

控制与决策

Control and Decision

轮式移动机器人固定时间轨迹跟踪控制

李波, 王成虎, 马玲, 张海朝

引用本文:

李波, 王成虎, 马玲, 张海朝. 轮式移动机器人固定时间轨迹跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2024, 39(3): 845–852.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.1197>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[多航天器系统分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制](#)

Distributed fixed-time output feedback attitude coordination tracking control for multiple rigid spacecraft

控制与决策. 2021, 36(5): 1049–1058 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0968>

[基于反演算法的严格反馈非线性系统固定时间跟踪控制](#)

Fixed-time tracking control for strict-feedback nonlinear systems based on backstepping algorithm

控制与决策. 2021, 36(1): 173–179 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0658>

[基于时间延时估计和自适应模糊滑模控制器的双机械臂协同阻抗控制](#)

Coordinated impedance control for dual-arm robots based on time delay estimation and adaptive fuzzy sliding mode controller

控制与决策. 2021, 36(6): 1311–1323 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1701>

[输出误差约束下四旋翼无人机预定性能反步控制](#)

Prescribed performance backstepping control for quadrotor UAV with output error constraint

控制与决策. 2021, 36(5): 1059–1068 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1249>

[凸优化与A*算法结合的路径避障算法](#)

Convex optimization and A-star algorithm combined path planning and obstacle avoidance algorithm

控制与决策. 2020, 35(12): 2907–2914 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0351>

轮式移动机器人固定时间轨迹跟踪控制

李波^{1†}, 王成虎¹, 马玲¹, 张海朝²

(1. 上海海事大学 物流科学与工程研究院, 上海 201306; 2. 西北工业大学 自动化学院, 西安 710072)

摘要: 针对存在外部干扰的轮式移动机器人轨迹跟踪控制问题, 提出一种固定时间轨迹跟踪控制方案. 首先, 对于轮式移动机器人的运动学误差模型, 基于一种新颖的积分滑模面设计固定时间运动学速度控制器, 使跟踪误差在固定时间收敛到原点所在的邻域内; 其次, 对于轮式移动机器人的动力学模型, 设计固定时间干扰观测器对外部干扰信息进行估计, 提出一种固定时间轨迹跟踪控制器, 以确保动力学系统的固定时间稳定性, 实现轮式移动机器人的高精度轨迹跟踪控制; 最后, 通过仿真结果验证所设计的轨迹跟踪控制方案的有效性.

关键词: 轮式移动机器人; 固定时间稳定; 滑模控制; 干扰观测器; 轨迹跟踪

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2022.1197

引用格式: 李波, 王成虎, 马玲, 等. 轮式移动机器人固定时间轨迹跟踪控制[J]. 控制与决策, 2024, 39(3): 845-852.

Fixed-time trajectory tracking control of a wheel mobile robot

LI Bo^{1†}, WANG Cheng-hu¹, MA Ling¹, ZHANG Hai-chao²

(1. Institute of Logistics Science and Engineering, Shanghai Maritime University, Shanghai 201306, China; 2. School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: This work investigates the problem of fixed-time trajectory tracking control for a nonholonomic wheeled mobile robot (WMR) under the external disturbance. The novel integral sliding mode surface (ISMS) based fixed-time kinematic velocity controllers are first designed for the kinematic error model of the WMR, which can guarantee the tracking errors converge to the small neighborhoods of origin in a fixed time. Subsequently, a continuous fixed-time disturbance observer is developed to estimate the external disturbance for the dynamic model of the WMR. Then, a trajectory tracking controller is designed based on the ISMS to ensure the fixed-time stability of the dynamic system, which achieves the high precision trajectory tracking control of the WMR. Finally, the simulation results illustrate the effectiveness and superiority of the proposed approach.

Keywords: wheeled mobile robot; fixed-time stability; sliding model control; disturbance observer; trajectory tracking

0 引言

近年来,随着轮式移动机器人(wheeled mobile robot, WMR)在军用民用领域具有越来越重要的应用价值和前景,WMR的轨迹跟踪控制受到了广泛关注.在实际工程中,具有非完整性约束的WMR是一类高耦合非线性系统且存在外部干扰,设计一个性能优越的轨迹控制方案仍存在诸多挑战.对于WMR轨迹跟踪控制问题通常有以下两种设计方法^[1]:一是仅考虑WMR的运动学模型,根据运动学模型设计运动学轨迹跟踪控制器来解决跟踪控制问题;二是先由运动学模型设计运动学速度控制器,再根据动力学模型设计动力学控制器以实现WMR的轨迹跟踪控制.

文献[2]描述了WMR的运动学模型并将其转化为运动学误差模型,通过Lyapunov方法提出了WMR轨迹跟踪控制方案.为了增强系统的鲁棒性,提高跟踪控制性能,文献[3]根据坐标变换将运动学误差模型转化为标准的链式非完整性系统,通过设计扩张状态观测器估计外部干扰,进而设计轨迹跟踪控制律.然而,链式非完整性系统转换需要满足严苛的坐标转换充分条件^[4],导致控制方案设计过程复杂.为简化WMR轨迹跟踪控制器设计,文献[5]针对运动学误差模型,根据级联控制设计方法提出了一种新颖的级联轨迹跟踪控制方案,但该控制方案的跟踪误差收敛性能需进一步提升.对于视觉伺服WMR的

收稿日期: 2022-07-06; 录用日期: 2022-11-10.

基金项目: 国家自然科学基金项目(62073212); 上海市自然科学基金项目(23ZR1426600); 中国高校产学研创新基金项目(2021ZYB05004).

责任编辑: 易建强.

[†]通讯作者. E-mail: nemo127@163.com.

运动学误差模型,文献[6]利用加幂积分控制方法设计轨迹跟踪控制律,实现了WMR的快速、高精度跟踪控制.但是,以上所提出的轨迹跟踪控制方案仅基于WMR的运动学模型,均存在“完美速度跟踪”的假设^[2],而在实际中这种假设是不合理的^[7].

