.cn.

多目标隐式收缩约束,建立EMPC闭环渐近稳定性结果^[9-10].目前,EMPC不仅应用于工业过程的能效优化控制,在智能电网和智能车辆等领域^[11-12]也得到广泛研究.

实际系统广泛存在各种扰动和参数摄动等不确定性,影响EMPC的可行性和闭环稳定性.一种常用的解决方法是采用微分对策原理设计min-max鲁棒MPC策略,通过计算系统在最坏扰动下最小化性能指标的上限,得到闭环系统的鲁棒稳定性,但min-max优化问题计算量巨大,难以快速在线求解^[13-14].为此,有学者引入Tube思想,将实际系统轨迹收敛至以名义轨迹为中心的Tube中,实现鲁棒MPC算法设计^[15-16].与min-max鲁棒MPC相比,Tube鲁棒MPC算法仅需处理具有紧约束的名义模型,可以有效降低优化问题的在线计算负担.近年来,Tube思想被尝试用于不确定系统EMPC鲁棒性综合研究.例如,文献[17]提出了一种周期性约束Tube鲁棒EMPC算法,并通过最优性条件证明闭环系统的收敛性.文献[18]将Tube鲁棒MPC算法引入到满足耗散性条件的不确定系统EMPC研究,将经济代价整合到不变管内,从而获得更好的闭环平均经济性能.进一步,文献[19]在状态信息不可用的情况下,使用同质管获得保守性较低的经济性能界限.

为了保证约束不确定系统MPC策略的(鲁棒)稳定性,通常使用终端三要素条件,即终端域、终端罚函数和终端控制律^[20-21].其中,终端罚函数是终端状态与设定值之间偏差的无限时域代价函数的上界,而增大终端域可扩大闭环系统吸引域即初始可行域.因此,文献[22-23]利用两个稳定控制律之间的插值增大终端不变集;文献[24]折衷系统性能、终端域范围和计算量;文献[25]提出线性分解MPC(linear decomposition-MPC, LD-MPC)策略,结合终端状态的线性分解和多增益控制律扩大终端域.与双模MPC^[26-27]相比,LD-MPC在相同吸引域和性能下的决策变量更少,从而降低了优化问题的在线计算量.

本文考虑一类未知但有界扰动的约束不确定线性系统,提出一种性能可保持的增广可行域Tube鲁棒EMPC策略.首先对名义系统进行线性分解后,将名义终端状态增广为多维松弛变量,并作为优化问题的辅助决策变量,增大TEMPC终端域和初始可行域;然后将相应的控制律分解为低增益和高增益的反馈线性控制器组合,通过使用预定义的局部控制增益和不变集紧缩状态和控制约束集,实现系统约束的鲁棒

满足.在此基础上,设计基于鲁棒稳定目标函数的隐式收缩约束条件,结合收缩原理保证闭环系统的鲁棒稳定性,进一步建立闭环性能在原初始可行域上的不变性.相比现有TEMPC,本文主要贡献包括:1)提出基于线性分解的增广可行域TEMPC策略,该策略在原初始可行域上具有闭环性能不变性;2)通过设计多目标隐式收缩约束,建立增广可行域TEMPC策略的递归可行性和鲁棒稳定性;3)采用更短的预测时域获得与常规TEMPC相同的可行域,从而有效降低在线求解优化问题的计算量.仿真对比结果验证了所提出策略在初始可行域、在线计算量和闭环性能方面的优越性.

符号说明: \mathbf{Z}^+ 表示非负整数集, $\mathbf{I}_{a:b}$ 表示集合 $\{i \in \mathbf{Z}^+ | a \leq i \leq b, a \in \mathbf{Z}^+, b \in \mathbf{Z}^+\}$, $\mathbf{I}_{\geq j}$ 表示集合 $\{i \in \mathbf{Z}^+ | i \geq j, j \in \mathbf{Z}^+\}$. x^+ 表示向量 x 的下一时刻状态; x^T 表示向量 x 的转置; $\|x\|$ 表示 x 的欧几里得范数,且 $\|x\| = \sup |x(k)|, k \in \mathbf{Z}^+$; $x(i|k)$ 表示在第 k 时刻对未来第 $k+i$ 时刻的预测状态变量. $M_1 \oplus M_2 := \{m_1 + m_2 | m_1 \in M_1, m_2 \in M_2\}$ 表示集合 M_1 和 M_2 的闵可夫斯基和运算, $M_1 \sim M_2 := \{m_1 | m_1 \oplus M_2 \subseteq M_1\}$ 表示集合 M_1 和 M_2 的庞特里亚金减运算. 连续函数 $h_1: \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}^+$ 称为 \mathcal{K} 类函数,对于 $s > 0, h_1(s)$ 满足严格单调递增且 $h_1(0) = 0$; 连续函数 $h_2: \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}^+$ 称为 \mathcal{K}_∞ 类函数,如果 h_2 是一个 \mathcal{K} 类函数,且当 $s \rightarrow \infty$ 时,则有 $h_2(s) \rightarrow \infty$; 连续函数 $h_3: \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}^+$ 称为 \mathcal{KL} 类函数, $h_3(s, t)$ 对于任意固定 $t \geq 0$ 是一个 \mathcal{K} 类函数,对于任意固定 $s > 0, h_3(s, t)$ 关于 t 严格单调递减,且当 $t \rightarrow \infty$ 时,有 $h_3(s, t) \rightarrow 0$. 函数 $\rho(x, \Xi) := \min_{y \in \Xi} \{x - y\}$ 表示点 $x(k) \in \mathbf{R}^n$ 与集合 Ξ 间的距离.

1 问题描述

考虑离散时间不确定线性系统

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + w(k), k \in \mathbf{Z}^+. \quad (1)$$

其中:变量 $x(k) \in \mathbf{R}^n, u(k) \in \mathbf{R}^m$ 和 $w(k) \in \mathbf{R}^n$ 分别为 k 时刻的状态向量、控制向量和扰动输入,矩阵 $A \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 和 $B \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 为已知实矩阵.假设该系统是状态能控的且状态在任意时刻可测,满足如下状态约束和控制约束:

$$x(k) \in X := \{x \in \mathbf{R}^n | F_x x \leq g_x\}, k \in \mathbf{Z}^+;$$

$$u(k) \in U := \{u \in \mathbf{R}^m | F_u u \leq g_u\}, k \in \mathbf{Z}^+. \quad (2)$$

其中 X 和 U 为包含平衡点的紧集.假设扰动 w 未知但有界,且约束集 $W \subseteq \mathbf{R}^n$ 为紧集.

