控制与决策
Control and Decision

基于势博弈的智能电网需求侧管理问题

刘敏, 王金环

引用本文:
刘敏,王金环. 基于势博弈的智能电网需求侧管理问题[J]. 控制与决策, 2024, 39(2): 545-550.

在线阅读 View online: https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.1001

多无人机协同直播场景下自适应任务卸载决策
Adaptive task offloading decision of multi-UAVs cooperation in live broadcasting scenario
控制与决策. 2021, 36(4): 974-982   https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1104

基于势博弈的智能电网需求侧管理问题

刘 敏, 王金环†
(河北工业大学 理学院，天津 300401)

摘 要: 基于矩阵半张量积方法研究智能电网需求侧管理问题. 首先,基于势博弈的判定条件,利用势博弈对智能电网需求侧管理问题建模并构造相应的势函数;其次,当策略更新规则为时间级联型短视最优响应时,设计牵制控制使得势博弈在演化过程中镇定到最优纳什均衡;然后,在牵制控制设计过程中,为减少控制成本,设计算法得到尽可能少的控制玩家;最后,通过算例验证理论结果的有效性.

关键词: 势博弈；矩阵半张量积；演化博弈；智能电网需求侧管理；牵制控制；纳什均衡

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2022.1001

引用格式: 刘敏,王金环. 基于势博弈的智能电网需求侧管理问题[J]. 控制与决策, 2024, 39(2): 545-550.

Potential game for demand-side management of smart grids

LIU Min, WANG Jin-huan†

(School of Science，Hebei University of Technology，Tianjin 300401，China)

Abstract: This work investigates the demand-side management of smart grids via the semi-tensor product of matrices. Firstly, based on the criterion of potential games, the potential game is used to model the demand-side management of smart grids and the corresponding potential function can be constructed. Secondly, when the cascading myopic best response adjustment is used as the strategy updating rule, a pinning control is designed to make the potential game converge to the optimal Nash equilibrium. During the process of designing the pinning control, in order to reduce the control cost, an algorithm is constructed to get as few control players as possible. Finally, an example is provided to verify the theoretical results.

Keywords: potential game；semi-tensor product of matrices；evolutionary game；demand-side management of smart grids；pinning control；Nash equilibrium

0 引 言

智能电网需求侧管理问题是指通过改变社区的选择来优化资源配置,最大限度地降低用电成本. 文献[1]给出了一种双层优化模型降低供应商的花费成本;文献[2]中,为了防止智能电网中用户数据泄露,设计了一种容错多子集数据聚合方案. 目前,主要从稳定性[3]与最优性[4]两方面研究智能电网问题.

博弈论是解决智能电网相关问题的有效工具,包括零和博弈[5]、主从博弈[6]和网络演化博弈[7]等. 文献[8]利用势博弈解决了带有实际约束的经济电力调度问题;文献[9]基于Stackelberg博弈,通过优化用电价格使智能电网的利润最大化. 不同于上述智能电网问题的考虑角度,本文从社区两种不同的用电选择出发,建立势博弈模型并考虑博弈的演化.

文献[10]引入了一种特殊的有限博弈——势博弈,文献[11]通过构造势函数,证明了势博弈至少存在一个纯纳什均衡. 势博弈具有纯纳什均衡这一性质,便于利用势博弈对实际问题的建模. 文献[12]研究了带有特定玩家花费和资源失效的拥塞博弈是否为势博弈,分析演化博弈的镇定,并将理论结果应用于网络资源分配问题;文献[13]应用势博弈模型解决了带有耦合约束的NFV服务功能链路分配问题. 上述都是基于势博弈的良好性质,解决实际工程领域的各种问题.

最近,矩阵半张量积方法在许多领域得到了广泛应用,包括逻辑网络[14]和博弈论[15]等. 作为一种新的矩阵乘积,矩阵半张量积将逻辑系统转化为离散系统. 因此,人们应用矩阵半张量积研究布尔(控制)网

收稿日期: 2022-06-07；**录用日期:** 2022-11-10.
基金项目: 河北省自然科学基金项目(F2021202032).
责任编委: 王燕舞.
†通讯作者. E-mail: wjhuan228@163.com.

络的许多问题,包括能控性[16]、能观性[17]、稳定性问题[18] 等. 文献 [19] 将连续域中的最优控制问题近似为一个有限域上的问题,进而利用矩阵半张量积解决有限时域上的最优控制问题. 此外,演化博弈的建模与控制[20]、加权势博弈[21] 和拥塞博弈[12] 等许多博弈问题也可以通过矩阵半张量积进行研究. 文献 [7, 22-23] 用网络演化博弈对智能电网需求侧管理问题建模. 文献 [7] 设计了间歇控制最小化智能电网的总成本,文献 [22] 设计了开环控制实现全局收敛,文献 [23] 设计了状态反馈控制实现目标优化. 但上述网络演化博弈模型很难判断纳什均衡的存在性与求解纳什均衡. 本文考虑利用一种特殊的博弈 —— 势博弈对智能电网需求侧管理问题建模,容易求得纳什均衡. 在此基础上,进一步分析势博弈在特定规则下的演化.

