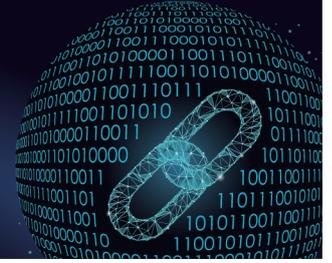




中国科技期刊卓越行动计划项目入选期刊

控制与决策

CONTROL AND DECISION



基于指数保性能的比例-积分-时滞滑模观测器设计

李习康, 许璟, 牛玉刚, 贾廷纲

引用本文:

李习康, 许璟, 牛玉刚, 贾廷纲. 基于指数保性能的比例-积分-时滞滑模观测器设计[J]. 控制与决策, 2024, 39(4): 1267-1272.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.0860>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

输入饱和的充液航天器抗干扰有限时间滑模控制

Anti-disturbance finite-time sliding mode control for liquid-filled spacecraft with input saturation

控制与决策. 2021, 36(5): 1078-1086 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0820>

四旋翼无人机抗干扰轨迹跟踪控制

Anti-interference trajectory tracking control of quadrotor UAV

控制与决策. 2021, 36(2): 379-386 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0875>

多航天器系统分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制

Distributed fixed-time output feedback attitude coordination tracking control for multiple rigid spacecraft

控制与决策. 2021, 36(5): 1049-1058 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0968>

基于变速趋近律的Buck型变换器抗扰动控制

Disturbance rejection control of Buck converters based on variable rate reaching law

控制与决策. 2021, 36(4): 893-900 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1073>

基于Razumikhin方法的时变时滞非线性系统的输出反馈镇定

Output-feedback stabilization for nonlinear systems with time-varying delay based on Razumikhin-type approach

控制与决策. 2021, 36(11): 2812-2816 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0304>

基于指数保性能的比例-积分-时滞滑模观测器设计

李习康¹, 许璟^{1†}, 牛玉刚¹, 贾廷纲²

(1. 华东理工大学 能源化工过程智能制造教育部重点实验室, 上海 200237;
2. 上海电气自动化集团, 上海 200070)

摘要: 传统状态观测器仅基于当前观测误差重构系统状态, 未充分利用系统历史观测数据. 针对存在匹配扰动的二阶不确定线性系统, 设计一种比例-积分-时滞滑模观测器, 实现不确定线性系统状态的鲁棒确切估计. 首先, 设计带记忆滑模函数, 形式为历史观测误差和当前观测误差的线性组合, 设计参数包括滑模面增益和人工时滞两部分, 将滑模面中的时滞项基于泰勒级数展开, 将截断误差表示为积分形式; 然后, 设计带记忆输出反馈等效控制律, 采用时滞依赖型Lyapunov泛函, 进行滑模动态指数稳定性分析和观测补偿; 接着, 将观测器参数设计转化为多目标优化问题, 优化目标包括: 系统状态衰减率、控制代价、高频噪声不灵敏度, 基于粒子群算法, 在上述3个优化目标间实现设计参数优化整定, 在“快、准、稳”方面进行合理折衷选择; 最后, 在无源网络系统中, 验证所提出滑模观测器的可行性和有效性.

关键词: 比例-积分-时滞; 滑模观测器; 指数稳定性; 粒子群算法

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2022.0860

引用格式: 李习康, 许璟, 牛玉刚, 等. 基于指数保性能的比例-积分-时滞滑模观测器设计[J]. 控制与决策, 2024, 39(4): 1267-1272.

Design of proportional-integral-retarded sliding mode observer based on exponential guarantee performance

LI Xi-kang¹, XU Jing^{1†}, NIU Yu-gang¹, JIA Ting-gang²

(1. Key Laboratory of Smart Manufacturing in Energy Chemical Process, Ministry of Education, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237, China; 2. Shanghai Electric Automation Group, Shanghai 200070, China)

Abstract: Traditional state observers reconstruct the system state only based on the current observation errors, which ignore the system historical observation datas. For the perturbed second-order uncertain linear system, a proportional-integral-retarded sliding mode observer is proposed, which achieves robust and accurate estimation of system states. First, the memory sliding mode function is designed as the linear combination of historical and current observation errors, the design parameters include sliding mode surface gain and artificial time delay. Second, the delayed measurements in the sliding mode surface are expanded based on the Taylor series, and the truncation error is expressed as integral. The memory output feedback equivalent control law is designed based on the delayed dependent Lyapunov functional. On this basis, the dynamic exponential stability analysis and error compensation of sliding mode are performed. Then, the design of observer gains is transformed into a multi-objective optimization problem, with optimization goals: decay rate, control effort, and high-frequency noise insensitivity. Based on the particle swarm algorithm, the optimization of design parameters is realized between the above three optimization goals, and a reasonable compromise among the competitive goals including the rapidness, accuracy and stability. Finally, the feasibility and effectiveness of the proposed sliding mode observer is verified in a passive network system.