随着对非完整性WMR的深入研究,文献[8]进一步探讨了将WMR的运动学模型与动力学模型相结合的控制方案.在此基础上,一些先进的控制方法被运用到控制方案的设计中,如自适应控制方法^[9]、预设性能控制方法^[10]、滑模控制方法^[11]等.其中,滑模控制方法以其结构简单、响应速度快、对参数变化和干扰不敏感等优点得到了广泛应用^[12-13].传统的滑模设计方法^[14]通常选择线性超平面,通过参数调节收敛速度,但仅实现了系统状态的渐近稳定.文献[15]通过设计非线性超平面,提出了终端滑模控制方法,实现了系统状态的有限时间稳定.针对存在外部干扰和惯性不确定性的WMR轨迹跟踪控制问题,文献[16]基于快速终端滑模面提出了有限时间滑模控制策略,不但实现了WMR轨迹跟踪控制,而且加快了跟踪误差的收敛速率.但是,有限时间控制理论的收敛时间上界依赖于系统状态的初始值.为进一步改善系统的控制性能,文献[17]通过Lyapunov方法提出了固定时间稳定性理论,其收敛时间上界仅取决于系统参数而与系统状态量的初值无关.针对具有未知摄像头参数的WMR动力学模型,文献[18]基于递归终端滑模面设计了固定时间轨迹跟踪控制器,使WMR能在固定时间内跟踪上参考轨迹,但所设计的跟踪控制器中存在奇异性问题.本文提出一个新颖的固定时间积分滑模面,设计一种非奇异固定时间轨迹跟踪控制器,并通过Lyapunov方法分别证明滑模面和控制器的固定时间稳定性.

在实际应用中,外部干扰和不确定性会降低闭环系统的稳定性.为处理外部干扰和不确定性,观测器常用于闭环系统的控制方案设计中,如非线性观测器^[19]、模糊观测器^[20]、扩张状态观测器^[21]等.但是,以上观测器只能实现观测误差的渐近稳定.文献[22]通过有限时间控制方法设计了有限时间干扰观测器,能够快速、准确地估计系统中的干扰信息,但观测器中存在非连续函数,导致控制输入存在抖振现象.针对可重复使用的运载火箭跟踪系统中存在的外部干扰,文献[23]基于滑模方法设计了一种连续的有限时间干扰观测器,有效避免了抖振现象.针对存在外部干扰的高阶非线性系统,文献[24]基于滑模方法设计了一种连续的固定时间干扰观测器,不仅避免了抖振

现象,还提高了估计外部干扰信息的能力.

本文将WMR的运动学模型与动力学模型相结合,提出一种固定时间轨迹跟踪控制方案.主要创新点如下:1)提出一种新颖的积分滑模面,并严格证明了滑模面的固定时间稳定性;2)相比于传统的渐近稳定运动学速度控制器^[2],本文基于滑模控制方法设计一种固定时间运动学速度控制器,使WMR能在固定时间内跟踪上参考轨迹;3)设计一种连续的固定时间干扰观测器,能够快速、准确地估计WMR动力学模型中存在的外部干扰信息,同时有效地抑制抖振现象.

1 问题描述

1.1 预备知识

引理1^[25] 考虑如下非线性系统:

$$\dot{x} = f(x), x(0) = x_0. \quad (1)$$

其中: $x \in \mathbf{R}$ 表示系统的状态量, $f(x) : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ 表示光滑的非线性函数.如果选取一个正定的Lyapunov函数 $V(x)$ 满足

$$\dot{V}(x) \leq -lV^{\frac{1+\rho}{2}}(x).$$

其中: $l > 0$; $\rho = \frac{m+n}{2} + \frac{m-n}{2}\text{sign}(V(x)-1)$, m 、 n 为正常数且满足 $m > 1$, $0 < n < 1$.则系统(1)将在固定时间内收敛到原点,收敛时间为

$$T \leq \frac{1}{2l} \frac{m-n}{(m-1)(1-n)}.$$

引理2 针对非线性系统(1),如果选取一个正定的Lyapunov函数 $V(x)$ 满足

$$\dot{V}(x) \leq -lV^{\frac{1+\rho}{2}}(x) + \vartheta. \quad (2)$$

其中: $\rho = \frac{m+n}{2} + \frac{m-n}{2}\text{sign}(V(x)-1)$, m 、 n 为正常数且 $m > 1$, $0 < n < 1$; $l > 0$; $\vartheta > 0$.则系统(1)是实际固定时间稳定的,收敛时间为

$$T \leq \frac{1}{2l\phi} \frac{m-n}{(m-1)(1-n)},$$

$0 < \phi < 1$.系统状态量 x 的收敛邻域满足

$$\Delta \in$$

$$\left\{ x | V(x) \leq \min \left\{ \left(\frac{\vartheta}{l(1-\phi)} \right)^{\frac{2}{1+m}}, \left(\frac{\vartheta}{l(1-\phi)} \right)^{\frac{2}{1+n}} \right\} \right\}.$$

证明 将式(2)转化为

$$\dot{V}(x) \leq -l\phi V^{\frac{1+\rho}{2}}(x) - l(1-\phi)V^{\frac{1+\rho}{2}}(x) + \vartheta,$$

其中常数 $0 < \phi < 1$.如果 $V(x) > \left(\frac{\vartheta}{l(1-\phi)} \right)^{\frac{2}{1+\rho}}$,则有 $\dot{V}(x) \leq -l\phi V^{\frac{1+\rho}{2}}(x)$.根据引理1可知,系统的状态量 x 能在固定时间 T 内收敛到原点附近的邻域内,收敛时间可表示为

$$T \leq \frac{1}{2l\phi} \frac{m-n}{(m-1)(1-n)},$$

收敛集合满足

$$\Delta \in \left\{ x | V(x) \leq \left(\frac{\vartheta}{l(1-\phi)} \right)^{\frac{2}{1+\rho}} \right\},$$

即

$$\Delta \in$$

$$\left\{ x | V(x) \leq \min \left\{ \left(\frac{\vartheta}{l(1-\phi)} \right)^{\frac{2}{1+m}}, \left(\frac{\vartheta}{l(1-\phi)} \right)^{\frac{2}{1+n}} \right\} \right\}.$$

引理得证. \square

引理3 考虑如下非线性系统:

$$\dot{x} = f(x) + u. \quad (3)$$

其中: $x \in \mathbf{R}$ 表示系统的状态量, $f(x) : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ 表示光滑非线性函数, $u \in \mathbf{R}$ 为系统控制输入. 如果存在一个滑模控制器使闭环控制系统能够到达滑模面

$$s = x + \int_0^t l|x|^\rho d\tau. \quad (4)$$

其中: $l > 0; \rho = \frac{m+n}{2} + \frac{m-n}{2} \text{sign}(|x| - 1), m, n$ 为正数且满足 $m > 1, 0 < n < 1$. 则滑模面的状态变量 x 将在固定时间内收敛到原点.