定义1^[27] 考虑系统 $x^+ = \Gamma x$ 和集合 $\Omega_1 \subseteq \mathbf{R}^n$, 如果对于 $\forall x \in \Omega_1, x^+ \in \Omega_1$, 则称 Ω_1 为该系统的正

不变(positively invariant, PI)集.

定义2^[27] 考虑系统 $x^+ = \Gamma x + w$ 和集合 $\Omega_2 \subseteq \mathbf{R}^n$,如果对于 $\forall x \in \Omega_2$ 和 $\forall w \in W, x^+ \in \Omega_2$,则称 Ω_2 为该系统的鲁棒正不变(robust PI, RPI)集.

定义3^[27] 考虑系统 $x^+ = \Gamma x + w$ 及其RPI集 $X_N \subseteq X$ 和 $\Omega_3 \subseteq \mathbf{R}^n$,如果对于 $\forall x(0) = x_0 \in X_N$ 和 $\forall w \in W$,满足条件 $\rho(x(k), \Omega_3) \leq \alpha(\rho(x_0, \Omega_3), k)$,其中 $k \in \mathbf{Z}^+$ 、 α 为 \mathcal{KL} 类函数,则该系统在吸引域 X_N 内关于鲁棒不变集 Ω_3 是渐近稳定的.

定义3表明对于任意有界扰动 $w \in W$,系统 $x^+ = \Gamma x + w$ 的状态收敛于RPI集 Ω_3 .相应的,对于任意有界扰动 $w \in W$,系统状态最终有界稳定于平衡点邻域.

考虑不确定系统(1)的名义模型

$$z(k+1) = Az(k) + Bv(k), \quad (3)$$

其中 $z \in \mathbf{R}^n$ 和 $v \in \mathbf{R}^m$ 分别为系统的名义状态向量和名义控制向量.在任意时刻 $k \in \mathbf{Z}^+$,系统(3)在 k 时刻的状态 $z(k) = \varphi(k; z_0, v)$ 由初始状态 z_0 和控制序列 $v = \{v(0), v(1), \dots\}$ 构成.由于名义模型(3)与实际模型(1)存在状态误差 $e(k) = x(k) - z(k)$,为了将 e 限制在一个鲁棒不变集 S 中,定义状态反馈控制律

$$u(k) = K_{\text{inv}}(x(k) - z(k)) + v(k), \quad (4)$$

并通过误差动态方程

$$e(k+1) = A_K e(k) + w(k) \quad (5)$$

获得不变集 S ,其中 $A_K = A + BK_{\text{inv}}$, K_{inv} 为使得 A_K 满足Hurwitz的预反馈增益.求解不变集 S 的一个有效方法是近似计算系统(1)的最小RPI集^[28],为了保证不确定系统(1)满足约束(2),名义控制约束与名义状态约束必须用RPI集 S 进行约束紧缩,即

$$\begin{aligned} z(k) \in Z := X \sim S = \{z \in \mathbf{R}^n \mid F_z z \leq g_z\}, \\ v(k) \in V := U \sim KS = \{v \in \mathbf{R}^m \mid F_v v \leq g_v\}. \end{aligned} \quad (6)$$

引理1^[16] 考虑误差系统(5)及其RPI集 S .如果 $x \in z \oplus S$,则对于任意有界扰动 $w \in W$,不确定闭环系统(1)和(4)满足 $x^+ \in z^+ \oplus S$.

引理1表明,当系统(1)的初始状态位于RPI集 S 时,系统实际状态始终保持在对应名义状态为中心的Tube中,这对于优化问题的可行性是至关重要的.

考虑性能函数 $L: X \times U \rightarrow \mathbf{R}$,在跟踪MPC中函数 $L(z, v)$ 关于平衡点 (z_e, v_e) 正定,即 $L(z, v) \geq 0$,且仅当 $(z, v) = (z_e, v_e)$ 时, $L(z, v) = 0$.但实际中需要优化的性能指标可能是一个经济性能函数,此时 $L(z, v)$ 通常是非正定函数.为了便于区分,记经济性能函数为 $L_E(z, v)$,跟踪性能函数为 $L(z, v)$.由于扰动的存在,采用名义模型(3)计算经济最优平衡点

$$(z_e, v_e) = \arg \min_{z \in Z, v \in V} \{L_E(z, v) \text{ s.t. } z = Az + Bv\}. \quad (7)$$

本文目标是设计不确定系统(1)的鲁棒EMPC控制器,使得对于任意 $w \in W$,闭环系统满足约束条件(2),且最终有界稳定于经济最优平衡点的邻域.

2 Tube鲁棒经济模型预测控制

2.1 传统Tube鲁棒EMPC

考虑不确定系统(1)及其名义系统(3),令预测时域为 $N \in \mathbf{I}_{\geq 1}$,定义跟踪目标函数

$$J_N(z(k), v(k)) = \sum_{i=0}^{N-1} L(z(i|k), v(i|k)) + E(z(N|k)). \quad (8)$$

其中: $z(i|k)$ 和 $v(i|k)$ 为 k 时刻第 i 步预测状态向量和控制向量,且 $z(0|k) = z(k)$;性能函数 $L(z, v) = z^T Q z + v^T R v$;终端罚函数 $E(z) = z^T P_f z$;权重矩阵 Q, R 和 P_f 均为正定对称矩阵.定义经济目标函数

$$J_E(z(k), v(k)) = \sum_{i=0}^{N-1} L_E(z(i|k), v(i|k)). \quad (9)$$

则TEMPC在每个时刻 k 求解如下有限时域经济最优控制问题:

$$J_E^*(k) = \min_{z(k), v(k)} J_E(z(k), v(k)). \quad (10a)$$

$$\text{s.t. } z(i+1|k) = Az(i|k) + Bv(i|k); \quad (10b)$$

$$z(i|k) \in Z, v(i|k) \in V, \quad i \in \mathbf{I}_{0:N-1}; \quad (10c)$$

$$x(k) \in z(k) \oplus S; \quad (10d)$$

$$z(N|k) \in Z_f; \quad (10e)$$

$$J_N(k) \leq \eta(k, \gamma). \quad (10f)$$

其中: J_E^* 为最优解 $\{z^*(k), v^*(k)\}$ 的经济最优值函数.式(10c)为紧缩状态约束与控制约束;式(10d)为名义初始状态约束;式(10e)为名义终端状态约束,终端域 Z_f 为名义系统(3)的最大PI集^[29],且内含平衡点 z_e ;收缩约束(10f)为稳定性约束, η 为收缩函数.