Keywords: proportional-integral-retarded; sliding mode observer; exponential stability; particle swarm algorithm

0 引言

传统的观测器, 如Luenberger观测器^[1]、降阶Luenberger观测器^[2], 对于系统的参数不确定性以

及外部扰动的鲁棒性不足, 其观测性能极易受到高频噪声影响^[3]. 为了提高观测器的设计灵活度和鲁棒性, 文献[4]提出了比例-积分观测器 (proportional-

收稿日期: 2022-05-16; 录用日期: 2022-12-08.

基金项目: 国家自然科学基金项目(62173141); 上海市自然科学基金项目(22ZR1417900).

责任编辑: 吴立刚.

[†]通讯作者. E-mail: jingxu@ecust.edu.cn.

*本文附带电子附录文件, 可登录本刊官网该文“资源附件”区自行下载阅览.

integralobserver, PIO)的设计方法,采用估计误差的当前信息和历史信息来提高观测精度. PIO继承了PI控制的结构,其结构简单、设计灵活度高,通过添加观测误差的积分项,提升了系统参数变化的不灵敏度,有助于消除静差.但是从扰动抑制的角度看,PIO仅对阶跃扰动有效^[5],对于实际应用中更常见的高频传感器噪声收效甚微.

滑模观测器具有独特的特性,即基于系统实际输出与观测器输出间误差产生一组滑模动态,确保滑模观测器产生一组与系统的实际输出相匹配的状态估计^[6].文献[7]针对二阶非线性系统,首次提出了二阶滑模观测器的概念,并设计了基于极点配置的观测器增益整定方法.文献[8]设计了超螺旋滑模观测器,基于可测的位置信息重构了速度信息,实现了有限时间确切观测.然而,对于二阶系统而言,螺旋算法或超螺旋算法是基于输出的微分项进行构造的,需要与微分估计器一同使用^[9],但是,微分器的使用会导致高频测量噪声的进一步放大^[10].同时,随着系统阶数的提升,其观测器结构更趋复杂,设计参数数目更趋增加^[11].高阶问题为观测器参数的整定带来诸多困难和挑战.

近年来,一些学者尝试使用时滞项来替代微分器在控制器/观测器中的作用^[12-13]:将时滞作为设计参数,发挥时滞 in 系统稳定性和鲁棒性等方面的正面作用.文献[14]使用当前和过去的测量信号,通过有限差分来近似估计输出微分,验证了时滞足够小的前提下,时滞型静态输出反馈控制器与状态反馈控制器具有相近的控制精度和准度.文献[15]通过泰勒展开式实现了输出导数的静态估计,不同于文献[14],该方法在Lyapunov稳定性分析时实现了截断误差的补偿,获得了更高的控制精度和控制品质.

受到上述时滞型输出反馈控制的启发,本文设计带记忆比例-积分-时滞输出滑模观测器,在原有观测器中注入时滞反馈,设计带记忆输出反馈控制律,实现误差系统的有限时间指数稳定.与现有部分研究成果相比,本文的主要内容如下.

1) 所提出的带记忆滑模观测器无需额外的滤波器对测量信号进行滤波,无需额外的微分器对输出的微分进行估计,充分利用系统过去时刻以及当前时刻的输出信息,观测器可实现性更高;

2) 在观测器的设计中,将时滞作为观测器的设计参数,给出误差系统滑动模态指数稳定性的证明,并基于此得到观测增益的整定公式;

3) 通过粒子群算法在衰减速率、控制代价以及

抑制高频测量噪声能力3个相互竞争的参数间进行参数最优化选择.

1 系统模型与问题描述

考虑如下二阶不确定线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B(u(t) + d(x, t)), \\ y(t) = Hx(t). \end{cases} \quad (1)$$

其中: A 、 B 为系统矩阵,满足 $HB = 0, HAB \neq 0$; $x(t) \in \mathbf{R}^{2 \times 2}$ 为系统状态; $y(t) \in \mathbf{R}^{2 \times 1}$ 为系统输出; $u(t) \in \mathbf{R}^{1 \times 2}$ 为待设计控制律; $d(x, t) \in \mathbf{R}^{1 \times 2}$ 为系统外部扰动和外界不确定性.

为了便于下文观测器的设计分析,给出下列假设条件和相应引理.

假设1 $d(x, t)$ 是一个有界扰动,满足

$$|d(x, t)| \leq d^*, \quad d^* > 0, \quad (2)$$

其中 $d^* > 0$ 为已知上界.

假设2^[7] 对于任意 $t_m \in [t - h - \tau, t]$, 输出误差的二阶微分 $\ddot{e}_y(t_m)$ 在时间间隔 $[t - h - \tau, t + \tau]$ 上是有界的: $\|\ddot{e}_y(t_m)\| \leq \varepsilon$. 其中: ε 为一个给定的标量,且 $\tau > 0$.