证明 当设计的系统控制输入使系统状态到达滑模面, 即 $s = 0$ 时, 由式(4)可得

$$x = - \int_0^t l|x|^\rho d\tau. \quad (5)$$

对式(5)求导, 有 $\dot{x} = -l|x|^\rho$. 选取一个正定的 Lyapunov 函数 $V(x) = x^2$, 对 $V(x)$ 求导, 可得 $\dot{V}(x) = -2lV^{\frac{1+\rho}{2}}(x)$, 其中 $\bar{\rho} = \frac{m+n}{2} + \frac{m-n}{2} \text{sign}(V(x) - 1)$. 根据引理1可知, 滑模面的状态变量 x 在固定时间内收敛到原点, 收敛时间满足

$$T \leq \frac{1}{l} \frac{m-n}{(m-1)(1-n)}. \quad \square$$

引理4^[26] 对于任意的常数 $\kappa > 0$ 有不等式 $|x| - \varepsilon/\kappa \leq x \tanh(\kappa x)$ 成立, 其中 $\varepsilon = 0.2785$.

1.2 轮式移动机器人运动学模型

本文考虑一种具有非完整性约束的WMR, 物理模型如图1所示. WMR由两个平衡轮和两个驱动轮

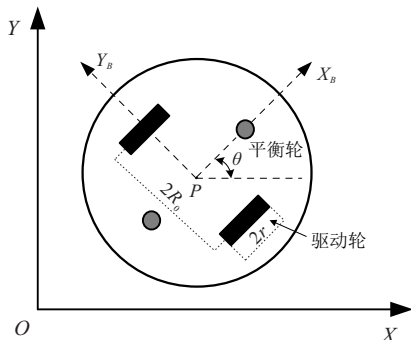


图1 轮式移动机器人物理模型

轮组成, 每个驱动轮的半径为 r , 两驱动轮间距离为 $2R_0$. 两个平衡轮间的连线与两个驱动轮间的连线相互垂直. 两个驱动轮的转速由两个直流电机的输出力矩独立控制, 进而控制WMR的位姿. 假设WMR的质心与几何中心重合, 由车体坐标系中 $P(x, y)$ 点表示. 方向角 θ 为地面坐标系 X 轴正方向与车体坐标系 X_B 轴正方向的夹角, 取逆时针为正方向.

WMR的运动学模型^[27]描述如下:

$$\dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\zeta. \quad (6)$$

其中: $\mathbf{q} = [x, y, \theta]^T \in \mathbf{R}^3$ 为WMR重心的位姿坐标, $\zeta = [v, \omega]^T \in \mathbf{R}^2$ 为速度向量, v, ω 分别为WMR前进的线速度和角速度, $\mathbf{J}(\mathbf{q}) \in \mathbf{R}^{3 \times 2}$ 为速度转换矩阵. 假设WMR运动过程中车轮只发生纯滚动, 不存在打滑和侧滑现象, 则WMR的非完整性约束可表示为 $\dot{y} \cos \theta - \dot{x} \sin \theta = 0$.

WMR的参考轨迹描述如下:

$$\dot{\mathbf{q}}_r = \begin{bmatrix} \dot{x}_r \\ \dot{y}_r \\ \dot{\theta}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & 0 \\ \sin \theta_r & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_r \\ \omega_r \end{bmatrix}. \quad (7)$$

其中: (x_r, y_r) 为参考轨迹的位置坐标, θ_r 为参考轨迹中虚拟WMR的偏航角, v_r, ω_r 分别为参考线速度和参考角速度.

WMR轨迹跟踪误差^[2]定义如下:

$$\mathbf{q}_e = \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ \theta_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r - x \\ y_r - y \\ \theta_r - \theta \end{bmatrix}. \quad (8)$$

将跟踪误差(8)对时间求导, 化简可得WMR的运动学误差模型^[2]为

$$\dot{\mathbf{q}}_e = \begin{bmatrix} \dot{x}_e \\ \dot{y}_e \\ \dot{\theta}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -v_c + v_r \cos \theta_e + \omega_c y_e \\ v_r \sin \theta_e - \omega_c x_e \\ \omega_r - \omega_c \end{bmatrix}, \quad (9)$$

其中 v_c 和 ω_c 分别为虚拟的线速度和角速度.

假设1 参考线速度 v_r 和参考角速度 ω_r 存在且有界, 同时满足 $0 \leq |v_r| \leq v_r^{\max}, 0 \leq |\omega_r| \leq \omega_r^{\max}$, 其中 $v_r^{\max}, \omega_r^{\max}$ 为适当的正常数.

2 运动学速度控制器设计

为便于WMR的运动学速度控制器设计, 首先, 将运动学误差模型(9)分为一个角速度误差子系统

$$\dot{\theta}_e = \omega_r - \omega_c \quad (10)$$

和一个位置误差子系统

$$\begin{cases} \dot{x}_e = -v_c + v_r \cos \theta_e + \omega_c y_e, \\ \dot{y}_e = v_r \sin \theta_e - \omega_c x_e; \end{cases} \quad (11)$$

然后,对子系统(10)和(11)分别设计速度控制器,并证明运动学误差系统的固定时间稳定性.

2.1 角速度误差子系统控制器设计

定理1 针对角速度误差子系统(10),如果控制器设计如下:

$$\omega_c = \omega_r + k_1 [\theta_e]^{\rho_1}. \quad (12)$$

其中: $\rho_1 = \frac{m_1 + n_1}{2} + \frac{m_1 - n_1}{2} \text{sign}(|\theta_e| - 1)$, $m_1 > 1$, $0 < n_1 < 1$, 常数 $k_1 > 0$. 则子系统(10)的角度误差变量 θ_e 将在固定时间内收敛到原点.