为设计收缩函数 η ,在每个时刻 k 求解如下有限时域跟踪最优控制问题:

$$\begin{aligned} J_N^0(k) &= \min_{z(k), v(k)} J_N(z(k), v(k)); \\ \text{s.t. 式(10b)} &\sim \text{(10e)}. \end{aligned} \quad (11)$$

令 $\{z^*(k), v^*(k)\}$ 和 $\{z^0(k), v^0(k)\}$ 分别为优化问题(10)和(11)在 k 时刻的最优解,分别定义两个关于跟踪目标函数(8)的值函数 $J_N^*(k) = J_N(z^*(k), v^*(k))$ 与 $J_N^0(k) = J_N(z^0(k), v^0(k))$,则收缩函数定义为 $\eta(k, \gamma) := J_N^0(k) + \gamma(J_N^*(k-1) - J_N^0(k))$.其中: $J_N^*(k-1)$ 为目标函数(8)在 $k-1$ 时刻关于 $\{z^*(k-1), v^*(k-1)\}$ 的值函数,收缩因子 $\gamma \in [0, 1)$.显然,在各时刻依据 $J_N^0(k)$ 和 $J_N^*(k)$ 以及实际状态 $x(k)$ 更新.

注1 扩大MPC可行域 X_N^0 的直接方法是扩大终端域 Z_f . 通常在给定预测时域 N 条件下,降低终端控制律 $u = K_f x$ 的控制增益 K_f 可增大 Z_f ,但会恶化MPC控制性能;相反,为获得MPC最优控制性能, K_f 应为高增益,但会导致 Z_f 很小^[24-26]. 一种缓解控制性能与终端域冲突的有效方法是对系统终端状态进行线性分解,进而设计基于线性分解的MPC策略^[26].

2.2 基于线性分解的Tube鲁棒EMPC

考虑名义系统(3)的一组控制增益 $\{K_l, \mathbf{I}_{0:q}, q \geq 1\}$ 及其终端控制律 $\{v = K_l z, l \in \mathbf{I}_{0:q}\}$,并满足矩阵 $A + BK_l$ 稳定. 通常 K_0 取为LQR(linear quadratic regulator)增益,即 $K_0 = K_f$,而 K_1, K_2, \dots, K_q 选择为低增益. 定义名义系统(3)的多增益控制律

$$v = \sum_{l=0}^q K_l r_l, \quad (12)$$

其中 r_l 为松弛变量,满足 $r_l^+ = (A + BK_l)r_l$. 再对名义状态做如下线性分解:

$$z = \sum_{l=0}^q r_l. \quad (13)$$

松弛变量序列 $r_s \in \mathbf{R}^{qn}$ 和增广状态 $d \in \mathbf{R}^{(q+1)n}$ 为

$$r_s = [r_1^T, r_2^T, \dots, r_q^T]^T, \quad d = [z^T, r_s^T]^T. \quad (14)$$

进而将终端状态 $z(N|k)$ 分解为 q 个松弛变量组合,如式(13)所示. 相应地,终端罚函数 $E(z)$ 改写为 $F(d)$ ($F(d)$ 将在3.3节给出),则跟踪目标函数(8)在线性分解后转化为如下函数:

$$V_N(z(k), v(k), r_s(N|k)) = F(d(N|k)) + \sum_{i=0}^{N-1} L(z(i|k), v(i|k)). \quad (15)$$

相应的经济目标函数(9)转化为

$$V_E(z(k), v(k), r_s(N|k)) = E_s(r_s(N|k)) + \sum_{i=0}^{N-1} L_E(z(i|k), v(i|k)). \quad (16)$$

其中:终端罚函数 $E_s = (r_s - z_e)^T P_s (r_s - z_e)$,权重矩阵 P_s 为正定对称矩阵.

令 $x(k)$ 为当前时刻 k 的测量状态,则定义基于线性分解的EMPC(LD-TEMPC)优化问题为

$$V_E^*(k) = \min_{z(k), v(k), r_s(N|k)} V_E(z(k), v(k), r_s(N|k)). \quad (17a)$$

$$\text{s.t. } z(i+1|k) = Az(i|k) + Bv(i|k); \quad (17b)$$

$$z(i|k) \in Z, v(i|k) \in V, i \in \mathbf{I}_{0:N-1}; \quad (17c)$$

$$x(k) \in z(k) \oplus S; \quad (17d)$$

$$d(N|k) \in D; \quad (17e)$$

$$V_N(k) \leq \eta(k, \gamma). \quad (17f)$$

其中: V_E^* 为对应最优解 $\{z^*(k), v^*(k), r_s^*(N|k)\}$ 的经济最优值函数. 约束(17b)~(17d)与优化问题(10)保持一致; D 为包含 x_e 的增广终端域;不等式(17f)为收缩约束. 进一步,定义基于线性分解的跟踪最优控制问题则在每个采样时刻 k ,求解如下有限时域经济型最优控制问题:

$$V_N^0(k) = \min_{z(k), v(k), r_s(N|k)} V_N(z(k), v(k), r_s(N|k)); \quad (18)$$

s.t. 式(17b) ~ (17e).

其中 V_N^0 为最优解 $\{z^0(k), v^0(k), r_s^0(N|k)\}$ 的值函数.

令 $\{z^*(k), v^*(k), r_s^*(N|k)\}$ 为优化问题(17)在时刻 k 的最优解,其中

$$\begin{cases} v^*(k) = \{v^*(0|k), \dots, v^*(N-1|k)\}, \\ r_s^*(N|k) = [r_1^*(N|k)^T, \dots, r_q^*(N|k)^T]^T. \end{cases} \quad (19)$$

对应的状态序列与增广终端状态序列为

$$\begin{aligned} z^*(k) &= \{z^*(1|k), z^*(2|k), \dots, z^*(N|k)\}, \\ d^*(N|k) &= [z^*(N|k)^T, r_s^*(N|k)^T]^T. \end{aligned} \quad (20)$$

分别将最优解 $\{z^*(k), v^*(k), r_s^*(N|k)\}$ 和 $\{z^0(k), v^0(k), r_s^0(N|k)\}$ 代入函数(15),得到值函数

$$V_N^*(k) = V_N(z^*(k), v^*(k), r_s^*(N|k)), \quad (21)$$

$$V_N^0(k) = V_N(z^0(k), v^0(k), r_s^0(N|k)). \quad (22)$$

则收缩函数更新为 $\eta(k, \gamma) := V_N^0(k) + \gamma(V_N^*(k-1) - V_N^0(k))$.

