

# 控制与决策

Control and Decision

基于新型距离测度的概率语言多属性群决策方法

高建伟, 魏玲莉, 王亚平

引用本文:

高建伟, 魏玲莉, 王亚平. 基于新型距离测度的概率语言多属性群决策方法[J]. *控制与决策*, 2024, 39(2): 604–612.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.1057>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

[基于云模型和多层权重求解的多粒度语言大群体决策方法](#)

Multi-granularity linguistic large group decision-making based on cloud model and multi-layer weight determination

*控制与决策*. 2021, 36(9): 2257–2266 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0102>

[考虑个体累积共识贡献的犹豫模糊语言自适应共识模型](#)

Adaptive consensus model with hesitant fuzzy linguistic information considering individual cumulative consensus contribution

*控制与决策*. 2021, 36(1): 187–195 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0556>

[大群体应急决策中考虑属性关联的偏好信息融合方法](#)

Preference information fusion method of large groups emergency decision-making based on attributes association

*控制与决策*. 2021, 36(10): 2537–2546 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0117>

[基于语言共识模型的电子商务信用风险评价方法](#)

An approach to E-commerce credit risk assessment based on linguistic consensus model

*控制与决策*. 2021, 36(6): 1465–1471 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1398>

[考虑时间序列的动态大群体应急决策方法](#)

Dynamic large group emergency decision-making method considering time series

*控制与决策*. 2020, 35(11): 2609–2618 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0088>

# 基于新型距离测度的概率语言多属性群决策方法

高建伟, 魏玲莉<sup>†</sup>, 王亚平

(华北电力大学 经济与管理学院, 北京 102206)

**摘要:** 研究属性权重和专家权重均未知条件下的概率语言多属性群决策问题. 首先, 针对传统概率语言术语集距离测度的不足, 提出改进的距离测度, 并证明其性质和优越性. 其次, 基于新的距离公式, 定义决策者的平均相似度, 并结合专家之间的信任度矩阵计算每个属性下决策者的综合权重; 构建基于相似-信任分析的群体共识调节模型, 尽可能保留各属性下权威专家的意见; 考虑到属性之间的相关性以及各个属性的重要程度, 构建基于广义 Choquet 积分和离差最大化法的主客观综合赋权模型. 随后, 在新的距离测度的基础上, 结合 TODIM 方法构建概率语言多属性群决策框架, 实现对多个备选方案的排序. 最后, 以光伏电站的选址为例, 验证所提出方法的有效性和合理性.

**关键词:** 多属性群决策; 概率语言术语集; 距离测度; TODIM 方法; 专家权重; 共识达成

中图分类号: C934 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2022.1057

引用格式: 高建伟, 魏玲莉, 王亚平. 基于新型距离测度的概率语言多属性群决策方法 [J]. 控制与决策, 2024, 39(2): 604-612.

## Probabilistic linguistic multi-attribute group decision making method based on new distance measure

GAO Jian-wei, WEI Ling-li<sup>†</sup>, WANG Ya-ping

(School of Economics and Management, North China Electronic Power University, Beijing 102206, China)

**Abstract:** Probabilistic linguistic multi-attribute group decision making with unknown attribute weights and expert weights is studied. Firstly, aiming at the deficiency of the distance measure of the traditional probabilistic linguistic term sets, an improved distance measure is proposed, and its properties and advantages are proved. Secondly, based on the new distance measure, the average similarity of decision makers is defined, and the comprehensive weight of decision makers under each attribute is calculated by combining the trust matrix between experts. A group consensus adjustment model based on similarity-trust analysis is constructed to retain the opinions of authoritative experts under each attribute as much as possible. Considering the correlation between attributes and the importance of each attribute, this paper constructs a subjective and objective comprehensive weighting model based on the generalized Choquet integral and deviation maximization method. Then, based on the new distance measure, a probabilistic linguistic multi-attribute group decision framework is constructed by combining the TODIM method to rank multiple alternatives. Finally, the site selection of photovoltaic power station is taken as an example to verify the effectiveness and rationality of the proposed method.

**Keywords:** multi-attribute group decision making; probabilistic linguistic term sets; distance measure; TODIM method; expert weight; consensus-reaching

## 0 引言

在实际决策中, 由于客观事物的复杂性和人类思维的模糊性, 人们会倾向于采用定性的语言术语表达决策信息. 文献 [1] 定义了语言术语集的概念, 文献 [2-3] 提出了犹豫模糊语言术语集 (hesitant

fuzzy linguistic term set, HFLTS) 的概念, 它允许决策者同时使用多个语言术语对评估对象进行价值评定, 从而初步具备了描述群体评价信息的能力<sup>[4]</sup>. 但是, HFLTS 中包含的语言术语具有相同的重要性, 无法体现决策者对于某些语言术语的偏好. 为了更好

收稿日期: 2022-06-15; 录用日期: 2022-11-08.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (72071076).

责任编委: 徐泽水.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: 2783566293@qq.com.

\*本文附带电子附录文件, 可登录本刊官网该文“资源附件”区自行下载阅览.

地表达决策信息的模糊性、不确定性以及决策者的犹豫性,文献[5]提出了可以同时考虑具有不同权重的几种可能的语言术语,称为概率语言术语集(probabilistic linguistic term sets, PLTSs). 作为HFLTS的拓展,PLTSs能够有效避免原始评价信息的损失,较好地描述群体评价信息,因此广泛应用于方案评估、风险应急决策<sup>[6]</sup>、产品服务匹配<sup>[7]</sup>等.

距离测度是多属性群决策领域中的一个重要工具,一般用于衡量评价信息之间的偏离和接近程度. 目前,对于PLTSs的距离测度,已经有很多学者对其进行了研究. 文献[5]定义了概率语言术语集欧式距离,但是当两个PLTSs对应元素下标和概率的乘积相等时,会出现计算结果失真的情况. 文献[8]根据语言术语的差异得出两个PLTSs的距离,但是当PLTSs对应元素语言术语相同而概率不同时计算结果不合理. 为了克服上述缺陷,文献[9]在文献[5]距离公式的基础上基于转换函数定义PLTSs欧式距离,但提出的距离公式仍然存在计算结果失真的情况. 文献[10]基于转换函数定义PLTSs的Hamming距离,但计算过程繁琐,存在元素之间多次比较的情况,且距离公式不满足反身性. 上述距离测度均是基于概率语言元素下标和概率定义距离测度,而有的研究者则基于PLTSs的整体差异定义距离公式. 文献[11]定义了综合考虑评价信息期望值、偏离度和犹豫度的距离测度,但忽略了PLTSs所包含各个元素的差异,没有充分利用原始评价信息. 针对以上存在的问题,本文提出新的PLTSs的距离公式,克服现有距离公式存在的问题.

