



中国科技期刊卓越行动计划项目入选期刊

# 控制与决策

CONTROL AND DECISION



## 融合稀疏自表示和残差驱动的自适应模糊C均值聚类

宋燕, 李元昊, 李明

引用本文:

宋燕,李元昊,李明. 融合稀疏自表示和残差驱动的自适应模糊C均值聚类[J]. *控制与决策*, 2024, 39(4): 1333–1341.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.1386>

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 基于混合邻域约束项的改进FCM算法

Mixed neighborhood constraints based fuzzy C-means algorithm

控制与决策. 2021, 36(6): 1457–1464 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1321>

#### 基于混合模型驱动的红外与可见光图像融合

Infrared and visible image fusion based on hybrid model driving

控制与决策. 2021, 36(9): 2143–2151 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1749>

#### 高超声速飞行器间歇故障改进自适应容错控制

Improved adaptive fault-tolerant control of intermittent faults in hypersonic flight vehicle

控制与决策. 2021, 36(11): 2627–2636 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0483>

#### 基于边缘峰度度量的特征缩减模糊聚类算法

Feature-reduction fuzzy clustering algorithm based on marginal kurtosis measure

控制与决策. 2021, 36(11): 2665–2673 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0220>

#### 基于波段影像统计信息量加权K-means聚类的高光谱影像分类

Algorithm based on band statistical information weighted K-means for hyperspectral image classification

控制与决策. 2021, 36(5): 1119–1126 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1516>

# 融合稀疏自表示和残差驱动的自适应模糊 $C$ 均值聚类

宋燕<sup>†</sup>, 李元昊, 李明

(上海理工大学控制工程系, 上海 200093)

**摘要:** 提出一种融合稀疏自表示和残差驱动的自适应模糊  $C$  均值聚类算法 ( $R^2$ AFCM). 该算法的优点主要体现在以下两个方面: 1) 利用稀疏自表示技术求解样本数据的字典矩阵, 并将其表征的全局信息考虑到目标函数中, 充分考虑数据分布特点, 改进传统模糊  $C$  均值聚类算法重点关注局部信息的不足; 2) 在目标函数中引入加权残差估计正则化项, 与自适应模糊聚类算法的正则化项相结合, 约束模型训练, 有效降低混合噪声对分割结果的影响. 在磁共振成像、VOC 2012 数据集以及自然图像上进行对比实验, 结果表明, 所提出的聚类算法在添加了 20% 椒盐噪声和均值为 0.4、方差为 0.01 的高斯噪声, 以及 50% 椒盐噪声和均值为 0、方差为 0.1 的混合噪声下与其他算法相比, 具有更高的分割精度和更强的鲁棒性.

**关键词:** 图像分割; 自适应模糊聚类; 混合噪声; 稀疏自表示; 加权残差估计

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2022.1386

引用格式: 宋燕, 李元昊, 李明. 融合稀疏自表示和残差驱动的自适应模糊  $C$  均值聚类[J]. 控制与决策, 2024, 39(4): 1333-1341.

## Sparse self-representation incorporated and residual driven adaptive fuzzy $C$ -means clustering

SONG Yan<sup>†</sup>, LI Yuan-hao, LI Ming

(Department of Control Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

**Abstract:** This paper proposes an adaptive fuzzy  $C$ -means clustering algorithm that combines sparse self-representation and residual drive ( $R^2$ AFCM). The advantages of this algorithm are mainly reflected in the following two aspects: 1) Using sparse self-representation technology to solve the dictionary matrix of sample data, and taking the global information represented by it into the objective function, fully considering the data distribution characteristics, the lack of the traditional fuzzy  $C$ -means clustering algorithm focusing on local information is improved. 2) The weighted residual estimation regularization term is introduced in the objective function, combined with the regularization term of the adaptive fuzzy clustering algorithm, which constrains the model training, and effectively reduces the influence of mixed noise on the segmentation results. Finally, comparative experiments are carried out on magnetic resonance imaging, VOC 2012 dataset and natural images. The experimental results show that the proposed clustering algorithm adds 20% salt and pepper noise, with a mean value of 0.4 and a variance of Gaussian noise of 0.01, and 50% salt and pepper noise and mixed noise with mean value of 0 and variance of 0.1, it has higher segmentation accuracy and stronger robustness than other algorithms.

**Keywords:** image segmentation; adaptive fuzzy clustering; mixed noises; sparse self-representation; weighted residual estimation

## 0 引言

在数据挖掘中, 聚类算法能够根据样本与聚类中心间的距离等相似性规则使同一簇中的样本尽可能相似, 而不同簇的样本尽可能相异. 聚类算法作为无监督学习中模式识别和机器学习的主要技术之一, 已

经被广泛应用于数据挖掘<sup>[1-2]</sup>、图像处理<sup>[3-4]</sup>以及模式识别<sup>[5-6]</sup>等领域. 聚类算法依据样本与聚类中心的隶属度被区分为硬聚类和软聚类, 目前来说, 最广泛应用的聚类算法是属于硬聚类中的  $k$ -means<sup>[7]</sup> 算法. 虽然硬聚类算法被广泛使用, 但由于样本的隶属度限制

收稿日期: 2022-08-02; 录用日期: 2022-12-30.

基金项目: 国家自然科学基金项目(62073223); 上海市自然科学基金项目(22ZR1443400); 航天飞行动力学技术国防科技重点实验室开放课题项目(6142210200304).

责任编委: 阳春华.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: sonya@usst.edu.cn.

\*本文附带电子附录文件, 可登录本刊官网该文“资源附件”区自行下载阅览.

为0或1,当不同簇之间存在模糊边界时,硬聚类算法具有较差的适应性.

为了提高聚类算法应对模糊边界的能力,Zadeh<sup>[8]</sup>提出了模糊集,并引入用隶属度函数描述的部分隶属的概念.随后,模糊集成功地在聚类中得到应用.在模糊聚类中,最著名和最常用的聚类算法是Bezdek等<sup>[9]</sup>提出的模糊 $C$ 均值(fuzzy  $C$ -means, FCM).此后,出现了越来越多模糊 $C$ 均值的变体,如Miyamoto等<sup>[10]</sup>引入最大熵聚类的扩展,Izakian等<sup>[11]</sup>提出一种用于时空数据聚类的FCM变体等.但是,目前大部分模糊聚类算法都需预先给定聚类数 $C$ .近年来,对聚类数 $C$ 自适应的模糊聚类算法已得到深入的研究<sup>[12-14]</sup>,例如使用独立于聚类算法的有效性指标寻找到适合的聚类数具备可行性,如划分系数(partition coefficient, PC)<sup>[15]</sup>、划分熵(partition entropy, PE)<sup>[16]</sup>以及模糊超体积(fuzzy hypervolume, HV)<sup>[17]</sup>.在现实生活中,噪声往往难以避免,传统的FCM聚类算法虽然借助有效性指标能够在以一定的计算成本为代价的情况下得到聚类数,但是因为噪声中的离群点参与进聚类过程中,其聚类效果往往大打折扣.尤其突出的是,FCM聚类算法应用在图像分割时,噪声对聚类效果的影响较为明显与直观.为了减少图像采集或者传输过程中的混合或未知噪声带来的影响,引入核距离(函数)代替欧氏距离是主要的改进方式.尽管此种方式一定程度上提高了FCM的鲁棒性,但随之而来的是聚类过程中较大的计算成本.为了平衡聚类算法的有效性 with 效率,相关文献通过引入数学技术对FCM进行改进,比如Kullback-Leibler散度<sup>[18]</sup>和灰度直方图<sup>[19]</sup>.但是,FCM聚类算法在聚类的过程中侧重于样本与聚类中心之间的关系,没有将样本与样本之间的分布关系考虑其中.

