

控制与决策

Control and Decision

基于种群多样性控制的多级信息迁移多任务优化粒子群算法

程美英, 钱乾, 倪志伟

引用本文:

程美英, 钱乾, 倪志伟. 基于种群多样性控制的多级信息迁移多任务优化粒子群算法[J]. *控制与决策*, 2024, 39(3): 728–738.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.1195>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[基于分解的多目标多因子进化算法](#)

A multiobjective multifactorial evolutionary algorithm based on decomposition

控制与决策. 2021, 36(3): 637–644 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0525>

[具有重组学习和混合变异的动态多种群粒子群优化算法](#)

Dynamic multi-population particle swarm optimization algorithm with recombined learning and hybrid mutation

控制与决策. 2021, 36(12): 2871–2880 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0898>

[基于解空间反向跳跃和信息交互强化的新型混合蛙跳算法](#)

A new shuffled frog leaping algorithm based on reverse leaping in solution space and information interaction enhancement

控制与决策. 2021, 36(1): 105–114 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0719>

[求解约束优化问题的改进果蝇优化算法及其工程应用](#)

Improved fruit fly optimization algorithm for solving constrained optimization problems and engineering applications

控制与决策. 2021, 36(2): 314–324 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0557>

[阴影条件下基于迁移强化学习的光伏系统最大功率跟踪](#)

Transfer reinforcement learning based maximum power point tracker of PV systems under partial shading condition

控制与决策. 2020, 35(12): 2939–2949 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0412>

基于种群多样性控制的多级信息迁移 多任务优化粒子群算法

程美英^{1†}, 钱乾², 倪志伟³

(1. 湖州师范学院 经济管理学院, 浙江 湖州 313000; 2. 湖州师范学院 教师教育学院,
浙江 湖州 313000; 3. 合肥工业大学 管理学院, 合肥 230009)

摘要: 基于群体智能“隐并行性”实现多任务优化已取得一系列研究成果,但任务间频繁的垂直信息传递导致种群异质性过度增加,进而产生信息负迁移消极影响,这也是目前多任务优化领域尚未完全解决的难题之一. 针对此问题,首先将粒子群算法(PSO)与多种群演化信息共享机制相结合,然后引入标杆管理思想实现多层次信息迁移及智能涌现,最后通过计算种群多样性指数有效控制信息迁移频率,提出多级信息迁移多任务优化 PSO 算法(multi-level information transfer multi-task PSO, MITMPSO). 仿真实验表明,通过设置合理的信息迁移阈值,MITMPSO 能在多项式时间内显著提高多任务高维函数优化、多任务多约束函数优化以及多任务二元离散优化问题的求解质量,加快各优化问题的收敛速度.

关键词: 多任务优化; 粒子群算法; 多级信息迁移; 种群多样性控制

中图分类号: TP18 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2022.1195

引用格式: 程美英, 钱乾, 倪志伟. 基于种群多样性控制的多级信息迁移多任务优化粒子群算法[J]. 控制与决策, 2024, 39(3): 728-738.

Multi-level information transfer multi-task PSO based on population diversity control

CHENG Mei-ying^{1†}, QIAN Qian², NI Zhi-wei³

(1. School of Economics & Management, Huzhou University, Huzhou 313000, China; 2. School of Teacher Education, Huzhou University, Huzhou 313000, China; 3. School of Management, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract: A series of research achievements have been made in multi-task optimization (MTO) based on the implicit parallelism of swarm intelligence. However, the frequent vertical information transfer between tasks leads to excessive increase of population heterogeneity, resulting in the negative impact of information migration, which is also one of the problems that has not been completely solved in the field of MTO. Firstly, PSO and multi-population evolution information sharing mechanism are combined, then the idea of benchmarking management is introduced to realize multi-level information migration and intelligent emergence, finally the frequency of information transfer is effectively controlled by calculating the population diversity index, and the multi-level information transfer multi-task PSO (MITMPSO) is proposed. Experimental results show that the MITMPSO can significantly improve the solution quality and accelerate the convergence speed of multiple high-dimensional functions, multiple multi-constraints functions and multiple binary discrete optimization problems concurrently in polynomial time by setting a reasonable information migration threshold.

Keywords: multi-task optimization; particle swarm optimization (PSO); multi-level information transfer; population diversity control

0 引言

基于群体智能算法内在并行和内涵并行实现多任务优化(multi-task optimization, MTO)^[1],是当前的

研究热点和前沿技术. MTO自被提出以来,已在多任务高维函数优化^[2]、多任务大规模多目标(或约束)优化^[3-4]、多任务工程优化^[5]、多任务车辆路径调度

收稿日期: 2022-07-06; 录用日期: 2022-10-10.

基金项目: 国家自然科学基金青年基金项目(62102148).

责任编委: 巩敦卫.

[†]通讯作者. E-mail: 02550@zjhu.edu.cn.

优化^[6]、太阳能可再生能源系统优化^[7]、多任务污染路径^[8]、多任务电力系统调度^[9]等问题中得到较好应用。然而,信息“负迁移”会抑制干扰多任务优化性能,这是多任务优化目前尚未完全解决的难题之一。目前引起MTO信息负迁移的原因主要归结为3方面^[10]: 1)各优化问题搜索域重合度低:现有MTO算法将各任务限定在同一搜索空间,MTO优化性能随搜索区域重合度递减而逐步降低^[2]; 2)各优化问题相似程度低:当各任务处于低相似度时,鲜有可供利用的有效信息; 3)任务间频繁的信息迁移导致种群多样性过度增加。现有文献针对MTO搜索域重合度和任务相似度低已进行了广泛而深入的探讨,从信息迁移节点设置(基于概率设置信息迁移节点^[2,11])和基于固定迭代次数迁移信息^[4]、信息迁移方式改善(基于任务特征相似性度量^[12]、基于辅助任务构建虚拟多任务环境^[13]、基于任务复杂度动态分配资源^[14]、基于多任务学习优化^[15])以及信息迁移类型改进(直接信息迁移^[6]和基于历史经验迁移^[17])等方面予以完善,而从多任务种群多样性角度遏制信息负迁移却鲜有报道。文献[18]通过数独实验证实了MTO本质在于知识共享,但任务间频繁信息迁移会导致种群基因型过度增加,进而影响多任务收敛速度。如何在多任务进化过程中实时测算种群多样性,并设置相关阈值控制信息交互频率,在保证多任务种群多样性的同时强化信息正迁移,是本文需要着重解决的问题。本文的主要创新点如下:

1) 粒子群算法(PSO)^[19]因简单、易于实现、收敛速度快等优点,已在MTO领域得到广泛应用,本文继续将PSO作为多任务优化依托算法,并引入标杆管理思想实现任务间层级信息迁移。标杆管理优化算法(benchmarking-based optimization algorithm, BOA)^[20]源于企业管理,通过分别向外部/内部企业最佳个体学习,主动拉近与外部/内部标杆距离,从而快速搜索到解空间目标区域。现有基于标杆管理的信息迁移主要依托多个小生境种群,通过向小生境内最佳个体(内部标杆),以及整个生态系统中的最佳个体(外部标杆)学习,本质上服务于单个任务,而本文根据任务个数设置相应子种群,然后引入BOA实现多个任务之间的信息交互,达到优化多个任务的目的。

2) 目前种群多样性计算主要用于单个种群陷入停滞进化的评判标准^[21],而将种群多样性指数作为任务间信息迁移节点的设置依据却鲜有报道。本文通过计算PSO各子种群的多样性指数,并与多样性

阈值进行对比,有效控制多任务间的信息迁移频率。

3) 将BOA思想以及种群多样性计算引入到PSO中实现多任务优化,本质上是一个复杂自适应系统,本文创新性地从复杂系统视角描述PSO内部个体之间以及任务之间的信息迁移和层级智能涌现过程,更加形象直观。