本文基于矩阵半张量积,研究智能电网的势博弈建模及全局收敛性. 主要工作包括: 1) 不同于文献 [22-23],定义新的花费函数,利用势博弈对智能电网需求侧管理问题建模并构造相应势函数; 2) 针对势博弈在时间级联型短视最优响应下的演化,利用矩阵半张量积的代数状态空间方法,设计牵制控制使博弈镇定到最优纳什均衡; 3) 在牵制控制设计过程中,为减少控制成本,构造算法得到尽可能少的控制玩家.

1 基础知识

首先给出本文用到的记号:

1) $\mathcal{M}_{m\times n}$ 是 $m\times n$ 维实矩阵集合;

2) 记 $i=1,2,\ldots,l$ 为 $i\in[1,l]$.

定义 1 [24] 令矩阵 $P\in\mathcal{M}_{m\times n}$, $Q\in\mathcal{M}_{p\times q}$, 记 n 与 p 的最小公倍数为 $t=\mathrm{lcm}\{n,p\}$, 则 P 与 Q 的半张量积定义为

$$P\ltimes Q:=(P\otimes I_{\frac{t}{n}})(Q\otimes I_{\frac{t}{p}}),$$

其中 $\otimes$ 为 Kronecker 积.

本文默认的矩阵乘积为半张量积,因此省略半张量积符号 $\ltimes$.

定义 2 [11] 给定博弈 $G=(N,S,C)$. G 称为势博弈,如果存在一个函数 $P:S\to\boldsymbol{R}$(称为势函数),使得对于每一个 $i\in N$, 每一对 $s_i,s_i'\in S_i$ 及 $s_{-i}\in S_{-i}$, $S_{-i}:=\prod\limits_{j\neq i}S_j$ 均满足

$$c_i(s_i,s_{-i})-c_i(s_i',s_{-i})=P(s_i,s_{-i})-P(s_i',s_{-i}). \tag{1}$$

命题 1 [11] 一个博弈 G 是势博弈,当且仅当对于任意 $i,j\in N$ 及 $s_i,s_i'\in S_i$, $s_j,s_j'\in S_j$, $s_{-\{i,j\}}\in S_{-\{i,j\}}$ 均有

$$\begin{aligned}&c_i(s_i',s_j,s_{-\{i,j\}})-c_i(s_i,s_j,s_{-\{i,j\}})+\\&c_j(s_i',s_j',s_{-\{i,j\}})-c_j(s_i',s_j,s_{-\{i,j\}})+\\&c_i(s_i,s_j',s_{-\{i,j\}})-c_i(s_i',s_j',s_{-\{i,j\}})+\\&c_j(s_i,s_j,s_{-\{i,j\}})-c_j(s_i,s_j',s_{-\{i,j\}})=0.\end{aligned}$$

定义 3 [11] 给定博弈 $G=(N,S,C)$, 一个局势 $s^*=(s_1^*,s_2^*,\ldots,s_n^*)$ 称为 G 的一个纯纳什均衡,如果对于任意的 $s_i\in S_i$, $i\in N$, 有

$$c_i(s_1^*,\ldots,s_n^*)\geqslant c_i(s_1^*,\ldots,s_{i-1}^*,s_i,s_{i+1}^*,\ldots,s_n^*).$$

2 主要结果

本节考虑智能电网的势博弈建模及其演化过程. 在演化过程中,利用矩阵半张量积设计牵制控制,使得势博弈全局镇定到最优纳什均衡.

2.1 势博弈建模

随着经济的发展,新建智能电网在一些偏远地区涌现. 在智能电网出现之前,社区使用的是当地设施发电,如柴油发电机[22]. 本文考虑智能电网与柴油发电并存的智能电网需求侧管理问题,居民可以根据不同的定价在新建智能电网和柴油发电之间作出选择. 考虑一个连接 n 个社区的智能电网,每个社区有两种选择: 智能电网或柴油发电. 使用如下等价关系: $1\sim\delta_2^1=[1,\ 0]^{\mathrm{T}}$, $2\sim\delta_2^2=[0,\ 1]^{\mathrm{T}}$. 上述问题用博弈 G 建模:

1) $N=\{1,2,\ldots,n\}$ 是由 n 个社区组成的玩家集.