为考虑样本之间的分布关系,将局部空间和灰度信息与FCM聚类算法结合,Krinidis等<sup>[20]</sup>提出一种新的模糊局部信息FCM方法.随着内核技术的兴起,Zhao等<sup>[21]</sup>为提高聚类性能,提出带空间约束的内核版本.根据上述分析以及存在的问题,本文提出一种基于改进的自适应模糊 $C$ 均值聚类的图像分割算法(sparse self-representation incorporated and weighted residual driven adaptive FCM,  $R^2$ AFCM),在引入簇与隶属度系数相关的正则化项的鲁棒学习模糊聚类的基础上,通过引入残差正则化项估计噪声,降低噪声对聚类效果的影响,并且加入稀疏自表示使空间信息参与与聚类过程中,同时考虑局部信息,采用邻居信息将其变为升级版.本文的主要工作如下:

1) 引入有关混合噪声分布的正则化项以及空间

信息.对残差进行精确的估计能够极大地提高FCM的鲁棒性,利用样本像素周围的窗口考虑邻域信息,可以使产生的残差估计更加值得信赖.

2)  $R^2$ AFCM聚类算法在鲁棒学习模糊聚类框架的基础上引入稀疏自表示,不仅将样本空间的全局结构反映在目标函数中,还能反映出基本物理性质.

3) 在核磁共振图像、VOC 2012数据集以及自然图像上进行对比实验,以对提出的 $R^2$ AFCM算法的有效性进行验证,结果显示, $R^2$ AFCM不仅能够自动找到最佳聚类数,而且比其他模糊聚类方法更具鲁棒性.

## 1 相关工作

FCM聚类算法需事先设定聚类数与隶属度系数等参数.通常情况下,聚类数等参数无法先验得到.若想得到较好的聚类效果,需通过评价指标花费较大的实验成本确定聚类数.在已有FCM聚类算法及其变体中,Rodriguez等<sup>[13]</sup>提出了快速搜索聚类C-FS,该算法采用相似度矩阵寻找密度峰值,通过设置截止距离 $d_c$ 和决策窗口实现自动确定聚类数.在上述文献中,截止距离 $d_c$ 作为参数之一,导致聚类结果严重依赖于参数 $d_c$ .

当数据在传输等过程中产生噪声和异常值时,大多数聚类算法对噪声的鲁棒性研究主要是考虑在聚类前后去除噪声,但是它们缺少对噪声进行准确估计并应用于聚类算法中的考虑.Zhang等<sup>[22]</sup>通过揭示残差的稀疏性来改进FCM,即当存在于数据中的异常值较小或为零时,使用 $l_0$ 范数正则化表征残差的稀疏性,从而形成偏差稀疏FCM.本质上来说,这种估计只适用于仅有稀疏的脉冲噪声存在.因此,它无法实现不同噪声存在下的高精度残差估计.

目前为止,模糊聚类及其变体已经有了丰富的研究成果.但许多模糊聚类算法缺少全局信息的考虑,只描述大小、位置等基本特征,没有揭示样本与样本集之间的相关性,对样本空间分布复杂的数据集无法进行处理,例如不均匀分布.稀疏表示(self-representation, SR)<sup>[23]</sup>方法将样本作为字典中基本原子的线性组合,在挖掘数据集的全局信息上有所建树.尽管样本空间结构不可预测,但稀疏表示能通过挖掘样本间的关联性,反映样本空间的全局结构.

尽管上述方法在增强鲁棒性、零初始化以及全局结构等方面已经有了相当的研究,但这些研究成果大多只考虑了一种或者两种情况.基于此,本文综合考虑上述3种情况对模糊聚类的影响,具体地,在鲁棒学习模糊聚类算法的基础上引入残差驱动正则化

项以及稀疏自表示,综合考虑鲁棒学习FCM聚类算法在无需参数设置的聚类过程中会面临噪声干扰以及边界模糊所带来的问题。

## 2 模型构建与算法设计

为了更好地应对混合噪声与样本空间的复杂性对模糊聚类算法带来的挑战,本文提出一种融合了稀疏自表示与残差驱动正则化的自适应FCM算法,并对时间复杂度进行逐一分析。

### 2.1 模糊C均值(FCM)

假设具有  $N$  个样本的数据集  $\mathbf{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ , FCM聚类算法<sup>[9]</sup>构建的目标函数如下所示:

$$J(\mathbf{U}, \mathbf{V}) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^C u_{ij}^m \|x_i - v_j\|^2; \tag{1}$$

$$\text{s.t. } \sum_{j=1}^C u_{ij} = 1.$$

其中:  $x_i \in \mathbf{R}$  表示集合中第  $i$  个样本;  $N$  与  $C$  分别表示样本个数与聚类中心数;  $\mathbf{V} = \{v_1, v_2, \dots, v_j\} (j \in \{1, 2, \dots, C\})$  表示  $\mathbf{X}$  的聚类中心,  $v_j$  表示第  $j$  个聚类中心;  $\mathbf{U} = [u_{ij}]_{N \times C} (i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, C)$  表示隶属度矩阵,  $u_{ij}$  表示第  $i$  个样本与第  $j$  个聚类中心的隶属度;  $m$  表示隶属度系数,通常取  $m \geq 1$ . 构造拉格朗日公式,利用交替更新公式得到如下更新公式:

$$\begin{cases} u_{ij} = \left[ \sum_{t=1}^C \left( \frac{\|x_i - v_j\|_2^2}{\|x_i - v_t\|_2^2} \right)^{\frac{1}{m-1}} \right]^{-1}, \\ v_j = \sum_{i=1}^N u_{ij}^m x_i / \sum_{i=1}^N u_{ij}^m. \end{cases} \tag{2}$$

### 2.2 稀疏自表示

Aharon等<sup>[23]</sup>提出稀疏表示(sparse representation, SR)的基本模型为

$$\begin{aligned} \min_{\tilde{\mathbf{z}}} \|\tilde{\mathbf{z}}\|_0; \\ \text{s.t. } \tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{D}\tilde{\mathbf{z}}. \end{aligned} \tag{3}$$

其中:  $\tilde{\mathbf{x}}$  表示具有  $l$  维度的样本向量,  $\mathbf{D}$  表示  $\tilde{\mathbf{x}}$  的大小为  $l \times r (l \ll r)$  的矩阵(也称为词典),  $\tilde{\mathbf{z}}$  表示  $\tilde{\mathbf{x}}$  的SR系数向量,  $\|\cdot\|_0$  表示“ $\cdot$ ”的  $l_0$  范数. 在使用SR模型时,需要花费大量时间来寻找字典  $\mathbf{D}$ , 为此,将数据集本身作为字典,生成稀疏自表示(SSR)模型,本文也运用该模型来研究数据集局部以及全局信息。

