



中国科技期刊卓越行动计划项目入选期刊

控制与决策

CONTROL AND DECISION



基于多参数优化的多机器人图案构成的分配算法

张方方, 赵鹏博, 曹家晖, 辛健斌, 刘艳红

引用本文:

张方方, 赵鹏博, 曹家晖, 辛健斌, 刘艳红. 基于多参数优化的多机器人图案构成的分配算法[J]. 控制与决策, 2024, 39(4): 1104–1112.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.1320>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

机器人信息增益RRT环境探索算法

Robot RRT based on information gain for environment exploration

控制与决策. 2021, 36(11): 2683–2689 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1007>

输入约束不确定系统的点对点迭代学习控制与优化

Point-to-point iterative learning control and optimization for uncertain systems with constrained input

控制与决策. 2021, 36(6): 1435–1441 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0908>

一种基于免疫机理的确定性移动机器人路径规划算法

A path planning algorithm of deterministic mobile robot based on immune mechanism

控制与决策. 2021, 36(10): 2418–2426 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0059>

基于生物启发神经网络和DMPC的多机器人协同搜索算法

Multi-robot cooperative search algorithm based on bio-inspired neural network and DMPC

控制与决策. 2021, 36(11): 2699–2706 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0959>

凸优化与A*算法结合的路径避障算法

Convex optimization and A-star algorithm combined path planning and obstacle avoidance algorithm

控制与决策. 2020, 35(12): 2907–2914 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0351>

基于多参数优化的多机器人图案构成的分配算法

张方方, 赵鹏博, 曹家晖, 辛健斌[†], 刘艳红

(郑州大学 电气与信息工程学院, 郑州 450000)

摘要: 在不同应用场景下多机器人系统的图案构成受到越来越多的关注, 然而现有方法不能有效地优化在障碍物环境中的图案在线自主构成. 为解决这一问题, 提出一种新的基于目标匹配和路径优化的实时在线的优化算法. 首先, 以机器人与虚拟期望图案的距离为目标函数, 建立一个多参数的图案构成模型, 进而在一定的约束条件下求解得到最优的期望图案参数; 其次, 建立迭代控制器, 使机器人在向目标点移动的过程中, 可以实时在线地进行机器人与目标点的分配; 然后, 采用最佳避碰速度算法使机器人无碰撞地到达期望图案的目标点, 完成图案构成; 最后, 通过在MATLAB和V-REP中的仿真实验, 验证所提出方法的正确性和有效性.

关键词: 多机器人系统; 图案构成; 避障; 路径优化

中图分类号: TP24 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2022.1320

引用格式: 张方方, 赵鹏博, 曹家晖, 等. 基于多参数优化的多机器人图案构成的分配算法[J]. 控制与决策, 2024, 39(4): 1104-1112.

Assignment algorithm of multi robot pattern formation based on multi parameter optimization

ZHANG Fang-fang, ZHAO Peng-bo, CAO Jia-hui, XIN Jian-bin[†], LIU Yan-hong

(College of Electrical and Information Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450000, China)

Abstract: The pattern formation of multi robot systems in different scenes has attracted more and more attention. However, the existing methods can not effectively optimize the pattern formation in obstacle environment. To solve this problem, this paper proposes a new real-time online optimization algorithm based on target matching and path optimization. Firstly, taking the distance between the robot and the virtual desired pattern as the objective function, a multi parameter pattern composition model is established, and the optimal desired pattern parameters are obtained under certain constraints. Secondly, an iterative controller is established, so that the robot can allocate the robot and the target point in real time and online in the process of moving to the target point. Then, the optimal collision avoidance speed algorithm is used to make the robot reach the target point of the desired pattern without collision, and complete the pattern formation. Finally, simulation experiments in MATLAB and V-REP are designed to verify the correctness and effectiveness of the proposed method.

Keywords: multi robot system; pattern formation; obstacle avoidance; path optimization

0 引言

近年来, 由于无线通信技术、传感器技术以及嵌入式技术的发展, 多机器人系统受到广泛的关注. 多机器人系统相较于单机器人有更好的鲁棒性和稳定性, 因此多机器人系统应用的领域也越来越多, 比如工业制造、交通运输、医疗康复以及航空航天等^[1].

目前多机器人存在许多值得进一步深入研究的问题, 如聚集问题、图案构成问题以及自我调度问题^[2]. 多机器人的图案构成是根据预先期望的形状,

令群体机器人中的每个机器人到达目标位置以组成期望形状^[3]. 机器人的图案构成以及协调移动具有重要意义, 其大多数工作是使群体机器人使用预定义的目标框架或者从一组预定义的目标框架中选择^[4], 在航天、军事、救灾等多种领域或场景下的路径搜索、区域覆盖、目标搜索等都具有很重要的应用价值. 它也可以应用在商业领域中, 如无人机表演、多机器人舞蹈中成为重大活动中的亮点节目. 目前许多关于图案构成的文章都研究了如何有效稳定地控制多机

收稿日期: 2022-07-23; 录用日期: 2023-01-24.

基金项目: 国家自然科学基金项目(62173311, 62273311); 河南省青年人才托举工程项目(2020HYTP006).

责任编委: 高会军.

[†]通讯作者. E-mail: j.xin@zzu.edu.cn.

机器人形成预定义的形状^[5-7]. 多机器人的图案构成主要分为多机器人目标分配、路径规划和行为规则等方面.

针对多机器人任务目标分配问题, 文献[8]在多无人机构成图案的模型中引入旋转矩阵, 以保证无人机系统在构成图案的过程中是收敛的, 可以使无人机分配到各自的目标点, 并且可以消除碰撞的风险. 文献[9]首先对期望图案进行灰度和网格化处理, 将每个机器人分配给对应的网格中, 然后人为控制机器人最终到达目标点, 组成期望形状, 但该方法对期望图案的网格化处理较为简单. 文献[10]通过以期望图案与障碍物之间的关系为约束, 加入比例和平移参数建立对优化期望图案的模型, 实现了在障碍物环境下机器人无碰撞地构成期望图案. 但该算法模型没有考虑在二维平面上图案的旋转参数, 因此该模型求解出的参数并不是机器人到目标位置距离最短的参数.