多属性群决策是指多个决策者根据多个评价属性从一个有限的备选方案集合中选择一个最优方案或对备选方案进行排序的问题. 现有的经典决策方法包括基于效用理论的逼近理想解排序法(TOPSIS)<sup>[5]</sup>、基于效用理论的考虑群体效益和个体遗憾的多准则妥协解排序方法(VIKOR)<sup>[12]</sup>、基于占优理论和考虑一致性及非一致性的淘汰选择法(ELECTRE)<sup>[9]</sup>、考虑方案之间级别高于关系的偏好顺序结构组织评估法(PROMETHEE)<sup>[13]</sup>. 然而,上述方法是基于决策者完全理性的假设,在实际的决策过程中,决策者往往是有限理性的,评价结果易受到决策环境、决策者心理行为等方面的影响. TODIM方法是基于前景理论提出的,考虑决策者所处环境和风险偏好态度对于决策结果的影响,并且避免因参考点选取不合理、参数过多而造成决策结果不合理的问题. 因此,本文在概率语言环境下,基于新的距离测度

对经典的TODIM方法进行改进,构建概率语言环境下的多属性群决策模型.

在群决策中,专家权重的确定和共识达成至关重要. 在以往的研究中,文献[14]根据个体与群体的一致性确定客观权重并结合主观权重确定综合权重,但是主观权重是直接主观给出的,随机性大且没有考虑属性的差异. 文献[12]结合主观自我评估与客观社会评级确定综合权重,但综合权重的确定没有考虑专家之间的相互联系及客观社会评级的确定存在不合理的情况. 鉴于当前研究少有考虑专家在不同属性下的权威性和专家之间的相互联系,本文基于新的距离公式,建立基于相似-信任分析的主客观专家综合权重确定模型. 基于文献[15]考虑属性的差异以及最大限度地保留权威专家的评价值,建立基于相似-信任分析的群共识模型,能够保证决策群体快速达成共识,可以最大限度保留权威专家的意见,使得最终的群体意见更加合理.

基于以上分析,本文首先分析现有PLTSs距离公式存在的问题,提出新的距离测度;然后,在专家权重的确定和共识达成的基础上,基于新的距离测度,构建基于广义Choquet积分和离差最大化的主客观综合赋权模型确定属性权重;最后,基于新的距离测度,考虑决策者心理行为对决策结果的影响,构建基于改进TODIM方法的概率语言多属性群决策框架,并将其应用于光伏发电的选址,为解决概率语言环境下的多属性群决策问题提供理论基础.

## 1 基础理论

### 1.1 概率语言术语集

定义1<sup>[5]</sup> 设 $S = \{s_\alpha | \alpha = 0, 1, \dots, \tau\}$ 为给定的语言术语集,基于 $S$ 定义概率语言术语集

$$L(p) = \{L^{(k)}(p^{(k)}) | L^{(k)} \in S, p^{(k)} \geq 0, k = 1, 2, \dots, \#L(p)\}. \quad (1)$$

其中: $L^{(k)}(p^{(k)})$ 为PLTSs中第 $k$ 个元素,它表示具有概率 $p^{(k)}$ 的语言术语 $L^{(k)}$ , $\sum_{k=1}^{\#L(p)} p^{(k)} \leq 1$ , $\#L(p)$ 表示 $L(p)$ 中所包含语言术语的个数.

定义2<sup>[5]</sup> 当 $\sum_{k=1}^{\#L(p)} p^{(k)} < 1$ 时,对概率语言术语集进行标准化处理.

$$\tilde{L}(p) = \{L^{(k)}(\tilde{p}^{(k)}) | L^{(k)} \in S, \tilde{p}^{(k)} \geq 0, k = 1, 2, \dots, \#L(p)\}, \quad (2)$$

其中 $\tilde{p}^{(k)} = p^{(k)} / \sum_{k=1}^{\#L(p)} p^{(k)}$ .

对于两个标准化的 $\tilde{L}_1(p)$ 和 $\tilde{L}_2(p)$ ,若 $\#\tilde{L}_1(p) \neq$

$\# \tilde{L}_2(p)$ , 对元素个数较少的概率语言术语集添加语言术语最小的元素, 并假定其概率为0, 直到  $\# \tilde{L}_1(p) = \# \tilde{L}_2(p)$ , 并按照  $r^{(k)} p^{(k)}$  的值升序排列. 当  $r^{(k)} p^{(k)}$  相同时, 根据  $r^{(k)}$  升序排列, 此时得到规范化后的概率语言术语集, 仍记为  $L(p)$ .

**定义3**<sup>[5]</sup> 设  $r^{(k)}$  为  $L^{(k)}$  的下标, 概率语言术语集的得分函数和偏差度分别为

$$E(L(p)) = s_a, \quad (3)$$

$$\sigma(L(p)) = \left( \sum_{k=1}^{\#L(p)} (p^{(k)}(r^{(k)} - a))^2 \right)^{1/2} / \sum_{k=1}^{\#L(p)} p^{(k)}, \quad (4)$$

$$\text{其中 } a = \frac{\sum_{k=1}^{\#L(p)} r^{(k)} p^{(k)}}{\sum_{k=1}^{\#L(p)} p^{(k)}}.$$

定义两个概率语言术语集的比较法则<sup>[16]</sup>:

1) 若  $E(L_1(p)) > E(L_2(p))$ , 则  $L_1(p) > L_2(p)$ .

2) 若  $E(L_1(p)) = E(L_2(p))$ , 则当  $\sigma(L_1(p)) < \sigma(L_2(p))$  时, 有  $L_1(p) > L_2(p)$ ; 当  $\sigma(L_1(p)) = \sigma(L_2(p))$  时, 有  $L_1(p) \sim L_2(p)$ .

**定义4**<sup>[17]</sup> 设  $D = \{d_1, d_2, \dots, d_t\}$  为决策专家集合, 专家权重为  $v = (v_1, v_2, \dots, v_t)$ , 满足  $v_l \in [0, 1]$  且  $\sum_{l=1}^t v_l = 1$ .  $L_l(p) = \{L_l^{(k)}(p_l^{(k)}) | L_l^{(k)} \in S, p_l^{(k)} \geq 0\}$  为第  $l$  个专家所给概率语言评价信息, 群体评价信息为

$$L = \left\{ L^{(k)} p^{(k)} | L^{(k)} \in S, p^{(k)} = \sum_{l=1}^t v_l q_l^{(k)} \right\}, \quad (5)$$

其中  $q_l^{(k)}$  为 PLTSs 中  $L^{(k)}$  的概率信息, 有

$$q_l^{(k)} = \begin{cases} p_l^{(k)}, & L^{(k)} \in L_l; \\ 0, & L^{(k)} \notin L_l. \end{cases} \quad (6)$$

## 1.2 $\lambda$ -模糊测度和 Choquet 积分

**定义5**<sup>[18]</sup> 设  $u(x_i)$  是  $x_i$  的模糊测度,  $P(X)$  为  $X$  上的幂集, 对于  $\forall A \in P(X)$ ,  $A$  的模糊测度为

$$u(A) = \begin{cases} \frac{1}{\lambda} \left( \prod_{x_j \in A} [1 + \lambda u(x_j)] - 1 \right), & \lambda \neq 0; \\ \sum_{x_j \in A} u(x_j), & \lambda = 0. \end{cases} \quad (7)$$

当  $A = X$  时,  $u(A) = u(X) = 1$ , 有下式成立:

$$\lambda + 1 = \prod_{j=1}^n [1 + \lambda u(x_j)], \quad -1 < \lambda < +\infty, \lambda \neq 0. \quad (8)$$

**定义6**<sup>[18-19]</sup> 设  $u$  是  $X$  上的  $\lambda$ -模糊测度, 属性  $c_j$  关于  $\lambda$ -模糊测度的广义 Shapley 值定义为

$$g_s(X) = \sum_{T \subseteq X \setminus S} \frac{(n-s-t)!t!}{(n-s+1)!} [u(S \cup T) - u(T)]. \quad (9)$$

其中:  $X$  是所有属性的集合,  $S$  是  $X$  的任意一个子集,  $X \setminus S$  是  $X$  与  $S$  的差集,  $T$  是差集的任意一个子集,  $n, t, s$  分别是集合  $N, T$  和  $S$  的基数.