证明 将控制器(12)代入子系统(10),可得

$$\dot{\theta}_e = -k_1 [\theta_e]^{\rho_1}. \quad (13)$$

选取一个正定的Lyapunov函数 $V_1 = \frac{\theta_e^2}{2}$, 对 V_1 求导并将式(13)代入, 可得 $\dot{V}_1 = -2k_1 V_1^{\frac{1+\rho_1}{2}}$, 其中 $\bar{\rho}_1 = \frac{m_1 + n_1}{2} + \frac{m_1 - n_1}{2} \text{sign}(V_1 - 1)$. 根据引理1可知, 角度误差变量 θ_e 在固定时间内收敛到原点, 收敛时间满足

$$T_1 \leq \frac{1}{k_1} \frac{m_1 - n_1}{(m_1 - 1)(1 - n_1)}.$$

所以, WMR的虚拟角速度 ω_c 能在固定时间内跟踪上参考角速度 ω_r . \square

2.2 位置误差子系统控制器设计

由定理1可知, 当 $t > T_1$ 时, 角度误差变量 $\theta_e = 0$, $\omega_c = \omega_r$, 则位置误差子系统(11)可转化为

$$\begin{cases} \dot{x}_e = -v_c + v_r + \omega_r y_e, \\ \dot{y}_e = -\omega_r x_e. \end{cases} \quad (14)$$

定理2 针对子系统(14), 选取如下积分滑模面:

$$s_1 = \xi + \int_0^t l_1 [\xi]^{\gamma_1} d\tau. \quad (15)$$

其中: $l_1 > 0$; $\gamma_1 = \frac{a_1 + b_1}{2} + \frac{a_1 - b_1}{2} \text{sign}(|\xi| - 1)$, $a_1 > 1$, $0 < b_1 < 1$. 辅助变量 ξ 定义为

$$\begin{aligned} \dot{\xi} = & \dot{x}_e + \lambda_1 \tanh x_e - \lambda_2 \tanh y_e + \\ & \lambda_3 x_e y_e \tanh y_e + k_2 [x_e]^{\rho_2}. \end{aligned} \quad (16)$$

其中: $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 均为正数且满足 $\lambda_1 \geq \lambda_2$; $k_2 > 0$;

$$\rho_2 = \frac{m_2 + n_2}{2} + \frac{m_2 - n_2}{2} \text{sign}(|x_e| - 1),$$

m_2, n_2 均为正常数且满足 $m_2 > 1$, $0 < n_2 < 1$. 如果控制器设计为

$$\begin{aligned} v_c = & \lambda_1 \tanh x_e - \lambda_2 \tanh y_e + k_2 [x_e]^{\rho_2} + \omega_r y_e + \\ & \lambda_3 x_e y_e \tanh y_e + l_1 [\xi]^{\gamma_1} + k_3 [s_1]^{\rho_3} + v_r. \end{aligned} \quad (17)$$

其中: $k_3 > 0$; $\rho_3 = \frac{m_3 + n_3}{2} + \frac{m_3 - n_3}{2} \text{sign}(|s_1| - 1)$, m_3, n_3 均为正常数且 $m_3 > 1$, $0 < n_3 < 1$. 则误差变量 x_e, y_e 在固定时间收敛到原点附近的邻域内.

证明 证明过程分为3步: 1) 当 $t > T_1$ 时, 滑模面 s_1 和变量 ξ 能在固定时间内收敛到原点; 2) 误差变量 x_e, y_e 能够在固定时间内收敛到原点附近的邻域内; 3) 当 $0 \leq t \leq T_1$ 时, 分析误差变量 x_e, y_e 的有界性.

1) 当 $t > T_1$ 时, 选取一个正定的Lyapunov函数 $V_2 = s_1^2$, 对 V_2 求导并代入式(16)和(17), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -2s_1(v_r - v_c + \omega_r y_e + \lambda_1 \tanh x_e + k_2 [x_e]^{\rho_2} - \\ & \lambda_2 \tanh y_e + \lambda_3 x_e y_e \tanh y_e + l_1 [\xi]^{\gamma_1}) = \\ & -2k_3 V_2^{\frac{1+\bar{\rho}_3}{2}}, \end{aligned}$$

其中 $\bar{\rho}_3 = \frac{m_3 + n_3}{2} + \frac{m_3 - n_3}{2} \text{sign}(V_2 - 1)$. 根据引理1可知, 滑模面 s_1 将在固定时间内收敛到原点, 收敛时间满足

$$T_{s_1} \leq \frac{1}{k_3} \frac{m_3 - n_3}{(m_3 - 1)(1 - n_3)}.$$

当 $s_1 = 0$ 时, 根据引理3可知, 积分滑模面(15)中的辅助变量 ξ 及其导数 $\dot{\xi}$ 将在固定时间内收敛到原点, 收敛时间为 $T_2 \leq \frac{1}{l_1} \frac{a_1 - b_1}{(a_1 - 1)(1 - b_1)}$.

2) 当 $t > T_1 + T_{s_1} + T_2$ 时, 变量 $\dot{\xi} = 0$, 则式(16)可化简为

$$\begin{aligned} \dot{x}_e = & -\lambda_1 \tanh x_e + \lambda_2 \tanh y_e - \\ & \lambda_3 x_e y_e \tanh y_e - k_2 [x_e]^{\rho_2}. \end{aligned} \quad (18)$$

选取一个正定的Lyapunov函数 $V_3 = x_e^2$, 对 V_3 求导并将式(18)代入, 有

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 \leq & -2\lambda_1 x_e \tanh x_e + 2\lambda_2 x_e \tanh y_e - 2k_2 x_e [x_e]^{\rho_2} \leq \\ & -2\lambda_1 |x_e| + 2\lambda_2 |x_e| - 2k_2 |x_e|^{1+\rho_2} + 2\lambda_1 \vartheta_1 \leq \\ & -2k_2 V_3^{\frac{1+\bar{\rho}_2}{2}} + \bar{\vartheta}_1. \end{aligned}$$

其中: $\bar{\rho}_2 = \frac{m_2 + n_2}{2} + \frac{m_2 - n_2}{2} \text{sign}(V_3 - 1)$; $\bar{\vartheta}_1 = 2\lambda_1 \vartheta_1$, ϑ_1 为正常数.

由引理2可得, 误差变量 x_e 能在固定时间收敛到原点附近的邻域内, 收敛时间

$$T_3 \leq \frac{1}{k_2 \phi_1} \frac{m_2 - n_2}{(m_2 - 1)(1 - n_2)},$$

其中 $0 < \phi_1 < 1$. 收敛集合满足

$$\begin{aligned} \Delta_1 \in & \left\{ x_e | V_3(x_e) \leq \right. \\ & \left. \min \left\{ \left(\frac{\bar{\vartheta}_1}{k_2(1 - \phi_1)} \right)^{\frac{2}{m_2+1}}, \left(\frac{\bar{\vartheta}_1}{k_2(1 - \phi_1)} \right)^{\frac{2}{n_2+1}} \right\} \right\}. \end{aligned}$$

由式(18)可知, 变量 \dot{x}_e 是一致连续的, 根据Barbalat引

理^[28]可得 $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{x}_e = 0$, 则当 $t < T_1 + T_{s_1} + T_2 + T_3$ 时, 变量 \dot{x}_e 是有界的. 因此, 存在一个原点附近的邻域 Δ_2 使得误差变量 y_e 收敛到 Δ_2 内. 所以, 误差变量 x_e, y_e 能在固定时间 $T_1 + T_{s_1} + T_2 + T_3$ 内收敛到原点附近的邻域内.