为了得到本文的主要结论,将采用下述引理和定义.

引理1^[13] 定义向量 $g = \int_a^b f(s)x(s)ds$, 其中 $a \leq b, f: [a, b] \rightarrow [0, \infty), x(s) \in \mathbf{R}^n$. 对于任意 n 阶矩阵 $R > 0$, 以下不等式均成立:

$$g'Rg \leq \int_a^b f(s)ds \int_a^b f(s)x(s)Rx(s)ds.$$

定义1^[16](指数稳定) 若存在 $\mu > 0, \alpha > 0$ 使得系统任意的解均满足下式:

$$\|x(t)\| \leq \mu \|x(0)\| e^{-\alpha t}, \quad t \geq 0,$$

则该系统是指数稳定的. 其中 $x(0)$ 为初始状态.

1.1 比例-积分-时滞滑模观测器设计

针对系统(1)设计如下滑模观测器:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) - L\tilde{e}_y(t) + \\ \quad Bv_n(t) + e_i(t), \\ \hat{y}(t) = H\hat{x}(t). \end{cases} \quad (3)$$

其中: $e_i(t) = K_1 \left[0 \quad \int_0^t e^{-\vartheta(t-s)} e_y(s) ds \right]^T$; $L = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ l_1 & l_2 \end{bmatrix}$; $\hat{x}(t)$ 、 $\hat{y}(t)$ 分别为 $x(t)$ 、 $y(t)$ 的估计; h 为待设计的时滞参数; $e_y(t) = \hat{y}(t) - y(t)$; $e_y(t-h) = \hat{y}(t-h) - y(t-h)$; $\tilde{e}_y(t) = [e_y(t) \quad e_y(t-h)]^T$; $v_n(t)$ 为待设计的滑模切换项,用来抑制系统不确定性和外部扰动; $K_1 \in \mathbf{R}^{2 \times 2}$ 为误差积分项增益,积分项有助于减少稳定误差; $\vartheta = 10^{-5}$ 为给定常数.

注1 ϑ 是用于Lyapunov稳定性分析的辅助变

量,其取值大小与给定衰减速率有关. 在不等式放缩的过程,在保证参数求解可行域尽可能大的情况下,综合考虑,选择 ϑ 的取值为0.000 01.

定义状态观测误差 $e_x(t) = x(t) - \hat{x}(t)$,由系统(1)和观测器(3)得到如下误差系统:

$$\begin{cases} \dot{e}_x(t) = Ae_x(t) - L\tilde{e}_y(t) + Bv_n(t) - Bd(x, t)e_i(t), \\ e_y(t) = H(\hat{x}_1(t) - x_1(t)). \end{cases} \quad (4)$$

1.2 滑模面设计和估计误差分析

为了实现对系统(1)的确切估计,设计如下带记忆输出滑模面:

$$s(t) = C\tilde{e}_y(t), \quad (5)$$

其中 $C = [c_1 \ c_2]$.

注2 带记忆滑模面相对于现有的一些滑模面具有以下优势:1)结构简单、参数整定方便;2)充分利用系统过去时刻和当前时刻的输出信息,只需要系统过去时刻的值来对系统状态的一阶微分进行估计;3)引入人工时滞,平滑高频测量噪声,改善系统性能.

由泰勒级数展开理论^[17],得到

$$\begin{cases} e_y(t-h) = e_y(t) - h\dot{e}_y(t) + \delta_1(t), \\ \dot{e}_y(t-h) = \dot{e}_y(t) - h\ddot{e}_y(t) + \gamma_1(t). \end{cases} \quad (6)$$

其中: $\delta_1(t) = \int_{t-h}^t (s-t+h)\ddot{e}_y(s)ds$, $\gamma_1(t) = \int_{t-h}^t \ddot{e}_y(t)ds - \int_{t-h}^t \ddot{e}_y(s)ds$.

将式(6)改写为以下形式:

$$\begin{cases} \tilde{e}_y(t) = Me_x(t) + \delta(t), \\ \dot{\tilde{e}}_y(t) = M\dot{e}_x(t) + \gamma(t). \end{cases} \quad (7)$$

其中: $\delta(t) = \text{col}\{0, \delta_1(t)\}$, $\gamma(t) = \text{col}\{0, \gamma_1(t)\}$, $M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -h \end{bmatrix}$.