## 2 概率语言术语集距离测度

**定义7**<sup>[10]</sup> 对于概率语言术语集  $L_1(p)$  和  $L_2(p)$ , 其距离测度需要满足以下3个性质:

- 1)  $0 \leq d(L_1(p), L_2(p)) \leq 1$ ;
- 2)  $d(L_1(p), L_2(p)) = d(L_2(p), L_1(p))$ ;
- 3) 若  $L_1(p) = L_2(p)$ , 则  $d(L_1(p), L_2(p)) = 0$ .

### 2.1 传统的距离测度

**定义8**<sup>[5]</sup> 设  $L_1(p)$  和  $L_2(p)$  的欧氏距离为

$$d(L_1(p), L_2(p)) = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{\#L_1(p)} (p_1^{(k)} r_1^{(k)} - p_2^{(k)} r_2^{(k)})^2}{\#L_1(p)}}. \quad (10)$$

其中  $r_1^{(k)}, r_2^{(k)}$  为  $L_1^{(k)}, L_2^{(k)}$  对应的下标. 当  $k = 1, 2, \dots, \#L_1(p)$  均有  $p_1^{(k)} r_1^{(k)} = p_2^{(k)} r_2^{(k)}$  成立时, 可利用式(10)计算出现失真的情况.

**例1**  $L_1(p) = \{s_0(0.6), s_3(0.4)\}$ ,  $L_2(p) = \{s_0(0.7), s_4(0.3)\}$ . 计算得  $d(L_1(p), L_2(p)) = 0$ , 但这两个概率语言术语集不是完全相同的, 距离不为0.

**定义9**<sup>[8]</sup> 设两个 PLTSs  $L_1(p)$  和  $L_2(p)$  的距离为

$$d(L_1(p), L_2(p)) = \sum_{k=1}^{\#L_1(p)} p_1^{(k)} p_2^{(k)} \frac{r_1^{(k)} - r_2^{(k)}}{T}, \quad (11)$$

其中  $T$  为  $S$  中所包含语言术语的个数. 然而, 当对应元素的语言术语相同但概率信息不同时, 无法得出两个概率语言术语集的差异.

**例2** 设  $S = \{s_\alpha | \alpha = 0, 1, 2, 3, 4\}$ ,  $T = 5$ ,  $L_1(p) = \{s_1(0.3), s_2(0.7)\}$ ,  $L_2(p) = \{s_1(0.4), s_2(0.6)\}$ , 由式(11)得  $d(L_1(p), L_2(p)) = 0$ , 显然距离不可能为0.

**定义10**<sup>[9]</sup> 设  $L_1(p)$  和  $L_2(p)$  的欧氏距离为

$$d(L_1(p), L_2(p)) = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{\#L_1(p)} (p_1^{(k)} g(L_1^{(k)}) - p_2^{(k)} g(L_2^{(k)}))^2}{\#L_1(p)}}, \quad (12)$$

其中  $g$  为转换函数. 然而, 当两个概率语言术语集包含元素的语言术语的下标转换值与概率的乘积相同时, 得到的结果失真. 由式(12)计算例1得  $d(L_1(p), L_2(p)) = 0$ .

**定义11**<sup>[10]</sup> 设  $L_1(p)$  和  $L_2(p)$  的汉明距离为

$$d(L_1(p), L_2(p)) = \sum_{i=1}^{\#L_1(p)} \sum_{j=1}^{\#L_2(p)} (p_1^{(i)} p_2^{(j)}) |g(L_1^{(i)}) - g(L_2^{(j)})|, \quad (13)$$

其中  $g$  为转换函数. 式(13)虽然可以克服上述公式的

缺陷,但仍然存在一定局限性. 两个概率语言术语集的距离需要经过  $\#L_1(p) \times \#L_2(p)$  次运算,元素存在多次比较的情况,计算繁琐且得出的结果偏大,不满足性质3).

**例3** 两个概率语言术语集  $L_1(p) = \{s_0(0.2), s_2(0.8)\}, L_2(p) = \{s_0(0.2), s_2(0.8)\}$ ,由式(13)计算得  $d(L_1(p), L_2(p)) = 0.16 \neq 0$ ,显然是不合理的.

由上述分析可知,现有的概率语言术语集距离测度存在不足之处,有必要对现有公式做进一步改进.

### 2.2 新的距离测度

**定义12**<sup>[20]</sup> 设语言术语集  $S = \{s_\alpha | \alpha = 0, 1, \dots, \tau\}$ ,定义转换函数

$$f: [s_0, s_\tau] [0, 1], f(s_\alpha) = \frac{\alpha}{\tau} = \gamma',$$

$$f^{-1}: [0, 1] [s_0, s_\tau], f^{-1}(\gamma') = s_{\tau\gamma'}. \quad (14)$$

**定义13** 设两个概率语言术语集  $L_1(p)$  和  $L_2(p)$ ,  $L_1(p)$  与  $L_2(p)$  的海明距离为

$$d_H(L_1(p), L_2(p)) = \frac{1}{2} \left[ \sum_{k=1}^{\#L_1(p)} (|p_1^{(k)} f(L_1^{(k)}) - p_2^{(k)} f(L_2^{(k)})| + p_1^{(k)} p_2^{(k)} |f(L_1^{(k)}) - f(L_2^{(k)})|) / \#L_1(p) \right]; \quad (15)$$

欧氏距离为

$$d_E(L_1(p), L_2(p)) = \left[ \frac{1}{2} \left( \sum_{k=1}^{\#L_1(p)} ((p_1^{(k)} f(L_1^{(k)}) - p_2^{(k)} f(L_2^{(k)}))^2 + p_1^{(k)} p_2^{(k)} (f(L_1^{(k)}) - f(L_2^{(k)}))^2) / \#L_1(p) \right) \right]^{1/2}; \quad (16)$$

广义标准化距离为

$$d_G(L_1(p), L_2(p)) = \left[ \frac{1}{2} \left( \sum_{k=1}^{\#L_1(p)} ((p_1^{(k)} f(L_1^{(k)}) - p_2^{(k)} f(L_2^{(k)}))^\lambda + p_1^{(k)} p_2^{(k)} (f(L_1^{(k)}) - f(L_2^{(k)}))^\lambda) / \#L_1(p) \right) \right]^{1/\lambda}. \quad (17)$$

语言术语的下标值和概率为不同的量纲,因此基于转换函数定义新的距离公式,且新的距离公式反映了两个概率语言术语集对应元素期望值和语言术语的综合差异,既衡量了两个概率语言术语集的整体差异,又体现了内部元素的差异.