3) 当 $0 \leq t \leq T_1$ 时, 分析子系统(11)的误差变量 x_e, y_e 的有界性.

选取有限时间有界函数^[29]为 $\bar{V} = \frac{1}{2}x_e^2 + \frac{1}{2}y_e^2$, 对 \bar{V} 求导并将式(11)代入, 可得

$$\begin{aligned} \dot{\bar{V}} \leq & 2|v_r||x_e| + (\lambda_1 + \lambda_2)|x_e| + \lambda_3 x_e^2 |y_e| + \\ & l_1 |\xi|^{\gamma_1} |x_e| + k_2 |x_e|^{\rho_2+1} + k_3 |s_1|^{\rho_3} |x_e| + \\ & |\omega_r||y_e||x_e| + |v_r||y_e|. \end{aligned} \quad (19)$$

令 $\eta_1 = \sqrt{x_e^2 + y_e^2} \geq \eta > 1$, 则有 $|x_e||y_e| \leq \eta_1^2$, $|x_e| \leq \eta_1, |y_e| \leq \eta_1$ 成立. 于是, 存在常数满足如下条件: $p_1, p_2, p_3 > 0$ 使得 $|\xi|^{\gamma_1} \leq p_1 \eta_1, |s_1|^{\rho_3} \leq p_2 \eta_1, |x_e|^{\rho_2} \leq p_3 \eta_1$, 则有

$$\begin{aligned} \dot{\bar{V}} \leq & \eta_1^4 (3v_r^{\max} + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + l_1 p_1 + \\ & k_2 p_3 + k_3 p_2 + \omega_r^{\max}) = \\ & \varrho_1 \bar{V}^2, \end{aligned}$$

其中 $\varrho_1 = 4(3v_r^{\max} + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + l_1 p_1 + k_2 p_3 + \omega_r^{\max})$.

如果 $0 \leq \eta_1 \leq 1$, 则存在一个常数 $\varrho_2 > 0$ 使得式(19)满足 $\dot{\bar{V}} \leq \varrho_2$. 对于任意的位置误差变量 x_e, y_e 有 $\dot{\bar{V}} \leq \varrho_1 \bar{V}^2 + \varrho_2$, 解得

$$\bar{V} \leq \bar{V}(0) + \sqrt{\frac{\varrho_2}{\varrho_1}} \tan(\sqrt{\varrho_1 \varrho_2} t),$$

其中 $\bar{V}(0)$ 为 \bar{V} 的初始值. 所以, 当 $0 \leq t \leq T_1$ 时, 子系统(11)的误差变量 x_e, y_e 是有界的. \square

由定理1和定理2可知, 本节所设计的固定时间运动学速度控制器 $\zeta_c = [v_c, \omega_c]^T$ 确保了WMR运动学误差系统(9)的固定时间稳定性.

3 轨迹跟踪控制器设计

3.1 轮式移动机器人动力学模型

WMR的动力学模型^[10]描述为

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q)\tau_d = B(q)\tau - A^T \lambda. \quad (20)$$

其中: $q \in \mathbf{R}^{n \times 1}$ 为广义坐标, $M(q) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为对称的正定惯性矩阵, $C(q) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为向心矩阵和科里奥利矩阵, $G(q) \in \mathbf{R}^{n \times 1}$ 为重力向量, $\tau_d \in \mathbf{R}^{n \times 1}$ 为未知但有界的外部干扰, $B(q) \in \mathbf{R}^{n \times (n-m)}$ 为输入转换矩阵, $\tau \in \mathbf{R}^{(n-m) \times 1}$ 为控制输入向量, $\lambda \in \mathbf{R}^{m \times 1}$ 为约束力向量, $A(q) \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 为非完整性约

束相关向量. 动力学模型中相关变量定义如下:

$$M(q) = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}, \quad A^T(q) = \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$B(q) = \frac{1}{r_0} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos \theta \\ \sin \theta & \sin \theta \\ R_0 & -R_0 \end{bmatrix}, \quad \tau = \begin{bmatrix} \tau_r \\ \tau_l \end{bmatrix},$$

$$G(q) = \mathbf{0}, \quad C(q, \dot{q}) = \mathbf{0},$$

$$\lambda = -m(\dot{x}_c \cos \theta + \dot{y}_c \sin \theta)\dot{\theta}.$$

其中: m, I 分别为WMR的质量和惯性矩阵, τ_l 和 τ_r 分别为WMR两驱动轮的直流电机所产生的力矩.

对式(6)求导, 有

$$\ddot{q} = \dot{J}(q)\dot{\zeta} + J(q)\ddot{\zeta}. \quad (21)$$

将式(21)代入(20), 化简可得

$$\dot{\zeta} = N_1 \tau + \delta. \quad (22)$$

其中: $N_1 = (J^T(q)M(q)J(q))^{-1}J^T(q)B(q)$, 外部干扰 $\delta = -(J^T(q)M(q)J(q))^{-1}J^T(q)\tau_d$.

假设2 假设WMR的动力学系统中所受到的外部干扰 δ 有界, 即满足 $\|\delta\| \leq L$, 其中 L 为正常数.

3.2 固定时间干扰观测器设计

针对动力学系统(22), 引入如下辅助变量^[22]:

$$s_2 = \zeta - \varpi, \quad (23)$$

变量 $\dot{\varpi} = N_1 \tau + \alpha \tanh s_2 + \beta \text{sig}^{\gamma_2}(s_2)$. 其中: $\alpha \geq L; \beta > 0; \gamma_2 = \frac{a_2 + b_2}{2} + \frac{a_2 - b_2}{2} \text{sign}(\|s_2\| - 1)$, a_2, b_2 均为正数且满足 $a_2 > 1, 0 < b_2 < 1$.

定理3 针对动力学系统(22), 如果干扰观测器设计为

$$\dot{\hat{\delta}} = \alpha \tanh s_2 + \beta \text{sig}^{\gamma_2}(s_2), \quad (24)$$

则干扰观测器(24)可精确估计外部干扰 δ , 观测误差 $\tilde{\delta} = \delta - \hat{\delta}$ 可在固定时间收敛到原点附近的邻域内.