结合式(4)和(7),对带记忆滑模动态(5)关于时间 t 求导,得到

$$\begin{aligned} \dot{s}(t) &= C\dot{\tilde{e}}_y(t) = \\ &N_x e_x(t) + I_v(v_n(t) - d(x, t)) - C_\delta \delta(t) + \\ &C\gamma(t) + CM e_i(t). \end{aligned}$$

其中: $N_x = CM(A-LM)$, $I_v = CMB$, $C_\delta = CML$. 令 $\dot{s}(t) = 0$,可得到如下等效控制律:

$$v_{eq}(t) = -I_v^{-1}N_x e_x(t) + d(x, t) + I_v^{-1}C_\delta \delta(t) - I_v^{-1}C\gamma(t) - I_v^{-1}CM e_i(t). \quad (8)$$

由于测量条件限制,难以获得 $e_x(t)$ 的实时测量值,必须引入状态估计器. 基于当前和过去一系列的测量输出,可得到 $e_x(t)$ 的实时估计. 由式(7),得到

$$e_x(t) \approx M^{-1}\tilde{e}_y(t). \quad (9)$$

将式(9)代入(8),可得到基于带记忆输出反馈的等效控制律,即

$$\begin{aligned} \tilde{v}_{eq}(t) &= -I_v^{-1}N_x M^{-1}\tilde{e}_y(t) - I_v^{-1}C\gamma(t) + \\ &d(x, t) + I_v^{-1}C_\delta \delta(t) - I_v^{-1}CM e_i(t). \end{aligned} \quad (10)$$

2 可达性分析

用滑模切换函数替换式(10)中的观测误差和扰动项得到趋近模态下的控制律如下式所示:

$$\begin{aligned} v_n(t) &= -I_v^{-1}N_x M^{-1}\tilde{e}_y(t) - I_v^{-1}\rho \text{sign}(s(t)) - \\ &I_v^{-1}CM e_i(t), \end{aligned} \quad (11)$$

其中 ρ 为切换增益,通过切换项来抑制系统不确定性以及观测误差所带来的影响.

在假设2成立的情况下,得到 $\int_{t-h}^t \ddot{e}_y(t)ds \leq h\varepsilon = O(h)$. 因此, $\gamma(t) \approx \int_{t-h}^t \ddot{e}_y(s)ds$. 同理,得到

$$\delta(t) \leq \delta^*, \gamma(t) \leq \gamma^*. \quad (12)$$

其中: $\delta^* = \frac{\varepsilon h^2}{2}$, $\gamma^* = h\varepsilon$.

下述定理将证明系统(4)在控制律(11)的作用下,滑动模态在有限时间内到达滑模面(5)上.

定理1 对于系统(4),若下式的条件成立:

$$\rho \geq \|N_x M^{-1}\|\delta^* + \|I_v\|d^* + \|C\|\gamma^* + k_0,$$

则观测误差 $\tilde{e}_y(t)$ 将在有限时间内到达并维持在滑模面 $s(t) = \{C\tilde{e}_y(t) = 0\}$ 的小邻域内.

证明 设计Lyapunov函数为 $V_s(t) = \frac{1}{2}s^2(t)$. 将 $V_s(t)$ 关于时间 t 求导,得到

$$\begin{aligned} s^T(t)\dot{s}(t) &= s^T(t)(N_x e_x(t) - C_\delta \delta(t) + I_v v_n(t) + \\ &C\gamma(t) + CM e_i(t) - I_v d(x, t)) \leq \\ &-\rho|s(t)| + \|s(t)\| \cdot \|C_\delta + N_x M^{-1}\| \times \\ &\|\delta(t)\| + \|s(t)\| \cdot \|I_v\| \cdot \|d(x, t)\| + \\ &\|s(t)\| \cdot \|C\| \cdot \|\gamma(t)\|. \end{aligned} \quad (13)$$

将式(2)和(12)代入(13),有

$$\begin{aligned} s^T(t)\dot{s}(t) &\leq -|s(t)|(\rho - \|C_\delta + N_x M^{-1}\|\delta^* - \\ &\|I_v\|d^* - \|C\|\gamma^*) \leq -\varepsilon|s(t)|, \end{aligned} \quad (14)$$

其中 $\varepsilon = \rho - \|C_\delta + N_x M^{-1}\|\delta^* - \|I_v\|d^* - \|C\|\gamma^*$.

由式(14)可知,选择合适的参数 ρ ,使得 $\varepsilon > 0$,滑模动态可在有限时间收敛至滑模面(5)上^[18]. \square

3 稳定性分析

在趋近模态可达性分析后,下面分析误差系统在带记忆输出反馈控制律的指数稳定性. 将输出反馈等效控制律(10)代入误差系统(4),得到

$$\dot{e}_x(t) = Ae_x(t) - (L + BI_v^{-1}N_c)\tilde{e}_y(t) +$$

$$BI_v^{-1}C\gamma(t) - BI_v^{-1}CM e_i(t). \quad (15)$$

式(15)等价于

$$\begin{aligned} \dot{e}_x(t) = & A_c e_x(t) - A_\gamma \gamma(t) - A_\delta \delta(t) - \\ & A_k \int_0^t e^{-\vartheta(t-s)} e_y(s) ds. \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} A_c = & A_{c_0} - A_{c_1} LM, \quad A_\delta = A_{\delta_0} + A_{\delta_1} L, \\ A_{c_0} = & (I - B\Pi_0)A, \quad A_{c_1} = D - B\Pi_0 D, \\ A_\gamma = & BI_v^{-1}C, \quad \Pi_0 = I_v^{-1}CM, \\ A_{\delta_0} = & B\Pi_0 AM^{-1}, \quad A_{\delta_1} = D - 2B\Pi_0 D, \\ D = & [0 \quad 1]^T, \quad A_k = B\Pi_0 K_1 - K_1. \end{aligned}$$

下述定理将证明系统(4)的滑动态指数稳定性.