**定理1** 定义13给出的3个距离公式仍然满足定义7给出的3个性质.

**证明** 新的距离测度是在传统距离测度的基础上改进得到的,保留了传统距离测度的特点,并克服了不足,以式(17)为例,显然式(17)满足非负性和交换性,以下对反身性给出证明.

1)充分性. 若  $L_1(p) = L_2(p)$ ,则对于  $\forall k = 1, 2, \dots, \#L_1(p)$ ,有以下关系成立:

$$\begin{cases} p_1^{(k)} = p_2^{(k)}, \\ f(L_1^{(k)}) = f(L_2^{(k)}). \end{cases} \quad (18)$$

由式(18)推导出

$$\begin{cases} (p_1^{(k)} f(L_1^{(k)}) - p_2^{(k)} f(L_2^{(k)}))^\lambda = 0, \\ p_1^{(k)} p_2^{(k)} (f(L_1^{(k)}) - f(L_2^{(k)}))^\lambda = 0. \end{cases} \quad (19)$$

由式(19)可以推出

$$d_G(L_1(p), L_2(p)) = 0. \quad (20)$$

因此,  $L_1(p) = L_2(p) \Rightarrow d_G(L_1(p), L_2(p)) = 0$ ,充分性得证.

2)必要性. 将上述论证反过来,可得到  $d_G(L_1(p), L_2(p)) = 0 \Rightarrow L_1(p) = L_2(p)$ ,因此必要性得到证明.  $\square$

为了凸显本文所提出距离公式适用性强、计算结果可靠性高,通过与现有距离测度的对比,凸显本文距离测度的优越性. 计算结果如表1所示.

表1 几种距离公式的计算比较

距离测度	例1	例2	例3
Pang等 <sup>[5]</sup>	0.000	0.158	0.000
Zhang等 <sup>[8]</sup>	0.024	0.000	0.000
Mao等 <sup>[9]</sup>	0.000	0.040	0.000
王志平等 <sup>[10]</sup>	0.420	0.115	0.160
本文 $d_H$	0.008	0.019	0.000
本文 $d_E$	0.248	0.028	0.000

由表1可以看出,本文所提出的距离公式能够有效计算两个概率语言术语集的距离,克服现有距离公式计算失真的情况.

为进一步表明本文所提出距离公式的可靠性,给出更为一般的例子来进行证明. 设  $S = \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4\}, L_1(p) = \{s_0(0.3), s_3(0.7)\}, L_2(p) = \{s_3(0.2), s_1(0.8)\}, L_3(p) = \{s_2(0.6), s_4(0.4)\}, d_{ij}(i, j = 1, 2, 3)$  表示  $L_i(p)$  与  $L_j(p)$  之间的距离,计算结果如表2所示.

由表2的对比分析可知,通过本文所提出的距离公式计算得到:1)  $d_{12} > d_{13}$ ,与文献[5,8-9]结果一致;2)  $d_{12} > d_{23}$ ,与文献[5,8-9]结果一致;3)  $d_{13} < d_{23}$ ,与文献[8,10]结果一致,直观分析可知,  $L_1(p)$  与  $L_3(p)$  较  $L_2(p)$  与  $L_3(p)$  语言下标的总体差异和概率的总体差异均较小,因此  $d_{13} < d_{23}$ ,可以得出本文以及文献[8,10]计算结果更加合理.由上述分析可知,新的距离测度的计算结果与大部分文献的计算结果一致,因此具有较强的分辨能力且计算结果可靠性高.

表2 对比结果

算法	距离测度			比较大小		
	$d_{12}$	$d_{13}$	$d_{23}$			
Pang等 <sup>[5]</sup>	1.010	0.920	0.710	$d_{12} > d_{13}$	$d_{12} > d_{23}$	$d_{13} > d_{23}$
Zhang等 <sup>[8]</sup>	0.188	0.128	0.168	$d_{12} > d_{13}$	$d_{12} > d_{23}$	$d_{13} < d_{23}$
Mao等 <sup>[9]</sup>	0.253	0.230	0.177	$d_{12} > d_{13}$	$d_{12} > d_{23}$	$d_{13} > d_{23}$
王志平等 <sup>[10]</sup>	0.385	0.385	0.410	$d_{12} = d_{13}$	$d_{12} < d_{23}$	$d_{13} < d_{23}$
本文 $d_H$	0.200	0.146	0.155	$d_{12} > d_{13}$	$d_{12} > d_{23}$	$d_{13} < d_{23}$
本文 $d_E$	0.275	0.205	0.250	$d_{12} > d_{13}$	$d_{12} > d_{23}$	$d_{13} < d_{23}$

### 3 基于新型距离测度的概率语言多属性群决策方法

#### 3.1 多属性群决策问题描述

本文考虑概率语言环境下的多属性群决策问题,有  $m$  个备选方案  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ ;  $n$  个属性  $C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ ; 属性的权重向量  $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T, 0 \leq w_j \leq 1, \sum_{j=1}^n w_j = 1$ ;  $t$  个决策者  $D = \{d_1, d_2, \dots, d_t\} (2 \leq t \leq 20)$ . 首先,对方案进行评价,用  $L_l = (L_{lij}(p))_{m \times n}$  表示第  $l$  个决策者  $d_l$  给出的概率语言评价矩阵;其次,确定决策者  $d_l$  在属性  $c_j$  下的权重  $v_{lj}$ ,经过共识达成和信息集结形成群体决策矩阵,并计算属性综合权重;最后,对备选方案集进行排序.

#### 3.2 基于相似-信任分析的专家权重确定

本文为了科学合理地确定专家权重,同时发挥权威专家在特定领域的专业优势,一方面,基于新的距离公式,通过考虑每个决策者与其他所有决策者的相似性来确定客观权重,使得与群体相似度越高的专家具有更高的权重;另一方面,考虑到专家在各个属性下所给评价值的可靠性不同,构建各个属性下专家之间的信任度矩阵,信任度矩阵不仅体现了专家对于自身的信任度(即自信水平),还体现了专家之间的信任度,通过集结专家的信任度,得到专家在各个属性下的主观权重.最后,通过线性加权计算专家在各个属性下的综合权重.