与式(3)相似,稀疏自表示的简单模型如下:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{Z}} \|\mathbf{Z}\|_1 + \lambda \|\mathbf{X} - \mathbf{X}\mathbf{Z}\|_F^2; \\ \text{s.t. } \text{diag}(\mathbf{Z}) = 0. \end{aligned} \tag{4}$$

其中:  $\mathbf{X}$  代表数据集,  $\mathbf{Z}$  为  $\mathbf{X}$  的稀疏自表示系数矩阵,  $\|\cdot\|_1$  和  $\|\cdot\|_F$  代表  $l_1$  范数和 Frobenius 范数,  $\lambda$  代表平衡参数. 约束  $\text{diag}(\mathbf{Z}) = 0$  保证存在特殊解,排除

解是单位矩阵的特殊情况。

由于式(4)是一个有约束的最小化问题,其中矩阵  $\mathbf{Z}$  既是输出,又是决定变量,采用交替方向法求解. 按照此方法,通过引入辅助矩阵  $\mathbf{M}$ ,可由式(4)得到如下最小化问题:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{M}, \mathbf{Z}} \|\mathbf{M}\|_1 + \lambda \|\mathbf{X} - \mathbf{X}\mathbf{Z}\|_F^2; \\ \text{s.t. } \mathbf{Z} = \mathbf{H}, \text{diag}(\mathbf{H}) = 0. \end{aligned} \tag{5}$$

### 2.3 R<sup>2</sup>AFCM算法流程

为解决参数初始化的问题, Yang等<sup>[24]</sup>提出鲁棒学习FCM聚类算法(robust-learning fuzzy C-means, RLFCM),通过引入簇与隶属度系数相关的正则化项使其无需通过大量实验设定参数以获得较好聚类效果. 在现实世界中,噪声通常由多种噪声混合而成. 因为混合噪声难以在数学上建模,单一噪声估计的正则化项变得不适用. 为应对噪声对FCM聚类算法带来的负面影响, Wang等<sup>[25]</sup>提出残差驱动FCM聚类算法(weighted residual-driven fuzzy C-means, WRFCM),以降低噪声对FCM聚类的影响,通过在传统FCM的基础上引入残差正则化项,以抑制噪声对FCM聚类算法的影响,提高FCM对噪声的鲁棒性. 现有模糊聚类方法只使用一组样本如位置、灰度等基本特征. 基本特征只代表样本本身,不能反映样本在样本空间中的作用. 为了解决FCM在边界模糊上的困难, Gu等<sup>[26]</sup>提出基于稀疏自表示的FCM聚类算法(sparse self-representation fuzzy C-means, SSR\_FCM),通过同时聚类两种类型的特征以减少模糊边界所带来的影响。

基于上述考虑,本文将残差驱动正则化项与稀疏自表示引入自适应FCM聚类算法,提出用于图像分割的改进算法. 详细目标函数如下:

$$\begin{aligned} J_1(\mathbf{U}, \mathbf{V}, \tilde{\mathbf{V}}, \mathbf{R}, \mathbf{W}, \alpha) = & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^C u_{ij} (\|x_i - r_i - v_j\|^2 + r_1 \|z_i - \tilde{v}_i\|^2) + \\ & \sum_{l=1}^L \beta_l \sum_{i=1}^N |w_{il} r_{il}|^2 - r_2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^C u_{ij} \ln \alpha_j + \\ & r_3 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^C u_{ij} \ln u_{ij} - r_4 N \sum_{j=1}^C \alpha_j \ln \alpha_j. \\ \text{s.t. } & \sum_{j=1}^C u_{ij} = 1, \forall i \in \{1, 2, \dots, N\}; \\ & \sum_{j=1}^C \alpha_j = 1. \end{aligned} \tag{6}$$

其中:  $r_1, r_2, r_3 \geq 0$ ; 数据集  $\mathbf{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_i\} (i \in \{1, 2, \dots, N\})$  具有  $N$  个样本,  $x_i$  为第  $i$  个样本;  $\mathbf{Z}$  为

$\mathbf{X}$ 的稀疏自表示系数矩阵;  $\mathbf{V} = \{v_1, v_2, \dots, v_j\} (j \in \{1, 2, \dots, C\})$ 为 $\mathbf{X}$ 的聚类中心,  $v_j$ 代表第 $j$ 个聚类中心;  $\tilde{\mathbf{V}} = \{\tilde{v}_1, \tilde{v}_2, \dots, \tilde{v}_i\} (i \in \{1, 2, \dots, N\})$ 为 $\mathbf{Z}$ 的聚类中心,  $\tilde{v}_i$ 代表第 $i$ 个聚类中心;  $\mathbf{U} = [u_{ij}]_{N \times C} (i \in \{1, 2, \dots, N\}, j \in \{1, 2, \dots, C\})$ 为隶属度矩阵;  $\beta = \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_l\} (l \in \{1, 2, \dots, L\})$ 为正则化项的超参数;  $\mathbf{R} = \{R_1, R_2, \dots, R_l\}$ 为残差矩阵,  $R_l = (r_{1l}, r_{2l}, \dots, r_{il})^T (i \in \{1, 2, \dots, N\}, l \in \{1, 2, \dots, L\})$ 表示 $R$ 有 $L$ 个通道, 每个通道包含 $N$ 个像素;  $\mathbf{W} = [w_{il}]_{N \times L} (l \in \{1, 2, \dots, L\})$ 为权重矩阵, 每个元素 $w_{il}$ 都分配给位置 $(i, l)$ , 由于与残差成反比, 通过 $w_{il} = e^{-\xi r_{il}^2}$ 可以自动确定, 其中 $\xi$ 是控制下降率的正参数.

添加熵项  $\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^C u_{ij} \ln u_{ij}$ , 考虑最大熵聚类的概念并替换 $m$ , 使用超参数 $r$ 建立学习函数, 即  $r \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^C u_{ij} \ln u_{ij}$  来学习熵的正则化项对调整偏差的影响. 然后使用簇群混合比例  $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_C)$  表示某数据属于某簇群的概率, 即某簇群在所有样本中的占比, 约束条件为  $\sum_{j=1}^C \alpha_j = 1$ , 则  $-\ln \alpha_j$  表示为第 $j$ 个簇的数据点出现的信息, 因此熵项  $\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^C u_{ij} \ln \alpha_j$  表示为样本属于对应模糊隶属度的信息平均值. 此外, 本文借鉴Yang等<sup>[27]</sup>的思路, 通过熵项  $\alpha_j \sum_{j=1}^C \ln \alpha_j$  来表示样本属于相应集群的信息平均值. 综上, 通过概率混合比例的熵项反映相同簇的样本在样本集中的占比, 以及隶属度上概率出现的平均值来找到最佳聚类数.