令第 i 步预测状态为 $\phi(i; z, v)$,则定义优化问题(17)的容许控制集为

$$\begin{aligned} U_N(z) &:= \{v \in \underbrace{V \times \dots \times V}_N \mid \phi(i; z, v) \in Z, \\ &\quad \forall i \in \mathbf{I}_{0:N-1}, [\phi(N; z, v)^T, r_t^T]^T \in D\}. \end{aligned}$$

对应地,名义系统(3)可行初始状态集 Z_N 定义为

$$Z_N := \{z \in Z \mid U_N(z) \neq \emptyset\}. \quad (23)$$

由优化问题(17)初始条件 $x(k) \in z(k) \oplus S$ 可知,不确定系统(1)的可行初始状态集为 $X_N = Z_N \oplus S$.

考虑优化问题(17)在时刻 k 的最优解,根据滚动时域控制原理,将 $v^*(k)$ 的第1个分量定义为名义控制量,结合反馈控制律(4)定义LD-TEMPC控制律为

$$\begin{aligned} u^*(k) &= \pi_{\text{mpc}}(x(k)) = \\ &K_{\text{inv}}(x(k) - z^*(k)) + v^*(0|k). \end{aligned} \quad (24)$$

对应的闭环系统为

$$x(k+1) = Ax(k) + B\pi_{\text{mpc}}(x(k)) + w(k). \quad (25)$$

2.3 增广终端参数计算

本节给出增广终端罚函数 $F(d)$ 与增广终端域 D 的计算,以保证LD-TEMPC在扰动 w 与约束(2)作用下具有递推可行性和鲁棒稳定性.

令 $K_s = [K_1 - K_0, \dots, K_q - K_0]$, 将式(13)代入(12)得

$$v = K_0 z + \sum_{l=1}^q (K_l - K_0) r_l = [K_0, K_1 - K_0, \dots, K_q - K_0] [z^T, r_s^T]^T = [K_0, K_s] d, \quad (26)$$

则对应名义闭环系统为 $z^+ = (A + BK_0)z + BK_s r_s$. 联立式(13)、(14)和(26), 可得增广系统

$$d^+ = \begin{bmatrix} A_{K_0} & BK_s \\ \mathbf{0} & A_s \end{bmatrix} d =: \Phi d. \quad (27)$$

其中: 矩阵 Φ 为 Hurwitz 矩阵; A_s 为由 $A_{K_l} = A + BK_l$ 构成的对角矩阵, 即 $A_s = \text{diag}\{A_{K_1}, A_{K_2}, \dots, A_{K_q}\}$.

定义目标函数(15)中的终端罚函数

$$F(d) = d^T P_d d, \quad (28)$$

其中 P_d 为预定义的实对称矩阵 $P_d = \text{diag}\{P_0, P_1, \dots, P_q\}$, 且对于 $l \in \mathbf{I}_{0:q}$, $P_l > 0$.

引理2 考虑增广系统(27)及其一组稳定控制律 $v = K_l z$, $l \in \mathbf{I}_{0:q}$, 存在唯一确定的正定对称矩阵 P_l 满足 Lyapunov 方程

$$A_{K_l}^T P_l A_{K_l} - P_l = -(K_l - K_0)^T (R + B^T P_0 B) (K_l - K_0),$$

其中 $P_0 = P_f$. 进一步得到式(31)的对角矩阵 P_d .

令 $P_s = \text{diag}\{P_1, P_2, \dots, P_q\}$, 应用文献[21]引理2.2可直接验证该引理.

联立式(6)、(27)和(28), 得到增广状态 d 满足

$$d \in G = \left\{ d \in \mathbf{R}^{(q+1)n} \mid \begin{bmatrix} F_z & \mathbf{0} \\ F_v K_0 & F_v K_s \end{bmatrix} d \leq \begin{bmatrix} g_z \\ g_v \end{bmatrix} \right\}, \quad (29)$$

其中原点包含于集 G 且 $D \subset G$. 令 D 为增广系统(27)在约束(29)下的最大PI集, Ω 为 D 在 z 平面上的投影. 根据文献[21]可直接得到如下结论: 1) 存在控制律 $v = [K_0, K_s]d \in V$ 使集 Ω 是名义系统(3)的PI集; 2) 令 Ω_l 为控制律 $v = K_l z$ ($l \in \mathbf{I}_{0:q}$) 作用下名义系统(3)的最大PI集, 则 $\Omega_l \subseteq \Omega$, $\Omega_0 = Z_f$.

2.4 性能分析

假设1 考虑增广系统(27)及终端罚函数 $F(d)$ 、增广终端约束集 $D \subset G$ 、传统终端约束集 $Z_f \subset Z$ 和终端控制律 $v \in V$, 设对于任意 $d \in D$ 和 $z \in Z_f$, 下列条件成立:

- 1) $\Phi D \subseteq D \subset G$, $[K_0, K_s]D \subseteq V$;
- 2) $F(d^+) - F(d) \leq -L(z, v)$, $\forall (d, z, v) \in D \times Z_f \times V$.

假设1是增广系统(27)的终端“三要素”条件, 其

中条件1)表明 D 是该系统的一个不变集, 条件2)表明罚函数 F 是该系统的一个局部 Lyapunov 函数. 注意到, 终端“三要素”是保证常规 MPC 稳定性的主要条件.

定理1 若假设1成立, 则优化问题(17)在 RPI 集 X_N 内具有递推可行性.

证明 令 $\{z^*(k-1), v^*(k-1), r_s^*(N|k-1)\}$ 为优化问题(17)在 $k-1$ 时刻的经济最优解, 对应序列 $z^*(k-1)$ 和增广终端状态 $d^*(N|k-1)$, 则构造优化问题(17)在 k 时刻的备选解

$$v^1(k) := \{v^*(1|k-1), \dots, v^*(N-1|k-1), v^1(N-1|k)\}, \quad (30)$$

其中 $v^1(N-1|k) = [K_0 \ K_s] d^*(N|k-1)$. $r_s^1(N|k) = \{((A + BK_l) r_l^*(N|k-1))^T, l \in \mathbf{I}_{1:q}\}$ 对应的状态序列为

$$z^1(k) := \{z^*(1|k-1), \dots, z^*(N|k-1), z^1(N|k)\}, \quad (31)$$

其中 $z^1(N|k) = (A + BK_0)z^*(N|k-1) + BK_s d^*(N|k-1)$. 增广终端状态为 $d^1(N|k) = \Omega d^*(N|k-1)$. 可以看出, 序列(30)和(31)满足约束(17a)~(17e), 即满足优化问题(18)的约束, 亦即控制序列(30)是优化问题(18)在 k 时刻的一个可行解, 因此在 k 时刻优化问题(18)存在最优解 $\{z^0(k), v^0(k), r_s^0(N|k)\}$.