2) 玩家 i 的策略集为 $S_i=\{1,2\}$, $i\in N$, 其中 $1(\delta_2^1)$ 和 $2(\delta_2^2)$ 分别表示智能电网和柴油发电的策略.

3) $c_i(s)$ 是玩家 i 的花费函数,定义为

$$c_i(s)=\begin{cases}p_g,\ s_i=\delta_2^1;\\ p_d,\ s_i=\delta_2^2.\end{cases} \tag{2}$$

其中: s_i 是玩家 i 的策略; p_d 代表柴油发电的单价,保持固定不变; p_g 代表智能电网的单价,随选择它的用户数变化,当很少用户使用电网时, p_g 会很高,也会随使用电网的用户数增加而降低,当使用人数超过一定阈值, p_g 将会增加[22].

设 $n_g(s)$, $n_d(s)$ 分别为局势 s 下选择智能电网和柴油发电的用户数. 下面证明博弈 G 是一个势博弈,从而有纳什均衡,再基于文献 [11] 进一步构造势函数.

定理 1 上述构造的博弈 G 是一个势博弈,并且势函数表示为

$$P(s)=\sum_{k=1}^{n_g(s)}p_g(k)+n_d(s)p_d, \tag{3}$$

其中 $n_g(s)+n_d(s)=n$.

证明　对于任意两个玩家i,j,不失一般性,假设$i < j$. 由于玩家i的策略集为$S_i = \{1,2\}$,假设$s_i = 1, s'_i = 2$. 类似地,玩家j的策略为$s_j = 1, s'_j = 2$. 假设在$s_{-\{i,j\}} \in S_{-\{i,j\}}$中,有$n_1$个玩家选择策略1, n_2个玩家选择策略2. 下面计算玩家i,j在不同局势下的花费.

$$c_i(s'_i, s_j, s_{-\{i,j\}}) = c_i(\ldots,2,\ldots,1,\ldots) = p_d,$$
$$c_i(s_i, s_j, s_{-\{i,j\}}) = c_i(\ldots,1,\ldots,1,\ldots) = p_g(n_1+2),$$
$$c_i(s'_i, s'_j, s_{-\{i,j\}}) = c_j(\ldots,2,\ldots,2,\ldots) = p_d,$$
$$c_i(s'_i, s_j, s_{-\{i,j\}}) = c_j(\ldots,2,\ldots,1,\ldots) = p_g(n_1+1),$$
$$c_i(s_i, s'_j, s_{-\{i,j\}}) = c_i(\ldots,1,\ldots,2,\ldots) = p_g(n_1+1),$$
$$c_i(s'_i, s'_j, s_{-\{i,j\}}) = c_i(\ldots,2,\ldots,2,\ldots) = p_d,$$
$$c_j(s_i, s_j, s_{-\{i,j\}}) = c_j(\ldots,1,\ldots,1,\ldots) = p_g(n_1+2),$$
$$c_j(s_i, s'_j, s_{-\{i,j\}}) = c_j(\ldots,1,\ldots,2,\ldots) = p_d,$$

其中$p_g(n_1+1)$表示当n_1+1个玩家选择智能电网时相应的价格.

容易验证如下闭环条件成立:

$$\begin{aligned}&c_i(s'_i, s_j, s_{-\{i,j\}}) - c_i(s_i, s_j, s_{-\{i,j\}}) +\\&c_j(s'_i, s'_j, s_{-\{i,j\}}) - c_j(s'_i, s_j, s_{-\{i,j\}}) +\\&c_i(s_i, s'_j, s_{-\{i,j\}}) - c_i(s'_i, s'_j, s_{-\{i,j\}}) +\\&c_j(s_i, s_j, s_{-\{i,j\}}) - c_j(s_i, s'_j, s_{-\{i,j\}}) = 0.\end{aligned}$$

根据命题1,得到博弈G是势博弈.

在玩家i的策略集中,令$s_i = 1, s'_i = 2$. 假设在s_{-i}中,n_3个玩家选择策略1, n_4个玩家选择策略2. 玩家i的花费函数为$c_i(s_i, s_{-i}) = p_g(n_3+1)$, $c_i(s'_i, s_{-i}) = p_d$. 根据式(3)计算$P(s)$,有

$$\begin{aligned}&P(s_i, s_{-i}) = P(\ldots,1,\ldots) =\\&p_g(1) + p_g(2) + \ldots + p_g(n_3) + p_g(n_3+1) + n_4 p_d,\\&P(s'_i, s_{-i}) = P(\ldots,2,\ldots) =\\&p_g(1) + p_g(2) + \ldots + p_g(n_3) + (n_4+1)p_d.\end{aligned}$$

容易验证

$$c_i(s_i, s_{-i}) - c_i(s'_i, s_{-i}) = P(s_i, s_{-i}) - P(s'_i, s_{-i}).$$

由定义2可得,式(3)定义的函数$P(s)$是势函数. □

根据上述定理,智能电网需求侧管理问题能够用势博弈建模且势函数如式(3)所示. 下面考虑势博弈在特定更新规则下的演化.