多机器人图案构成研究也包括机器人无碰撞到达目标点的路径规划问题, 文献[11]开发了一种用于在两个给定图案之间的平面内平移的多个未标记机器人的无碰撞的路径规划模型, 该模型的解表示机器人配置. 文献[12]提出了一种自适应的图案构成算法, 该算法由选定的领航者根据环境信息实时计算目标点, 然后将目标点信息传递给其他机器人, 最后采用人工势场法使机器人无碰撞地到达目标点. 该算法具有较好的自适应性, 但是没有阐明领航机器人如何分配目标点给其他机器人, 并且采用人工势场法进行无碰撞路径规划通常会陷入局部最小值的情况. 文献[13]提出了一种基于达尔文进化论的蚁群避障算法, 通过在启发函数中引入目标影响因子和障碍物影响因子, 并利用达尔文进化论算法改进蚁群算法的信息素更新规则来提高算法的迭代速度, 但是没有考虑到移动机器人的限制问题.

受自然界的生物行为规则启发, 智能群体算法也被广泛应用在多机器人系统中, 其中也包括机器人的图案构成研究. 文献[14]将图灵方程与多机器人图案构成相结合, 为细胞选择性分化建立模型, 使机器人可以模拟仿真生物细胞基因的选择性表达. 文献[15]将区域覆盖问题转化为图案构成问题, 首先根据机器人的位置以及环境信息, 使用PSO算法实现在环境区域中的最大覆盖, 确定机器人移动的目标位置, 并在此基础上规定了一套机器人的行为准则, 使机器人依照图模型自行与图中的节点匹配并运动到目标位置, 最终实现对目标区域的覆盖, 即图案构成. 文献[16]提出利用群机器人中的种子机器人来

确定其他机器人相对于种子机器人的梯度, 通过机器人的边缘跟随以及平行填充等行为实现多机器人对期望图案的构成. 但是上述方法均需要机器人将整个期望图案填充完成, 因此效率较低, 整个系统的鲁棒性较低.

综上所述, 多机器人的图案构成大多数是基于无障碍物的理想环境, 无法有效地解决障碍物环境下难以对期望图案进行优化、机器人不能实时避障以及当期望图案位置较差时无法有效辨别出期望图案等问题. 为了解决上述问题, 以及符合在现实环境下的应用要求, 本文改进了文献[10]中的模型, 通过在模型中加入旋转参数建立了新的模型, 并根据该模型设计了一种实时在线分配的多机器人图案构成算法, 使机器人到达目标点的距离减少, 同时可以根据观察视角的改变来改变期望图案的角度方便辨认出期望图案.

本文的主要内容概括如下: 第1节在障碍物环境下将原有的多机器人期望图案优化模型加入旋转参数, 通过构建新的期望图案优化模型来获得机器人与目标位置的最佳匹配模型; 第2节设计一种避障迭代控制算法来使机器人无碰撞地到达目标位置; 第3节进行模拟仿真实验, 以验证改进算法的效果; 第4节是对本文的总结和对未来研究的展望.

1 期望图案目标点分配模型

本节主要研究在障碍物环境下如何建立最优分配模型使机器人到目标点的距离平方和最小, 以及根据机器人与障碍物之间的位置关系建立最优分配模型的约束条件, 最后使用分支界定算法对上述模型进行求解, 得到机器人与目标点之间的分配矩阵.

1.1 问题描述

在一个二维平面区域内, 假设有 n 个半径为 r 的圆形机器人和 m 个半径为 r_0 的静态圆形障碍物, n 个机器人的初始位置坐标为 $P = [p_1; \dots; p_n]_{n \times 2}$, $p_i = [x_i, y_i]_{1 \times 2}$ 为第 i 个机器人的初始位置坐标, $i \in \{1, 2, \dots, n\}$; $v_i = [v_{ix}, v_{iy}]_{1 \times 2}$ 为第 i 个机器人的速度. m 个静态圆形障碍物的初始位置坐标为 $O = [o_1; \dots; o_m]_{m \times 2}$, $o_j = [x_{oj}, y_{oj}]$ 为第 j 个静态障碍物的位置坐标, $j \in \{1, 2, \dots, m\}$. $S = [s_1; \dots; s_n]_{n \times 2}$ 为给定的期望形状的位置坐标, $s_i = [x_{si}, y_{si}]_{1 \times 2}$ 为给定期望形状位置的点的位置坐标, $i \in \{1, 2, \dots, n\}$. $G^* = [g_1; \dots; g_n]_{n \times 2}$ 为由给定的期望形状经过比例、平移和旋转变换后得到的最优期望形状的位置坐标, 其中 $g_i = [x_{gi}, y_{gi}]_{1 \times 2}$ 为最优期望形状位置的点 i 的位置坐标.

通过上述描述的环境大小、障碍物和机器人的位置信息建立最优分配模型,通过求解分配模型得到机器人和目标点之间的分配矩阵.

1.2 最优分配模型

根据机器人到虚拟图案的目标点距离平方和最小建立目标函数,通过求解目标函数得到机器人与目标点之间的最优匹配矩阵和图案参数,最终得到最优期望图案 G^* .

优化匹配和图案形状参数的模型如下:

$$\min C(\alpha, d, r, \sigma) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}. \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, i = 1, 2, \dots, n; \\ \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, j = 1, 2, \dots, n. \end{cases} \quad (2)$$

其中

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{机器人}i\text{分配给目标点}j; \\ 0, & \text{机器人}i\text{不分配给目标点}j. \end{cases} \quad (3)$$

$$c_{ij} = \|p_i - q_j\|^2. \quad (4)$$

$$q_j = \alpha s_j + d + s_j r. \quad (5)$$

$$r = \begin{bmatrix} \cos \theta - 1 & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta - 1 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

$C(\alpha, d, r, \sigma) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$ 是待优化的目标函数, c_{ij} 是第*i*个机器人位置 p_i 到第*j*个目标点位置 q_j 的距离平方和; $\sigma = (x_{ij})_{n \times n}$ 是分配矩阵,其中机器人与目标点一一对应; $s_j = [x_{s_j}, y_{s_j}]_{1 \times 2}$ 是初始的期望图案位置坐标; $\alpha, d = [d_1, d_2]_{1 \times 2}$ 和 r 分别代表期望图案的比例参数、平移参数和旋转参数; $\theta = \theta_1 - \theta_2$,其几何意义为经过旋转变换后的图案与期望图案之间的角度变换量,如图1所示.