令 $V_N^1(k) = V_N(z^1(k), v^1(k), r_s^1(N|k))$, 则有

$$\begin{aligned} V_N^0(k) - V_N^*(k-1) &\leq V_N^1(k) - V_N^*(k-1) = \\ &= -L(z^*(k-1), v^*(0|k-1)) + \\ &= F(\Phi d^*(N|k-1)) - F(d^*(N|k-1)) + \\ &= L(z^*(N|k-1), v^s(N-1|k)). \end{aligned} \quad (32)$$

由于 $d^*(N|k-1) \in D$, 应用假设1进一步可得

$$V_N^0(k) - V_N^*(k-1) \leq -L(z^*(k-1), v^*(0|k-1)). \quad (33)$$

由于 $\gamma \geq 0$, 满足收缩约束(17f), 即 $V_N^0(k) \leq \eta(k, \gamma)$, $\{z^0(0), v^0(k), r_s^0(N|k)\}$ 为优化问题(17)在 k 时刻的一个可行解. 又由容许控制集和可行初始状态集定义可知, 对于任意 $x(k-1) \in X_N$, 闭环系统 k 时刻的状态满足 $x(k) \in X_N$, 即 X_N 是闭环系统的 RPI 集, 从而优化问题(20)在 RPI 集 X_N 内具有递推可行性. \square

注2 传统 MPC 递推可行性证明通过直接构造基于前一时刻最优解的备选解实现^[27], 但 LD-TEMPC 涉及两个优化问题, 因此基于优化问题(17)在 $k-1$ 时刻最优解构造的备选解(31)仅用于证明优化问题(18)在 k 时刻具有可行性, 进而应用式(18)的

最优解证明优化问题(17)在 $k-1$ 时刻的可行性.

如果优化问题(17)在初始时刻有可行解,则应用定理1可知,该优化问题在任意时刻都是可行的.

定理2 考虑不确定系统(1),如果假设1成立且优化问题(17)初始可行,则闭环系统(25)在吸引域 X_N 内关于集 $z_e \oplus S$ 渐近稳定.

证明 选择值函数(21)作为闭环系统(25)的候选Lyapunov函数,分别将优化问题(17)在 $k-1$ 和 k 时刻的最优解代入式(21),联立式(17f)和(22),可得

$$V_N^*(k) - V_N^*(k-1) \leq \eta(k, \gamma) - V_N^*(k-1) = (1-\gamma)(V_N^0(k) - V_N^*(k-1)). \quad (34)$$

根据假设1和式(33),不等式(34)可以简化为

$$V_N^*(k) - V_N^*(k-1) \leq (\gamma-1)L(z^*(k-1), v^*(0|k-1)). \quad (35)$$

由于 $0 \leq \gamma \leq 1$ 且 $L(z, v)$ 关于 (z_e, v_e) 正定,值函数 $V_N^*(k)$ 沿着名义轨迹单调递增.又 $V_N^*(k) \geq L(z^*(k), v^*(0|k))$,故 $V_N^*(k)$ 为名义闭环系统的一个Lyapunov函数,则经济最优稳态 z_e 在区域 Z_N 内渐近稳定,进而 Z_N 是名义闭环系统的吸引域.由于 $x(k) \in z(k) \oplus S$,闭环系统(25)在吸引域 X_N 内关于集 $z_e \oplus S$ 渐近稳定. \square

注3 分析优化问题(10)和(17)可知,传统TEMPC的最优解满足LD-TEMPC的约束条件,这意味着优化问题(10)最优解是优化问题(17)的可行解.进一步,对于优化问题(17),当 $r_s = z_e$ 即不存在松弛变量时,优化问题(17)将退化为优化问题(10).

定理3 考虑系统(1)及其最小RPI集 S ,如果假设1满足,则以下结论成立:

1) 对于任意 $N \in \mathbf{Z}^+$, $X_N^0 \subseteq X_N$;

2) 对于任意状态 $x(k) \in X_N^0$, LD-TEMPC的经济性能不差于传统TEMPC的经济性能.

证明 1) 给定任意 $N \in \mathbf{Z}^+$,选取任意状态 $x(k) \in X_N^0$ 并令 $\{z^0(k), v^0(k)\}$ 为优化问题(10)在 k 时刻的最优解.再令 $r_s^0(N|k) = \mathbf{0}$,构造相应的解 $\{z^0(k), v^0(k), r_s^0(N|k)\}$.可检验该构造解满足优化问题(17)的所有约束,根据LD-TEMPC可行域的定义可得 $x(k) \in X_N$.由于状态 $x(k)$ 取值的任意性,得到 $X_N^0 \subseteq X_N$.

2) 考虑任意状态 $x(k) \in X_N^0$,利用 k 时刻优化问题(17)的最优解 $\{z^*(k), v^*(k), r_s^*(N|k)\}$ 计算最优值函数 $V_E^*(k)$.由1)结论可知,构造解 $\{z^0(0|k), v^0(k), r_s^0(N|k)\}$ 也是优化问题(17)在该时刻的一个可行解.令 $V_E^0(k) = V_E(z^0(0|k), v^0(k), r_s^0(N|k))$,则由最优性原理可知,不等式 $V_E^*(k) \leq V_E^0(k)$ 成立.再将该可行解代入式(16),可得 $V_E^0(k) = J_E^0(k)$,其中 $J_E^0(k)$ 为优化问题(10)在 k 时刻的最优值函数.因此,对于

任意状态 $x(k) \in X_N^0$,不等式 $J_E^0(k) \leq V_E^*(k)$ 成立. \square

下面给出LD-TEMPC算法的实施过程.

算法1 LD-TEMPC 算法.

1: 初始化. 设置 $N > 0, 0 \leq \gamma \leq 1, T_{\text{sim}}, L_E(x, u), Q > 0$ 和 $R > 0$;离线计算约束集 D ;令 $\eta(k, \gamma)$ 充分大.