若样本与相邻样本之间距离较小, 则可能属于同一簇, 因此考虑加入邻居信息. 将邻居信息引入式(6), 得到最终目标函数

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_2(\mathbf{U}, \mathbf{V}, \tilde{\mathbf{V}}, \mathbf{R}, \mathbf{W}, \alpha) = & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^C u_{ij} \left( \sum_{n \in \mathcal{N}_i} \frac{\|x_n - r_n - v_j\|^2}{1 + d_{ni}} + r_1 \|z_i - \tilde{v}_j\|^2 \right) + \\ & \sum_{l=1}^L \beta_l \sum_{i=1}^N \sum_{n \in \mathcal{N}_i} \frac{|w_{nl} r_{nl}|^2}{1 + d_{ni}} - r_2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^C u_{ij} \ln \alpha_j + \\ & r_3 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^C u_{ij} \ln u_{ij} - r_4 N \sum_{j=1}^C \alpha_j \ln \alpha_j. \\ \text{s.t. } & \sum_{j=1}^C u_{ij} = 1, \forall i \in \{1, 2, \dots, N\}; \\ & \sum_{j=1}^C \alpha_j = 1. \end{aligned} \quad (7)$$

为了求解带约束条件的最小化问题式(7), 利用拉格朗日乘子法可构造如下目标函数:

$$\begin{aligned} \tilde{J}(\mathbf{U}, \mathbf{V}, \tilde{\mathbf{V}}, \mathbf{R}, \mathbf{W}, \alpha, \lambda_1, \lambda_2) = & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^C u_{ij} \left( \sum_{n \in \mathcal{N}_i} \frac{\|x_n - r_n - v_j\|^2}{1 + d_{ni}} + r_1 \|z_i - \tilde{v}_j\|^2 \right) + \\ & \sum_{l=1}^L \beta_l \sum_{i=1}^N \sum_{n \in \mathcal{N}_i} \frac{|w_{nl} r_{nl}|^2}{1 + d_{ni}} - r_2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^C u_{ij} \ln \alpha_j + \\ & r_3 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^C u_{ij} \ln u_{ij} - r_4 N \sum_{j=1}^C \alpha_j \ln \alpha_j - \\ & \sum_{j=1}^C \lambda_1 \left( \sum_{j=1}^C u_{ij} - 1 \right) - \sum_{j=1}^C \lambda_2 \left( \sum_{j=1}^C \alpha_j - 1 \right). \end{aligned} \quad (8)$$

首先, 令  $\mathcal{W}_i = \sum_{n \in \mathcal{N}_i} \frac{\|x_n - r_n - v_j\|^2}{1 + d_{ni}}$ , 通过对式(8)中的拉格朗日函数取关于隶属度 $u_{ij}$ 的偏导数并设为0, 得到隶属度 $u_{ij}$ 的更新公式如下:

$$u_{ij} = \frac{\exp \left[ \frac{-(\mathcal{W}_i + r_1 \|z_i - \tilde{v}_j\|^2) + r_2 \ln \alpha_j}{r_3} \right]}{\sum_{k=1}^C \exp \left[ \frac{-(\mathcal{W}_k + r_1 \|z_i - \tilde{v}_k\|^2) + r_2 \ln \alpha_k}{r_3} \right]}. \quad (9)$$

其次, 分别对两个聚类中心以及残差取偏导并设为0, 可得如下更新方程:

$$v_j = \frac{\sum_{i=1}^N u_{ij} \sum_{n \in \mathcal{N}_i} \frac{|x_i - r_i|}{1 + d_{ni}}}{\sum_{i=1}^N u_{ij} \sum_{n \in \mathcal{N}_i} \frac{1}{1 + d_{ni}}}, \quad (10)$$

$$\tilde{v}_j = \frac{\sum_{i=1}^N u_{ij} z_i}{\sum_{i=1}^N u_{ij}}, \quad (11)$$

$$r_{il} = \frac{\sum_{i=1}^N u_{ij} \sum_{n \in \mathcal{N}_i} \frac{|x_i - v_j|}{1 + d_{ni}}}{\sum_{i=1}^N \sum_{n \in \mathcal{N}_i} \frac{u_{ij}}{1 + d_{ni}} + \sum_{n \in \mathcal{N}_i} \frac{\beta_l (w_{il})^2}{1 + d_{ni}}}. \quad (12)$$

同样地, 对式(8)取关于 $\alpha_j$ 的偏导, 得到

$$\frac{\partial \tilde{J}}{\partial \alpha_j} = -r_2 \sum_{i=1}^N \frac{u_{ij}}{\alpha_j} - r_4 N (\ln \alpha_j + 1) - \lambda_2 = 0,$$

通过相乘 $\alpha_j$ , 可以得到

$$-r_2 \sum_{i=1}^N u_{ij} - r_4 N \alpha_j (\ln \alpha_j + 1) - \lambda_2 \alpha_j = 0. \quad (13)$$

继而

$$-r_2 \sum_{j=1}^C \sum_{i=1}^N u_{ij} - \sum_{j=1}^C N r_4 \alpha_j \ln \alpha_j -$$

$$\sum_{j=1}^C Nr_4 \alpha_j - \sum_{j=1}^C \lambda_2 \alpha_j = 0,$$

能得到

$$\lambda_2 = -Nr_2 - Nr_4 \sum_{j=1}^C \alpha_j \ln \alpha_j - Nr_4. \quad (14)$$

将式(14)代入(13),可以得到

$$\begin{aligned} & -r_2 \sum_{i=1}^N u_{ij} - Nr_4 \alpha_j (\ln \alpha_j + 1) + N\alpha_j r_2 + \\ & N\alpha_j r_4 \sum_{j=1}^C \alpha_j \ln \alpha_j + N\alpha_j r_4 = 0. \end{aligned}$$

因此,  $\alpha_j$  的更新公式为

$$\alpha_j'' = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_{ij} + \frac{r_4}{r_2} \alpha_j' \ln \alpha_j' - \frac{r_4}{r_2} \alpha_j' \sum_{j=1}^C \alpha_j' \ln \alpha_j'. \quad (15)$$

$\alpha_j''$  代表更新后的  $\alpha_j$ , 而  $\alpha_j'$  代表更新之前的  $\alpha_j$ .

不难看出在更新公式中混合比例之间存在竞争关系. 将样本个数作为初始聚类数, 即  $C^{(0)} = N$ , 且  $\alpha_j^{(0)} = 1/C = 1/N, j \in \{1, 2, \dots, C\}$ , 通过下式可以丢弃在聚类过程中满足  $\alpha_j'' < 1/n$  的不合理混合比例  $\alpha_j''$ , 从而找到最终聚类数  $C$ , 进而更新簇数  $C''$ :

$$\begin{aligned} & C'' = C' - |\{\alpha_j''\}|. \\ & \text{s.t. } \alpha_j'' < 1/N, j = 1, 2, \dots, C'. \end{aligned} \quad (16)$$

其中:  $|\{\cdot\}|$  表示集合的基数,  $C'$  表示更新之前的簇数,  $C''$  表示更新之后的簇数. 在簇数  $C$  更新之后, 剩余的混合比例  $\alpha_j^*$  和对应的  $u_{ij}^*$  需要进行重新归一化:

$$\alpha_j^* = \alpha_j^* / \sum_{t=1}^{C''} \alpha_t^*, \quad (17)$$

$$u_{ij}^* = u_{ij}^* / \sum_{t=1}^{C''} u_{it}^*. \quad (18)$$

式(17)与(18)保持约束条件  $\sum_{j=1}^{C''} \alpha_j^* = 1$  与  $\sum_{j=1}^{C''} u_{ij}^* = 1$  得到最佳集群数  $C^*$ .

$r_1$  作为平衡判别特征的参数, 只需设定为常数.