2.2　控制设计

本节考虑博弈的演化,采用确定型时间级联型短视最优响应作为策略更新规则,分析势博弈演化过程.

由于每个玩家只有两个策略选择,确定型短视最优响应更新规则表示为

$$s_i(t+1) = \begin{cases} s_i(t),\ s_i(t) \in \mathcal{O}_i(t);\\ \neg s_i(t),\ s_i(t) \notin \mathcal{O}_i(t).\end{cases} \tag{4}$$

其中: $\mathcal{O}_i(t) = \underset{s_i \in S_i}{\operatorname{argmax}}\, c_i(s_i, s_{-i}(t))$为$t$时刻最优策略集,当$s_i(t) = \delta_2^{2-j}$时,$\neg s_i(t) = \delta_2^{j+1}$, $j \in [0,1]$.

对所有玩家从1到n标号. 本文考虑时间级联型短视最优响应: 当玩家j在$t+1$时刻更新策略时,由于玩家$i(i<j)$在$t+1$时刻的策略已经更新,玩家j将根据所有玩家$i(i<j)$在$t+1$时刻的策略及其余玩家在t时刻的策略确定$t+1$时刻的策略. 演化过程为

$$\begin{cases} s_1(t+1) = f_1(s_1(t), s_2(t), \ldots, s_n(t)),\\ \qquad\vdots\\ s_n(t+1) = f_n(s_1(t+1), s_2(t+1), \ldots, s_n(t)),\end{cases} \tag{5}$$

其中f_i由式(4)决定, $i \in N$.

注1　根据势博弈的定义,在时间级联型短视最优响应更新规则下,无论玩家如何标号,所有玩家都会朝势函数取最优的方向更新. 因为局势是有限的,所以最终收敛到纳什均衡. 社区(玩家)如何标号都不会影响收敛结果,因此每个社区的标号可以是任意的.

式(5)给出了用户的决策过程,利用矩阵半张量积,得到式(5)的代数表示,即

$$\begin{cases} s_1(t+1) = L_1 s(t),\\ \qquad\vdots\\ s_n(t+1) = L_n s(t).\end{cases} \tag{6}$$

其中: L_i是f_i的结构矩阵, $s(t) = \ltimes_{i=1}^n s_i(t)$, $i \in N$.

将式(6)中的方程相乘,得到

$$s(t+1) = Ls(t), \tag{7}$$

其中$L = L_1 * \ldots * L_n \in \mathcal{L}_{2^n \times 2^n}$, $*$是Khatri-Rao积.

将势函数作为目标函数,势博弈在演化规则(5)下,所有局势都将演化到纳什均衡,但不一定收敛到期望的纳什均衡. 因此,考虑采用控制手段,通过控制一些玩家的策略选择使得势博弈能够演化到最优纳什均衡.

下面设计牵制控制使博弈G全局镇定到最优纳什均衡. 为减少控制成本,设计算法确定尽可能少的控制玩家. 进一步,设计状态反馈控制.

假设纳什均衡集为$\Lambda = \{\delta_{2^n}^{\alpha_1}, \delta_{2^n}^{\alpha_2}, \ldots, \delta_{2^n}^{\alpha_{p'}}, \delta_{2^n}^{\alpha_{p'+1}}, \ldots, \delta_{2^n}^{\alpha_p}\}$, 把集合$\Lambda$分成两部分: $\Lambda = \Lambda' \bigcup V$且

$\Lambda'\bigcap V = \varnothing$. 其中: $\Lambda' = \{\delta_{2^n}^{\alpha_i}|i \in [1,p']\}$ 为触发集; 集合 $V = \{\delta_{2^n}^{\alpha_i}|i \in [p'+1,p]\}$ 为最优纳什均衡集, 记为目标集. 定义 $R_\tau(V) = \{\delta_{2^n}^{\alpha_j}|$存在$1 \leqslant \tau \leqslant 2^n, \tau \in \boldsymbol{Z}^+$, 使得 $L^\tau\delta_{2^n}^{\alpha_j} \in V\}$ 为集合 V 的 τ 步可达集, 特别地, $R_0(V) = V$. 记 τ^* 为使得 $R_\tau(V) = R_{\tau+1}(V)$ 成立的最小 τ 值, 称为到达集合 V 的最大转移步数, 则最大转移步数可达集为 $R_{\tau^*}(V)$. 不失一般性, 假设集合 $R_{\tau^*}(V)$ 中有 $l-p'$ 个局势, 则 $R_{\tau^*}(V) = \{\delta_{2^n}^{\alpha_j}|j \in [p'+1,l]\}$.