根据上述创新点,本文提出多级信息迁移多任务优化PSO算法(multi-level information transfer multi-task PSO, MITMPSO),并通过多任务连续型优化问题、多任务多约束优化问题、多任务二元离散优化问题测试MITMPSO的求解性能。

1 MTO形式化描述^[1]

假设需要同时优化 K 个任务,不失一般性,令所有待求解任务均为极小优化问题。假设 $T_j(j = 1, 2, \dots, K)$ 为第 j 个待求解问题, T_j 可以是单目标优化问题或多目标优化问题,且 T_j 搜索空间和目标函数分别为 X_j 和 $f_j: X_j \rightarrow R$,则MTO定义如下:

$$\{x_1, x_2, \dots, x_K\} = \arg \min \{f_1(x), f_2(x), \dots, f_K(x)\}, \quad (1)$$

其中 x_j 为待求解任务 T_j 在搜索空间 X_j 内的一个可行解。

2 多任务优化MITMPSO算法设计

2.1 基本PSO算法

PSO算法源于对鸟类觅食行为的模拟^[19],种群中粒子从随机解出发

$$v_{ab}(t=0) = \text{rand}() \times V_{\max}, \quad (2)$$

$$x_{ab}(t=0) = \text{rand}() \times (X_{\max} - X_{\min}) + X_{\min}, \quad (3)$$

通过共享自身最优及全局最优信息更新自身速度和位置

$$v_{ab}(t+1) = \omega \cdot v_{ab}(t) + c_1 r_1 (\text{pbest}_{ab} - x_{ab}(t)) + c_2 r_2 (\text{gbest}_b - x_{ab}(t)), \quad (4)$$

$$x_{ab}(t+1) = x_{ab}(t) + v_{ab}(t+1), \quad (5)$$

从而使整个群体在问题求解空间中产生从无序到有序演化过程,进而获得问题最优解。其中: $\text{rand}()$ 、 r_1 、 r_2 均为 $[0, 1]$ 之间随机数, V_{\max} 为粒子速度最大值, X_{\max} 和 X_{\min} 分别为搜索空间上下界, $x_{ab}(t)$ 和 $v_{ab}(t)$ 分别为 t 时刻粒子 a 在第 b 维的位置和速度, pbest_{ab} 为粒子 a 个体自身最优位置, gbest_b 为种群全

局最优位置, c_1, c_2 为学习因子.

2.2 多任务MITMPSO信息共享框架、搜索空间设置、编码解码策略

1) MITMPSO信息共享框架. MTO的本质在于通过任务之间的信息共享,达到同时促进多个任务进化的目的,故知识共享是MTO的核心. 现有MTO算法信息共享大多基于两种框架:①多因子优化(multifactorial optimization, MFO)^[2]:采用单个种群求解 K 个任务,通过实施选择性交配或选择性模仿,实现任务间垂直基因传递,达到知识在不同任务组间迁移和共享目的;②多种群演化(multi-population evolution, MPE)^[5]:根据任务个数设置相应的数量种群,各种群独立进化,只在信息迁移节点交互信息. 文献[22]从复杂系统视角证明MFO和MPE本质一致,且MFO和MPE同时求解3个不同优化问题的时间、空间复杂度基本相当,因MPE设置种群数量与任务一一对应,信息交互过程更形象直观,故本文引入MPE作为MITMPSO的信息共享框架.

2) 搜索空间设置. 假设需要同时处理 K 个不同任务,任务 $T_j (j = 1, 2, \dots, K)$ 对应的搜索空间设为 X_j ,如图1所示. 若任务 T_j 的维数为 D_j ,为保证后期信息交互时能为其他种群提供完整信息,则各任务的

搜索空间维数 $D_Y = \max\{T_j\}$.

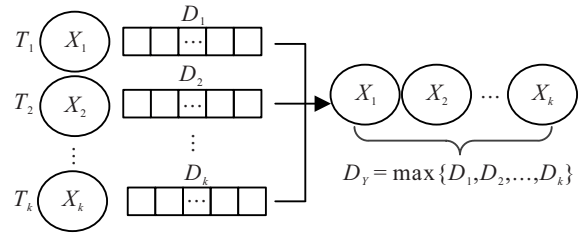


图1 多任务搜索空间设置

3) 编码策略. 本文主要采用MITMPSO求解多任务连续型和二元离散优化问题,故处理多个连续优化问题时,MITMPSO采用标准实数编码. 当同时处理 K 个二元离散优化问题时,粒子 a 先在连续空间飞行,然后采用模糊函数 $\text{sign}(x_{ab}) = 1 + 1/e^{-x_{ab}}$,将连续位置 x_{ab} 映射到离散空间 φ_a . 即:若 $\text{sign}(x_{ab}) \leq 0$,则 φ_a 取值0,反之 φ_a 取值1.

4) 假设第 j 个任务维数为 D_j ,则解码任务 T_j 时取 $D_Y = \max\{D_j\}$ 的前 j 维.

2.3 基于标杆学习的MITMPSO层级信息迁移

假设需要同时处理 K 个极小优化问题,设种群数量为 K ,种群 $P_k (k = 1, 2, \dots, K)$ 的规模均为 N ,多任务MITMPSO信息共享共分为3层:多任务个体层、多任务群体层、多任务群落层,如图2所示.

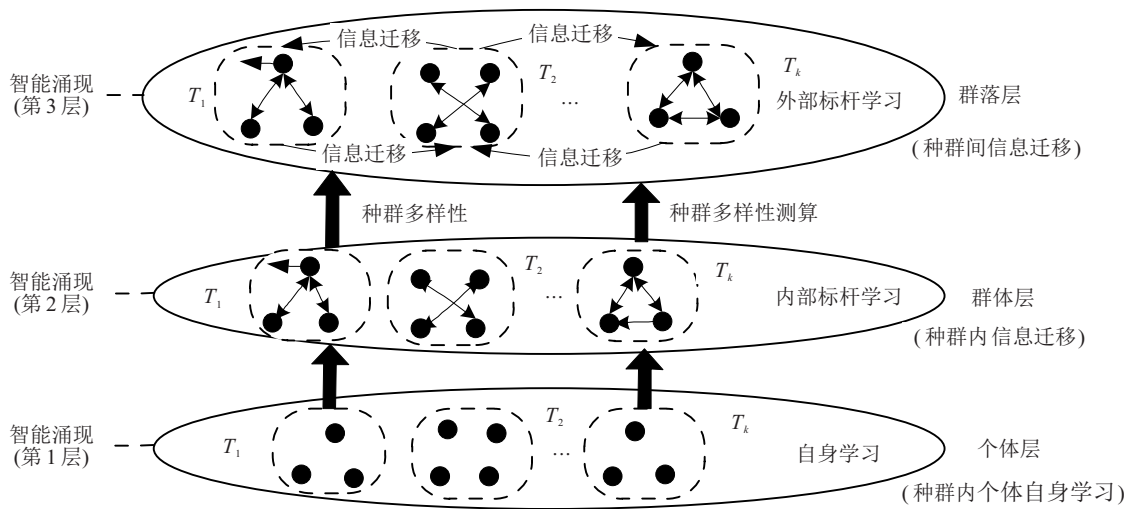


图2 多任务MITMPSO层次信息迁移

多任务个体层:种群 P_k 用于优化任务 T_k ,对于任意 $a (a \in P_k, a = 1, 2, \dots, N)$ 实施位置和速度初始化,粒子随机游走,通过学习得出个体自身最优位置,如图2中第1层智能涌现.

多任务群体层:种群 P_k 实施位置和速度更新,通过追随个体自身最优以及当前种群最优位置,不断向当前种群最优个体(即内部标杆)学习,逐渐增强自身生存优势,如图2中第2层次智能涌现.