对于3个惩罚项  $\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^C u_{ij} \ln \alpha_j$ ,  $\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^C u_{ij} \ln u_{ij}$  以

及  $\sum_{j=1}^C \alpha_j \ln \alpha_j$  的3个学习参数  $r_2$ ,  $r_3$  和  $r_4$ , 考虑使用

随着迭代次数会下降的函数进行定义, 例如  $e^{-t}$ ,  $e^{-t/10}$ ,  $e^{-t/100}$ . 因为  $\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^C u_{ij} \ln \alpha_j$  对样本划分和混合比例有影响,  $r_2$  无需太快或太慢, 所以  $r_2$  定义为

$$r_2^{(t)} = e^{-\frac{t}{10}}. \quad (19)$$

另一方面, 由于  $\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^C u_{ij} \ln u_{ij}$  是隶属度  $u_{ij}$  的

熵, 对聚类结果有影响, 所以  $r_3$  应保持较大的值, 在迭代过程中不需要太大的变化. 从这个意义上说, 本文通过下式考虑  $r_3$  的下降学习率:

$$r_3^{(t)} = e^{-\frac{t}{100}}. \quad (20)$$

在算法稳定的时候, 为了避免  $\sum_{j=1}^C \alpha_j \ln \alpha_j$  干扰

$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^C u_{ij} \ln u_{ij}$ ,  $\sum_{j=1}^C \alpha_j \ln \alpha_j$  项在迭代开始时需要大

影响, 当算法稳定时则需要小影响.  $r_4$  是混合比例  $\alpha_j$  的控制尺度, 与混合比例  $|\alpha_j'' - \alpha_j'|$  的变化有关, 且  $r_4$  可以控制混合比例的竞争, 因此  $r_4$  定义为

$$r_4 = \frac{\sum_{j=1}^C \exp(-\eta N |\alpha_j'' - \alpha_j'|_{\text{abs}})}{C}. \quad (21)$$

其中:  $\eta = \min\{1, 2/d^{\lfloor d/2-1 \rfloor}\}$ ,  $[a]$  表示不超过  $a$  的最大整数. 如果  $|\alpha_j'' - \alpha_j'|$  较小, 则  $r_4$  将变大以增强其竞争力; 如果  $|\alpha_j'' - \alpha_j'|$  较大, 则  $r_3$  将变小以保持稳定. 另外, 高维数据的混合比例竞争需要较大的  $r_4$  值, 因此考虑  $\eta = \min\{1, 2/d^{\lfloor d/2-1 \rfloor}\}$  来调整  $r_4$ . 另外, 考虑

$\max_{1 \leq j \leq C} \alpha_j'' \leq 1$ , 由于  $\max_{1 \leq j \leq C} \alpha_j'' < \max_{1 \leq j \leq C} \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_{ij}\right) +$

$\frac{r_4}{r_2} \max_{1 \leq j \leq C} \alpha_j' \left(\ln \max_{1 \leq j \leq C} \alpha_j' - \sum_{t=1}^C \alpha_t' \ln \alpha_t'\right)$  且  $\max_{1 \leq j \leq C} \frac{1}{N} \times$

$\sum_{i=1}^N u_{ij} + \frac{r_4}{r_2} \max_{1 \leq j \leq C} \alpha_j' \left(\ln \max_{1 \leq j \leq C} \alpha_j' - \sum_{t=1}^C \alpha_t' \ln \alpha_t'\right) <$

$\max_{1 \leq j \leq C} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_{ij} - r_4 \max_{1 \leq j \leq C} \alpha_j' \sum_{t=1}^C \alpha_t' \ln \alpha_t'$ , 如果

$\max_{1 \leq j \leq C} \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_{ij}\right) - r_4 \max_{1 \leq j \leq C} \alpha_j' \sum_{t=1}^C \alpha_t' \ln \alpha_t' \leq 1$ ,

则限制将被保留并且遵循如下要求:

$$\begin{aligned} r_4 \leq & \frac{\left(1 - \max_{1 \leq j \leq C} \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_{ij}\right)\right)}{C} \\ & - \max_{1 \leq j \leq C} \alpha_j' \sum_{t=1}^C \alpha_t' \ln \alpha_t'. \end{aligned} \quad (22)$$

结合式(21)和(22)可以得到

$$\begin{aligned} r_4 = \min & \left( \frac{\sum_{j=1}^C \exp(-\eta N |\alpha_j'' - \alpha_j'|)}{C}, \right. \\ & \left. \frac{\left(1 - \max_{1 \leq j \leq C} \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_{ij}\right)\right)}{C} \right. \\ & \left. - \max_{1 \leq j \leq C} \alpha_j' \sum_{t=1}^C \alpha_t' \ln \alpha_t' \right). \end{aligned} \quad (23)$$

当簇数  $C$  稳定时,混合族群比例的竞争将停止,此时参数  $r_3$  可以设置为0. 在实验中,当迭代次数  $t$  足够大时,集群的数量  $C$  通常是稳定的.

#### 2.4 算法设计与时间复杂度分析

依据前文公式,融合的FCM聚类算法的过程如下所示.

##### 算法1 R<sup>2</sup>AFCM聚类算法.

输入: 图像  $\mathbf{X}$ , 初始化  $C^{(0)} = N, v_j^{(0)} = x_i, \alpha_j^{(0)} = \frac{1}{N}, w_i^{(0)} = 1, r_2^{(0)} = r_3^{(0)} = r_4^{(0)} = 1, t = 1$ , 收敛阈值  $\eta$ ;

输出: 隶属度矩阵  $\mathbf{U}$ , 聚类中心矩阵  $\mathbf{V}$ , 分割图像  $\hat{\mathbf{X}}$ .

1) 使用  $v_j^{(t-1)}, \alpha_j^{(t-1)}, C^{(t-1)}, r_2^{(t-1)}, r_3^{(t-1)}$ , 通过式(9)计算  $u_{ij}^{(t)}$ .

2) 根据更新公式(19)与(20)更新  $r_2^{(t)}$  与  $r_3^{(t)}$ .

3) 根据式(12)更新残差估计  $r_{il}^{(t)}$  以及残差权重  $w_i^{(t)}$ .

4) 通过式(15)使用  $\alpha_j^{(t-1)}, u_{ij}^{(t)}$  更新  $\alpha_j^{(t)}$ .

5) 使用  $\alpha_j^{(t-1)}$  与  $\alpha_j^{(t)}$  通过式(23)更新  $r_4^{(t)}$ .

6) 通过式(16)丢弃  $\alpha_j^{(t)} \leq 1/N$ , 将  $C^{(t-1)}$  更新至  $C^{(t)}$ , 并且分别通过式(17)与(18)对  $\alpha_j^{(t)}$  与  $u_{ij}^{(t)}$  进行正则化. 当  $t$  足够大并且簇数不再变化时, 令  $r_4^{(t)} = 0$ .

7) 使用  $u_{ij}^{(t)}$  与  $C^{(t)}$  通过式(10)更新集合  $\mathbf{X}$  的聚类中心  $v_j$ .

8) 使用  $u_{ij}^{(t)}$  通过式(11)更新集合  $\mathbf{Z}$  的聚类中心  $\tilde{v}_j$ .

9) 如果  $\max_{1 \leq j \leq C^{(t-1)}} \|v_j^{(t)} - v_j^{(t-1)}\| < \eta$ , 则停止; 否则,  $t = t + 1$ , 并且返回 step 2.