在确定型时间级联型短视最优响应更新规则下, 集合 $R_{\tau^*}(V)$ 中的局势自然演化到集合 V, 集合 $S\backslash R_{\tau^*}(V)$ 中的局势自然演化到触发集 Λ'. 因此, 只需要设计控制使得集合 Λ' 中的局势演化到集合 $R_{\tau^*}(V)$ 中. 演化过程如图1所示.

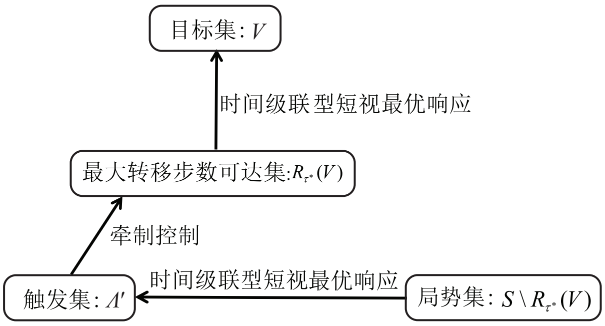


图1 局势演化过程

为减少控制成本, 希望选择尽可能少的控制玩家. 分解集合 $\Lambda', R_{\tau^*}(V)$ 中的局势, 进而确定控制玩家集. 下面给出算法确定控制玩家.

算法1 确定尽可能少的控制玩家.

step 1: 对每一个局势 $\delta_{2^n}^{\alpha_i} \in \Lambda', i \in [1,p']$, 将其分解为 $(s_{1,\alpha_i}, s_{2,\alpha_i},\dots,s_{n,\alpha_i})$. 类似地, 对每一个局势 $\delta_{2^n}^{\alpha_j} \in R_{\tau^*}(V), j \in [p'+1,l]$, 分解为 $(s_{1,\alpha_j}, s_{2,\alpha_j}, \dots, s_{n,\alpha_j})$.

step 2: 将 $(s_{1,\alpha_i}, s_{2,\alpha_i},\dots,s_{n,\alpha_i})(i \in [1,p'])$ 与 $(s_{1,\alpha_j}, s_{2,\alpha_j},\dots,s_{n,\alpha_j})(j \in [p'+1,l])$ 比较, 把元素不相同的位置对应的玩家记为集合 $\mathcal{U}_{i,\alpha_j}$.

step 3: 对每个 $j \in [p'+1,l]$, 计算 $\mathcal{U}_{\alpha_j} = \bigcup\limits_{i=1}^{p'}\mathcal{U}_{i,\alpha_j}$.

step 4: 从集合 $\mathcal{U}_{\alpha_j}(j \in [p'+1,l])$ 中, 找到有最少个数的玩家集, 记为控制玩家集 $\mathcal{U}$.

注2 当集合 $\mathcal{U}$ 不唯一时, 任意选择一个集合作为控制玩家集.

根据算法1, 得到控制玩家集 $\mathcal{U}$. 当控制被触发时, 系统(7)变为

$$s(t+1) = L's(t), \tag{8}$$

其中结构矩阵 L' 由算法2得到.

为了确定新结构矩阵 L', 基于局势分解方法, 找到在控制作用下触发集所到达的局势, 进而改变原结构矩阵的列得到新结构矩阵 L'.

算法2 确定结构矩阵 L'.

step 1: 计算集合 $R_{\tau^*}(V), \Lambda$ 与 Λ'.

step 2: 对每一个 $\delta_{2^n}^{\alpha_i} \in \Lambda', i \in [1,p']$, 将其分解为 $(s_{1,\alpha_i}, s_{2,\alpha_i},\dots,s_{n,\alpha_i})$, 对于每一个控制玩家 $i \in \mathcal{U}$, 相应的 s_{i,α_i} 变为 $\neg s_{i,\alpha_i}$, 得到局势 $\delta_{2^n}^{\alpha_i'} \in R_{\tau^*}(V)$.

step 3: 对每一个 $i \in [1,p']$, 将 L 的第 α_i 列变为 $\delta_{2^n}^{\alpha_i'}$, 其中 $\delta_{2^n}^{\alpha_i'} \in R_{\tau^*}(V)$.

step 4: 保持矩阵 L 的其余列不变, 得到新的结构矩阵 L'.

进一步可得结构矩阵 L' 的分解形式. 因此, 系统(6)变为

$$s_i(t+1) = \begin{cases} L_i's(t),\ i \in \mathcal{U}; \\ L_is(t),\ i \in N\backslash\mathcal{U}; \end{cases} \tag{9}$$

其中 $L_i'(i \in \mathcal{U})$ 是控制玩家的结构矩阵.