2: for $k = 1 : T_{\text{sim}}$

3: if $k == 1$ do

4: 求解优化问题(17),获得控制序列 $vv^*(k)$;

5: else if $k > 1$ do

6: 求解优化问题(18),获得控制序列 $v^0(k)$;

7: 更新收缩约束 $\eta(k, \gamma)$;

8: 求解优化问题(17),获得控制序列 $v^*(k)$;

9: end if

10: 由式(24)获得实际控制序列 $u^*(k)$;

11: 将 $u^*(k)$ 的首个元素输入系统(1);令 $k = k + 1$;

12: end for

注4 在LD-TEMPC算法中,收缩约束(17f)在初始 $k=0$ 时刻是不起作用的,即优化问题(18)在初始 $k=0$ 时刻无需求解.在实际应用中,通常采用一个足够大的值初始化函数 $\eta(k, \gamma)$ 即可.

注5 LD-TEMPC算法在每个时刻 $k-1$ 依次需要求解两个优化问题(17)和(18),其中式(18)和(17)目标函数分别表示面向稳定性的控制目标和面向经济性的控制目标.现有研究表明,这两个目标相互冲突,即经济优化通常会降低闭环系统的稳定性;反之,追求过快的系统稳定会降低闭环系统经济性能^[5-6].本文算法以稳定控制目标优先于经济控制目标为视角,利用不等式约束(17f)消解这两个目标的冲突性,因此LD-TEMPC本质上是一种特殊的多目标控制策略.进一步,由于采用收缩约束(17f)保证闭环系统(25)的鲁棒稳定性,LD-TEMPC经济目标优化与系统鲁棒稳定控制是解耦的,从而简化了EMPC鲁棒稳定性综合策略设计与应用.

3 仿真与结果分析

LD-TEMPC为本文所提出算法,TEMPC为传统Tube鲁棒EMPC算法,仿真中的PI集由Matlab 2018a多参数工具箱3.0(MPT3)计算获得.考虑如式(1)的含未知附加扰动的不确定线性系统,参数选择如下:

$$A = \begin{bmatrix} 0.99 & 0.01 \\ -0.08 & 0.90 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -0.007 \\ -0.142 \end{bmatrix}.$$

状态约束 $X = \{x \in \mathbf{R}^2 \mid |x_i| \leq 5, i = 1, 2\}$,控制约束 $U = \{u \in \mathbf{R} \mid |u| \leq 5\}$,扰动输入约束 $W = \{w \in \mathbf{R}^2 \mid |w_1| \leq 0.02, |w_2| \leq 0.03\}$.参考文献[25],最小

RPI集 S 由稳定增益 $K_{inv} = [-0.0031, -0.0066]$ 计算得到. 根据式(6)计算该系统的紧缩约束为

$$\begin{aligned} Z &= \{z \in \mathbf{R}^2 : |z_1| \leq 4.467, |z_2| \leq 4.638\}, \\ V &= \{v \in \mathbf{R}^1 : |v| \leq 2.524\}. \end{aligned} \quad (36)$$

仿真中,选择经济性能函数为

$$L_E = 0.5v(1 - 4z_2). \quad (37)$$

计算最优经济稳态点 $(z_e, v_e) = ([2.063, 0.125]^T, -1.25)$; 然后选择关于平衡点的二次型性能函数

$$L_N = (z - z_e)^T Q (z - z_e) + (v - v_e)^T R (v - v_e). \quad (38)$$

其中: 加权矩阵 $Q = 100I, R = I, I$ 为单位矩阵. 通过求解LQR问题, 得到终端反馈增益 K_0 和罚矩阵 P_0 分别为

$$K_0 = [4.155 \ 4.959], \quad P_0 = \begin{bmatrix} 1058.417 & 75.278 \\ 75.278 & 135.408 \end{bmatrix}.$$

令 $q = 1$, 选择稳定的低增益 $K_1 = K_{inv}$, 通过求解Lyapunov方程, 计算得到罚函数加权矩阵

$$P_1 = \begin{bmatrix} 356.150 & 423.498 \\ 423.498 & 917.099 \end{bmatrix}.$$

则终端罚函数的加权矩阵为 $P_d = \text{diag}\{P_0, P_1\}$.

图1给出了TEMPC和LD-TEMPC两种策略对应的名义终端域(Ω_0 和 Ω), 虚线为LD-TEMPC, 点划线为TEMPC, 实线为紧缩状态约束集, 点线为Tube不变集 S . 其中 $\Omega_0 = Z_f$ 为系统最大PI集, 是终端集 D 在 x 空间上的投影. 由图1可知, LD-TEMPC终端状态实现了线性分解, 区域大于 Ω_0 , 即线性分解扩大了系统的终端域, 进而扩大了闭环系统的吸引域. 进一步, 从保证EMPC优化问题初始可行性所需最短预测时域 N_{min} 角度进行验证, 表1列出了3个不同初始状态 $[0, 2]^T$ 、 $[2, 3]^T$ 和 $[2, 4]^T$ 下的最短预测时域 N_{min} . 由表1可知, LD-TEMPC的 N_{min} 远小于TEMPC的 N_{min} , 从而在保证闭环系统鲁棒稳定性的前提下可降低EMPC的在线计算量.

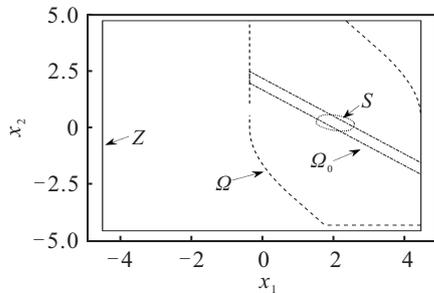


图1 两种算法终端域、紧缩状态约束集和Tube不变集

表1 保证优化初始可行的最短预测时域 N_{min}

初始状态	$[0, -2]^T$	$[2, -3]^T$	$[-2, 4]^T$
LD-TEMPC	1	1	2
TEMPC	9	10	5

进一步, 比较LD-TEMPC和TEMPC策略的闭环系统性能. 为此, 考虑系统的扰动输入信号

$$w(k) = \begin{bmatrix} 0.02 \sin(0.2k) \\ 0.03 \cos(0.2k) \end{bmatrix}, \quad k \in \mathbf{Z}^+. \quad (39)$$

选取初始状态 $[0, 2]^T$, 收缩因子 $\gamma = 0.01$, TEMPC与LD-TEMPC的预测步长分别为9和1, 结果如图2所示. 分析图2可知, 两种控制策略作用下的系统闭环状态轨迹都能稳定于平衡点 (z_e, v_e) 的邻域, 且满足状态约束与控制约束, 两种控制策略作用下的闭环系统具有相似的动态响应. 但从图1可知, LD-TEMPC能获得比TEMPC更大的终端域, 这有利于采用更小的预测时域获得相同的闭环动态响应, 从而减小优化问题的在线计算量, 其中LD-TEMPC单步平均计算时间为184.7 ms, 而常规TEMPC单步平均计算时间达到了516.0 ms.