定理2 对于给定的标量 $\beta > 0$, 时滞 $h > 0$, 衰减速率 $\alpha > 0$ 以及滑模面增益 C , 若存在以下对称阵 $X \in \mathbf{R}^{2 \times 2}$, $U \in \mathbf{R}^{2 \times 2}$, $\mathcal{K} \in \mathbf{R}^{1 \times 2}$, $\mathcal{W} \in \mathbf{R}^{1 \times 2}$ 以及标量 z_k, v_k , 使得以下线性矩阵不等式成立, 则误差系统(4)可实现指数稳定:

$$\begin{aligned} \Delta = & [\Delta_{ij}] < 0, \\ \begin{bmatrix} -\beta I & MX - UM \\ \star & -I \end{bmatrix} < & 0, \\ X > 0, z_k > 0, v_k > 0. & \quad (16) \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \Delta_{11} = & He(A_{c_0}X - A_{c_1}KM) + 2\alpha X, \\ \Delta_{12} = & -A_{\delta_0}MX - A_{\delta_1}KM, \\ \Delta_{13} = & -A_\gamma X, \quad \Delta_{14} = -K_M, \\ \Delta_{15} = & h^{\frac{1}{2}}X^T F_{c_0}^T - h^{\frac{1}{2}}M^T \mathcal{K}^T F_{c_1}^T, \\ \Delta_{16} = & X^T, \quad \Delta_{22} = -4(2X - M^{-1}VM^{-T}) \cdot m_1, \\ \Delta_{25} = & -h^{\frac{1}{2}}X^T M^T F_{\delta_0}^T - h^{\frac{1}{2}}M^T \mathcal{K}^T F_{\delta_1}^T, \\ \Delta_{33} = & -(2X - Z) \cdot m_2, \quad \Delta_{35} = -h^{\frac{1}{2}}X^T F_\gamma^T, \\ \Delta_{44} = & -\frac{2(\vartheta - \alpha)}{\vartheta}(-2X + \mathcal{W}), \\ \Delta_{55} = & -\sum_{k=0}^1 (z_k + hv_k), \quad \Delta_{66} = -\mathcal{W}, \\ m_1 = & \frac{e^{-2\alpha h}}{h^2}, \quad m_2 = \frac{e^{-2\alpha h}}{h}, \\ Z = & \text{diag}\{z_0, z_1\}, \quad V = \text{diag}\{v_0, v_1\}. \end{aligned}$$

则观测器的增益 L, K_1 可通过 $L = \mathcal{K}U^{-1}$ 和 $K_1 = (BI_v^{-1}CM)^{-1} \cdot K_M \cdot X^{-1}$ 计算得到.

证明 选取 Lyapunov-Krasovskii 函数为

$$\begin{aligned} V(e_x, e_{xt}) = & \\ V_1(e_x, t) + & V_2(e_{xt}, t) + V_3(e_{xt}, t) + V_4(e_{xt}, t). \end{aligned}$$

其中

$$V_1(e_x, t) = e_x^T(t) P e_x(t),$$

$$V_2(e_{xt}, t) = \int_{t-h}^t (s-t+h)^2 e^{-2\alpha(t-s)} w_1(s) ds,$$

$$V_3(e_{xt}, t) = \int_{t-h}^t (s-t+h) e^{-2\alpha(t-s)} w_2(s) ds,$$

$$V_4(e_x, t) = \int_0^t e^{-2\vartheta(t-s)} e_x^T(s) W e_x(s) ds.$$

对 $V_1(e_x, t), V_2(e_x, t), V_3(e_x, t), V_4(e_x, t)$ 关于时间 t 求导并相加, 得到

$$\begin{aligned} \dot{V} + 2\alpha V \leq & e_x^T(t)(PA_c + A_c^T P + 2\alpha P + W)e_x(t) - \\ & 2e_x^T(t)PA_\gamma \gamma(t) - 2e_x^T(t)PA_\delta \delta(t) - \\ & 2e_x^T(t)PA_k \int_0^t e^{-\vartheta(t-s)} e(s) ds - \\ & \gamma^T(t)Q\gamma(t) \cdot m_2 - 4\delta^T(t)R\delta(t)m_1 + \\ & h\eta^T(t)\bar{F}^T \Gamma \bar{F} \eta(t) + \frac{2(\alpha - \vartheta)}{\vartheta} \times \\ & \int_0^t e^{-\vartheta(t-s)} e_x^T(s) ds W \int_0^t e^{-\vartheta(t-s)} e_x(s) ds. \end{aligned}$$