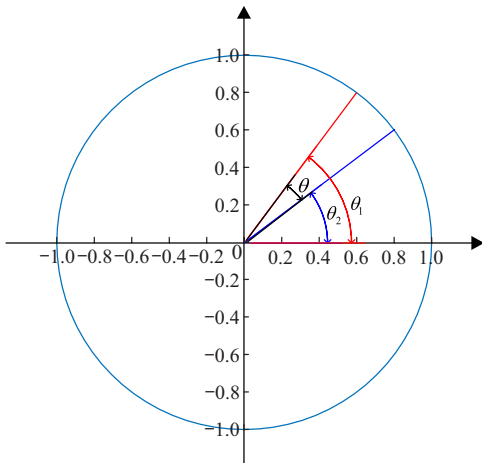


图1 角度的几何意义

将式(4)代入(1)中,可得

$$\begin{aligned} \min C(\alpha, d, r, \sigma) &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} = \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (p_i^2 - 2p_i q_j^T + q_j^2) x_{ij} = \\ &= \sum_{i=1}^n p_i^2 - 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_i q_j^T x_{ij} + \sum_{j=1}^n q_j^2. \end{aligned} \quad (7)$$

综上,计算优化参数的模型转化为求解非线性规划的问题,式(7)为非线性规划的目标函数.下面确定该非线性规划问题的约束条件.

1.3 最优分配模型约束

需要考虑在障碍物环境下,障碍物和机器人对图案构成的影响,因此加入以下3个约束条件确保算法的稳定性.

约束条件1:新生成的期望图案应该在给定应用区域内;

约束条件2:生成的期望图案不应在障碍物内;

约束条件3:保证新生成的期望图案的各点之间的距离大于机器人半径的2倍.

约束条件2和约束条件3确保机器人可以无碰撞地到达目标点进行图案构成,根据以上3个假设来建立生成期望图案约束的数学模型.

根据式(4),可以将新生成的期望图案的每个点的横纵坐标表示为($j = 1, 2, \dots, N$):

$$\begin{cases} x_{q_j} = \alpha x_{s_j} + d_1 + x_{s_j} (\cos \theta - 1) - y_{s_j} \sin \theta, \\ y_{q_j} = \alpha y_{s_j} + d_2 + x_{s_j} \sin \theta + y_{s_j} (\cos \theta - 1). \end{cases} \quad (8)$$

由约束条件1可得

$$\begin{cases} X_{\min} + r \leq x_{q_j} \leq X_{\max} - r, \\ Y_{\min} + r \leq y_{q_j} \leq Y_{\max} - r. \end{cases} \quad (9)$$

其中: X_{\min}, X_{\max} 分别为给定区域X轴的最小和最大的边界值; Y_{\min}, Y_{\max} 分别为给定区域Y轴的最小和最大的边界值.

由约束条件2可得

$$\|q_j - p_{o_m}\| \geq r_o + r. \quad (10)$$

其中: q_j 为新生成期望图案目标点*j*的位置坐标, p_{o_m} 为静态障碍物*m*的位置坐标, r 和 r_o 分别为机器人和静态障碍物的半径.为简化待优化模型的约束条件,可将圆形障碍物近似地看作一个正方形,该正方形为圆形障碍物的外接正方形.通过这种方式,关于生成期望图案目标点与障碍物中心的欧氏距离的约束可以近似看作目标点与静态障碍物中心在X和Y轴上

距离差的绝对值的约束. 因此, 可以得到如下约束条件:

$$\begin{cases} \|\alpha x_{s_j} + d_1 + x_{s_j}(\cos \theta - 1) - y_{s_j} \sin \theta\| \geq r_o + r, \\ \|\alpha y_{s_j} + d_2 + x_{s_j} \sin \theta + y_{s_j}(\cos \theta - 1)\| \geq r_o + r. \end{cases} \quad (11)$$

此外, 通过引入二进制变量确保近似约束与上述约束等价, 式(11)可转换为

$$\begin{cases} \alpha x_{s_j} + d_1 + x_{s_j} C_\theta - y_{s_j} \sin \theta - x_{o_i} \geq r_o + r - FB_{ij}(1), \\ x_{o_i} - [\alpha x_{s_j} + d_1 + x_{s_j} C_\theta - y_{s_j} \sin \theta] \geq r_o + r - FB_{ij}(2), \\ \alpha y_{s_j} + d_2 + x_{s_j} \sin \theta + y_{s_j} C_\theta - y_{o_i} \geq r_o + r - FB_{ij}(3), \\ x_{o_i} - [\alpha y_{s_j} + d_2 + x_{s_j} \sin \theta + y_{s_j} C_\theta] \geq r_o + r - FB_{ij}(4), \\ \sum_{w=1}^4 B_{ij}(w) \leq 3. \end{cases} \quad (12)$$

其中: $i \in \{1, 2, \dots, N\}, j \in \{1, 2, \dots, N\}, C_\theta = \cos \theta - 1$. F 为一个远大于 $r_o + r$ 的值, $B_{ij}(w)$ 为引入的二进制变量, 其值为 0 或 1, $w \in \{1, 2, 3, 4\}$. 当 $B_{ij}(w) = 0$ 时, 第 w 个约束满足对应的位置距离差大于 $r_o + r$; 当 $B_{ij}(w) = 1$ 时, 表示第 w 个约束被放宽, 允许对应的坐标差小于 $r_o + r$. 而 $\sum_{w=1}^4 B_{ij}(w) \leq 3$ 又保证了距离差的约束不会同时超过 3 个被放宽, 即至少有一个方向是满足距离差约束.