另一方面, 式(5)变为

$$s_i(t+1) = \begin{cases} u_i(s_1,\dots,s_n) \odot_i f_i(s_1,\dots,s_n),\ i \in \mathcal{U}; \\ f_i(s_1,\dots,s_n),\ i \in N\backslash\mathcal{U}. \end{cases} \tag{10}$$

其中: u_i 是状态反馈控制, $\odot_i$ 表示 u_i 与 f_i 之间的关系.

假设 $u_i(t) = K_is(t)$, 其中 $K_i(i \in \mathcal{U})$ 是状态反馈矩阵. 式(10)可表示为

$$s_i(t+1) = \begin{cases} L_{\odot_i}K_is(t)L_is(t),\ i \in \mathcal{U}; \\ L_is(t),\ i \in N\backslash\mathcal{U}; \end{cases}$$

其中 $L_{\odot_i}$ 是 $\odot_i(i \in \mathcal{U})$ 的结构矩阵.

基于矩阵半张量积, 得到

$$s_i(t+1) = \begin{cases} L_{\odot_i}K_i(I_{2^n} \otimes L_i)R_p^{2^n}s(t),\ i \in \mathcal{U}; \\ L_is(t),\ i \in N\backslash\mathcal{U}. \end{cases} \tag{11}$$

若式(9)与(11)一致, 可计算出状态反馈控制 $u_i(t) = K_is(t), i \in \mathcal{U}$.

注3 类似文献[25], 得到如下方程:

$$L_{\odot_i}K_i(I_{2^n} \otimes L_i)R_p^{2^n} = L_i',\ i \in \mathcal{U} \tag{12}$$

是可解的.

综上, 得到相应的控制 $u_i(t) = K_is(t), i \in \mathcal{U}$.

基于得到的控制 $u_i(t)$, 如下定理分别对集合 $R_{\tau^*}(V)$ 和集合 $S\backslash R_{\tau^*}(V)$ 中局势进行分析, 说明在该控制作用下, 博弈能够镇定到最优纳什均衡集.

定理2　博弈(9)在控制$u_i(t)=K_is(t)(i\in\mathcal{U})$的作用下,能够镇定到最优纳什均衡集.

证明　根据注2,得到方程(12)可解. 因此,得到牵制控制$u_i(t)=K_is(t), i\in\mathcal{U}$,使得触发集$\Lambda'$中的局势演化到最大转移步数可达集$R_{\tau^*}(V)$.

对于任意局势$\delta_{2^n}^i\in S$,有$\delta_{2^n}^i\in R_{\tau^*}(V)$或$\delta_{2^n}^i\in S\backslash R_{\tau^*}(V)$.

1) 如果$\delta_{2^n}^i\in R_{\tau^*}(V)$,则存在$0\leqslant T_1\leqslant 2^n$使得$s(T_1;\delta_{2^n}^i)\in V$.

2) 如果$\delta_{2^n}^i\in S\backslash R_{\tau^*}(V)$,则存在$0\leqslant T_2\leqslant 2^n$使得$\delta_{2^n}^i$演化到触发集$\Lambda'$. 即状态$s(T_2;\delta_{2^n}^i)\in\Lambda'$触发控制. 由于在控制$u_i(t)=K_is(t)(i\in\mathcal{U})$下,集合$\Lambda'$中的局势收敛到集合$R_{\tau^*}(V)$. 由1)可得,集合$R_{\tau^*}(V)$中的局势演化到了最优纳什均衡集. 因此,博弈$G$能够镇定到最优纳什均衡集. □

3　算例分析

例1　考虑由6个社区组成的智能电网,每个社区有两种选择——智能电网1(δ_2^1)或柴油发电2(δ_2^2). 智能电网与柴油的单价如表1所示.

表1　智能电网和柴油发电单价

用户数	0	1	2	3	4	5	6
智能电网价格 (p_g)	8.5	8	6.7	6	6.5	6.8	7.2
当地柴油价格 (p_d)	7	7	7	7	7	7	7

采用时间级联型短视最优响应更新规则,利用矩阵半张量积,计算博弈的动态演化方程

$$x(t+1)=Lx(t),$$

其中

$$\begin{aligned}L=\delta_{64}[&33,2,3,2,5,2,3,2,9,2,3,2,5,2,3,2,17,\\&2,3,2,5,2,3,2,9,2,3,2,5,2,3,64,33,2,3,2,\\&5,2,3,2,9,2,3,2,5,2,3,2,17,2,3,2,5,2,3,\\&2,9,2,3,2,5,2,3,64].\end{aligned}$$