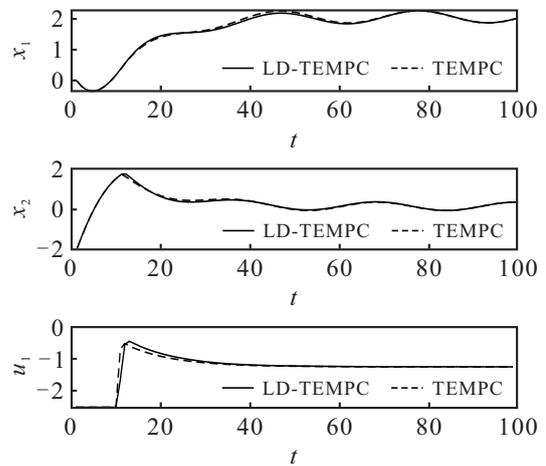


图2 两种算法状态轨迹和控制曲线

为验证LD-TEMPC在TEMPC初始可行域内的局部性质, 考虑 $N = 8$ 时可行域 X_8^0 内的3个初始状态点 $A[1, 1]^T$ 、 $B[1, 1]^T$ 和 $C[1, 2]^T$. 图3给出了在扰动输入(39)作用下各时刻LD-TEMPC和TEMPC的经济性能函数最优值. 由图3可见, 在TEMPC初始可行性域内, LD-TEMPC取得的经济性能不差于传统TEMPC的经济性能, 即LD-TEMPC具有局部最优经济性能.

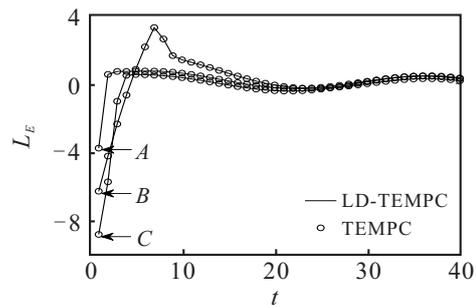


图3 两种算法实时最优经济值

下面分析收缩因子 γ 对LD-TEMPC闭环系统的鲁棒稳定性和平均经济性能(J_{ave})的影响, 其中 J_{ave}

为在一个足够长时域 $[0, T]$ 内的平均累计经济性能, 表示为 $J_{ave} = \frac{1}{T} \sum_{k=0}^T L_E(x(k), u^*(x(k)))$. 仿真中令 $T = 300$, 任意选择值为0.01、0.3、0.5和0.7, 取表1中第1组初始条件和参数. 图4给出了不同 γ 取值下的闭环状态轨迹和控制输入信号. 表2列出了各 γ 值下闭环系统的暂态过渡时间 T_{tr} 和平均经济性能. 由图4和表2结果可知, 取值越小, 闭环状态轨迹收敛速度越快, 但闭环系统平均经济性能会下降; 反之, 增大取值, 闭环系统平均经济性能会提高, 但延长了系统的暂态时间, 进而影响闭环系统的稳定性. 因此, 可以通过调整值权衡闭环系统经济性能和鲁棒性能, 提高EMPC控制器应用的灵活性.

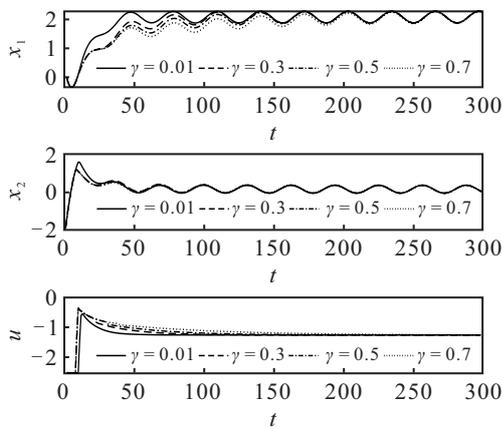


图4 不同 γ 值下LD-TEMPC闭环状态轨迹和控制曲线

表2 过渡时间和平均经济性能

γ	0.01	0.3	0.5	0.7
T_{tr}/ms	98	142	211	293
J_{ave}	-0.246	-0.272	-0.281	-0.288

最后比较所提出算法与线性分解Tube鲁棒MPC算法(LD-TMPC)^[30]在闭环动态响应和经济性能方面的差异. 考虑扰动输入信号

$$w(k) = \begin{bmatrix} 0.02 \exp(-0.2k) \\ 0.03 \exp(-0.2k) \end{bmatrix}, k \in \mathbf{Z}^+. \quad (40)$$

取初始状态 $[0, 2]^T$ 、 $N = 2$ 和 $\gamma = 0.01$, 仿真结果如图5所示. 由图5可知, 两种控制算法都能保证系统在扰动输入(40)的作用下仍稳定于平衡点 (z_e, v_e) 的邻域, 且满足状态约束与控制约束. 进一步分析图5可知, 两种控制算法作用下的闭环系统具有相似的动态响应. 两种控制算法取得的闭环系统经济性能如表3所示. 由表3可知, 本文LD-TEMPC算法对比LD-TMPC算法, 闭环系统的累积经济性能 J_c 提升了30.2%, 具有更好的经济性, 但由于LD-TEMPC算法需要在线求解两个优化问题, 算法单步平均计算时间 T_a 有所增加, 后续将开展LD-TEMPC算法的计算轻量化研究.

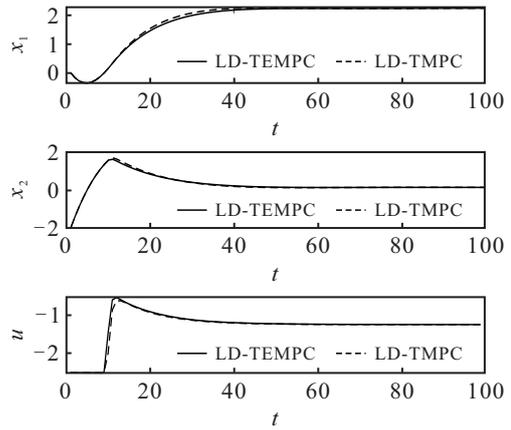


图5 两种算法闭环状态轨迹和控制曲线

表3 累积经济性能和单步平均计算时间

	J_c	T_a/ms
LD-TEMPC	-9.776	30.973 2
J_{ave}	-7.509	6.982 5

4 结论

本文针对约束不确定线性系统的经济优化与鲁棒控制问题, 提出了一种基于线性分解的Tube鲁棒经济模型预测控制策略. 首先基于收缩约束思想设计了具有鲁棒稳定保证的Tube经济预测控制策略; 然后利用线性分解对终端状态、终端约束、终端罚函数和终端控制律进行再设计, 在满足系统约束条件下扩大EMPC的终端域, 从而在同样初始可行域的条件下减少预测时域, 进而降低控制器在线优化的计算量; 在此基础上, 结合紧缩约束条件、收缩原理和Lyapunov稳定性定理, 建立了保证闭环系统关于未知有界扰动的鲁棒稳定性的充分条件和新策略的局部性能结果; 最后通过数值对比实验表明了所提出策略的有效性和优越性.