由约束条件 3 可得

$$\|q_i - q_j\| \geq 2r. \quad (13)$$

综上, 本文所研究的多机器人图案构成分配模型的优化问题 P 如下:

$$\begin{aligned} \min C(\alpha, d, r, \sigma) = & \sum_{i=1}^n p_i^2 - 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_i q_j^T x_{ij} + \sum_{j=1}^n q_j^2; \\ \text{s.t. 式(9), (10), (13).} & \end{aligned} \quad (14)$$

该优化问题 P 属于混合非线性规划, 且约束条件为非凸的, 因此将使用空间分支定界算法^[17] 求解该模型. 首先, 将上述模型转化为其对应的松弛问题, 然后求解松弛问题的最优解. 如果松弛问题的最优解符合上述模型的约束条件, 则松弛问题的最优解即为模型(14)的最优解; 反之, 将松弛问题的最优解当作上述模型解的上界. 然后, 将上述模型的全部可行解

空间反复地分割为越来越小的子集, 对子集内的解集计算目标函数的最小值并记为下界, 且重复迭代该过程; 对大于已知目标函数下界的子集不再进行分割, 通过减小最优解的上界和下界来得到最优解.

当机器人的数量较多时, 如果将机器人当作一个整体则会导致图案构成的决策时间增加. 为了提高效率, 可以采用改进的 K -means 算法^[18] 将机器人进行分组, 然后将分组后的机器人当作一个整体, 通过第 1.1 节和第 1.2 节的分配模型进行最优分配.

2 无碰撞路径规划

本节研究避障迭代控制器如何在避免碰撞的情况下使机器人到达其分配的目标点. 在求解出最优分配模型后, 得到最优匹配, 采用最佳避碰速度算法首先计算每个机器人的最佳速度 $V_{\text{pref}}^{\text{[19]}}$, 然后获得最佳无碰撞速度. 在经过 k 次迭代后, 判断是否存在机器人 R_i 还未到达其分配的目标点的 ε 邻域内, 若存在, 则重新计算机器人的期望速度 V_{pref} 和最佳避障速度 V_{opt} , 然后基于最佳避障速度更新其位置. 重复上述过程直到所有机器人都到达其分配的目标点的 ε 邻域内, 图案构成完成, 算法结束.

2.1 机器人的期望速度

考虑到障碍物的存在, 机器人在向分配的目标点移动的过程中有可能会远离目标以避免与障碍物或者其他机器人碰撞, 因此, 需要在每次迭代后重新计算机器人与目标点的分配. 由式(14)可建立如下代价公式:

$$\begin{aligned} K(\sigma) = & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n k_{ij} x_{ij} = \\ & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (-p_i q_j^T) x_{ij}. \end{aligned} \quad (15)$$

基于上述的模型和约束, 根据匈牙利算法^[20] 重新计算机器人与目标点之间的最优分配矩阵 x_{ij} . 基于最优分配矩阵, 在不考虑避免障碍物与其他机器人之间碰撞的情况下计算机器人向目标点运动的期望速度 V_{pref} , 有

$$\begin{aligned} V_{\text{pref}}(k) = & V_p \min \left(1, \frac{\|q_{\sigma^*(i)} - p_i^{k-1}\|}{K_a} \right) \frac{q_{\sigma^*(i)} - p_i^{k-1}}{\|q_{\sigma^*(i)} - p_i^{k-1}\|}. \end{aligned} \quad (16)$$

其中: V_p 是机器人的最大运动速度, $q_{\sigma^*(i)}$ 是第 i 个机器人被分配的目标点的坐标, $K_a > 0$ 可以确保收敛.

2.2 计算最佳避碰速度

给定半径为 r 的机器人 R_i 和 R_j 的当前位置坐标 p_i 和 p_j 以及当前速度 v_i 和 v_j , 本文将速度障碍空

间VO定义为机器人 R_i 以速度 v_i 在 τ 时间内会与以速度 v_j 运动的机器人 R_j 发生碰撞的相对速度 $\bar{v} = v_i - v_j$ 的集合. 首先定义 $D(p, r)$ 在以 p 为圆心, r 为半径的圆内, 即

$$D(p, r) = \{q \mid \|q - p\| < r\}. \quad (17)$$

速度障碍空间VO的几何意义如图2所示, 具体表达式如下:

$$VO_{ij}^\tau = \{\bar{v} \mid \exists t \in [0, \tau], t \cdot \bar{v} \in D(p_i - p_j, 2r)\}. \quad (18)$$

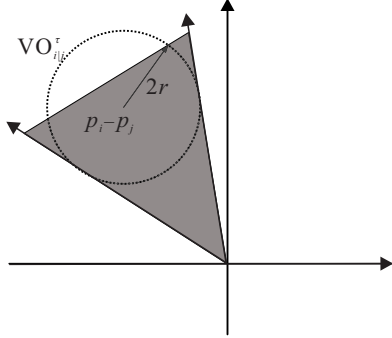


图2 机器人 i 相对于机器人 j 的速度障碍空间 VO_{ij}^τ

当 $V_i - V_j \in VO$ 时, 表示机器人 i 和 j 如果继续以当前速度运动将在未来 τ 时刻发生碰撞; 相反, 如果 $V_i - V_j \notin VO$, 则表示机器人 i 和 j 则至少在未来 τ 时刻不会发生碰撞. 将 $X \oplus Y$ 定义为 X 与 Y 的闵可夫斯基之和(即闵氏和), 即

$$X \oplus Y = \{x + y \mid x \in X, y \in Y\}. \quad (19)$$

当 $v_j \in V_j$, 且 $V_i \notin VO$ 时, 机器人 i 和 j 在当前速度下至少在 τ 时间内不会发生碰撞. 因此, 假设机器人 j 的速度集合为 V_j , 则可以定义 i 对于 j 的避碰速度集合为

$$CA_{ij}^\tau(V_i) = \{v \mid v \notin VO_{ij}^\tau \oplus V_j\}, \quad (20)$$

其几何意义如图3所示.