证明 选取一个正定的Lyapunov函数

$$V_4 = s_2^T s_2. \quad (25)$$

对式(23)求导并将式(22)代入, 可得

$$\dot{s}_2 = \delta - \alpha \tanh s_2 - \beta \text{sig}^{\gamma_2}(s_2). \quad (26)$$

对式(25)求导并将式(26)代入, 有

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 = & -2\alpha s_2^T \tanh s_2 - 2\beta s_2^T \text{sig}^{\gamma_2}(s_2) + 2s_2^T \delta \leq \\ & -2\alpha \|s_2\| + 2L \|s_2\| - 2\beta \|s_2\|^{1+\gamma_2} + 4\alpha \vartheta_2 \leq \\ & -2\beta V_4^{\frac{1+\gamma_2}{2}} + \bar{\vartheta}_2. \end{aligned}$$

其中: $\bar{\gamma}_2 = \frac{a_2 + b_2}{2} + \frac{a_2 - b_2}{2} \text{sign}(V_4 - 1); \bar{\vartheta}_2 =$

$4\alpha\vartheta_2, \vartheta_2$ 为正常数.

根据引理2知, 辅助变量 s_2 在固定时间收敛到原点附近的邻域内, 且收敛邻域满足集合

$$\Delta_3 = \left\{ s_2 | V_4(s_2) \leq \min \left\{ \left(\frac{\vartheta_2}{\beta(1-\phi_2)} \right)^{\frac{2}{a_2+1}}, \left(\frac{\vartheta_2}{\beta(1-\phi_2)} \right)^{\frac{2}{b_2+1}} \right\} \right\},$$

收敛时间为 $T_d \leq \frac{a_2 - b_2}{\beta\phi_2(a_2 - 1)(1 - b_2)}$, 其中 $0 < \phi_2 < 1$.

由式(24)可知, 干扰观测误差

$$\tilde{\delta} = \delta - \alpha \tanh s_2 - \beta \text{sig}^{\gamma_2}(s_2) = \dot{s}_2.$$

当 $t \geq T_d$ 时, 根据式(26)可知变量 \dot{s}_2 是有界的. 所以, 干扰观测误差 $\tilde{\delta}$ 能在固定时间 T_d 内收敛到原点附近的邻域 Δ_4 内, 且收敛邻域满足

$$\Delta_4 = \|\dot{s}_2\| \leq \left\{ L + \alpha \tanh(\sqrt{2\Delta_3}) + \beta \text{sig}^{\gamma_2}(\sqrt{2\Delta_3}) \right\},$$

其中

$$\tilde{\gamma}_2 = \frac{a_2 + b_2}{2} + \frac{a_2 - b_2}{2} \text{sign}(\sqrt{2\Delta_3} - 1). \quad \square$$

3.3 固定时间轨迹跟踪控制设计

为设计动力学系统(22)的控制输入 τ , 使WMR的实际速度 ζ 能够准确地跟踪上 ζ_c , 可定义速度误差变量为 $e = \zeta_c - \zeta$.

定理4 对于动力学系统(22), 选取如下积分滑模面:

$$s_3 = e + \int_0^t l_2 [e]^{\gamma_3} d\tau. \quad (27)$$

其中: $\gamma_3 = \frac{a_3 + b_3}{2} + \frac{a_3 - b_3}{2} \text{sign}(\|e\| - 1)$, $a_3 > 1, 0 < b_3 < 1; l_2 > 0$. 如果动力学控制器设计为

$$\tau = \frac{1}{N_1} (\dot{\zeta}_c + l_2 [e]^{\gamma_3} + k_4 [s_3]^{\rho_4} + l_3 \tanh s_3 - \hat{\delta}). \quad (28)$$

其中: $\rho_4 = \frac{m_4 + n_4}{2} + \frac{m_4 - n_4}{2} \text{sign}(\|s_3\| - 1)$, m_4, n_4 均为正数且满足 $m_4 > 1, 0 < n_4 < 1; l_3 > \Delta_4; k_4 > 0$. 则动力学系统(22)是固定时间稳定的.

证明 选取正定的Lyapunov函数 $V_5 = s_3^T s_3$, 并对 V_5 求导, 有

$$\begin{aligned} \dot{V}_5 = & 2s_3^T (-k_4 [s_3]^{\rho_4} - l_3 \tanh s_3 + \hat{\delta} - \delta) \leq \\ & -2k_4 \|s_3\|^{1+\rho_4} - 2l_3 \|s_3\| + 4l_3 \vartheta_3 + 2\|s_3\| \|\tilde{\delta}\| \leq \\ & -2k_4 V_5^{\frac{1+\bar{\rho}_4}{2}} + \bar{\vartheta}_3. \end{aligned}$$

其中: $\bar{\rho}_4 = \frac{m_4 + n_4}{2} + \frac{m_4 - n_4}{2} \text{sign}(V_5 - 1); \bar{\vartheta}_3 = 4l_3 \vartheta_3, \vartheta_3$ 为正常数.

根据引理2知, 滑模面 s_3 在固定时间收敛到原点所在的邻域内, 收敛邻域满足

$$\Delta_5 = \left\{ s_3 | V_5(s_3) \leq \min \left\{ \left(\frac{\vartheta_3}{k_4(1-\phi_3)} \right)^{\frac{2}{m_4+1}}, \left(\frac{\vartheta_3}{k_4(1-\phi_3)} \right)^{\frac{2}{n_4+1}} \right\} \right\},$$

收敛时间为

$$T_{s_3} \leq \frac{m_4 - n_4}{k_4 \phi_3 (m_4 - 1)(1 - n_4)},$$

其中 $0 < \phi_3 < 1$. 即 s_3 为实际滑模面, 则速度误差变量 e 将沿着滑模面 s_3 收敛到原点^[30]. 因此, 动力学系统(22)是固定时间稳定的, 控制器(28)实现了WMR的轨迹跟踪控制. \square

4 仿真结果分析

为验证本文所设计的固定时间轨迹跟踪控制方案的有效性, 针对WMR轨迹跟踪控制系统, 将本文的跟踪控制方案与文献[31]的跟踪控制方案进行仿真对比分析. WMR的物理参数设置如下: $m = 4 \text{ kg}, r = 0.035 \text{ m}, R_0 = 0.115 \text{ m}, I = 2.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. WMR的参考轨迹设置为 $x_r = 0.5 \sin(0.135t), y_r = 0.5 \sin(0.27t)$, 则参考线速度和角速度分别为 $v_r = \sqrt{\dot{x}_r^2 + \dot{y}_r^2}, \omega_r = \frac{\dot{x}_r \ddot{y}_r - \ddot{x}_r \dot{y}_r}{v_r^2}$. WMR在地面坐标系中的初始位置设置为 $[x_0, y_0, \theta_0]^T = [0.2, 0, \pi/6]^T, [x_{r0}, y_{r0}, \theta_{r0}]^T = [0, 0, 0.6747]^T$; 外部干扰设置为 $\tau_d = [-0.2 \sin(0.5t), -0.5 \cos(0.5t), -0.3 \sin(0.5t)]^T$. 本文控制方案的主要参数设置为 $\alpha = 0.15, \beta = 20, k_1 = 0.683, k_2 = 0.001, k_3 = 0.5, k_4 = 0.2, \lambda_1 = 0.001, m_1 = a_2 = 79/55, n_1 = 81/99$.