对融合的FCM聚类算法计算复杂度. 1) 更新隶属度矩阵所需的时间复杂度为  $O(N^2C^2)$ ; 2) 更新混合比例  $\alpha_j$  所需的时间复杂度为  $O(NC^2)$ ; 3) 更新集群中心  $v_j$  所需的时间复杂度为  $O(N^2C)$ ; 4) 更新稀疏自表示系数矩阵  $\mathbf{Z}$  的聚类中心  $\tilde{v}_j$  所需的时间复杂度为  $O(N^2C)$ ; 5) 更新残差估计  $r_i$  所需的时间复杂度为  $O(N^3C)$ . 因为大  $O$  的表示法(即  $O(\cdot)$ ) 只考虑函数增长率的上限, 所以改进的FCM聚类算法的总时间复杂度为  $O(N^3C)$ ,  $N$  是样本数,  $C$  是聚类的数量. 若样本具有  $d$  个维度, 则改进的FCM聚类算法的时间复杂度变为  $O(N^3Cd)$ .

改进的FCM聚类算法与FCM之间最大的区别是簇的初始数量  $C$ , 其中  $C$  在FCM中是先验的, 但在改进的FCM聚类算法中  $C$  从  $N$  减小到  $C_{\text{final}}$ ,  $N \gg C_{\text{final}}$ . 尽管改进的FCM聚类算法在迭代开始时使用样本数  $N$  作为簇数  $C$  (即  $C = N$ ), 但是因为  $\alpha_j \leq 1/C = 1/N$  的簇会在迭代过程中被丢弃, 使得经过

一些迭代后簇的数量  $C$  会迅速减少, 所以每次迭代的时间在多次迭代后会迅速减少.

### 3 实验结果与分析

为评估本文提出的R<sup>2</sup>AFCM聚类算法的性能, 此部分中提供了合成图像、医学图像和其他真实图像的数值实验. 为突出优势和改进, 本节将其与  $k$ -means、FCM、WRFCM、RLFCM和SSR\_FCM进行比较. 为了公平性, 所有实验都在配备英特尔(R)至强(R)4116 CPU (2.10 GHz) 和32.0 GB RAM的电脑上用Matlab实现, 并在每部分实验中设置消融实验以验证R<sup>2</sup>AFCM聚类算法的性能.

除本文所提的聚类算法外, 其余算法均需设置聚类数, 假设聚类数已知; 改进的FCM聚类算法和WRFCM算法需设置局部窗口大小, 设置为3; 模糊因子  $m$  在需要设置的算法中是相同的. 对于本文所提出的算法, 需要设置稀疏自表示相关项的系数, 在实验中,  $r_1$  设置为1.4; 根据文献[28-29],  $\xi$  设置为0.0008;  $\beta = \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_l\}$  ( $l \in \{1, 2, \dots, L\}$ ) 的设置为

$$\beta_l = \frac{\phi \cdot \delta_l}{100}, \quad \phi \in [5, 10]. \quad (24)$$

其中  $\delta_l$  是第  $l$  个通道的标准差, 当  $\phi$  设定的时候,  $\beta_l$  即被计算得出.

#### 3.1 评价指标

为定量评价聚类算法的性能, 本文采用4个评价指标, 分别为体积重叠误差 (volumetric overlap error, VOE)、像素准确率 (pixel accuracy, PA)、交并比 (intersection overUnion, IOU) 和相关体积误差 (representative volume element, RVE). VOE与RVE评估分割的错误率, 计算公式分别为

$$\text{VOE} = \frac{2 \cdot (R_{\text{seg}} - R_{\text{gt}})}{R_{\text{seg}} + R_{\text{gt}}}, \quad (25)$$

$$\text{RVE} = \frac{\text{abs}(|R_{\text{seg}}| - |R_{\text{gt}}|)}{|R_{\text{gt}}|}. \quad (26)$$

其中:  $R_{\text{seg}}$  表示分割后的图像,  $R_{\text{gt}}$  表示正确分割后的图像. VOE与RVE的分数越低代表分割效果越好. PA表示正确分割的像素数占总像素数的比例, 而IOU表示算法分割结果和真实值的交集与并集的比例, PA与IOU的计算方式分别为

$$\text{PA} = \frac{\text{TP} + \text{TN}}{\text{TP} + \text{TN} + \text{FP} + \text{FN}}, \quad (27)$$

$$\text{IOU} = \frac{\text{TP}}{\text{TP} + \text{FP} + \text{FN}}. \quad (28)$$

其中TP、FN、FP和TN是真阳性、假阴性、假阳性以及真阴性的数量. PA和IOU的分数越高代表算法的分

割性能越好.

### 3.2 磁共振成像(MRI)图像

本实验中采用  $225 \times 225$  的脑磁共振成像(MRI)的图像分割数据集,并添加20%的椒盐噪声,图1中分别显示原始图像、噪声图像与分割结果.如图1(c)所示, $k$ -means聚类算法没有有效去除噪声;图1(d)中,FCM聚类算法同样无法去除噪声,应被明显划分的区域没有被明显划分;图1(e)中有明显噪声,表明RLFCM聚类算法即使能寻找到合适簇但依旧受到

严重噪声干扰;图1(f)中较少的噪声表明WRFCM聚类算法有更强的抗干扰能力,但只有较明显部分被分割;在图1(g)中,由于稀疏自表示缺少对噪声的抗干扰能力,分割结果仍存在大量噪声;在图1(h)中,本文所提出的 $R^2$ AFCM算法因为结合了残差估计与稀疏自表示,不仅能够准确区分原始图像中的簇,还展现出良好的区域一致性.从表1可以看出, $R^2$ AFCM聚类算法在VOE以及RVE指标上明显优于其余聚类算法.表2显示了在该数据集上的消融实验的结果.

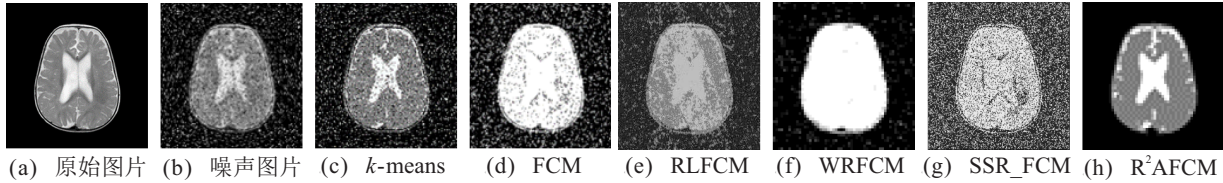


图1 不同算法在椒盐噪声MRI上的分割结果

表1 不同算法在椒盐噪声MRI上的评价指标

模型	$k$ -means	FCM	RLFCM	WRFCM	SSR_FCM	$R^2$ AFCM
VOE	0.0874	0.4168	0.2481	0.0781	0.4051	0.0398
PA	60.1065	78.3549	69.2510	57.3654	50.1195	45.5755
IOU	47.4064	65.0997	49.2017	97.9583	54.1832	56.7119
RVE	0.2646	0.9990	0.2088	0.7922	0.3724	0.0507

表2 椒盐噪声MRI上的消融实验

	VOE	PA	IOU	RVM
Baseline (RLFCM)	0.2481	69.2510	49.2017	0.2088
Baseline+Residual-driven	0.1435	53.7518	53.4677	0.1064
Baseline+SSR	0.2091	60.5377	51.0659	0.1795
$R^2$ AFCM	0.0398	45.5755	56.7119	0.0507