多任务群落层:计算种群 P_k 物种多样性指数 $D_{vs}^k(t)$,并对比多样性阈值 θ_k ,当 $D_{vs}^k(t) > \theta_k$ 时,剩余 $K - 1$ 个种群向 P_k 传递知识. 因本文主要致力于同时求解多个极小优化问题,故将 $K - 1$ 个任务的当前最优适应值排序,取适应值最小任务的当前最优位置 $G_{\text{best}}^{\min}(t)$ 与 P_k 中个体自身最优位置相结合,产生新位置

$$\text{New}x_{ab}^k(t) =$$

$$0.5 \cdot (\delta \cdot \text{pbest}_{ab}^k(t) + (1 - \delta) \cdot G_{\text{best}}^{\min}(t)). \quad (6)$$

即个体自身最优通过向外部标杆学习,实现种群间互助的群落智能涌现,如图2中第3层,其中 δ 为 $[0, 1]$ 之间的随机数。

由图2可知,MITMPSO由大量进化单元相互作用形成一定的层次结构.在个体层,进化单元之间相互作用会涌现出一定的整体属性,以这些整体属性为基础,又构成上一层进化单元,即个体合作成群体,群体协同成群落.从复杂系统视角来看,MITMPSO这种“自下而上”的层次“进化”过程,也可以看作多任务之间协作的智能涌现。

2.4 MITMPSO种群多样性计算

种群多样性能表征复杂系统的结构复杂性、组织水平、稳定程度和生境差异^[23].本文通过测算种群多样性指数,有效平衡信息迁移频率和种群动态多样性,为遏制信息负迁移提供一种新思路.粒子在进化过程中,其适应度能在一定程度上反映该粒子分布,在MITMPSO进化后期,各任务所在种群中粒子有迅速向局部极值解靠近的趋势,造成当前极值解趋同或重复.因此,及早发现当前种群早熟与否的关键在于统计当前适应值较优个体是否停滞进化.在此基础上,本文提出基于精英均值方差的多种群多样性计算模式.当MITMPSO同时优化 K 个极小优化问题时,将种群内精英个体(指个体适应度小于全局平均适应值的所有个体)与最优个体适应值差值作为衡量种群 P_k 的多样性指标,如下所示:

$$\overline{f_{\text{avg}}^k}(t) = 1/N \sum_{a=1}^N f_a^k(t), \quad (7)$$

$$D_{vs}^k(t) = \overline{f_{\text{avg}}^k}(t) - f_{\text{elite}}^k(t). \quad (8)$$

其中: $f_a^k(t)$ 表示 t 时刻第 k 个种群中个体 a 的适应值, $\overline{f_{\text{avg}}^k}(t)$ 表示 t 时刻种群 P_k 中小于全局平均适应值的所有个体平均值, $f_{\text{elite}}^k(t)$ 表示第 k 个种群的最优适应值。

综上,MITMPSO算法基本步骤如下:

step 1: 假设采用 K 个子种群求解 K 个任务,按式(2)和(3)初始化 K 个子种群中粒子位置、速度,比较得出 K 个子种群的全局最优位置。

step 2: 按式(4)和(5)更新 P_k ($k = 1, 2, \dots, K$)中的粒子速度和位置,通过追随自身最优以及种群内部标杆,不断向 P_k 全局极值解靠近。

step 3: 计算 P_k 多样性指数 $D_{vs}^k(t)$,并与阈值 θ_k 对比,若 $D_{vs}^k(t) > \theta_k$,则当前种群 P_k 向剩余 $K - 1$ 个种群中的标杆学习,按式(6)将最优标杆位置与当前

种群粒子自身最优位置相结合产生新位置。

step 4: 计算 P_k 新产生位置适应值,对比得出 P_k 个体自身最优及全局最优解。

step 5: 循环step 2~step 4,若满足循环结束条件,则转至step 6。

step 6: 输出 K 个任务的全局最优解。

2.5 MITMPSO复杂度分析

本文以同时优化3个任务 T_1 、 T_2 、 T_3 为例,讨论MITMPSO的时间和空间复杂度,当MITMPSO处理超多优化问题(即任务个数 $K > 3$)时,依此类推.假设以种群 P_j ($j = 1, 2, 3$)处理任务 T_j ,种群 P_j 的规模均为 N ,MITMPSO最大迭代次数为 Maxiter ,任务 T_j 维数为 D_j ,则多任务搜索空间维数设为 $D_Y = \max\{D_j\}$,假设 $D_1 > D_2 > D_3$,则 $D_Y = D_1$ 。

2.5.1 MITMPSO时间复杂度分析

假设MITMPSO优化任务 T_j 的时间复杂度为 Q_j ,则MITMPSO的总体时间复杂度为同时优化3个任务的时间复杂度之和。

1) 优化任务 T_1 时间复杂度分析。

① 种群 P_1 运行的时间复杂度 Q_1^1 包括:初始化种群 P_1 粒子位置和速度的时间复杂度为 $O(N \cdot D_1)$,初始化参数 c_1 、 c_2 、 X_{max} 、 X_{min} 、 V_{max} 的时间复杂度为 $O(1)$,计算个体适应度的时间复杂度为 $O(N \cdot D_1)$,更新粒子速度和位置的时间复杂度为 $O(N \cdot D_1)$,比较得出个体自身最优解的时间复杂度为 $O(N)$,比较得出当前全局最优个体的时间复杂度为 $O(N)$,更新全局最优位置信息的时间复杂度为 $O(D_1)$,将个体适应度挨个与当前全局极值解比较的时间复杂度为 $O(N)$,计算种群平均适应值的时间复杂度为 $O(N)$,计算当前种群多样性指数的时间复杂度为 $O(1)$.循环 Maxiter 代后, $Q_1^1 = O(\text{Maxiter} \cdot N \cdot D_1)$ 。

② 种群 P_1 信息迁移的时间复杂度 Q_1^2 包括:将当前种群多样性指数与阈值进行对比的时间复杂度为 $O(1)$;假设在 Maxiter 次迭代过程中,任务 T_2 或 T_3 共向 T_1 传输 σ_1 次信息,则比较种群 P_2 和 P_3 全局极值解的时间复杂度为 $O(1)$;将 P_2 或 P_3 当前全局最优位置纳入 P_1 个体自身最优位置中的时间复杂度为 $O(N \cdot D_1)$;计算新位置适应度的时间复杂度为 $O(N \cdot D_1)$;比较得出个体的自身最优或新全局最优个体的时间复杂度为 $O(N)$,其他的时间复杂度为 $O(1)$.分析得出 $Q_1^2 = O(\sigma_1 \cdot N \cdot D_1)$.综合 Q_1^1 和 Q_1^2 得出采用MITMPSO优化 T_1 的时间复杂度为

$$Q_1 = Q_1^1 + Q_1^2 = O(\text{Maxiter} \cdot N \cdot D_1) + O(\sigma_1 \cdot N \cdot D_1).$$

2) 优化任务 T_2 和 T_3 的时间复杂度分析. 采用 MITMPSO 优化 T_2 和 T_3 的时间复杂度分析过程与 T_1 类似, 因 T_2 和 T_3 维数分别为 D_2 和 D_3 , 且 $D_3 < D_2 < D_1$, 故种群 P_2 和 P_3 的时间复杂度与 P_1 区别为: ① P_2 和 P_3 解码时, 计算个体适应度的时间复杂度分别为 $O(N \cdot D_2)$ 和 $O(N \cdot D_3)$; ② P_2 和 P_3 更新全局最优位置的时间复杂度分别为 $O(D_2)$ 和 $O(D_3)$; ③ 假设在 Maxiter 次迭代过程中, T_1 或 T_3 共向 T_2 传输 σ_2 次信息, T_1 或 T_2 共向 T_3 传输 σ_3 次信息. 经过上述分析, 得出: ① P_2 运行时间复杂度 $Q_2^1 = O(\text{Maxiter} \cdot N \cdot D_1)$; ② P_2 信息迁移时间复杂度 $Q_2^2 = O(\sigma_2 \cdot N \cdot D_1)$. 故优化 T_2 的时间复杂度为

$$Q_2 = Q_2^1 + Q_2^2 = O(\text{Maxiter} \cdot N \cdot D_1) + O(\sigma_2 \cdot N \cdot D_1).$$