WMR的轨迹跟踪对比结果如图2所示. 仿真结果表明, 本文控制方案与文献[31]均能实现WMR的轨迹跟踪控制, 但当轨迹跟踪控制系统稳定后, 本文控制方案所生成的轨迹能够更接近于参考轨迹.

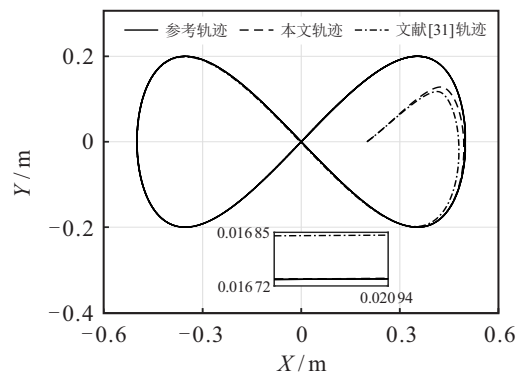


图2 轨迹跟踪对比结果

图3所示的轨迹跟踪误差 x_e, y_e, θ_e 对比结果表明, 本文控制方案的跟踪误差不仅收敛速度快, 而且精度高、变化范围小, 从而进一步验证了本文所设计轨迹跟踪控制方案的优越性.

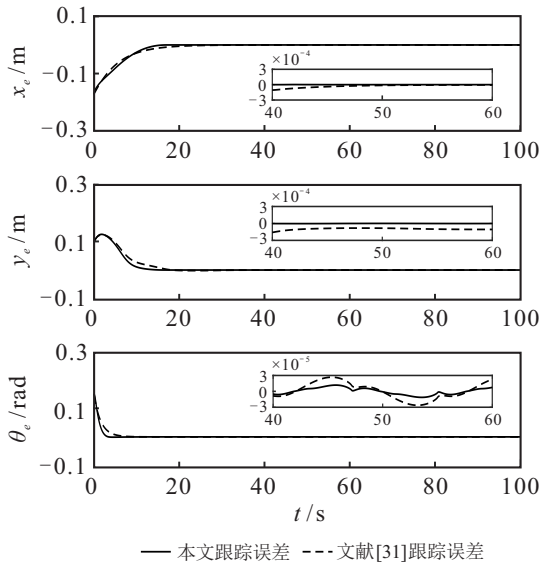


图3 跟踪误差对比结果

动力学系统(22)的观测误差收敛曲线如图4所示. 仿真结果表明, 观测误差能快速收敛到一个小的范围内且不存在抖振现象, 实现了对外部干扰信息的快速、准确估计.

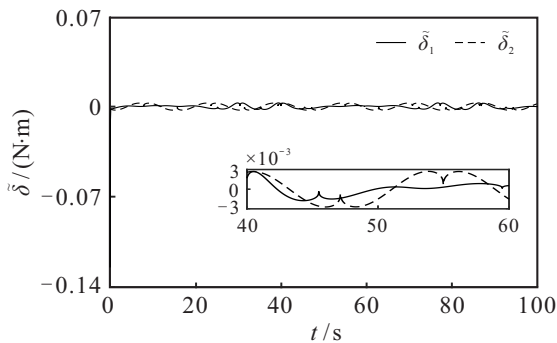


图4 观测误差收敛曲线

图5和图6分别为动力学系统(22)的控制力矩仿真结果与文献[31]的控制力矩仿真结果. 对比图5和图6可知, 本文轨迹跟踪控制器的控制力矩初始值较小, 更有利于执行器的正常运行. 通过上述分析, 更加准确地验证了本文所设计的WMR轨迹跟踪控制方案的有效性与优越性.

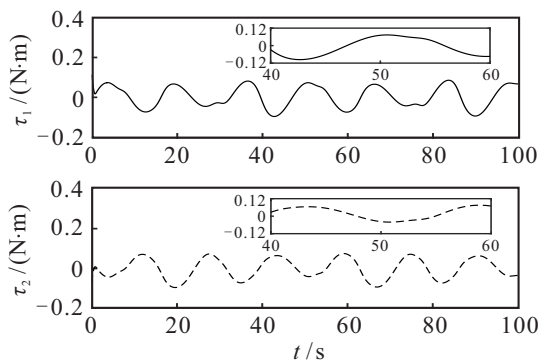


图5 本文控制力矩仿真结果

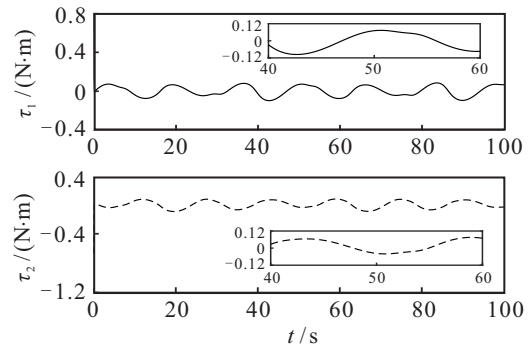


图6 文献[31]的控制力矩仿真结果

5 结论

本文研究存在外部干扰的WMR轨迹跟踪控制问题, 提出了一种固定时间轨迹跟踪控制方案. 首先, 将WMR的运动学误差模型分为一个角速度误差子系统和一个位置误差子系统. 针对角速度误差子系统, 设计了一种固定时间控制器, 使角度误差在固定时间内收敛到原点; 针对位置误差子系统, 基于新颖的积分滑模面设计了一个固定时间控制器, 并严格证明了位置误差子系统的固定时间稳定性. 然后, 针对WMR的动力学模型, 通过设计连续的固定时间干扰观测器对外部干扰信息进行估计, 根据滑模控制方法设计了固定时间轨迹跟踪控制器, 并利用Lyapunov方法严格地证明了动力学系统的固定时间稳定性, 实现了存在外部干扰情况下的WMR轨迹跟踪控制. 最后, 通过仿真对本文所提出的轨迹跟踪控制方案进行了验证, 得到了满意的效果.