以下为基于相似度求决策者客观权重的步骤.

step 1: 针对第  $j$  个属性,  $d_l$  与  $d_s$  的相似度为

$$s_j(d_l, d_s) = 1 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m d_E(L_{lij}(p), L_{sij}(p)). \quad (21)$$

step 2: 在属性  $c_j$  下,  $d_l$  与群体  $d_D$  的相似度为

$$s_j(d_l, d_D) = \sum_{s \neq l, s=1}^t s_j(d_l, d_s) / (t - 1). \quad (22)$$

step 3: 计算在属性  $c_j$  下  $d_l$  的客观权重

$$v'_{lj} = s_j(d_l, d_D) / \sum_{l=1}^t s_j(d_l, d_D). \quad (23)$$

以下为基于信任度求决策者主观权重的步骤.

step 1: 针对属性  $c_j$ , 构建专家之间的信任度矩阵

$$T_j = \begin{bmatrix} T_{j11} & T_{j12} & \dots & T_{j1t} \\ T_{j21} & T_{j22} & \dots & T_{j2t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ T_{jt1} & T_{jt2} & \dots & T_{jtt} \end{bmatrix}. \quad (24)$$

其中:  $T_{jkl}$  表示在第  $j$  个属性下, 专家  $d_k$  对专家  $d_l$  的信任度,  $0 \leq T_{jkl} \leq 1$ , 当  $T_{jkl} = 1$  时, 表示专家在属性  $c_j$  下具有绝对的权威, 对于自己所给出的评价信息可靠性完全自信.  $T_{jkl}$  的值越大, 表明决策者  $d_l$  具有较高的权威性, 被认可的程度越大, 从而在该属性下发挥更大的专业优势.

step 2: 根据信任度矩阵, 计算在第  $j$  个属性下专家的总信任度

$$TS_j(d_l) = \frac{1}{t} \sum_{k=1}^t T_{jkl}. \quad (25)$$

step 3: 根据  $TS_j(d_l)$ , 计算专家的主观权重

$$v''_{lj} = TS_j(d_l) / \sum_{l=1}^t TS_j(d_l). \quad (26)$$

计算专家在各个属性下的综合权重

$$v_{lj} = \alpha v'_{lj} + (1 - \alpha) v''_{lj}. \quad (27)$$

其中:  $\alpha (0 \leq \alpha \leq 1)$  为权重偏好系数,  $\alpha$  的值越大, 表明越重视决策者之间的相似性, 反之, 越重视决策者的可靠性.

#### 3.3 基于相似-信任分析的共识测度与调节

在群决策过程中, 决策者之间难免会存在冲突, 通过共识测度与调节对存在冲突的个体进行反馈修正. 由于专家擅长领域不同, 不同专家针对同一属性所给出评价结果的可靠性、权威性不同, 基于文献[15], 本文在反馈修正过程中, 考虑专家在具体属性下的权威度, 保护权威专家的评价值.

1) 相似关系分析.

在多属性群决策过程中, 决策者一般更倾向于接受与自己意见相似的评价, 专家与群体的相似度越

大,专家越倾向于接受群体意见,保留较少原有的意见<sup>[21]</sup>. 定义专家 $d_l$ 在属性 $c_j$ 下的保留系数

$$\beta_{jl} = 1 - \sqrt{s_j(d_l, d_D)}. \quad (28)$$

2) 信任关系分析.

当专家在某一属性下的信任度越高,表明专家在该属性下的评价价值更加权威可靠,在反馈调节过程中越应当尽可能保留该专家的原有评价价值. 根据信任度定义专家 $d_l$ 关于属性 $c_j$ 的权威度

$$\delta_{jl} = \frac{TS_j(d_l) - \min_{l=1,2,\dots,t} \{TS_j(d_l)\}}{\max_{l=1,2,\dots,t} \{TS_j(d_l)\} - \min_{l=1,2,\dots,t} \{TS_j(d_l)\}}. \quad (29)$$

3) 反馈调整系数.

基于上述分析,根据专家的保留系数和权威度定义专家在属性 $c_j$ 下的反馈调整系数

$$\gamma_{jl} = \begin{cases} 1, & \delta_{jl} = 1, 0 \leq \beta_{jl} \leq 1; \\ \sqrt{\delta_{jl}\beta_{jl}}, & 0 < \delta_{jl} < 1, 0 \leq \beta_{jl} \leq 1; \\ \beta_{jl}, & \delta_{jl} = 0, 0 \leq \beta_{jl} \leq 1. \end{cases} \quad (30)$$

由式(30)可知,当专家在属性 $c_j$ 下的权威度为1时,在反馈调整时,仍然保留专家在该属性下的原始评价价值;当专家在属性 $c_j$ 下的权威度为0时,则根据保留系数反馈调整.

具体调节步骤如下.

step 1: 基于新的距离公式,计算 $d_l$ 的共识水平<sup>[22]</sup>

$$CI(L_l) = 1 - \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n d_E(L_{li_j}(p), L_{ij}(p)). \quad (31)$$

给定阈值 $\phi$ , 设 $x$ 为调节次数,  $X$ 为最大调节次数, 设初始个体决策矩阵 $L_l = L_l^0 = (L_{li_j}^0(p))_{m \times n}$ , 临时群体决策矩阵 $L_D = (L_{ij}(p))_{m \times n}$ .

step 2: 若所有的 $CI(L_l) \geq \phi (l = 1, 2, \dots, t)$ , 则转入step 4; 若存在 $CI(L_l) < \phi$ 且 $x < X$ , 则进入下一步.

step 3: 专家 $d_l$ 为冲突个体, 根据下式识别专家存在冲突的属性:

$$CT(L_{ij}) = 1 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m d_E(L_{li_j}(p), L_{ij}(p)), \quad (32)$$

即 $CT(L_{ij}) < \phi$ . 令 $L_l^{x+1} = (L_{li_j}^{x+1}(p))_{m \times n}$ ,  $L_D^{x+1} = (L_{ij}^{x+1}(p))_{m \times n}$ , 根据下式调节专家在该属性下的评价价值:

$$L_{li_j}^{x+1} = \gamma_{jl} L_{li_j}^x + (1 - \gamma_{jl}) L_{li_j}^x. \quad (33)$$

为了快速达成共识减少调节次数, 将 $CT(L_{ij})$ 按照升序排列, 优先调整共识较小的属性的评价价值.  $CT(L_{ij})^{k1} < CT(L_{ij})^{k2} < \dots < CT(L_{ij})^{kp} < \phi, p \leq n$ . 令 $x = x + 1$ , 返回step 2.

step 4: 输出最终群体决策矩阵 $L_D^x$ .