同理, 优化 T_3 的时间复杂度为

$$Q_3 = O(\text{Maxiter} \cdot N \cdot D_1) + O(\sigma_3 \cdot N \cdot D_1).$$

因 $\sigma_1 < \text{Maxiter}, \sigma_2 < \text{Maxiter}, \sigma_3 < \text{Maxiter}$, 综合上述分析, MITMPSO 同时优化 3 个任务的时间复杂度为

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = O(\text{Maxiter} \cdot N \cdot D_1).$$

2.5.2 MITMPSO 空间复杂度分析

1) T_1 所需存储空间包括两部分: ① 种群 P_1 所需存储空间: 存储 N 个粒子的速度、位置、个体自身最

优位置空间均为 $N \cdot D_1$; 存储 N 个粒子的个体适应值以及个体自身最优适应值空间均为 N ; 存储全局最优粒子位置空间为 D_1 . ② 计算种群 P_2 多样性以及实施信息迁移所需存储空间: 存储种群 P_1 多样性指数空间为常数; 实施信息迁移后, 存储新位置空间为 $N \cdot D_1$.

2) T_2 和 T_3 所需存储空间与任务 T_1 的区别在于: T_2 存储全局最优粒子群位置空间为 D_2, T_3 存储全局最优粒子群位置空间为 D_3 .

综合上述分析, MITMPSO 同时优化 3 个任务的空间复杂度为 $S = O(N \cdot D_1)$. 由上述分析可知: MITMPSO 同时优化 3 个任务时间和空间复杂度均为多项式.

3 仿真实验与结果分析

3.1 MITMPSO 求解多任务高维函数优化问题

3.1.1 MITMPSO 求解多个极值解相同函数

本节选取 8 个 IEEE CEC 基本测试函数验证本文多任务 MITMPSO 算法的有效性, 为便于问题描述, 这里将函数名称进行简写, 具体如表 1 所示. 单独处理 50 维 Sphere 函数, 则简写为 50S, 同时处理 50 维 Sphere、50 维 Ackley、50 维 Rastrigin, 则简写为 (50S, 50A, 50R). 8 个被测试函数中, Ackley、Rastrigin、Generalized Griewank 均为多峰函数, 剩余函数均为单峰函数.

表 1 多任务优化测试函数

函数名称	函数表达式	函数简称	最优值	函数特征
Sum Squares	$\sum_{j=1}^D j \cdot x_j^2$	SSF	0	单峰函数
Sum of Different Powers	$\sum_{j=1}^D x_j ^{j+1}$	SD	0	单峰函数
Zakharov	$\sum_{j=1}^D x_j^2 + \left(\sum_{j=1}^D 0.5 \cdot j \cdot x_j\right)^2 + \left(\sum_{j=1}^D 0.5 \cdot j \cdot x_j\right)^4$	Z	0	单峰函数
Sphere	$\sum_{j=1}^D x_j^2$	S	0	单峰函数
Quartic	$\sum_{j=1}^D j \cdot x_j^4 + \text{rand}[0, 1]$	Q	0	单峰函数
Generalized Griewank	$1/4000 + \sum_{j=1}^D x_j^2 + \prod_{j=1}^D \cos(z_j/\sqrt{j}) + 1$	G	0	多峰函数
Ackley	$20 + e - 20 \exp\left(-0.2 \sqrt{1/D \sum_{j=1}^D x_j^2}\right) - \exp\left(1/D \sum_{j=1}^D \cos(2\pi x_j)\right)$	A	0	多峰函数
Rastrigin	$10 + \sum_{j=1}^D x_j^2 - 10 \cos(2\pi x_j)$	R	0	多峰函数

为证明在不同函数特征、不同维度多任务组合中, MITMPSO 均能提高多任务求解质量、加速多任务收敛速度, 将上述 8 个函数分为 6 组, 如下所示:

$$G_1 = \{50SSF, 50SD, 50Z, (50SSF, 50SD, 50Z)\},$$

$$G_2 = \{50S, 50Q, 50G, (50S, 50Q, 50G)\},$$

$$G_3 = \{50S, 50A, 50R, (50S, 50A, 50R)\},$$

$$G_4 = \{100SSF, 100SD, 100Z, (100SSF, 100SD, 100Z)\},$$

$$G_5 = \{100S, 100Q, 100G, (100S, 100Q, 100G)\},$$

$$G_6 = \{100S, 100A, 100R, (100S, 100A, 100R)\}.$$

G_1 均为单峰函数, G_2 、 G_3 为单峰函数和多峰函数混合, $G_1 \sim G_3$ 函数特征愈趋复杂,求解难度也逐级递增. $G_4 \sim G_6$ 是在 $G_1 \sim G_3$ 基础之上,函数维度由50维上升至100维,维度上升也会导致求解难度提升.算法参数设置如下:子种群 $P_j(j = 1, 2, 3)$ 的种群规模 N 均设为50, $c_1 = c_2 = 1.8$,最大迭代次数 $Maxiter = 500$,各种群参数 w 值随迭代次数线性

递减,子种群多样性阈值 θ_k 随不同多任务组合作自适应调整.因本文主要对比研究在种群多样性控制下实施信息迁移后,各优化问题的求解质量是否提升,即将单独采用PSO算法求解单个任务和引入MITMPSO同时求解多个任务进行对比,故PSO和MITMPSO涉及到相同参数时,设为一致.

图3和图4给出了控制种群多样性前后,将50维和100维单任务与多任务函数组合单独运行30次的平均收敛曲线对比.本文MITMPSO同时处理多个50维、100维多任务函数组合时,求解质量和收敛速度明显优于单任务PSO算法.