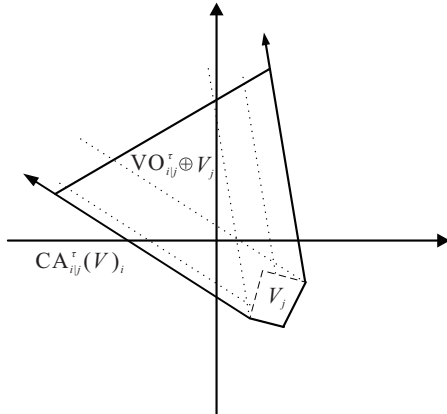


图3 VO_{ij}^τ 与 V_j 的闵可夫斯基之和

在避碰速度集合中选择最接近期望速度 V_{opt} 的速度为最佳避碰速度, 假设机器人 i 和 j 在碰撞过程

中的期望速度分别为 V_i^{opt} 和 V_j^{opt} , 定义 u 为 $V_i^{opt} - V_j^{opt}$ 的起点, 方向为指向最接近最佳避碰速度边界的点的向量, 表达式为

$$u = (\arg \min_{v \in \partial VO_{ij}^\tau} \|v - (v_i^{opt} - v_j^{opt})\|) - (v_i^{opt} - v_j^{opt}). \quad (21)$$

令 n 为VO边界上 $V_i - V_j + u$ 这点的法线, n 表示机器人 i 和 j 的相对速度为避免碰撞而所需要的最小变化. 因此, 机器人 i 相对于机器人 j 的最佳避碰速度集合为

$$ORCA_{ij}^\tau = \{v \mid (v - (v_i^{opt} + cu)) \cdot n \geq 0\}. \quad (22)$$

其中: c 定义了每个机器人在避碰过程中的参与程度, 当 $c = 1/2$ 时, 意味着机器人 i 和 j 在避碰过程中做出了相同的速度变化, 即 $c = u/2$; 当 $c = 1$ 时, 表示机器人 i 在与一个障碍物进行避障, 即机器人 i 的速度变化量为 u , 如图4所示.

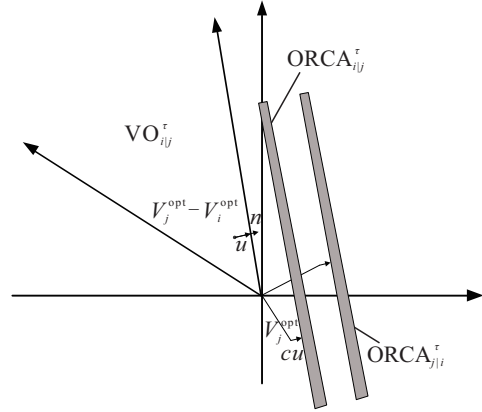


图4 机器人 i 的最佳互惠避碰速度集合

本文中所提到的机器人是循环感知和动作的完整约束机器人, 其在二维平面的运动学模型为

$$\begin{cases} x_i(k) = x_i(k-1) + v_{ix}(k)\tau, \\ y_i(k) = y_i(k-1) + v_{iy}(k)\tau, \\ v_i(k) = v_i(k-1) + a_i(k)\tau. \end{cases} \quad (23)$$

其中: $[x_i, y_i]_{1 \times 2}$ 是机器人在二维平面上的位置坐标, v_{ix} 和 v_{iy} 分别是速度 v_i 在 x 轴和 y 轴的分量, a_i 是机器人 i 的加速度, τ 是时间步长. 本文中的所有机器人都满足该运动学模型. 假设机器人的最大加速度不超过 a , 最大速率不超过 V_p , 则机器人的可行速度集合为

$$AV_i = \{v'_i \mid \|v'_i\| < V_p \wedge \|v'_i - v_i\| < a\tau\}. \quad (24)$$

机器人 i 的最佳互惠避碰速度集合为其最大速度与周围所有机器人的最佳互惠避碰速度的交集, 即

$$ORCA_i^\tau = AV_i \cap \left(\bigcap_{j \neq i} ORCA_{ij}^\tau \right) \quad (25)$$

理想情况下, 在第 k 次迭代过程中, 机器人 i 总会

选择最佳互惠避碰速度中最接近期望速度 v_{pref} 的可行速度作为最佳避碰速度 V_{opt} , 其表达式如下:

$$V_{opt_i} = \arg \min_{v_i \in ORCA_i^T} \|v_i - v_i^{pref}\|. \quad (26)$$

因为上述的 $ORCA_i^T$ 是一个凸区域, 可以使用线性规划算法进行计算, 其边界是由允许速度的半平面相对于其他机器人引起的线性约束, 优化函数是到首选速度 V_{pref} 的距离, 尽管这是一个二次优化函数, 但是不会使线性规划特性失效, 因为它只有一个最小值. 关于该函数更进一步的描述和参数计算参见文献[21], 然后机器人根据其最佳避碰速度以及时间步长 τ 来更新其位置信息, 即

$$p_i(k) = p_i(k-1) + v_{opt_i}(k)\tau. \quad (27)$$

综上, 本节研究了机器人在分配好目标点后, 在迭代避障控制器的控制下, 在不发生碰撞的条件下, 实时在线地到达分配的目标点的邻域内, 直至完成图案构成, 该部分算法流程如图5所示.

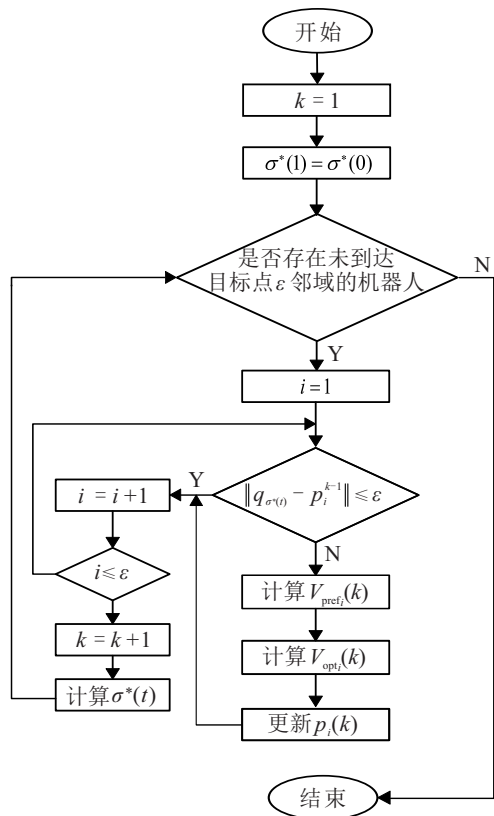


图5 迭代避障过程的流程

3 实验结果和分析

为验证本文算法的有效性, 选择 Matlab 2016a 和 V-REP 3.0.4 版本作为仿真验证平台对本文改进的算法进行实验验证.