其中: $\eta(t) = \text{col}\{e_x(t), \delta(t), \gamma(t)\}$, $\Gamma = \sum_{k=0}^1 (hr_k + q_k)$, $\bar{F} = [F_c \quad -F_\delta \quad -F_\gamma]$. 采用舒尔补引理^[19], 可得到 $\dot{V} + 2\alpha V \leq 0$ 等价于 $\Omega \leq 0$. Ω 是由以下元素组成的对称矩阵:

$$\begin{aligned} \Omega_{11} = & A_c X + X A_c^T + 2\alpha X + X^T W X, \\ \Omega_{12} = & -A_\delta M X, \quad \Omega_{13} = -A_\gamma X, \\ \Omega_{14} = & -A_k X, \quad \Omega_{15} = h^{\frac{1}{2}} X^T F_c^T, \\ \Omega_{22} = & -4A_1 \cdot m_1, \quad \Omega_{25} = -h^{\frac{1}{2}} X^T M^T F_\delta^T, \\ \Omega_{33} = & -A_2 \cdot m_2, \quad \Omega_{35} = -h^{\frac{1}{2}} X^T F_\gamma^T, \\ \Omega_{44} = & -\frac{2(\vartheta - \alpha)}{\vartheta} X^T W X, \quad \Omega_{55} = -\Gamma^{-1}. \end{aligned}$$

其中: $A_1 = X^T M^T R M X, A_2 = X^T Q X$. \square

4 粒子群算法辅助寻优

在第3节中, 定理2的求解依赖于预先选择的衰减速率 α , 滑模面增益 c_1, c_2 , 人工时滞 h . 一个性能良好的系统, 往往具有较大的衰减速率、较低的控制代价和相对于高频噪声的鲁棒性 (h 越大, 抑制高频测量噪声的能力越强; h 越小, 抑制高频测量的能力越弱). 分别对应以下3个目标函数.

- 1) 系统衰减速率: $f_1(\alpha) = \frac{1}{\alpha^2}$;
- 2) 控制代价: $f_2(c_1, c_2) = c_1 + c_2$;
- 3) 抑制高频测量噪声的能力: $f_3(h) = \frac{1}{h^2}$.

在约束(16)成立的情况下, 将上述3个优化指标转化为统一的目标函数, 有

$$\begin{aligned} \min f(\alpha, c_1, c_2, h) = & \\ \rho_1 f_1(\alpha) + \rho_2 f_2(c_1, c_2) + \rho_3 f_3(h). & \quad (17) \end{aligned}$$

约束条件为 LMIs (16). 其中: ρ_i 为权重系数, 满足 $\rho_i > 0, \rho_1 + \rho_2 + \rho_3 = 1$.

注3 式(17)中的权重系数的选择与期望的性

能指标有关: 权重系数 ρ_1 对应衰减速率, 权重系数 ρ_2 对应控制代价, 权重系数 ρ_3 对应抑制高频测量噪声的能力. 权重系数的大小对应相应性能指标在优化过程中的占比.

定理2中的优化参数 β 、 h 选取不当, 会导致LMIs的可解性降低. 粒子群优化算法是一种启发式全局优化技术, 一种基于群智能的演化计算方法, 其源于鸟群群体运动行为的研究. 群体中的每个微粒代表待解决问题的一个候选解, 算法通过粒子间信息素的交互作用发现复杂搜索空间中的最优区域^[20]. 相比于遗传算法, 粒子群优化算法搜索速度快、计算复杂度更低. 在仿真过程中利用粒子群优化算法来处理多目标非线性优化问题(17), 从而确定滑模观测器设计参数(α 、 c_1 、 c_2 、 h)的最优组合.

5 仿真分析

为了验证所提出算法的有效性, 考虑单输入-单输出二阶微分方程, 有

$$LC \frac{d^2 u_o}{dt^2} + RC \frac{du_o}{dt} + u_o(t) = u_i(t) + d(t).$$

转换为如下状态空间形式:

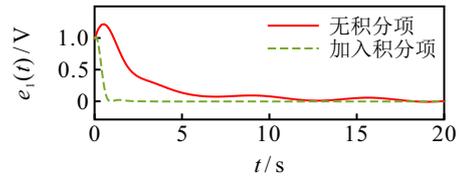
$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B(u(t) + d(t)), \\ y(t) = Hx(t). \end{cases}$$

其中: $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $H = [1 \ 0]$, 选取外部扰动为 $d = 0.06 \sin(t)$. 带记忆滑模观测器结构如式(3)所示, 观测器中的 h 、 c_k 、 α 的值需要通过粒子群算法进行确定.