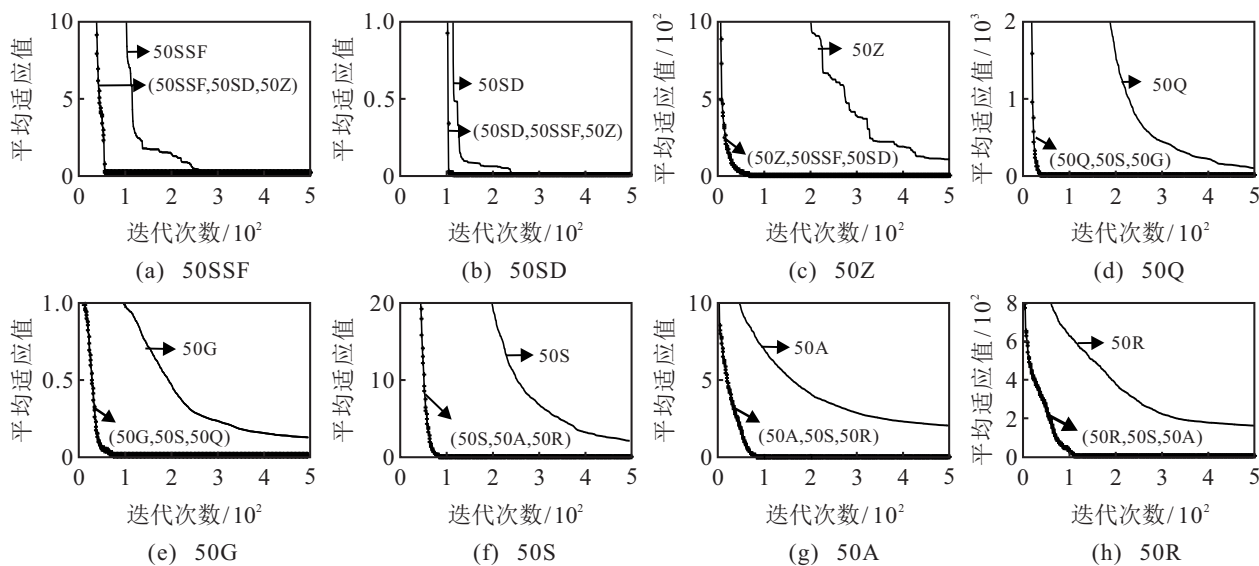


图3 单任务PSO和多任务MITMPSO求解50维函数的平均收敛性能对比

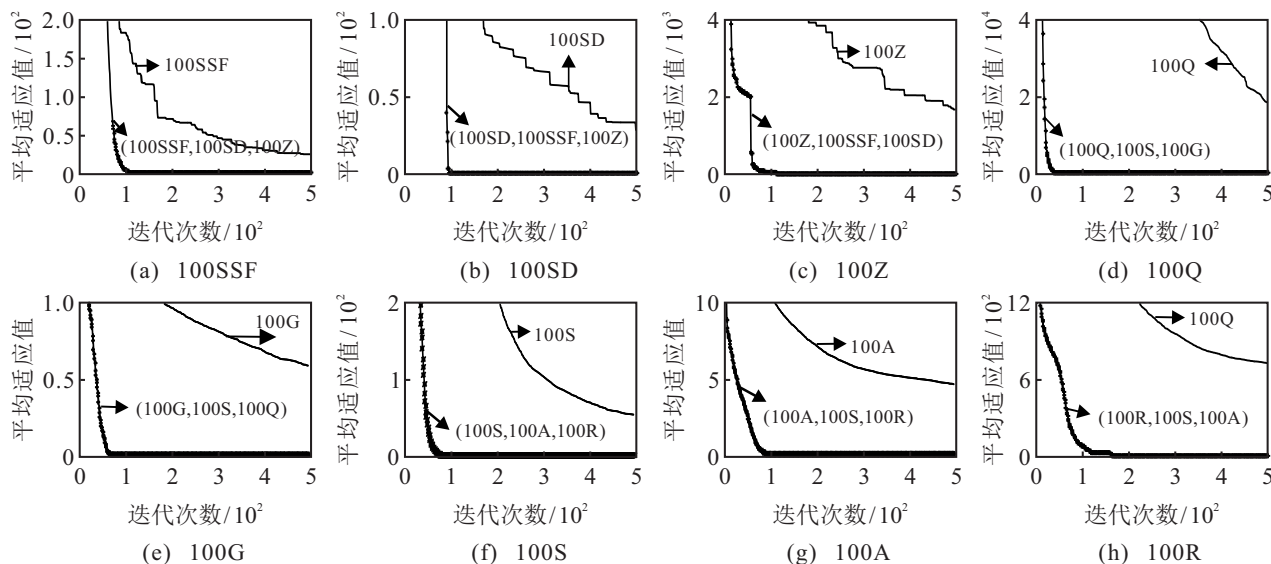


图4 单任务PSO和多任务MITMPSO求解100维函数的平均收敛性能对比

因本文MITMPSO算法引入标杆管理、种群多样性控制等策略实现任务间协作,达到遏制信息负迁移的目的,这里引入消融法进一步证明在PSO中

基于种群多样性控制的标杆借鉴能促进正迁移.本文在PSO算法中引入标杆管理思想,内部标杆即基本PSO中单个种群 P_k 内部全部最优解 $gbest_k^k$,外部

标杆即邻域种群中最优个体 G_{best}^{min} , 而“种群多样性计算”则是 PSO 与外部标杆管理相结合一起使用, 即当 T_k 对应种群 P_k 多样性大于阈值 θ_k 时, 才基于外部标杆实施信息迁移, 故单纯讨论 PSO 与种群多样性计算而不实施信息迁移没有实际意义. 因此, 消融

实验主要分3部分: 1) 基本 PSO 算法(已包含内部标杆); 2) PSO + 外部标杆; 3) PSO + 外部标杆 + 种群多样性控制(即 MITMPSO 算法). 由表2可知, 单独采用 PSO 或者将 PSO 与外部标杆相结合后的平均适应值与本文 MITMPSO 算法的优化结果相比均差距较大.

表2 多任务优化消融实验平均适应值

多任务实例	PSO(已包含内部标杆)	PSO + 外部标杆	本文 MITMPSO 算法
(50SSF, 50SD, 50Z)	(0.026 4, 0.004 3, 110.635 0)	(0.009 52, 0.000 1, 0.062)	(1.56e-5, 2.27e-14, 7.59e-5)
(50S, 50Q, 50G)	(2.144 5, 99.844 2, 0.122 6)	(0.183 4, 0.211 1, 0.103)	(0.031 7, 0, 1.436 5e-7)
(50S, 50A, 50R)	(1.253 9, 2.082 1, 161.984 9)	(0.000 3, 0.012 0, 0.002 9)	(4.72e-17, 2.92e-11, 0)
(100SSF, 100SD, 100Z)	(25.027 2, 28.548 9, 1 686.937 4)	(0.430 6, 0.574 8, 153.52)	(0.000 1, 9.88e-15, 0.002 9)
(100S, 100Q, 100G)	(54.765 5, 20 640.6, 0.591 8)	(0.487 2, 7.655 1, 0.227 4)	(0.114, 0, 1.52e-9)
(100S, 100A, 100R)	(16.481 9, 4.666 1, 732.372 2)	(5.383 9, 1.551 0, 427.864 0)	(3.83e-16, 3.39e-11, 0)

表3给出将本文 MITMPSO 算法求解6组多任务实例的实验结果与文献[5]中多任务 MT-CPSO 算法、以及文献[11]中的 MFEA-II (multifactorial evolutionary algorithm-II) 进行对比. MT-CPSO 与本文 MITMPSO 算法相似, 均以 PSO 为依托算法, MPE 为多任务优化信息共享框架, 而 MFEA-II 是在当前多任务优化领域经典算法 MFEA 基础上对信息交互参

数 rmp 进行改良后的最新版本. 由表3可知, 本文算法在 50SD、100SD、50R、100R 上的求解结果优于文献[5], 但在 50S、100S、100SS 上略差于文献[5]; 而与文献[11]对比发现, 本文 MITMPSO 算法在 100SS 和 100R 上稍优于 MFEA-II. 总体而言, MITMPSO、MT-CPSO、MFEA-II 在上述6组多任务高维函数优化问题中求解结果基本相当.

表3 不同多任务优化算法求解高维函数优化问题的平均适应值对比

多任务实例	本文 MITMPSO	MT-CPSO ^[5]	MFEA-II ^[11]
(50SSF, 50SD, 50Z)	(1.56e-5, 2.27e-14, 7.59e-5)	(3.04e-15, 2.03e-5, 2.08e-3)	(1.82e-5, 5.48e-17, 1.05e-5)
(50S, 50Q, 50G)	(0.031 7, 0, 1.436 5e-7)	(3.22e-5, 0, 4.0e-16)	(5.91e-10, 0, 1.38e-7)
(50S, 50A, 50R)	(4.72e-17, 2.92e-11, 0)	(2.97e-52, 2.95e-6, 1.7e-8)	(5.37e-15, 6.45e-10, 0)
(100SSF, 100SD, 100Z)	(0.000 1, 9.88e-15, 0.002 9)	(9.33e-10, 0.000 13, 0.309 6)	(0.016, 1.52e-9, 0.002 5)
(100S, 100Q, 100G)	(0.114 0, 0, 1.52e-9)	(8.32e-8, 2.86e-10, 2.93e-12)	(7.48e-6, 0, 1.63e-8)
(100S, 100A, 100R)	(3.83e-16, 3.39e-11, 0)	(5.59e-40, 5.89e-16, 0.977)	(4.42e-9, 4.24e-6, 0.18)