3.1 障碍物环境下最优期望图案生成及分配实验

在给定的边长为24个单位的正方形区域内放置2个半径为2个单位的圆盘障碍物和9个半径为1个

单位的圆形机器人, 给定的期望图案是字母C. 在障碍物环境中给出的期望图案有可能导致目标位置生成在障碍物区域内, 如图6所示. 图中标有OB的红色大圆圈表示的是环境中的静态障碍物, 小圆圈表示的是期望图案生成的目标位置, 若紫色小圆圈在障碍物区域内, 则会导致机器人无法顺利地到达期望图案生成的目标位置. 而基于本文算法, 优化后期望图案的目标位置会避开障碍物区域, 生成机器人可以顺利到达的目标位置. 用9个不同颜色的圆圈表示9个不同的机器人, 机器人与期望图案目标位置颜色一样则表示该机器人分配到该目标位置, 然后机器人开始进行运动, 最终无碰撞地到达期望图案的目标位置, 组成字母C. 图7为文献[10]算法与本文改进算法的路径对比. 为对比本文算法与文献[10]算法, 在机器人初始位置相同但期望位置不同和初始位置不同但期望位置相同的两种场景下分别对两种算法进行10次实验求平均值, 迭代次数为 K , 组成图案所需时间 T 和运动距离 L 取平均值进行对比, 具体数据如表1所示.

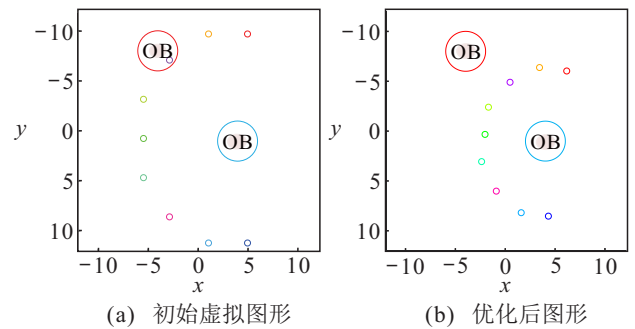


图6 初始虚拟图案位置与优化后图案位置对比

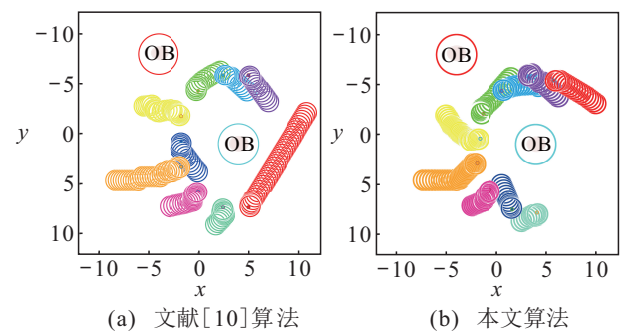


图7 文献[10]算法与本文算法对比

表1 本文算法与原算法的性能对比

算法	场景1			场景2		
	k/次	T/s	L/单位长度	k/次	T/s	L/单位长度
本次算法	41.3	12.73	35.02	39.5	11.35	33.72
原算法	45.7	15.34	37.89	43.2	13.63	36.30

3.2 机器人迭代分配构成无碰撞期望图案实验

为了验证本文算法的迭代分配相比一次性分配能够得到最短路径, 本文对比了这两种匹配方法组

成期望图案的实验. 图8为本文算法中的迭代分配方式, 由图8(a)和8(b)可以看出蓝色和绿色机器人的分配位置为图中灰色箭头所指的点, 经过11次迭代后, 蓝色和绿色机器人的目标位置发生了改变.

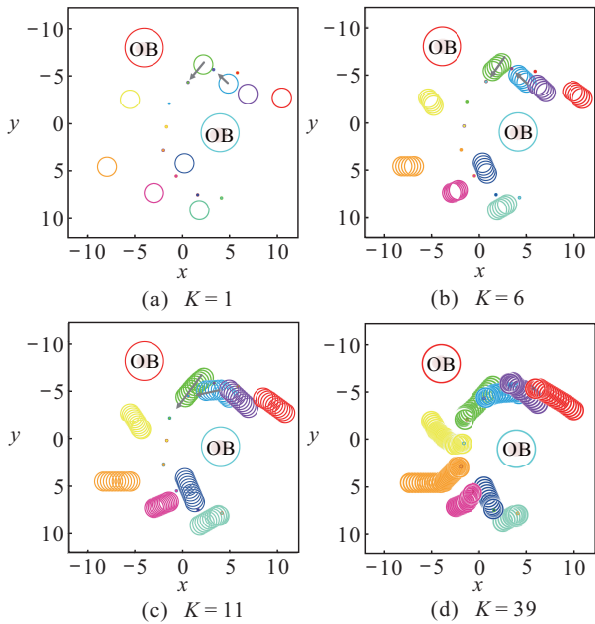


图8 图案构成过程中的迭代分配

本文分析了每个机器人与其对应目标点的误差与所有机器人的误差之和. 如图9所示, 在 $k = 2$ 时, 黑色圆圈处的两个机器人的位置误差发生突变, 其中一个增大, 另一个减小, 但机器人最终均能到达距离目标位置 ε 的邻域内.

此外, 还使用了V-REP机器人仿真实验平台对该算法进行仿真验证, 实验条件为机器人的初始位置、目标图案以及障碍物坐标, 与本节在Matlab中的仿真实验均保持一致, 图中红色圆圈代表环境中的障碍物. 从图10中可以看出, 机器人求解得到最优分配模型后, 开始向分配好的目标点进行移动, 并且在移动迭代的过程中, 机器人向目标点移动和收敛, 最终在期望图案目标点邻域内停止, 完成图案构成. 由图10

可以看出, 机器人的运动轨迹与图8大致相同.