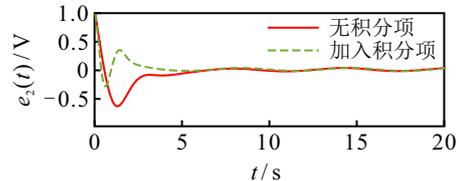
设置粒子群的最大迭代次数为50代, 变量的上下限分别为 $[1, 1, 1, 1]$ 、 $[0.1, 0.1, 0.0001, 0.01]$, 选择惯性因子 $\omega = 5$, 单个粒子的学习因子、社会学习因子分别为 $\tau_1 = \tau_2 = 2$. 通过粒子群算法迭代得到: $c_1 = 0.46$ 、 $c_2 = 0.1$ 、 $h = 1$ 、 $\alpha = 0.22$. 分别将滑模面增益、时滞、衰减速率代入LMIs, 求解LMIs得到观测器增益为: $l_1 = -0.3816$, $l_2 = 0.4447$, $K_1 = \begin{bmatrix} -637.1 & -97.9 \\ -99.0 & -51.3 \end{bmatrix}$.

在图1~图3中, e_1 、 e_2 分别为二阶系统的2个状态变量与观测器的2个状态变量间的差值, 由图1可见, 观测误差 e_1 与 e_2 在带记忆输出(11)注入的作用下可在较短时间内收敛至0. 此外, 通过比较无积分项加入与加入积分项可以看出, 积分项的存在可进一步消除静差, 系统响应速度更快.

由图2可见: 在测量信号 $y(t)$ 中加入高频噪声 $n(t) = 0.5 \cos(500t)$ 后, 观测误差 e_1 中测量噪声的幅值为0.002, 抑制效果明显; 而在观测误差 e_2 中噪声的幅值接近 e_1 的3倍, 原因在于测量噪声在进行一次微

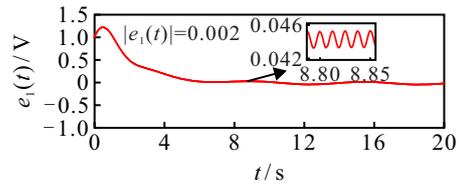


(a) 观测误差 $e_1(t)$

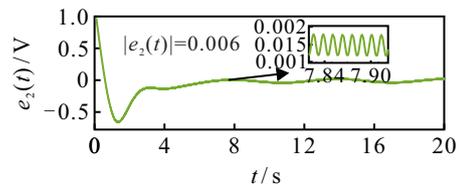


(b) 观测误差的一阶微分 $e_2(t)$

图1 观测误差



(a) 观测误差 $e_1(t)$



(b) 观测误差的一阶微分 $e_2(t)$

图2 观测误差(存在测量噪声)

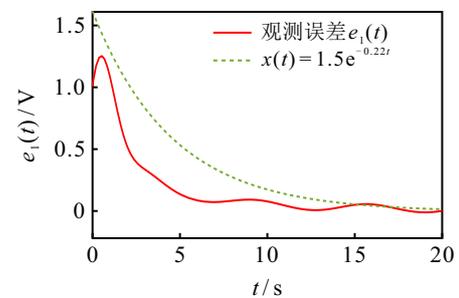


图3 指数衰减速率对比

分后幅值被放大, 但是幅值仍然处于较低水平, 结果表明所提出观测器对高频测量噪声具有较为显著的抑制作用.

图3为系统误差 e_1 与常值指数衰减函数 $x(t) = 1.5e^{-0.22t}$ 对比. 由图3可见, 在带记忆输出反馈控制策略作用下, 系统误差在存在外部扰动情况下以期望指数形式快速收敛.

6 结论

本文研究了一类不确定二阶线性系统的滑模观测问题. 首先, 为实现对系统状态的鲁棒确切观测, 提出了一种带记忆输出反馈滑模观测器, 滑模面的构成是基于系统的当前输出以及过去输出的信息, 并在观测器中引入了滑模切换项来抑制系统外部扰动以及

不确定性;然后,利用Lyapunov理论验证了误差系统的指数稳定性,并通过粒子群算法对设计参数进行辅助寻优,实现了对系统状态准确跟踪.所提出观测器无需额外的滤波器、微分器,同时将时滞作为设计参数,观测器参数整定更为灵活.仿真结果表明,带记忆输出反馈滑模观测器可在较短时间内跟踪系统状态,同时对高频测量噪声具有明显的抑制作用.