3.1.2 MITMPSO 求解多个极值解偏移函数

3.1.1 节证明了本文多任务 MITMPSO 算法在同时求解多个极值解相同函数时的效果较好, 本节继续引入 MITMPSO 求解多个极值解偏移函数. 这里仅以多任务组中难度系数较高的 (50S, 50A, 50R) 为例, 分别探讨 Ackley 函数发生3种不同程度偏移时, (50S, 50A, 50R) 中 50S 和 50R 平均收敛趋势与单独采用 PSO 算法求解结果对比. 这里将表1中 Ackley 函数进行改写如下:

$$20 + e - 20 \exp \left(-0.2 \sqrt{1/D \sum_{j=1}^D z_j^2} \right) -$$

$$\exp \left(1/D \sum_{j=1}^D \cos(2\pi z_j) \right).$$

其中: $z = M_A \times (x - O_A)$, M_A 为旋转矩阵, O_A 为偏移程度. 1) 小范围偏移 (small shift, SS): Ackley 函数中各维度在 (0, 2) 之间偏移; 2) 中等范围偏移 (medium shift, MS): Ackley 函数各维度在 (2, 5) 之间偏移; 3) 大范围偏移 (large shift, LS): Ackley 函数各维度在 (5, 10) 之间偏移. 由图5可知: 当50维 Ackley 函数发生不同程度偏移时, (50S, 50A, 50R) 中 50S 和 50R 平均收敛性能仍然优于单任务 PSO 算法. 这说明即使多个任务极值解不重合, MITMPSO 中信息迁移机制仍能促进知识正迁移.

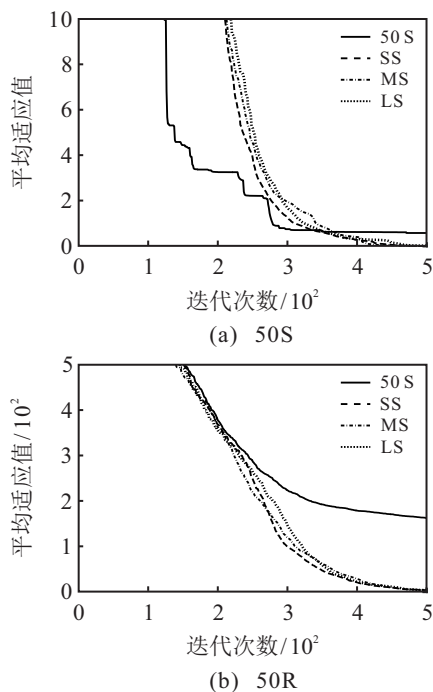


图5 不同偏移程度下50S和50R的平均收敛曲线对比

3.1.3 MITMPSO 种群多样性阈值讨论

这里以多任务组(50S, 50A, 50R)为例, 探讨不同多样性阈值组合对算法性能的影响. 图6给出了多任务组(50S, 50A, 50R)中50S、50A、50R在未设置种群多样性阈值时, 精英解偏差值与最优适应值的对比.

由图6可知, 当未设置种群多样性阈值时, 在算法运行前期(大约前250代~300代), 种群多样性较大, 全局极值解迅速向全局最优解靠近, 之后因种群多样性丧失, 即50S精英解偏差小于5, 50A精英解偏差小于0.2, 50R精英解偏差小于20, 种群 P_1 、 P_2 、 P_3 停滞于局部极值解. 虽在算法迭代后期种群多样性有稍许波动, 但仍无法改变算法陷入局部最优的局面. 为保持算法开发与探索的平衡, 以精英解偏差为基准点, 按固定步长探讨MITMPSO中50S、50A、50R种群多样性阈值. 其中, 因50S精英解偏差为5时算法陷入局部最优解, 故50S阈值 θ_1 必大于5, 这里分别取10、9、8、7、6进行讨论; 同理, 50A阈值 θ_2 大于0.2, 分别取0.45、0.4、0.35、0.3、0.25进行讨论; 50R阈值 θ_3 必大于20, 分别取120、100、80、60、40进行讨论. 这里将 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 分成5组, 即 $Z_1: \{\theta_1 = 10, \theta_2 = 0.45, \theta_3 = 120\}$, $Z_2: \{\theta_1 = 9, \theta_2 = 0.4, \theta_3 = 100\}$, $Z_3: \{\theta_1 = 8, \theta_2 = 0.35, \theta_3 = 80\}$, $Z_4: \{\theta_1 = 7, \theta_2 = 0.3, \theta_3 = 60\}$, $Z_5: \{\theta_1 = 6, \theta_2 = 0.25, \theta_3 = 40\}$, 分析 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 不同组合情况下, (50S, 50A, 50R)运行30代的平均适应值. 由表4可知: 当 $Z_1: \{\theta_1=10, \theta_2 = 0.45, \theta_3 = 120\}$ 时, (50S, 50A, 50R)求解性能最优. 在后续仿真实验中, θ_k 随具体问题进行自适应调整.

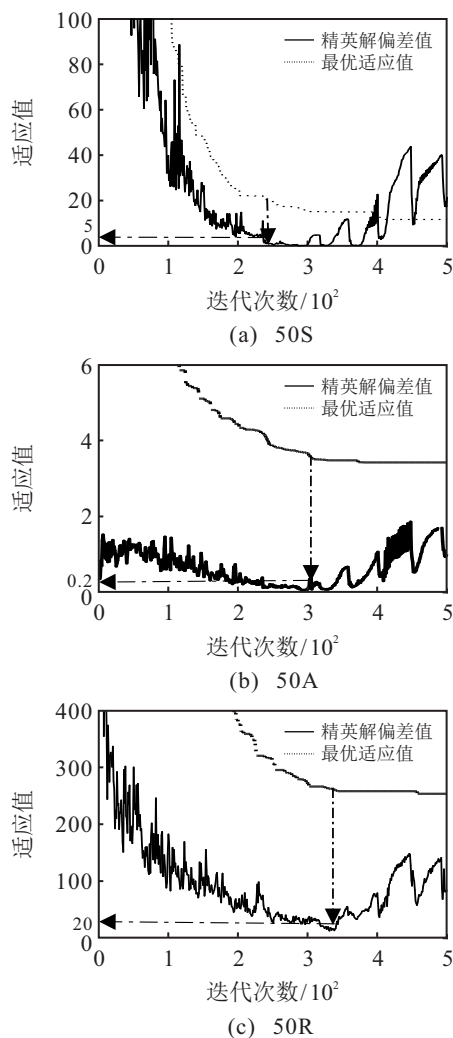


图6 未设置 θ_k 时精英解偏差与最优适应值的关系

表4 不同多样性阈值组合下的平均适应值

阈值组合	(50S, 50A, 50R)的平均适应值
Z_1	(7.34e-17, 1.92e-11, 0)
Z_2	(6.79e-17, 1.24e-11, 52.44)
Z_3	(2.79e-30, 5.78e-16, 68.19)
Z_4	(4.78e-30, 5.89e-16, 134.28)
Z_5	(7.51e-30, 4.03e-15, 159.95)

3.2 MITMPSO 求解多任务多约束函数优化问题

3.2.1 多约束函数描述及约束处理机制

这里继续以选取IEEE CEC benchmarks中4个单目标多约束函数为例, 测试多任务MITMPSO算法性能, 具体如表5所示. 将表5中4个多约束函数分成2组(f_1, f_2, f_3)和(f_1, f_2, f_4), 探讨在多任务多约束环境下多级信息迁移能加速各任务收敛速度和提高各任务求解质量. 由于约束的存在, 可行域只占搜索空间中的极小部分, 因而如何处理约束条件是关键. 本文首先计算粒子适应值及违约值, 然后按如下规则对粒子进行比较^[24]: 1) 若两个粒子均为可行个体(即违约值为0), 则取适应值较优个体; 2) 若两个粒子中一个可行, 另一个不可行, 则选择可行个体; 3) 若两个粒子均不可行, 则选择违约值较小个体.