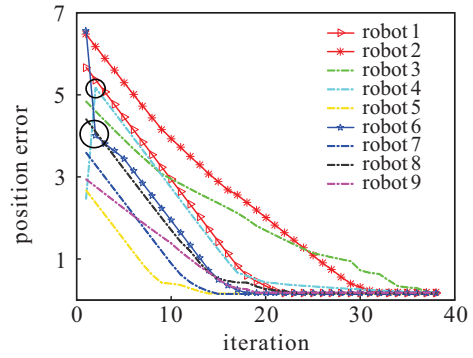


图9 机器人与其对应的目标位置的位置误差

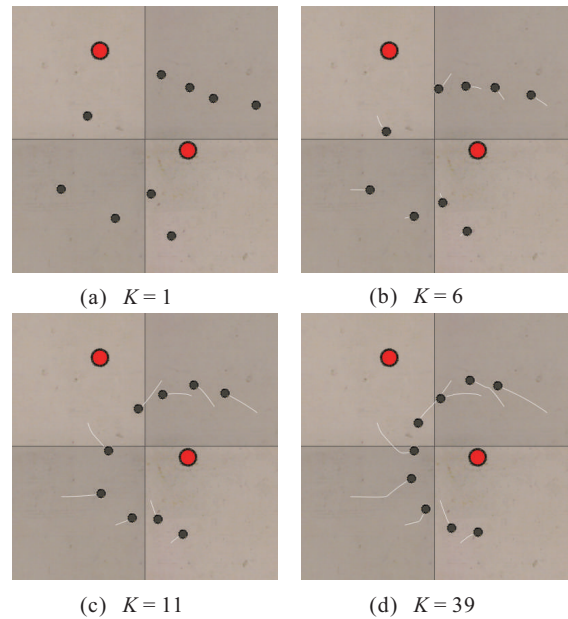


图10 V-REP平台下的算法验证

3.3 针对不同参数下图案组成的对比试验

为了验证本文改进方法的路径和时间最短, 设计3组基于不同随机位置的单个字母组成的实验, 初始条件相同 (即机器人的初始位置, 障碍物位置以及期望图案相同), 不同对比组实验的初始条件不同. 在每组实验中, 根据本文提出的模型求解出的最优参数

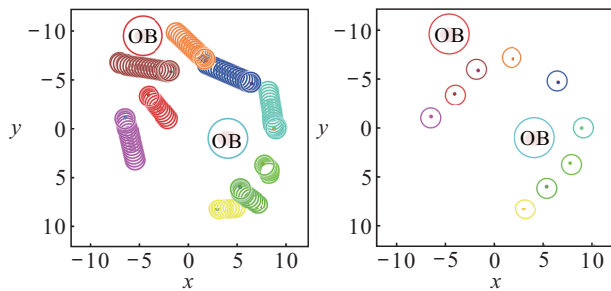
表2 最优参数与其他参数的性能对比

位置	最优参数	K/次	T/s	L/单位长度
1	$\alpha^* = 1.0725, d^* = [3.3690, 0.6924], r^* = 0.1323$	35	13.53	33.22
	$\alpha = 1.1, d = [3.4, 0.8], r = 0.20$	40	14.69	34.60
	$\alpha = 1.1, d = [3.5, 0.9], r = 0.20$	42	15.23	34.24
	$\alpha = 1.2, d = [3.5, 0.9], r = 0.17$	37	13.78	33.36
2	$\alpha^* = 0.8322, d^* = [2.4910, -0.9019], r^* = -0.1046$	46	14.02	41.07
	$\alpha = 0.8, d = [2.6, -1.0], r = -0.15$	53	14.30	42.60
	$\alpha = 0.8, d = [2.7, -1.1], r = -0.15$	49	14.23	42.10
	$\alpha = 0.9, d = [2.7, -1.1], r = -0.2$	50	14.42	42.71
3	$\alpha^* = 1.1309, d^* = [2.7878, -0.4733], r^* = -0.5052$	42	10.81	35.89
	$\alpha = 1.2, d = [2.8, -0.5], r = -0.7$	47	12.76	36.33
	$\alpha = 1.3, d = [2.8, -0.5], r = -0.7$	52	12.16	39.49
	$\alpha = 1.3, d = [2.9, -0.6], r = -0.8$	55	13.03	40.14

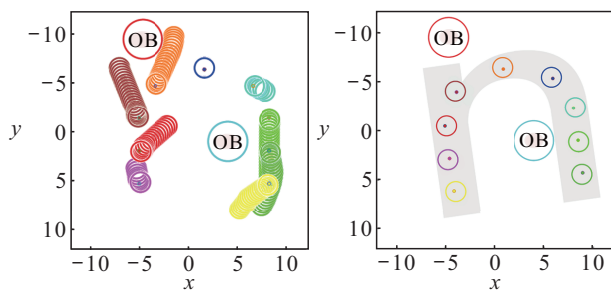
α, d, r 的迭代次数 K , 组成图案所需时间 T 和运动距离 L 与其他可以生成期望图案的参数进行对比, 结果如表2所示. 实验结果表明, 在初始条件相同的情况下, 根据最优参数所构成期望图案的时间和运动距离均小于其他参数.

3.4 加入旋转矩阵前后构成期望图案的对比实验

现有的针对多机器人图案构成的算法无法对期望图案进行旋转, 因此当观察者的视角发生改变时或者期望图案的位置不便于观察时, 不能将期望图案进行相应的旋转以便于更好地展示期望图案. 如图11和图12所示的期望图案字母“n”和字母“r”的初始位

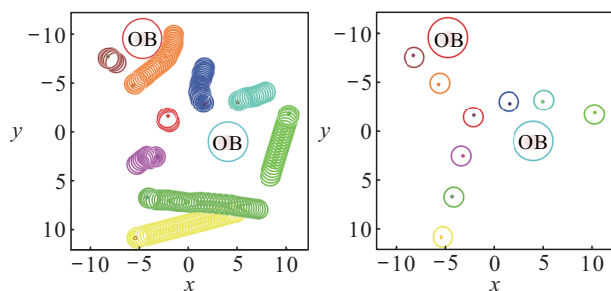


(a) 未加入旋转矩阵构成的字母“n”

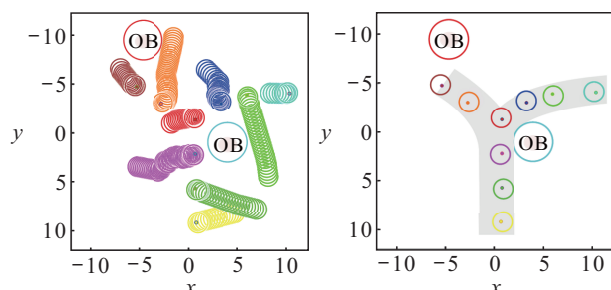


(b) 加入旋转矩阵后构成的字母“n”

图11 加入旋转矩阵前后构成字母“n”的对比



(a) 未加入旋转矩阵构成的字母“r”



(b) 加入旋转矩阵后构成的字母“r”

图12 加入旋转矩阵前后构成字母“r”的对比

置并不与观察视角一致, 那么很难辨别出期望图案, 在加入旋转矩阵后, 通过对旋转角度 θ 的取值范围进行限制, 在保证可以轻易地辨别出期望图案的情况下, 再去优化构成期望图案的参数和匹配矩阵, 以获得机器人移动的最短距离, 最终构成期望图案. θ 具体数值如表3所示.