### 3.3 VOC 2012数据集

本实验中采用VOC 2012数据集中的图像分割数据集,并添加均值0.4、方差0.01的高斯噪声,图2

中分别显示了原始图像、噪声图像以及分割结果.图2(c)显示, $k$ -means聚类算法缺少对噪声的抗干扰能力;在图2(d)中,FCM聚类算法虽然有明显的边界划分,但噪声依旧存在;图2(e)中明显出现噪声对RLFCM图像分割的干扰;图2(f)中显示WRFCM聚类算法对噪声有较强的抗干扰能力,但缺少全局信息,没有精确地分割区域;图2(g)表示SSR\_FCM聚类算法因为缺少对噪声的抗干扰能力,结果中存在大量噪声;在图2(h)中,本文提出的 $R^2$ AFCM聚类算法结合残差估计与稀疏自表示,对噪声有一定抗干扰能力并在边界处有较明显的分割.表3中体现出,在添加高斯噪声后的VOC 2012图像分割数据集上, $R^2$ AFCM聚类算法在PA以及IOU指标上优于其他聚类算法.表4显示了在该数据集上的消融实验的结果.

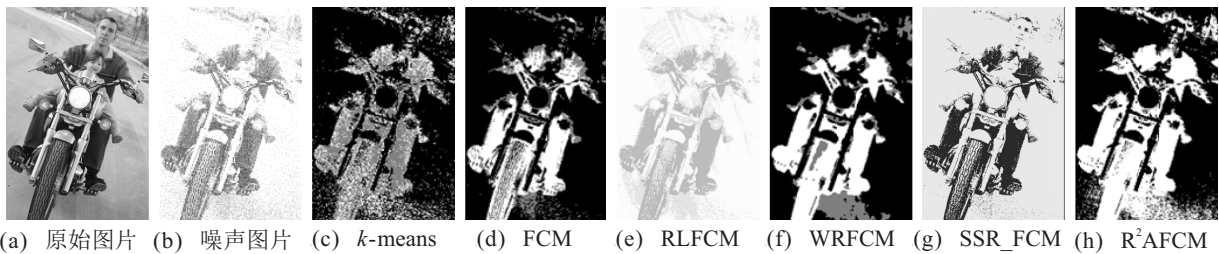


图2 不同算法在高斯噪声VOC 2012上的分割结果

表3 不同算法在高斯噪声VOC 2012上的评价指标

模型	$k$ -means	FCM	RLFCM	WRFCM	SSR_FCM	$R^2$ AFCM
VOE	0.3929	0.4124	0.4966	0.2885	0.3722	0.1313
PA	65.8986	61.1262	17.6495	67.4001	66.5649	82.7903
IOU	30.8271	45.8865	38.9775	53.9977	62.6753	59.5450
RVE	0.0835	0.0798	0.2304	0.0978	0.2847	0.4136

表4 高斯噪声VOC 2012上的消融实验

	VOE	PA	IOU	RVE
Baseline (RLFCM)	0.4966	17.6495	38.9775	0.2304
Baseline+Residual-driven	0.2683	60.5978	49.3267	0.3977
Baseline+SSR	0.3528	34.6574	41.5329	0.2654
$R^2$ AFCM	0.1313	82.7903	59.5450	0.4136

### 3.4 自然图像

为探究混合噪声情况下的分割效果,在自然图片上使用50%的椒盐噪声与均值为0、方差为0.1的高斯噪声所组成的混合噪声进行实验,在图3中分别显示原始图像、噪声图像以及分割结果.在图3(c)中, $k$ -means聚类算法在噪声图像上的分割结果显示依旧存在噪声,并且没有很好地划分边界;在图3(d)中,FCM聚类算法有更好的边界划分能力,但分割结果中依然存在噪声;图3(e)中有明显噪声,表明RLFCM聚类算法即使能找到合适簇但依旧受到噪声干扰;

在图3(f)中,WRFCM聚类算法虽然有一定的抗干扰能力,但是对混合噪声的抗干扰能力并不理想;在图3(g)中,虽然SSR\_FCM聚类算法引入全局信息,但混合噪声对图像的破坏极为严重,依靠全局信息无法进行图像分割;在图3(h)中, $R^2$ AFCM聚类算法因为精确估计残差并考虑全局信息,对比前3种聚类算法,该算法不仅将图像中的二类簇更好地区分,也有更加清晰的划分边界.表5中体现出在添加混合噪声后的自然数据集上, $R^2$ AFCM聚类算法在VOE、RVE以及IOU指标上优于其他聚类算法.表6显示了在该数据集上的消融实验的结果.

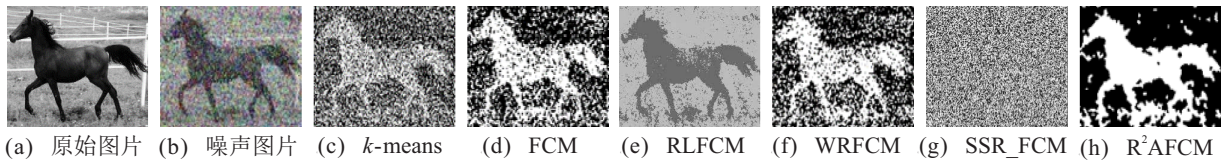


图3 不同算法在混合噪声自然图像上的分割结果

表5 不同算法在混合噪声自然图像上的评价指标

模型	$k$ -means	FCM	RLFCM	WRFCM	SSR_FCM	$R^2$ AFCM
VOE	0.4892	0.4918	0.7215	0.4955	0.8627	0.3284
PA	142.8081	131.4076	127.3877	131.6970	145.9615	103.6462
IOU	9.8057	9.5991	5.5767	9.6809	10.7633	10.8636
RVE	0.6478	0.6524	0.7037	0.6589	0.9016	0.3930

表6 混合噪声自然图像上的消融实验

	VOE	PA	IOU	RVE
baseline (RLFCM)	0.7215	127.3877	5.5767	0.7037
baseline+Residual-driven	0.4268	109.1689	8.9357	0.4326
baseline+SSR	0.6857	114.9568	6.3566	0.6857
$R^2$ AFCM	0.3284	103.6462	10.8636	0.3930

### 3.5 CMU-Cornell iCoseg dataset

为充分地评估 $R^2$ AFCM聚类算法的特性,选取CMU-Cornell iCoseg dataset数据集的5个子集,并添加50%的椒盐噪声与均值为0、方差为0.1的高斯噪声组成的混合噪声进行实验,5个子集分别为: 1) 002 Alaskan Brown Bear-Eukaryote museums Milwaukee Zoo 2006-cmlburnett; 2) 009 Stonehenge-Stongehenge-rjt208; 3) 017 Agra Taj Mahal-Taj Mahal-LeszekZadlo; 4) 020 Pyramids-Egypt-07-richardavis; 5) 048 Windmill-Wind Farm-John Alarcon. 在共57个样本中, $R^2$ AFCM聚类算法有46个样本的评价指标达到最优.例如,在数据集002 Alaskan Brown Bear-Eukaryote museums Milwaukee Zoo 2006-cmlburnett上, $R^2$ AFCM聚类算法在VOE指标上比RLFCM聚类算法提升约0.1;在009 Stonehenge-Stongehenge-rjt208上, $R^2$ AFCM聚类算法在PA指标上提升25;在017 Agra Taj Mahal-Taj Mahal-LeszekZadlo上, $R^2$ AFCM聚类算法在RVE指

标上提升0.4等.