根据结构矩阵L,找到纳什均衡集$\{\delta_{64}^2,\delta_{64}^3,\delta_{64}^5,\delta_{64}^9,\delta_{64}^{17},\delta_{64}^{33},\delta_{64}^{64}\}$. 由式(3)可得

$$\begin{aligned}&P(\delta_{64}^2)=P(\delta_{64}^3)=P(\delta_{64}^5)=P(\delta_{64}^9)=\\&P(\delta_{64}^{17})=P(\delta_{64}^{33})=41;P(\delta_{64}^{64})=42.\end{aligned}$$

因此,目标集为$V=\{\delta_{64}^2,\delta_{64}^3,\delta_{64}^5,\delta_{64}^9,\delta_{64}^{17},\delta_{64}^{33}\}$. 由图2可看出,除了局势$\delta_{64}^{32},\delta_{64}^{64}$,其余所有局势演化到目标集$V$. 即触发集为$\Lambda'=\{\delta_{64}^{64}\}$,剩下所有局势组成可达集$R_{\tau^*}(V)$.

下面设计牵制控制使得博弈收敛到最优纳什均衡集. 为此,只需要设计控制使得集合Λ'中的局势δ_{64}^{64}演化到集合$R_{\tau^*}(V)$. 局势δ_{64}^{64}的分解形式为

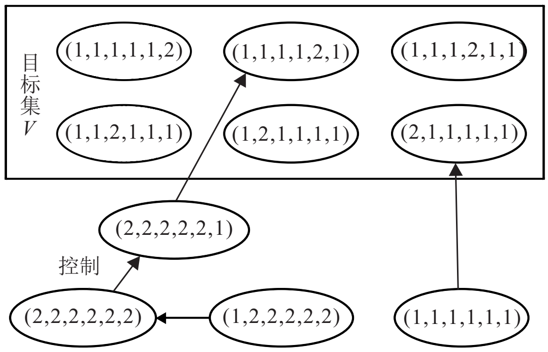


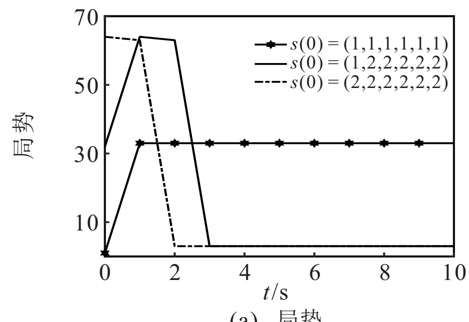
图2　演化过程

(2,2,2,2,2,2),类似可以得到集合$R_{\tau^*}(V)$中局势分解形式. 根据算法1,得到控制玩家只有1个. 不失一般性,将玩家6作为控制玩家.

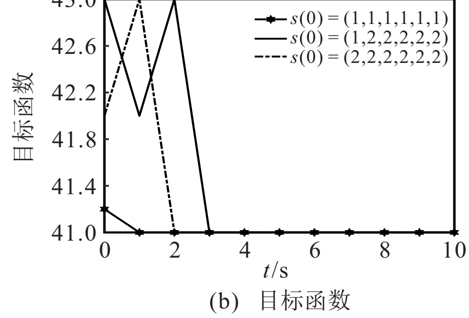
根据算法2,计算出新的结构矩阵L'. 根据注3,有$u(s)=K_6s(t)$,其中

$$\begin{aligned}K_6=\delta_2[&1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,\\&1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2].\end{aligned}$$

在动态演化过程中,当演化到触发集中的局势$\delta_{64}^{64}\sim(2,2,2,2,2,2)$时,触发控制,从而下一步演化到局势$\delta_{64}^{63}\sim(2,2,2,2,2,1)$,进一步演化到目标局势$\delta_{64}^3\sim(1,1,1,1,2,1)$. 在控制$u(s)=K_6s(t)$作用下,只会改变局势$\delta_{64}^{64}$的演化过程,其余局势的演化过程不变. 由定理2得,博弈在控制的作用下全局收敛到最优纳什均衡. 任给3个不同局势$s(0)=\delta_{64}^1\sim(1,1,1,1,1,1)$, $s(0)=\delta_{64}^{32}\sim(1,2,2,2,2,2)$, $s(0)=\delta_{64}^{64}\sim(2,2,2,2,2,2)$,图2给出演化过程,图3给出局势和目标函数的演化过程. 可以看出,所有局势能够演化到目标集V,目标函数演化到最优值41.



(a)　局势



(b)　目标函数

图3　局势及目标函数的演化过程

4 结　论

本文研究了智能电网的势博弈建模与全局收敛性问题. 首先,利用势博弈对智能电网需求侧管理问题建模,并构造势函数;然后,考虑博弈的演化,将部分玩家作为控制器,设计牵制控制,使得该博弈收敛到最优纳什均衡;最后,通过算例验证了理论结果的有效性. 在本文基础上,下一步将研究基于加权网络拥塞博弈的智能电网需求侧管理问题,得到加权网络拥塞博弈为势博弈的条件,进而分析其演化过程.