参考文献(References)

- [1] Luenberger D. An introduction to observers[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1971, 16(6): 596-602.
- [2] 周兰, 姜福喜, 潘昌忠, 等. 基于降阶扩张状态观测器的重复控制系统设计[J]. 控制与决策, 2022, 37(4): 933-943.
(Zhou L, Jiang F X, Pan C Z, et al. A method of designing a reduced-order-extended-observer-based repetitive-control system[J]. Control and Decision, 2022, 37(4): 933-943.)
- [3] 李繁飙, 黄培铭, 阳春华, 等. 基于非线性干扰观测器的飞机全电刹车系统滑模控制设计[J]. 自动化学报, 2021, 47(11): 2557-2569.
(Li F B, Huang P M, Yang C H, et al. Sliding mode control design of aircraft electric brake system based on nonlinear disturbance observer[J]. Acta Automatica Sinica, 2021, 47(11): 2557-2569.)
- [4] 刘蕾, 闫晓峰, 韩存武, 等. 基于PI观测器的奇异摄动系统故障诊断和最优容错控制[J]. 控制与决策, 2016, 31(10): 1867-1872.
(Liu L, Yan X F, Han C W, et al. Fault diagnosis and optimal fault-tolerance control of singularly perturbed system based on PI observer[J]. Control and Decision, 2016, 31(10): 1867-1872.)
- [5] Zhao D, Wang Z D, Chen Y, et al. Proportional-integral observer design for multidelayed sensor-saturated recurrent neural networks: A dynamic event-triggered protocol[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020, 50(11): 4619-4632.
- [6] Spurgeon S K. Sliding mode observers: A survey[J]. International Journal of Systems Science, 2008, 39(8): 751-764.
- [7] Slotine J J E, Hedrick J K, Misawa E A. On sliding observers for nonlinear systems[C]. American Control Conference. Seattle, 2009: 1794-1800.
- [8] Davila J, Fridman L, Levant A. Second-order sliding-mode observer for mechanical systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2005, 50(11): 1785-1789.
- [9] Fridman L, Shtessel Y, Edwards C, et al. Higher-order sliding-mode observer for state estimation and input reconstruction in nonlinear systems[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control: IFAC-Affiliated Journal, 2008, 18: 399-412.
- [10] Levant A. Filtering differentiators and observers[C]. The 15th International Workshop on Variable Structure Systems. Graz, 2018: 174-179.
- [11] 李繁飙, 杨皓月, 王鸿鑫, 等. 基于干扰估计的非对称运动下飞机刹车系统模型预测控制[J]. 自动化学报, 2022, 48(7): 1690-1703.
(Li F B, Yang H Y, Wang H X, et al. Model predictive control of aircraft braking system under asymmetric motion based on disturbance estimation[J]. Acta Automatica Sinica, 2022, 48(7): 1690-1703.)
- [12] 李习康, 许璟, 牛玉刚. 带记忆比例-积分-时滞输出滑模控制器设计[J]. 控制理论与应用, 2022, 39(12): 2254-2261.
(Li X K, Xu J, Niu Y G. Memory proportional-integral-retarded output sliding mode controller design[J]. Control Theory & Applications, 2022, 39(12): 2254-2261.)
- [13] Selivanov A, Fridman E. An improved time-delay implementation of derivative-dependent feedback[J]. Automatica, 2018, 98: 269-276.
- [14] Xu J, Fridman E, Fridman L, et al. Static sliding mode control of systems with arbitrary relative degree by using artificial delay[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2020, 65(12): 5464-5471.
- [15] Solomon O, Fridman E. New stability conditions for systems with distributed delays[J]. Automatica, 2013, 49(11): 3467-3475.
- [16] Melchor-Aguilar D, Kharitonov V, Lozano R. Stability conditions for integral delay systems[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2010, 20(1): 1-15.
- [17] Fridman E, Shaikhet L. Stabilization by using artificial delays: An LMI approach[J]. Automatica, 2017, 81: 429-437.
- [18] Li F B, Du C L, Yang C H, et al. Finite-time asynchronous sliding mode control for Markovian jump systems[J]. Automatica, 2019, 109: 108503.
- [19] Zhang F Z. The Schur complement and its applications[M]. New York: Springer Science & Business Media, 2006, 99-104.
- [20] Marini F, Walczak B. Particle swarm optimization: A tutorial[J]. Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems, 2015, 149: 153-165.

作者简介

李习康(1998—), 男, 硕士生, 从事无人机滑模控制技术的研究, E-mail: xikang174ecust@163.com;

许璟(1990—), 女, 副教授, 博士, 从事高阶滑模观测与控制、无人机系统建模与控制、智能优化算法、人工智能等研究, E-mail: jingxu@ecust.edu.cn;

牛玉刚(1964—), 男, 教授, 博士生导师, 从事随机控制系统、滑模控制、无线传感网络、智能电网等研究, E-mail: acniuyg@ecust.edu.cn;

贾廷纲(1973—), 男, 教授级高级工程师, 博士, 从事智能控制、网络化控制等研究, E-mail: tgjia@163.com.