## 4 结论

本文针对FCM依赖初始化、对噪声敏感以及缺少样本空间全局信息的问题,提出了改进的自适应FCM聚类算法,不仅能有效摆脱FCM对初始化的依赖,还能在聚类过程中降低噪声对聚类结果的干扰;当引入邻居信息升级到增强版本时,聚类结果与抗噪能力进一步提升.为摆脱FCM对初始化的依赖,通过考虑隶属度与簇群的混合比例,在目标函数中加入3个正则化项从而不再依赖初始化;引入稀疏自表示,考虑样本空间全局信息的影响,在聚类过程中同时考虑样本空间的全局信息与样本的邻居信息.实验结果表明,本文提出的 $R^2$ AFCM聚类算法不仅能很好地应对多种无需初始化的情况,并能有效降低残差对分割结果的影响.未来的工作将关注到更简洁、更快速、更准确的FCM聚类算法.

### 参考文献(References)

- [1] 陈玉明, 蔡国强, 卢俊文, 等. 一种邻域粒 $k$ 均值聚类方法[J]. 控制与决策, 2023, 38(3): 857-864. (Chen Y M, Cai G Q, Lu J W, et al. A neighborhood granular  $k$ -means clustering method[J]. Control and Decision, 2023, 38(3): 857-864.)
- [2] Song Y, Li M, Luo X, et al. Improved symmetric and nonnegative matrix factorization models for undirected, sparse and large-scaled networks: A triple factorization-based approach[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2020, 16(5): 3006-3017.
- [3] Dong Y Y, Song Y, Wei G L. Efficient model-predictive control for networked interval type-2 T-S fuzzy

- system with stochastic communication protocol[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2021, 29(2): 286-297.
- [4] 陈寿宏, 易木兰, 张雨璇, 等. 基于优化DBSCAN聚类算法的晶圆图预处理[J]. 控制与决策, 2021, 36(11): 2713-2721.  
(Chen S H, Yi M L, Zhang Y X, et al. Wafer map preprocessing based on optimized DBSCAN clustering algorithm[J]. Control and Decision, 2021, 36(11): 2713-2721.)
- [5] Li M, Song Y, Yang G S. Triple factorization-like symmetric and nonnegative latent factor models for undirected, sparse and large-scaled networks[C]. 2019 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics. Bari, 2019: 1726-1731.
- [6] 吴润秀, 尹士豪, 赵嘉, 等. 基于相对密度估计和多簇合并的密度峰值聚类算法[J]. 控制与决策, 2023, 38(4): 1047-1055.  
(Wu R X, Yin S H, Zhao J, et al. Density peaks clustering based on relative density estimating and multi cluster merging[J]. Control and Decision, 2023, 38(4): 1047-1055.)
- [7] MacQueen J. Some methods for classification and analysis of multivariate observations[J]. Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, 1967, 1(14): 281-297.
- [8] Zadeh L A. Fuzzy sets, fuzzy logic, and fuzzy systems: Selected papers by Lotfi A Zadeh[M]. Singapore: World Scientific, 1996: 394-432.
- [9] Bezdek J C, Ehrlich R, Full W. FCM: The fuzzy  $C$ -means clustering algorithm[J]. Computers & geosciences, 1984, 10(2/3): 191-203.
- [10] Miyamoto S, Umayahara K. Fuzzy clustering by quadratic regularization[C]. IEEE International Conference on Fuzzy Systems Proceedings. Piscataway: IEEE, 1998, 2: 1394-1399.
- [11] Izakian H, Pedrycz W, Jamal I. Clustering spatiotemporal data: An augmented fuzzy  $C$ -means[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2013, 21(5): 855-868.
- [12] Frigui H, Krishnapuram R. A robust competitive clustering algorithm with applications in computer vision[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1999, 21(5): 450-465.
- [13] Rodriguez A, Laio A. Clustering by fast search and find of density peaks[J]. Science, 2014, 344: 1492-1496.
- [14] Fazendeiro P, de Oliveira J V. Observer-biased fuzzy clustering[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2015, 23(1): 85-97.
- [15] Bezdek J C. Numerical taxonomy with fuzzy sets[J]. Journal of Mathematical Biology, 1974, 1(1): 57-71.
- [16] Bezdek J C. Cluster validity with fuzzy sets[J]. Journal of Cybernetics, 1973, 3(3): 58-73.
- [17] Gath I, Geva A B. Unsupervised optimal fuzzy clustering[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1989, 11(7): 773-780.
- [18] Wang C, Pedrycz W, Li Z W, et al. Kullback-Leibler divergence-based fuzzy  $C$ -means clustering incorporating morphological reconstruction and wavelet frames for image segmentation[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52(8): 7612-7623.
- [19] Lei T, Liu P, Jia X H, et al. Automatic fuzzy clustering framework for image segmentation[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2019, 28(9): 2078-2092.
- [20] Krinidis S, Chatzis V. A robust fuzzy local information  $C$ -means clustering algorithm[J]. IEEE Transactions on Image Processing: A Publication of the IEEE Signal Processing Society, 2010, 19(5): 1328-1337.
- [21] Zhao F, Jiao L C, Liu H Q. Kernel generalized fuzzy  $c$ -means clustering with spatial information for image segmentation[J]. Digital Signal Processing, 2013, 23(1): 184-199.
- [22] Zhang Y X, Bai X Z, Fan R R, et al. Deviation-sparse fuzzy  $C$ -means with neighbor information constraint[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2019, 27(1): 185-199.
- [23] Aharon M, Elad M, Bruckstein A. K-SVD: An algorithm for designing overcomplete dictionaries for sparse representation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(11): 4311-4322.
- [24] Yang M S, Nataliani Y. Robust-learning fuzzy  $C$ -means clustering algorithm with unknown number of clusters[J]. Pattern Recognition, 2017, 71: 45-59.
- [25] Wang C, Pedrycz W, Li Z W, et al. Residual-driven fuzzy  $C$ -means clustering for image segmentation[J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2020, 8(4): 876-889.
- [26] Gu J, Jiao L C, Yang S Y, et al. Fuzzy double  $C$ -means clustering based on sparse self-representation[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2018, 26(2): 612-626.
- [27] Yang M S, Lai C Y, Lin C Y. A robust EM clustering algorithm for Gaussian mixture models[J]. Pattern Recognition, 2012, 45(11): 3950-3961.
- [28] Bezdek J C. Pattern recognition with fuzzy objective function algorithms[M]. New York: Springer, 1981.
- [29] Ahmed M N, Yamany S M, Mohamed N, et al. A modified fuzzy  $C$ -means algorithm for bias field estimation and segmentation of MRI data[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2002, 21(3): 193-199.

## 作者简介

宋燕(1979—),女,教授,博士生导师,从事模式识别、数据分析和预测控制等研究, E-mail: sonya@usst.edu.cn;

李元昊(1998—),男,硕士生,从事数据挖掘的研究, E-mail: liyuanhao\_0128@163.com;

李明(1994—),男,博士生,从事数据分析、推荐系统等研究, E-mail: minglee2015@126.com.