3.4 属性权重的确定

在多属性群决策问题中, 属性之间往往不是相互独立的, 而是具有一定的相关关系,  $\lambda$ -模糊测度能够解决属性间存在关联而不具备可加性的多属性决策问题. 为了确保属性权重的合理性, 基于离差最大化思想构建模型确定属性客观权重

$$\begin{aligned} \max D(w) &= \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \sum_{q \neq i, q=1}^m w_j d_E(L_{ij}(p), L_{qj}(p)). \\ \text{s.t.} \quad &\begin{cases} w_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n; \\ \sum_{j=1}^n w_j^2 = 1. \end{cases} \end{aligned} \quad (34)$$

利用Lagrange方法求解属性权重并归一化得

$$\bar{w}_j = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{q \neq i, q=1}^m d_E(L_{ij}(p), L_{qj}(p))}{\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \sum_{q \neq i, q=1}^m d_E(L_{ij}(p), L_{qj}(p))}. \quad (35)$$

设基于广义Choquet积分求得的属性权重向量为 $\hat{w} = (\hat{w}_1, \hat{w}_2, \dots, \hat{w}_n)^T$ , 基于离差最大化求解的属性权重向量为 $\bar{w} = (\bar{w}_1, \bar{w}_2, \dots, \bar{w}_n)^T$ , 综合权重为

$$w = \varepsilon \hat{w} + (1 - \varepsilon) \bar{w}, \quad (36)$$

其中 $\varepsilon \in [0, 1]$ 为权重偏好系数,  $\varepsilon$ 的值越大, 表明决策者越重视属性之间的相关性.

3.5 基于新型距离测度的改进TODIM决策方法

考虑决策者在实际决策过程中的参照依赖和损失规避心理, 基于新的距离公式, 本文提出改进的TODIM方法对备选方案进行排序. TODIM方法是基于前景理论提出的, 其基本思想是通过方案的成对比较, 根据定义的优势度函数, 计算每个备选方案相对于其他方案的相对优势度, 最后基于每个方案的综合前景值对方案进行排序. 改进的TODIM方法利用新定义的欧式距离测度计算方案之间的优势度, 利用距离来度量方案间的差异. 计算过程如下:

step 1: 计算相对权重 $w_{jr}$ .  $w_{jr} = w_j/w_r$ , 其中 $w_r = \max\{w_j | j = 1, 2, \dots, n\}$ .

step 2: 方案 $x_i$ 与 $x_k$ 之间关于属性 $c_j$ 的优势度为

$$\Phi_j(x_i, x_k) = \begin{cases} \sqrt{\varphi_{jr} d_E(L_{ij}(p), L_{kj}(p))}, & L_{ij}(p) > L_{kj}(p); \\ 0, & L_{ij}(p) = L_{kj}(p); \\ \frac{-1}{\theta} \sqrt{\varphi_{jr}^{-1} d_E(L_{ij}(p), L_{kj}(p))}, & L_{ij}(p) < L_{kj}(p). \end{cases} \quad (37)$$

其中: $\theta$ 表示损失规避系数,满足 $\theta > 0, \theta$ 越小,决策者的风险规避性越强; $\varphi_{jr} = w_{jr} / \sum_{j=1}^n w_{jr}$ .

step 3: 计算方案 $x_i$ 相对于 $x_k$ 的总优势度

$$\Psi(x_i, x_k) = \sum_{j=1}^n \Phi_j(x_i, x_k). \quad (38)$$

step 4: 计算每个方案的综合前景值 $\zeta_i (i = 1, 2, \dots, m)$ 并排序, $\zeta_i$ 的值越大,方案越优.

$$\zeta_i = \frac{\sum_{k=1}^m \Psi(x_i, x_k) - \min \left\{ \sum_{k=1}^m \Psi(x_i, x_k) \right\}}{\max \left\{ \sum_{k=1}^m \Psi(x_i, x_k) \right\} - \min \left\{ \sum_{k=1}^m \Psi(x_i, x_k) \right\}}. \quad (39)$$

### 4 算例分析

#### 4.1 问题描述

近年来,光伏发电以其清洁低碳、安全环保、可持续、适用范围广等特点,成为我国未来可再生能源发电的主要方式之一.光伏电站的选址决策是光伏发电项目实施的重要工作之一.光伏电站的选址涉及资源、环境、经济、社会等多方面问题,且一些评价指标难以量化.因此,为提高决策的科学性以及合理性,邀请不同领域的专家参与光伏电站选址多属性群决策.

内蒙古中西部地区太阳能资源丰富,光伏电站可利用面积大,该地区光伏电站开发潜力巨大.现选取 $x_1, x_2, x_3, x_4$ 四个地区作为备选方案,综合考虑该地区的资源因素( $c_1$ )、经济因素( $c_2$ )、社会因素( $c_3$ )、生态环境影响( $c_4$ ).邀请来自不同领域的4位专家对备选方案进行评价.专家基于5标度的语言术语集 $S = \{s_0 = \text{很差}, s_1 = \text{差}, s_2 = \text{中等}, s_3 = \text{好},$

$s_4 = \text{很好}\}$ 对方案进行评价,第 $l$ 个专家给出概率语言评价矩阵 $L_l = (L_{lij}(p))_{m \times n}$ .设专家给出各个属性的模糊测度 $u(c_1) = 0.33, u(c_2) = 0.45, u(c_3) = 0.20, u(c_4) = 0.40$ ,共识水平阈值 $\phi = 0.85$ .

#### 4.2 基于新型距离测度的概率语言多属性群决策步骤

step 1: 规范化4位专家给出的概率语言评价矩阵.

step 2: 根据3.2节,计算属性 $c_j (j = 1, 2, 3, 4)$ 下专家综合权重 $v_{lj} (l = 1, 2, 3, 4)$ .如表3所示,使用定义4集结群体意见,获得临时群体决策矩阵 $L_D = (L(p)_{ij})_{m \times n}$ .根据式(31)计算每个专家的共识水平, $CI(L_1) = 0.900, CI(L_2) = 0.853, CI(L_3) = 0.899, CI(L_4) = 0.904, CI(L_l) > 0.85$ ,超出阈值,不需要进行调节,集结得最终群体决策矩阵.

step 3: 计算属性的综合权重.根据式(35)求得属性客观权重 $\bar{w} = (0.231, 0.304, 0.191, 0.274)^T$ .利用Choquet积分求解主观权重时,根据式(8)求得 $\lambda = -0.63$ ,利用式(7)求得所有属性子集的模糊测度.利用式(9)计算各属性的Shapley值,即各个属性的主观权重 $\hat{w} = (0.240, 0.332, 0.137, 0.291)^T$ .令 $\varepsilon = 0.5$ ,属性综合权重向量 $w = (0.24, 0.32, 0.16, 0.28)^T$ .

step 4: 计算相对权重 $w_{jr}, w_r = w_2 = 0.32, w_{12} = 0.75, w_{22} = 1, w_{32} = 0.5, w_{42} = 0.875$ .

step 5: 根据式(37)计算方案 $x_i$ 与方案 $x_k$ 之间关于属性 $c_j$ 的优势度,取 $\theta = 2.25$ ,得每个属性下的优势度矩阵 $P_j (j = 1, 2, 3, 4)$ .

step 6: 根据式(38)、(39)计算每个方案的综合前景值并排序. $\zeta_1 = 0.401, \zeta_2 = 0.000, \zeta_3 = 1.000, \zeta_4 = 0.674$ .方案排序结果为 $x_3 \succ x_4 \succ x_1 \succ x_2$ .