参考文献(References)

- [1] Ellis M, Durand H, Christofides P D. A tutorial review of economic model predictive control methods[J]. Journal of Process Control, 2014, 24(8): 1156-1178.
- [2] Mayne D Q, Rawlings J B, Rao C V, et al. Constrained model predictive control: Stability and optimality[J]. Automatica, 2000, 36(6): 789-814.
- [3] Diehl M, Amrit R, Rawlings J B. A Lyapunov function for economic optimizing model predictive control[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2011, 56(3): 703-707.
- [4] Amrit R, Rawlings J B, Angeli D. Economic optimization using model predictive control with a terminal cost[J]. Annual Reviews in Control, 2011, 35(2): 178-186.
- [5] Angeli D, Amrit R, Rawlings J B. On average performance and stability of economic model predictive control[J]. IEEE Transactions on Automatic Control,

- 2012, 57(7): 1615-1626.
- [6] Müller M A, Angeli D, Allgöwer F, et al. Convergence in economic model predictive control with average constraints[J]. *Automatica*, 2014, 50(12): 3100-3111.
- [7] Grüne L. Economic receding horizon control without terminal constraints[J]. *Automatica*, 2013, 49(3): 725-734.
- [8] Zavala V M. A multiobjective optimization perspective on the stability of economic MPC[J]. *IFAC-Papers OnLine*, 2015, 48(8): 974-980.
- [9] He D F, Sun J, Yu L. Economic MPC with a contractive constraint for nonlinear systems[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2016, 26(18): 4072-4087.
- [10] 何德峰. 约束非线性系统稳定经济模型预测控制[J]. *自动化学报*, 2016, 42(11): 1680-1690.
(He D F. Stabilizing economic model predictive control of constrained nonlinear systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2016, 42(11): 1680-1690.)
- [11] Luo J, He D F, Zhu W, et al. Multiobjective platooning of connected and automated vehicles using distributed economic model predictive control[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2022, 23(10): 19121-19135.
- [12] Watkins N J, Nowzari C, Pappas G J. Robust economic model predictive control of continuous-time epidemic processes[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2020, 65(3): 1116-1131.
- [13] Scokaert P O M, Mayne D Q. Min-max feedback model predictive control for constrained linear systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1998, 43(8): 1136-1142.
- [14] Limon D, Alamo T, Salas F, et al. Input to state stability of Min-max MPC controllers for nonlinear systems with bounded uncertainties[J]. *Automatica*, 2006, 42(5): 797-803.
- [15] Langson W, Chrysoschoos I, Raković S V, et al. Robust model predictive control using tubes[J]. *Automatica*, 2004, 40(1): 125-133.
- [16] Mayne D Q, Seron M M, Raković S V. Robust model predictive control of constrained linear systems with bounded disturbances[J]. *Automatica*, 2005, 41(2): 219-224.
- [17] Wang Y, Muñoz de la Peña D, Puig V, et al. Robust economic model predictive control based on a periodicity constraint[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2019, 29(11): 3296-3310.
- [18] Bayer F A, Müller M A, Allgöwer F. Tube-based robust economic model predictive control[J]. *Journal of Process Control*, 2014, 24(8): 1237-1246.
- [19] Dong Z H, Angeli D. Homothetic tube-based robust economic MPC with integrated moving horizon estimation[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2021, 66(1): 64-75.
- [20] He D F, Qiu T X, Lu L Y. Input-to-state stability of contractive EMPC of non-linear systems with bounded disturbances[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2019, 13(5): 651-658.
- [21] Chen H, Allgöwer F. A quasi-infinite horizon nonlinear model predictive control scheme with guaranteed stability[J]. *Automatica*, 1998, 34(10): 1205-1217.
- [22] Bacic M, Cannon M, Lee Y I, et al. General interpolation in MPC and its advantages[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, 48(6): 1092-1096.
- [23] Kim J S, Lee Y I. An interpolation technique for input constrained robust stabilization[J]. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2018, 16(4): 1569-1576.
- [24] Sui D, Feng L, Hovd M, et al. Decomposition principle in model predictive control for linear systems with bounded disturbances[J]. *Automatica*, 2009, 45(8): 1917-1922.
- [25] Nguyen H N, Gutman P O. Fast constrained LQR based on MPC with linear decomposition[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2016, 61(9): 2585-2590.
- [26] He D F. Dual-mode nonlinear MPC via terminal control laws with free-parameters[J]. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2016, 4(3): 526-533.
- [27] Rawlings J B, Mayne D Q. *Model Predictive Control Theory and Design: Theory and Design*[M]. Wisconsin: Nob Hill Publishing, 2009: 1-533.
- [28] Rakovic S V, Kerrigan E C, Kouramas K I, et al. Invariant approximations of the minimal robust positively invariant set[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(3): 406-410.
- [29] Gilbert E G, Tan K T. Linear systems with state and control constraints: The theory and application of maximal output admissible sets[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1991, 36(9): 1008-1020.
- [30] Balandat M. Interpolation in output-feedback tube-based robust MPC[C]. *The 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*. Orlando, 2012: 1904-1909.

作者简介

何德峰(1979—), 男, 教授, 博士生导师, 从事智能系统预测控制理论与应用的研究, E-mail: hdfzj@zjut.edu.cn;

李能卓(1998—), 男, 硕士生, 从事非线性系统经济模型预测控制的研究, E-mail: 2112003115@zjut.edu.cn;

黄原驰(1999—), 男, 硕士生, 从事非线性系统经济模型预测控制的研究, E-mail: 2112103086@zjut.edu.cn;

韩平(1996—), 男, 硕士生, 从事非线性系统经济模型预测控制的研究, E-mail: hanping@zjut.edu.cn.