表5 多任务多约束测试函数

函数描述	约束条件	搜索空间	最优解
$f_1(x) = (x_1 - 10)^3 + (x_2 - 20)^3$	$g_1(x) = -(x_1 - 5)^2 - (x_2 - 5)^2 + 100 \leq 0,$ $g_2(x) = (x_1 - 6)^2 + (x_2 - 5)^2 - 82.81 \leq 0$	$13 \leq x_1 \leq 100, 0 \leq x_2 \leq 100$	-6 961.8
$f_2(x) = \frac{\sin^3(2\pi x_1) \sin(2\pi x_2)}{x_1^3(x_1 + x_2)}$	$g_1(x) = x_1^2 - x^2 + 1 \leq 0,$ $g_2(x) = 1 - x_1 + (x_1 - 4)^2 \leq 0$	$0 \leq x_1 \leq 10, 0 \leq x_2 \leq 10$	0.095 8
$f_3 = 20 + x_1^2 - 10 \cos(2\pi x_1) +$ $x_2^2 - 10 \cos(2\pi x_2)$	$g_1(x) = x_1 + x_2 \leq 6,$ $g_2(x) = 3x_1 - 2x_2 \leq 5$	$1 \leq x_1 \leq 2, 3x_1 - 2x_2 \leq 5$	0
$f_4(x) =$ $(x_1 - 10)^2 + (x_2 - 12)^4 + x_3^4 +$ $3(x_4 - 11)^2 + 10x_5^6 + 7x_6^2 +$ $x_7^4 - 4x_6x_7 - 10x_6 - 8x_7$	$g_1(x) = -127 + 2x_1^2 + 3x_2^4 + x^3 + 4x_4^2 + 5x_5 \leq 0,$ $g_2(x) = -282 + 7x_1 + 3x_2 + 10x_3^2 + x_4 - x_5 \leq 0,$ $g_3(x) = -196 + 23x_1 + x_2^2 + 6x_6^2 - 8x_7 \leq 0,$ $g_4(x) = 4x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2 + 2x_3^2 + 5x_6 - 11x_7 \leq 0$	$-10 \leq x_i \leq 10, i = 1, 2, \dots, 7$	680.63

表6 多任务多约束测试函数实验结果

多任务组	最优适应值	平均适应值
f_1	-6 960.38	-6 845.24
f_2	1.000 6	1.018 7
f_3	1	1.001 303
f_4	688.257	702.922
(f_1, f_2, f_3)	(-6 961.8, 0.095 8, 0)	(-6 961.544, 0.063, 9.47e-6)
(f_1, f_2, f_4)	(-6 961.8, 0.095 8, 680.63)	(-6 961.79, 0.080, 681.74)

3.2.2 MITMPSO 求解多约束函数实验结果分析

多任务 MITMPSO 算法同时求解 3 个多约束函数实验结果如表 6 所示, 参数设置如下: 种群规模均为 50, 算法最大迭代次数为 1 000; 当求解多任务 (f_1, f_2, f_3) 时, 种群多样性阈值 $\theta_1 = 100, \theta_2 = 0.35, \theta_3 = 0.4$; 求解 (f_1, f_2, f_4) 时, $\theta_1 = 100, \theta_2 = 0.35, \theta_4 = 80$. 由表 6 可知, 与单任务 PSO 求解结果相比, 采用 MITMPSO 同时求解 3 个多约束函数时, 最优适应值均能达到全局最优解, 平均适应值与最优解差值较小, 这说明本文多任务 MITMPSO 算法同时求解多个多约束函数优化问题时, 也能得到较好的结果.

3.3 MITMPSO 求解多任务二元离散优化问题

2021 年全国两会上, “碳达峰” 和 “碳中和” 首次被写入政府工作报告, 有效挖掘城市空气主要污染物, 对推动实现减污降碳、加速社会经济绿色转型具有重要意义. 本文以湖州及邻居城市 (杭州和嘉兴) 为例, 探讨上述 3 个城市引起雾霾天气的关键因子. 引起雾霾天气的气象要素具有 0/1 特征, 即该气象要素是否为引起空气污染关键影响因素, 故挖掘上述 3 个城市空气污染关键因子为二元离散优化问题. 本文将 MITMPSO 作为搜索策略, 引入 $\text{sign}(x)$ 模糊函数将粒子位置转换成 0/1, 以下式作为目标函数^[25], 同时挖掘上述 3 个城市引起空气污染关键影响因素:

$$\text{fitness} = \alpha \times \text{CA} + (1 - \alpha) \times \# \text{selected} / \# \text{all}. \quad (9)$$

其中: $\# \text{selected}$ 表示雾霾关键影响因素个数; $\# \text{all}$ 表示原始数据集雾霾影响因素个数; CA 表示数据集分类错误率, $\alpha \in [0, 1]$ 反映分类错误率与属性约简率重要程度, 为强调数据集分类错误率重要性大于属性约简率, 这里 α 为 0.9. 由式 (9) 可知, 种群中个体适应值越小越优, 即采用 MITMPSO 算法同时挖掘湖州、杭州和嘉兴雾霾天气关键因子均为极小优化问题.

3.3.1 雾霾数据来源及预处理

选取湖州、杭州和嘉兴 2020 年 1 月 1 日 ~ 2021 年 12 月 31 日共 731 天的实时数据, 每日数据均根据中国环境监测总站以及湖州、杭州、嘉兴当地气象局网站上公布数据求平均值所得. 本次实验涉及雾霾影响因素共有 9 个, 分别为 $\text{PM}_{2.5}$ 、 PM_{10} 、 NO_2 、 CO 、 SO_2 、 O_3_{8h} 、气温、湿度、风速, 雾霾污染级别共 2 种 (有或无雾霾). 因不同气象条件拥有不同量纲, 这里采用归一化方法将其归入 $[0, 1]$ 之间.

3.3.2 实验结果分析

采用 Chang 等^[26] 提供的 Lib-SVM 和 10 交叉验证相结合的方法计算数据集分类准确率 ξ , 则数据集分类错误率 $\text{CA} = 1 - \xi$, 且 SVM 中参数 c 、 g 的值由网格搜索法确定. 采用本文多任务 MITMPSO 算法同时求解湖州、杭州、嘉兴三地雾霾关键影响因素时, 种

群 P_1 、 P_2 、 P_3 分别对应湖州市、杭州市和嘉兴市, 统一搜索区间设为 $[-7.5, 7.5]$, 种群规模 N 均设为 50, MITMPSO 最大迭代次数为 20, P_1 、 P_2 、 P_3 种群多样性阈值分别为 0.5、0.45、0.5. 3 个城市的雾霾关键

影响因素提取结果如表 7 所示. 由表 7 可知, 采用本文 MITMPSO 算法能较大程度剔除冗余因素, 且约简雾霾关键影响因素前后数据集最优分类准确率基本相当.

表 7 湖州、杭州和嘉兴雾霾关键影响因素

地区	关键影响因素	原始数据集 分类准确率/%	关键影响因素 分类准确率/%	约简率/%
湖州	PM ₁₀ , NO ₂ , O ₃ _8 h	79.423 9	79.012 3	66.67
杭州	PM _{2.5} , PM ₁₀ , SO ₂ , O ₃ _8 h	75.806 5	76.326 5	55.56
嘉兴	PM _{2.5} , PM ₁₀ , NO ₂	77.675 2	78.423 2	66.67

图 7 给出了单任务 PSO 和多任务 MITMPSO 求解上述 3 个城市雾霾关键影响因素的平均分类准确率. 由图 7 可知, 采用多任务 MITMPSO 算法能同时加速 3 个城市雾霾关键影响因子的提取速度, 并且平均分类准确率明显优于单任务 PSO.