表3 决策者权重对比

	$v_{11}$	$v_{12}$	$v_{13}$	$v_{14}$	$v_{21}$	$v_{22}$	$v_{23}$	$v_{24}$	$v_{31}$	$v_{32}$	$v_{33}$	$v_{34}$	$v_{41}$	$v_{42}$	$v_{43}$	$v_{44}$
文献[14]	0.253	0.253	0.253	0.253	0.242	0.242	0.242	0.242	0.250	0.250	0.250	0.250	0.255	0.255	0.255	0.255
文献[9]	0.263	0.263	0.263	0.263	0.232	0.232	0.232	0.232	0.250	0.250	0.250	0.250	0.255	0.255	0.255	0.255
本文方法	0.250	0.263	0.250	0.256	0.240	0.239	0.248	0.245	0.260	0.257	0.246	0.247	0.250	0.241	0.256	0.252

#### 4.3 敏感性分析

为验证本文所提方法的稳定性强,对 $\theta, \varepsilon$ 分别进行敏感性分析.当 $\varepsilon = 0.5$ 时, $\theta$ 不同取值对于决策结果的影响如表3所示.从表3可以看出,4个备选方案的排序对 $\theta$ 的变化并不敏感, $x_3$ 始终为最优方案, $x_2$ 为最劣方案,验证了本文方法的稳定性.

从表4可以看出,权重系数的变化对于方案的排序有一定的影响,随着 $\varepsilon$ 的增大,决策者越来越重视属

性之间的相关性,方案 $x_4$ 优于 $x_1$ ,但是 $x_3$ 始终为最优方案, $x_2$ 始终为最劣方案.

表4  $\theta, \varepsilon$ 取不同值时方案排序结果

$\theta(\varepsilon=0.5)$	方案排序	$\varepsilon(\theta=2.25)$	方案排序
0.5	$x_3 \succ x_4 \succ x_1 \succ x_2$	0.2	$x_3 \succ x_1 \succ x_4 \succ x_2$
1	$x_3 \succ x_4 \succ x_1 \succ x_2$	0.5	$x_3 \succ x_4 \succ x_1 \succ x_2$
3.5	$x_3 \succ x_4 \succ x_1 \succ x_2$	0.8	$x_3 \succ x_4 \succ x_1 \succ x_2$

4.4 对比分析

4.4.1 决策方法对比分析

为了验证本文所提出的改进 TODIM 方法的有效性, 将其与其他方法进行对比, 取  $\theta = 2.25$ , 利用文献 [5, 9, 12-13] 中排序方法, 结果如表 5 所示. 由表 5 可以看出, 当  $\theta = 2.25$  时, 本文方法与文献 [5, 9, 12-13] 的排序结果存在差异, 主要原因如下: 文献 [5] 利用 PLWA 算子将方案的评价值集结为 HFLTS, 再根据其得分值进行排序, 这不仅会导致概率信息的丢失, 而且方案排序结果不具有鲁棒性, 各方案的得分值差异较小, 区分度低. 文献 [5] 利用拓展的 TOPSIS 方法无法保证最优方案在接近正理想解的同时远离负理想解, 且没有考虑决策者的心理偏好, 因此排序结果缺

乏合理性. 文献 [9] 结合 TOPSIS 与 ELECTRE 得出的最优方案及次优方案的占优值差别较小, 区分度不高. 文献 [12] 通过增加夹角余弦值来提升方案排序区分度, 但计算过程中涉及参数较多, 计算利益比时权重分配缺乏依据, 最优方案与次优方案的利益比差值仅为 0.025, 参数的微小波动会导致最优方案的改变, 鲁棒性较差. 文献 [13] 所用方法虽然可以避免上述问题, 但是没有考虑决策者心理因素对决策结果的影响. 综上所述, 本文利用 TODIM 方法对备选方案进行排序择优, 充分考虑决策者心理因素的影响, 有效避免参考点选取不合理和参数过多的问题, 使得决策结果更可靠. 而且, 计算结果区分度大, 具有较好的鲁棒性.

表 5 不同群决策方法结果比较

决策方法	数值结果	方案排序
PLWA 算子 <sup>[5]</sup>	$E(x_1) = 0.640, E(x_2) = 0.708, E(x_3) = 0.710, E(x_4) = 0.849$	$x_4 \succ x_3 \succ x_2 \succ x_1$
拓展 TOPSIS <sup>[5]</sup>	$CI(x_1) = -0.517, CI(x_2) = -0.998, CI(x_3) = -1.059, CI(x_4) = -0.309$	$x_4 \succ x_3 \succ x_2 \succ x_1$
ELECTRE 和 TOPSIS <sup>[9]</sup>	$CD_1 = 0.099, CD_2 = 0.518, CD_3 = 0.637, CD_4 = 0.642$	$x_4 \succ x_3 \succ x_2 \succ x_1$
PROMETHEE <sup>[13]</sup>	$\Phi_{x_1} = -0.407, \Phi_{x_2} = -0.027, \Phi_{x_3} = -0.198, \Phi_{x_4} = 0.633$	$x_4 \succ x_2 \succ x_3 \succ x_1$
改进 VIKOR 方法 <sup>[12]</sup>	$Q_1 = 0.335, Q_2 = 0.287, Q_3 = 0.219, Q_4 = 0.194$	$x_4 \succ x_3 \succ x_2 \succ x_1$
本文方法	$\zeta_1 = 0.401, \zeta_2 = 0.000, \zeta_3 = 1.000, \zeta_4 = 0.674$	$x_3 \succ x_4 \succ x_1 \succ x_2$

4.4.2 决策者权重确定方法对比分析

将本文的专家权重确定方法与文献 [9,14] 进行对比, 对于文献 [9] 和文献 [14], 已知决策者主观权重向量为  $(0.26, 0.24, 0.25, 0.25)^T$ , 专家  $d_i$  在属性  $c_j$  下的权重  $v_{ij}$  计算结果如表 3 所示.

从表 3 可以看出, 文献 [14] 和文献 [9] 均需要给定初始决策者权重且均不区分属性的差异, 无法体现专家在特定领域的专业性. 文献 [14] 利用决策群体的一致性确定决策者客观权重, 结合给定的主观权重计算综合权重. 文献 [9] 利用调节系数计算决策者的最终权重, 没有考虑客观因素的影响和专家之间的相互联系, 计算结果缺乏可靠性. 本文的计算结果既保证了专家权重的整体均衡性, 针对不同属性又具有一定的区分性. 例如, 对于资源因素  $c_1$ , 专家  $d_3$  拥有较大的权重; 对于经济领域  $c_2$  和生态环境影响  $c_4$ , 专家  $d_1$  所给出的评价价值更具权威. 因此, 本文提出的综合考虑专家相似度和信任度的主客观确定专家权重的方法, 最大限度地发挥了决策者在相关领域的专业优势, 考虑了专家之间的相互联系, 使得最终群体决策矩阵更好地体现群体意见.