表3 最优旋转角度值

	旋转角度取值范围	最优旋转角度/rad
实验1	[0.35, 1.05]	0.65
实验2	[0.17, 0.43]	0.26

4 结论

本文主要研究了在障碍物环境下多机器人的图案构成问题, 通过对原有的多机器人图案形成的迭代优化算法进行改进, 迭代分配目标并为每个机器人规划一条无碰撞路径以到达目标点, 通过仿真实验与原模型对比, 验证了本文算法的有效性. 未来, 将考虑针对大型机器人场景开发分布式算法, 以提高整体计算效率. 本文提出的算法仅限于二维障碍物环境, 未来将改进算法并应用于三维环境中.

参考文献(References)

- [1] 范波, 张雷. 多智能体机器人系统信息融合与协调[M]. 北京: 科学出版社, 2015: 1-10.
(Fan B, Zhang L. Information fusion and coordination of multi-agent robot system[M]. Beijing: Science Press, 2015: 1-10.)
- [2] Derenick J C, Spletzer J R. Convex optimization strategies for coordinating large-scale robot formations[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2007, 23(6): 1252-1259.
- [3] Xu D D, Zhang X N, Zhu Z Q, et al. Behavior-based formation control of swarm robots[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2014, 2014: 1-13.
- [4] Agarwal S, Akella S. Simultaneous optimization of assignments and goal formations for multiple robots[C]. 2018 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Brisbane, 2018: 6708-6715.
- [5] Rubenstein M, Nagpal A C R. Programmable self-assembly in a thousand-robot swarm[J]. Science, 2014, 345: 795-799.
- [6] Yang H A, Cao S, Bai L Y, et al. A distributed and parallel self-assembly approach for swarm robotics[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2019, 118: 80-92.
- [7] 常路, 单梁, 戴跃伟, 等. 未知环境下基于改进DWA的多机器人编队控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(10): 2524-2534.

- (Chang L, Shan L, Dai Y W, et al. Multi-robot formation control in unknown environment based on improved DWA[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(10): 2524-2534.)
- [8] Lusk P C, Cai X Y, Wadhwanian S, et al. A distributed pipeline for scalable, deconflicted formation flying[J]. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2020, 5(4): 5213-5220.
- [9] Vaishnav J, Uday A B, Poulouse T. Pattern formation in swarm robotic systems[C]. *The 2nd International Conference on Trends in Electronics and Informatics*. Tirunelveli, 2018: 1466-1469.
- [10] Zhang F F, Wang T T, Li Q Y, et al. An iterative optimization approach for multi-robot pattern formation in obstacle environment[J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2020, 133: 103645.
- [11] Kloder S, Hutchinson S. Path planning for permutation-invariant multirobot formations[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2006, 22(4): 650-665.
- [12] Güzel M S, Gezer E C, Ajabshir V B, et al. An adaptive pattern formation approach for swarm robots[C]. *The 4th International Conference on Electrical and Electronic Engineering (ICEEE)*. Ankara, 2017: 194-198.
- [13] 李涛, 赵宏生. 基于进化蚁群算法的移动机器人路径优化[J]. *控制与决策*, 2023, 38(3): 612-620.
(Li T, Zhao H S. Path optimization for mobile robot based on evolutionary ant colony algorithm[J]. *Control and Decision*, 2023, 38(3): 612-620.)
- [14] Slavkov I, Carrillo-Zapata D, Carranza N, et al. Morphogenesis in robot swarms[J]. *Science Robotics*, 2018, 3(25): eaau9178.
- [15] 李冠男, 董凌艳, 徐红丽, 等. 群机器人区域覆盖方法研究[J]. *机器人*, 2017, 39(5): 670-679.
(Li G N, Dong L Y, Xu H L, et al. Research on region coverage approach with swarm robots[J]. *Robot*, 2017, 39(5): 670-679.)
- [16] Yang H A, Cao S, Bai L Y, et al. A distributed and parallel self-assembly approach for swarm robotics[J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2019, 118: 80-92.
- [17] Quesada I, Grossmann I E. Global optimization algorithm for heat exchanger networks[J]. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 1993, 32(3): 487-499.
- [18] Wang T T, Zhang F F, Xin J B, et al. Grouping-based optimization method for multirobot system pattern formation[J]. *IEEE Systems Journal*, 2022, 16(3): 3679-3688.
- [19] Luo X Y, Li X L, Li X L, et al. Globally stable formation control of nonholonomic multiagent systems with bearing-only measurement[J]. *IEEE Systems Journal*, 2020, 14(2): 2901-2912.
- [20] Kuhn H W. The Hungarian method for the assignment problem[J]. *Naval Research Logistics Quarterly*, 1955, 2(1/2): 83-97.
- [21] Berg J, Guy S J, Lin M, et al. Reciprocal n-body collision avoidance[M]. Berlin: Springer, 2011: 3-19.

作者简介

张方方(1986—), 男, 副教授, 博士, 从事多机器人控制、多智能体系统等研究, E-mail: zhangfangfang@zzu.edu.cn;

赵鹏博(1998—), 男, 硕士生, 从事多机器人图案构成与路径优化的研究, E-mail: zhaopengbozz@163.com;

曹家晖(1998—), 男, 硕士生, 从事机器人控制的研究, E-mail: cjh@gs.zzu.com;

辛健斌(1984—), 男, 副教授, 博士, 从事多机器人协作、路径规划等研究, E-mail: j.xin@zzu.edu.cn;

刘艳红(1970—), 女, 教授, 博士, 从事机器人建模与控制、智能人机交互等研究, E-mail: liuyh@zzu.edu.cn.