移频率, 在多任务高维函数优化、多任务多约束函数优化、多任务二元离散优化问题中有效遏制了信息负迁移消极影响. 在下一步的研究工作中, 将拓宽 MITMPSO 算法的应用领域, 将其应用于离散型优化问题或更加复杂的多任务动态优化问题中.

参考文献(References)

[1] Ong Y S, Gupta A. Evolutionary multitasking: A computer science view of cognitive multitasking[J]. Cognitive Computing, 2016,8(2): 125-142.

[2] Gupta A, Ong Y S, Feng L. Multifactorial evolution: Toward evolutionary multitasking[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2016, 20(3): 343-357.

[3] Liu S B, Lin Q Z, Feng L, et al. Evolutionary multitasking for large-scale multiobjective optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, DOI: 10.1109/TEVC.2022.3166482.

[4] Liang Z P, Dong H, Liu C, et al. Evolutionary multitasking for multiobjective optimization with subspace alignment and adaptive differential evolution[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52(4): 2096-2109.

[5] Cheng M Y, Gupta A, Ong Y S, et al. Coevolutionary multitasking for concurrent global optimization: With case studies in complex engineering design[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2017, 64: 13-24.

[6] Feng L, Huang Y X, Zhou L, et al. Explicit evolutionary multitasking for combinatorial optimization: A case study on capacitated vehicle routing problem[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2021, 51(6): 3143-3156.

[7] Wu T, Bu S Q, Wei X, et al. Multitasking multi-objective operation optimization of integrated energy system considering biogas-solar-wind renewables[J]. Energy Conversion and Management, 2021, 229: 113736.

[8] Rauniyar A, Nath R, Muhuri P K. Multi-factorial evolutionary algorithm based novel solution approach for multi-objective pollution-routing problem[J]. Computers & Industrial Engineering, 2019, 130: 757-771.

[9] Qiao K J, Yu K J, Qu B Y, et al. An

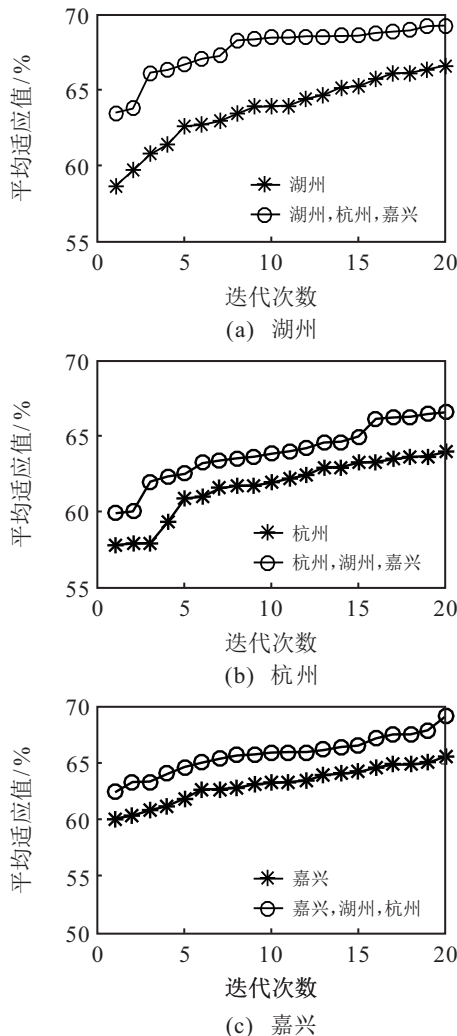


图 7 单任务 PSO 和多任务 MITMPSO 求解湖州、杭州和嘉兴市雾霾关键影响因素的平均收敛性能

4 结论

本文基于多种群演化信息共享机制, 根据任务个数设置相应子种群, 各子种群间通过层级信息迁移相互协作, 并通过设置种群多样性阈值控制信息迁

- evolutionary multitasking optimization framework for constrained multi-objective optimization problems[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2022, 26(2): 263-277.
- [10] Xu Q Z, Wang N, Wang L, et al. Multi-task optimization and multi-task evolutionary computation in the past five years: A brief review[J]. *Mathematics*, 2021, 9(8): 864.
- [11] Bali K K, Ong Y S, Gupta A, et al. Multifactorial evolutionary algorithm with online transfer parameter estimation: MFEA-II[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2020, 24(1): 69-83.
- [12] Zheng X L, Qin A K, Gong M G, et al. Self-regulated evolutionary multitask optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2020, 24(1): 16-28.
- [13] Zhang F F, Mei Y, Nguyen S, et al. Surrogate-assisted evolutionary multitask genetic programming for dynamic flexible job shop scheduling[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2021, 25(4): 651-665.
- [14] Gong M G, Tang Z D, Li H, et al. Evolutionary multitasking with dynamic resource allocating strategy[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2019, 23(5): 858-869.
- [15] Tang Z D, Gong M G, Wu Y, et al. Regularized evolutionary multitask optimization: Learning to intertask transfer in aligned subspace[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2021, 25(2): 262-276.
- [16] Feng L, Zhou W, Zhou L, et al. An empirical study of multifactorial PSO and multifactorial DE[C]. *IEEE Congress on Evolutionary Computation*. Donostia, 2017: 921-928.
- [17] Zhou L, Feng L, Tan K C, et al. Toward adaptive knowledge transfer in multifactorial evolutionary computation[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, 51(5): 2563-2576.
- [18] Gupta A, Ong Y S. Genetic transfer or population diversification? Deciphering the secret ingredients of evolutionary multitask optimization[C]. *IEEE Symposium Series on Computational Intelligence*. Athens, 2017: 1-7.
- [19] Kennedy J, Eberhart R. Particle swarm optimization[C]. *Proceedings of ICNN'95 — International Conference on Neural Networks*. Perth, 2002: 1942-1948.
- [20] 谢安世, 于永达, 黄思明. 一种基于标杆管理的优化算法[J]. *软件学报*, 2014, 25(5): 953-969.
(Xie A S, Yu Y D, Huang S M. Optimization algorithm based on benchmarking[J]. *Journal of Software*, 2014, 25(5): 953-969.)
- [21] Brindha S, Miruna J A S. A robust and adaptive fuzzy logic based differential evolution algorithm using population diversity tuning for multi-objective optimization[J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2021, 102: 104240.
- [22] 程美英, 钱乾, 倪志伟. 多任务优化算法研究综述[J]. *控制与决策*, 2023, 38(7): 1802-1815.
(Cheng M Y, Qian Q, Ni Z W. Review of multi-task optimization algorithm[J]. *Control and Decision*, 2023, 38(7): 1802-1815.)
- [23] Yu S H, Su S B, Huang L. A simple diversity guided firefly algorithm[J]. *Kybernetes*, 2015, 44(1): 43-56.
- [24] 林丹, 李敏强, 寇纪淞. 基于遗传算法求解约束优化问题的一种算法[J]. *软件学报*, 2001, 12(4): 628-632.
(Lin D, Li M Q, Kou J S. A GA-based method for solving constrained optimization problems[J]. *Journal of Software*, 2001, 12(4): 628-632.)
- [25] Chen K, Xue B, Zhang M J, et al. An evolutionary multitasking-based feature selection method for high-dimensional classification[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, 52(7): 7172-7186.
- [26] Chang C C, Lin C J. Training v-support vector classifiers: Theory and algorithms[J]. *Neural Computation*, 2001, 13(9): 2119-2147.

作者简介

程美英 (1983—), 女, 副教授, 博士, 从事群体智能优化、多任务优化等研究, E-mail: 02550@zjhu.edu.cn;

钱乾 (1983—), 男, 讲师, 硕士, 从事群体智能优化、多任务优化等研究, E-mail: 02595@zjhu.edu.cn;

倪志伟 (1965—), 男, 教授, 博士, 从事群体智能优化、数据挖掘等研究, E-mail: zhwnelson@163.com.