参考文献(References)

- [1] Fukao T, Nakagawa H, Adachi N. Adaptive tracking control of a nonholonomic mobile robot[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 2000, 16(5): 609-615.
- [2] Kanayama Y, Kimura Y, Miyazaki F, et al. A stable tracking control method for an autonomous mobile robot[C]. IEEE International Conference on Robotics and Automation. Cincinnati, 2002: 384-389.
- [3] Wang H Y, Zuo Z Q, Wang Y J, et al. Composite control for trajectory tracking of wheeled mobile robots with NLESO and NTSMC[J]. IET Control Theory & Applications, 2021, 15(12): 1686-1694.
- [4] Murray R M, Sastry S S. Nonholonomic motion planning: Steering using sinusoids[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1993, 38(5): 700-716.
- [5] Zhang Y M, Liu G R, Luo B. Finite-time cascaded tracking control approach for mobile robots[J]. Information Sciences, 2014, 284: 31-43.
- [6] Ou M Y, Sun H B, Zhang Z X, et al. Fixed-time trajectory tracking control for nonholonomic mobile robot based on visual servoing[J]. Nonlinear Dynamics, 2022, 108(1):

- 251-263.
- [7] Das T, Kar I N. Design and implementation of an adaptive fuzzy logic-based controller for wheeled mobile robots[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2006, 14(3): 501-510.
- [8] Krstic M, Kokotovic P V, Kanellakopoulos I. *Nonlinear and adaptive control design*[M]. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1995: 1-564.
- [9] 梁振英, 王稀, 金增珂. 含未校准摄像机参数的非完整移动机器人自适应动态反馈跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2022, 37(1): 247-256.
(Liang Z Y, Wang X, Jin Z K. Adaptive dynamic feedback tracking control for nonholonomic mobile robots with uncalibrated camera parameters[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(1): 247-256.)
- [10] Chen M. Disturbance attenuation tracking control for wheeled mobile robots with skidding and slipping[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2017, 64(4): 3359-3368.
- [11] Li L, Cao W Q, Yang H J, et al. Trajectory tracking control for a wheel mobile robot on rough and uneven ground[J]. *Mechatronics*, 2022, 83: 102741.
- [12] 陈强, 朱健宏, 陶玫玲. 基于两相幂次趋近律的航天器姿态控制[J]. *控制与决策*, 2022, 37(5): 1145-1152.
(Chen Q, Zhu J H, Tao M L. Two-phase power reaching law-based spacecraft attitude control[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(5): 1145-1152.)
- [13] Hou M D, Wang Y S. Data-driven trajectory tracking sliding mode constraint control for wheeled mobile robot[J]. *Control and Decision*, 2020, 35(6): 1353-1360.
- [14] dUtkin V. Variable structure systems with sliding modes[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1977, 22(2): 212-222.
- [15] Venkataraman S T, Gulati S. Control of nonlinear systems using terminal sliding modes[J]. *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control*, 1993, 115(3): 554-560.
- [16] Zhai J Y, Song Z B. Adaptive sliding mode trajectory tracking control for wheeled mobile robots[J]. *International Journal of Control*, 2019, 92(10): 2255-2262.
- [17] Polyakov A. Nonlinear feedback design for fixed-time stabilization of linear control systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(8): 2106-2110.
- [18] Guo P F, Liang Z Y, Wang X, et al. Adaptive trajectory tracking of wheeled mobile robot based on fixed-time convergence with uncalibrated camera parameters[J]. *ISA Transactions*, 2020, 99: 1-8.
- [19] Kim S K, Ahn C K. Observer-based decentralized pole-zero cancellation tension control with gain booster and surface stabilizer for roll-to-roll systems[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2021, 105(3): 2313-2326.
- [20] Ma X J, Sun Z Q, He Y Y. Analysis and design of fuzzy controller and fuzzy observer[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 1998, 6(1): 41-51.
- [21] 韩京清. 一类不确定对象的扩张状态观测器[J]. *控制与决策*, 1995, 10(1): 85-88.
(Han J Q. The extended state observer of a class of uncertain systems[J]. *Control and Decision*, 1995, 10(1): 85-88.)
- [22] Xiao B, Yin S, Gao H J. Reconfigurable tolerant control of uncertain mechanical systems with actuator faults: A sliding mode observer-based approach[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2018, 26(4): 1249-1258.
- [23] Tian B L, Yin L P, Wang H. Finite-time reentry attitude control based on adaptive multivariable disturbance compensation[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, 62(9): 5889-5898.
- [24] Li B, Zhang H C, Xiao B, et al. Fixed-time integral sliding mode control of a high-order nonlinear system[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2022, 107(1): 909-920.
- [25] Cui L, Jin N, Chang S P, et al. Fixed-time ESO based fixed-time integral terminal sliding mode controller design for a missile[J]. *ISA Transactions*, 2022, 125: 237-251.
- [26] Polycarpou M M, Ioannou P A. A robust adaptive nonlinear control design[J]. *Automatica*, 1996, 32(3): 423-427.
- [27] Gu W L, Hu Y F, Gong X, et al. Trajectory tracking control of mobile robot with parameter uncertainties[J]. *Control and Decision*, 2019, 34(1): 81-88.
- [28] Li B, Gong W Q, Yang Y S, et al. Appointed fixed time observer-based sliding mode control for a quadrotor UAV under external disturbances[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2022, 58(1): 290-303.
- [29] Ou M Y, Du H B, Li S H. Finite-time tracking control of multiple nonholonomic mobile robots[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2012, 349(9): 2834-2860.
- [30] Song T Z, Fang L J, Wang H Z. Model-free finite-time terminal sliding mode control with a novel adaptive sliding mode observer of uncertain robot systems[J]. *Asian Journal of Control*, 2022, 24(3): 1437-1451.
- [31] Zuo Z Y, Tian B L, Defoort M, et al. Fixed-time consensus tracking for multiagent systems with high-order integrator dynamics[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2018, 63(2): 563-570.

作者简介

李波(1989—), 男, 副教授, 博士生导师, 从事无人系统自主智能控制与优化、多智能体协同控制、博弈对抗等研究, E-mail: nemo127@163.com;

王成虎(1995—), 男, 硕士生, 从事滑模控制理论及其在无人车中的应用的研究, E-mail: wang_c_h@163.com;

马玲(2000—), 女, 硕士生, 从事移动机器人协同控制与应用的研究, E-mail: ml15674115460@163.com;

张海朝(1998—), 男, 博士生, 从事滑模控制和强化学习理论及应用的研究, E-mail: zhanghaichao_sdju@163.com.