5 结论

本文在新的概率语言术语集距离测度的基础上, 基于 TODIM 方法对方案进行排序. 算例结果表明:

首先, 本文所提出的决策方法步骤清晰, 适用性强, 可以考虑决策者不同的风险偏好, 新的距离公式具有很好的区分度和可靠性; 其次, 本文建立了基于相似-信任分析的专家权重确定模型和共识调节模型, 科学合理地确定专家权重, 保护各属性下权威专家的评价值, 充分发挥了专家的群体智慧; 基于新的距离测度并考虑属性之间的相关性来确定属性权重, 综合排序结果客观可靠. 本文所提出的距离测度、权重确定模型、共识达成模型以及群决策方法具有一定的应用价值, 为光伏电站的开发选址提供了更为科学的理论指导.

参考文献 (References)

- [1] Zadeh L A. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning — Part III[J]. Information Sciences, 1975, 8(3): 199-249.
- [2] Rodriguez R M, Martinez L, Herrera F. Hesitant fuzzy linguistic term sets for decision making[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2012, 20(1): 109-119.
- [3] Rodriguez R M, Martinez L, Herrera F. A group decision making model dealing with comparative linguistic expressions based on hesitant fuzzy linguistic term sets[J]. Information Sciences, 2013, 241: 28-42.
- [4] Fang B, Han B, Xie D Y. Probabilistic linguistic multi-attribute decision-making method based on the possibility degree matrix[J]. Control and Decision, 2022, 37(8): 2149-2156.

- [5] Pang Q, Wang H, Xu Z X. Probabilistic linguistic term sets in multi-attribute group decision making[J]. *Information Sciences*, 2016, 369: 128-143.
- [6] Xu X H, Yu Z X. A large group emergency decision making method and application based on attribute mining of public behaviour big data in social network environment[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(1): 175-184.
- [7] 赵敬华, 张艳, 林杰. 基于概率语言和改进TODIM的产品服务匹配方法研究[J]. *控制与决策*, DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.1729.  
(Zhao J H, Zhang Y, Lin J. A two-sided matching decision method of product and service with robabilistic linguistic term set and improved TODIM[J]. *Control and Decision*, DOI:10.13195/j.kzyjc.2021.1729.)
- [8] Zhang Y X, Xu Z S, Wang H, et al. Consistency-based risk assessment with probabilistic linguistic preference relation[J]. *Applied Soft Computing*, 2016, 49: 817-833.
- [9] Mao X B, Wu M, Dong J Y, et al. A new method for probabilistic linguistic multi-attribute group decision making: Application to the selection of financial technologies[J]. *Applied Soft Computing*, 2019, 77: 155-175.
- [10] 王志平, 彭仲文, 王慧闯. 基于改进可能度和距离测度的概率语言多属性群决策方法研究[J]. *数学的实践与认识*, 2021, 51(11): 10-20.  
(Wang Z P, Peng Z W, Wang H C. Research on probabilistic linguistic multi-attribute group decision making method based on improved possibility degree and distance measure[J]. *Mathematics in Practice and Theory*, 2021, 51(11): 10-20.)
- [11] 李树国, 陈国伟, 陈禹. 基于共识性测度的概率语言多准则群决策方法研究[J]. *数学的实践与认识*, 2022, 52(5): 132-142.  
(Li S G, Chen G W, Chen Y. Research on probabilistic language multi-criteria group decision-making method based on consensus measure[J]. *Mathematics in Practice and Theory*, 2022, 52(5): 132-142.)
- [12] 张煜, 王磊, 卢麟, 等. 基于累积前景理论和学识评级的PL-*VIKOR*群决策[J/OL]. (2022-06-15). <https://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2422.TN.20220615.1203.007.html>.  
(Zhang Y, Wang L, Lu L, et al. PL-*VIKOR* group decision-making based on cumulative prospect theory and knowledge rating[J/OL]. (2022-06-15). <https://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2422.TN.20220615.1203.007.html>.)
- [13] 王雯琦, 江登英. 基于可能度的语言直觉模糊PROMETHEE多属性群决策[J]. *系统工程与电子技术*, 2022, 44(8): 2581-2592.  
(Wang W Q, Jiang D Y. Linguistic intuitionistic fuzzy multi-attribute group decision-making based on the probability degree and PROMETHEE[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2022, 44(8): 2581-2592.)
- [14] 毛小兵, 吴敏. 基于互动与反馈的概率语言多属性群决策模型[J]. *模糊系统与数学*, 2019, 33(3): 134-143.  
(Mao X B, Wu M. Probabilistic linguistic multi-attribute group decision making model based on interaction and feedback[J]. *Fuzzy Systems and Mathematics*, 2019, 33(3): 134-143.)
- [15] 徐选华, 肖婷. 社会网络行为数据驱动的大群体应急决策共识模型[J/OL]. (2022-05-19). <https://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2422.tn.20220518.2134.007.html>.  
(Xu X H, Xiao T. Consensus model for large group emergency decision-making driven by social network behavior data[J/OL]. (2022-05-19). <https://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2422.tn.20220518.2134.007.html>.)
- [16] Wu X L, Liao H C, Xu Z S, et al. Probabilistic linguistic MULTIMOORA: A multicriteria decision making method based on the probabilistic linguistic expectation function and the improved Borda rule[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2018, 26(6): 3688-3702.
- [17] Zhang G Q, Dong Y C, Xu Y F. Consistency and consensus measures for linguistic preference relations based on distribution assessments[J]. *Information Fusion*, 2014, 17: 46-55.
- [18] Xu Z S. Choquet integrals of weighted intuitionistic fuzzy information[J]. *Information Sciences*, 2010, 180(5): 726-736.
- [19] Choquet G. Theory of capacities[J]. *Annales De L'institut Fourier*, 1954, 5(4): 131-295.
- [20] Gou X J, Xu Z S, Liao H C. Multiple criteria decision making based on Bonferroni means with hesitant fuzzy linguistic information[J]. *Soft Computing*, 2017, 21(21): 6515-6529.
- [21] 徐选华, 侯宇舟, 何继善. 基于权威专家的不完全概率语言评价信息大群体决策方法及在干热岩勘探选址中的应用[J]. *运筹与管理*, 2021, 30(8): 7-13.  
(Xu X H, Hou Y Z, He J S. Large group decision making method based on incomplete probabilistic linguistic evaluation information considering authoritative expert and its application in site selection of hot dry rock exploration[J]. *Operations Research and Management Science*, 2021, 30(8): 7-13.)
- [22] 王应明, 阙翠平, 蓝以信. 基于前景理论的犹豫模糊TOPSIS多属性决策方法[J]. *控制与决策*, 2017, 32(5): 864-870.  
(Wang Y M, Que C P, Lan Y X. Hesitant fuzzy TOPSIS multi-attribute decision method based on prospect theory[J]. *Control and Decision*, 2017, 32(5): 864-870.)

## 作者简介

高建伟(1972—),男,教授,博士生导师,从事系统优化、决策分析等研究, E-mail: gaojianwei111@sina.com;

魏玲莉(1998—),女,硕士生,从事决策理论与方法的研究, E-mail: 2783566293@qq.com;

王亚平(1995—),女,博士生,从事决策理论与风险管理的研究, E-mail: 1905063616@qq.com.