参考文献(References)

[1] Bragagnolo S N, Vaschetti J C, Magnago F. On the scalability of supply cost for demand management in the smart grid[J]. IEEE Latin America Transactions, 2022, 20(4): 643-650.

[2] Wang X D, Liu Y N, Choo K K R. Fault-tolerant multisubset aggregation scheme for smart grid[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2020, 17(6): 4065-4072.

[3] Wang H Z, Wen X C, Xu Y L, et al. Operating state reconstruction in cyber physical smart grid for automatic attack filtering[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2022, 18(5): 2909-2922.

[4] Sauerteig P, Worthmann K. Towards multiobjective optimization and control of smart grids[J]. Optimal Control Applications and Methods, 2020, 41(1): 128-145.

[5] Chen P Y, Cheng S M, Chen K C. Smart attacks in smart grid communication networks[J]. IEEE Communications Magazine, 2012, 50(8): 24-29.

[6] Alshehri K, Liu J, Chen X D, et al. A game-theoretic framework for multiperiod-multicompany demand response management in the smart grid[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2021, 29(3): 1019-1034.

[7] Wang J H, Gao X Y, Xu Y. Intermittent control for demand-side management of a class of networked smart grids[J]. IET Control Theory & Applications, 2019, 13(8): 1166-1172.

[8] Du L, Grijalva S, Harley R G. Game-theoretic formulation of power dispatch with guaranteed convergence and prioritized BestResponse[J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2015, 6(1): 51-59.

[9] Tang R, Wang S W, Li H X. Game theory based interactive demand side management responding to dynamic pricing in price-based demand response of smart grids[J]. Applied Energy, 2019, 250: 118-130.

[10] Rosenthal R W. A class of games possessing pure-strategy Nash equilibria[J]. International Journal of Game Theory, 1973, 2(1): 65-67.

[11] Monderer D, Shapley L S. Potential games[J]. Games and economic behavior, 1996, 14(1): 124-143.

[12] Wang J H, Jiang K C, Wu Y H. On congestion games with player-specific costs and resource failures[J]. Automatica, 2022, 142: 110367.

[13] Le S T, Wu Y H, Guo Y Q, et al. Game theoretic approach for a service function chain routing in NFV with coupled constraints[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2021, 68(12): 3557-3561.

[14] Feng J E, Li Y L, Zhao R. Recent developments of finite-valued dynamic systems based on semi-tensor product of matrices[J]. Control and Decision, 2022, 37(2): 267-277.

[15] Cheng D Z, He F H, Qi H S, et al. Modeling, analysis and control of networked evolutionary games[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2015, 60(9): 2402-2415.

[16] Lu J Q, Zhong J, Huang C, et al. On pinning controllability of Boolean control networks[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2016, 61(6): 1658-1663.

[17] Yu Y Y, Meng M, Feng J E. Observability of Boolean networks via matrix equations[J]. Automatica, 2020, 111: 108621.

[18] Wang L Q, Liu Y, Wu Z G, et al. Stabilization and finite-time stabilization of probabilistic Boolean control networks[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2021, 51(3): 1559-1566.

[19] Wu Y H, Zhang J Y, Shen T L. A logical network approximation to optimal control on a continuous domain and its application to HEV control[J]. Science China Information Sciences, 2022, 65(11): 212203.

[20] Zhao G D, Li H T, Sun W W, et al. Modelling and strategy consensus for a class of networked evolutionary games[J]. International Journal of Systems Science, 2018, 49(12): 2548-2557.

[21] Wang Y H, Cheng D Z. On coset weighted potential game[J]. Journal of the Franklin Institute, 2020, 357(9): 5523-5540.

[22] Zhu B, Xia X H, Wu Z. Evolutionary game theoretic demand-side management and control for a class of networked smart grid[J]. Automatica, 2016, 70: 94-100.

[23] Zhu B, Xia K W, Xia X H. Game-theoretic demand-side management and closed-loop control for a class of networked smart grid[J]. IET Control Theory & Applications, 2017, 11(13): 2170-2176.

[24] Cheng D Z, Qi H S, Zhao Y. An introduction to semi-tensor product of matrices and its applications[M]. Hackensack: World Scientific, 2012.

[25] Li F F. Pinning control design for the stabilization of Boolean networks[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2016, 27(7): 1585-1590.

作者简介

刘敏 (1998−), 女, 硕士生, 从事博弈系统控制理论的研究, E-mail: liuxiaomin2023@163.com;

王金环 (1980−), 女, 副教授, 博士, 从事多智能体系统控制、网络演化博弈等研究, E-mail: wjhuan228@163.com.