考虑投资者心理特征的模糊投资组合优化模型

杨兴雨, 陈锦桂, 刘伟龙, 张永

引用本文:
杨兴雨,陈锦桂,刘伟龙,张永. 考虑投资者心理特征的模糊投资组合优化模型[J]. 控制与决策, 2024, 39(4): 1387-1395.

在线阅读 View online: https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.1540

控 制 与 决 策
Control and Decision

考虑投资者心理特征的模糊投资组合优化模型

杨兴雨†, 陈锦桂, 刘伟龙, 张 永

(广东工业大学 管理学院，广州 510520)

摘 要: 投资者在实际金融市场中的决策行为往往会受到主观心理认知的影响. 考虑参照依赖、敏感性递减和损失厌恶等影响投资决策的心理特征,研究模糊环境下的投资组合选择问题. 首先,假设资产的收益为梯形模糊数,依据前景理论中的价值函数,将组合收益转化为体现投资者心理特征的感知价值;然后,以感知价值的可能性均值最大化和可能性下半方差最小化为目标,建立考虑心理特征的模糊投资组合优化模型;接着,为了有效地求解模型,设计一个多种群遗传算法;最后,通过实例分析表明模型和算法的有效性. 结果表明,与传统的遗传算法相比,所设计的多种群遗传算法可更有效地求解模型,考虑心理特征的模糊投资组合优化模型能够提升投资者的满意程度,可为实际的投资活动提供决策支持.

关键词: 模糊投资组合；心理特征；前景理论；价值函数；感知价值；多种群遗传算法

中图分类号: F832.48 **文献标志码:** A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2022.1540

引用格式: 杨兴雨, 陈锦桂, 刘伟龙, 等. 考虑投资者心理特征的模糊投资组合优化模型 [J]. 控制与决策, 2024, 39(4): 1387-1395.

Fuzzy portfolio optimization model with investors’ psychological characteristics

YANG Xing-yu†, *CHEN Jin-gui*, *LIU Wei-long*, *ZHANG Yong*

(School of Management，Guangdong University of Technology，Guangzhou 510520，China)

Abstract: In real financial markets, investors are often affected by subjective psychological cognition when making decision. We study the portfolio selection problem in fuzzy environment by considering the psychological characteristics such as reference dependence, diminishing sensitivity and loss aversion that affect investment decisions. We assume that the assets’ returns are trapezoidal fuzzy numbers, and transform the portfolio return into perceived value that reflects investors’ psychological characteristics according to the value function in prospect theory. A fuzzy portfolio optimization model considering the psychological characteristics is established with the objectives of maximizing the possibilistic mean value and minimizing the lower possibilistic semi-variance of the perceived value. Furthermore, in order to solve the proposed model effectively, we design a multiple population genetic algorithm. Finally, we conduct numerical analysis to illustrate the effectiveness of the model and the algorithm. The results show that the multiple population genetic algorithm designed solves the proposed model more effectively than the traditional genetic algorithm, and the fuzzy portfolio optimization model considering the psychological characteristics improves investors’ satisfaction level, and thus can provide decision support for actual investment activities.

Keywords: fuzzy portfolio；psychological characteristics；prospect theory；value function；perceived value；multiple population genetic algorithm

0 引 言

在投资决策过程中,如何平衡收益与风险,将财富科学合理地配置于不同资产是投资组合的核心问题. Markowitz[1] 假设资产的收益为随机变量,使用均值和方差分别度量资产组合的收益和风险,提出了著名的均值-方差(MV)投资组合模型,奠定了现代证券投资理论的基础. 此后,大量学者在MV模型的基础上研究投资组合问题,取得了丰富的理论成果. Konno 等[2] 将绝对偏差作为资产组合的风险度量方法,构建了一个可转化线性规划模型进行求解的投资

收稿日期: 2022-08-29；**录用日期:** 2022-12-20.
基金项目: 教育部人文社会科学研究基金项目(21YJA630117).
责任编委: 李登峰.
†通讯作者. E-mail: yangxy@gdut.edu.cn.
*本文附带电子附录文件,可登录本刊官网该文“资源附件”区自行下载阅览.

组合模型. 徐维军等[3]使用条件风险价值(CVaR)度量资产组合的风险,提出了一个具有多元权值约束的积极投资组合模型. 霍艳丽等[4]考虑投资结束时间不确定的情形,使用区间风险值度量投资风险,构建了一个以期望收益率最大化为目标的投资组合模型.

以上模型考虑资产收益的不确定性,并利用随机变量对其进行刻画. 然而,实际的金融市场存在许多影响投资决策的因素,如经济环境、法律政策和投资者情绪等,这些因素往往是模糊不确定的. 为了更好地刻画此类不确定性, Zadeh[5]提出了模糊集合理论. 此后,众多学者将模糊集合理论引入投资组合研究中,取得了丰富的研究成果. Carlsson等[6]使用梯形模糊数刻画资产收益率的不确定性,采用其可能性均值和可能性方差分别作为资产组合的收益和风险的衡量方式,通过对均值和方差加权构造效用函数,提出了一个模糊投资组合模型. 刘勇军等[7]考虑投资比例边界和资产种类数量等约束,建立了一个多目标模糊投资组合模型,并设计了遗传算法进行求解. Yue等[8]考虑交易费用和基数约束,用下半方差和下半绝对偏差共同度量资产组合的风险,构建了一个以均值和流动性最大化,下半方差和下半绝对偏差最小化为目标的模糊投资组合优化模型. Kar等[9]提出了一个以资产组合的夏普比率和在险价值率最大化为目标的模糊投资组合优化模型,并根据模型的具体情况设计了多目标遗传算法进行求解. 杨兴雨等[10]考虑投资过程中的负债管理和破产风险,建立了一个具有破产控制的模糊资产-负债投资组合优化模型,并设计了一个混合智能求解算法. Yu等[11]基于直觉模糊不等式考虑投资者对不同目标的犹豫度,提出了一种求解线性投资组合模型的直觉模糊多目标规划方法,可有效地减少非确定性多项式难题的求解复杂度. Pahade等[12]假设资产收益率为梯形模糊数,用下半绝对偏差度量资产组合的风险,构建了一个考虑交易费用的模糊均值-下半绝对偏差投资组合优化模型,并设计了一个混合智能算法进行求解. Zhang等[13]考虑投资者预先设置卖单价格的情形,构建了一个模糊均值-下半方差投资组合优化模型,并设计了遗传算法进行求解,提出了一个基于序列决策的自动交易系统.

在实际的金融市场中,投资者对资产收益的评估会受到主观认知的影响,其决策行为往往是情绪、心态和性格等心理因素共同作用的结果. Kahneman等[14]结合心理学与经济学的研究成果,使用价值函数刻画决策者参照依赖、敏感性递减和损失厌恶等心理特征,提出了描述决策者有限理性决策行为的前景理论. 目前,该理论已广泛应用于项目分析、风险控制和投资管理等领域[15-17]. 陈磊等[18]基于前景理论考虑双参考点的情形,从决策者的外部竞争优势和内部自身特点出发,利用价值函数分别计算不同参考点下的价值,构建了一个反映决策者主观偏好和心理预期的交叉效率评价模型. 詹泽雄等[19]结合前景理论与心理账户,将效益型属性和成本型属性分别划入效益账户和成本账户,依据决策者的行为偏好构建了不同心理账户下的价值函数,提出了一种考虑决策者多种心理行为的投资项目多属性决策方法. 胡支军等[20]利用前景理论考虑投资者损失厌恶的心理特征,以期望效用最大化为目标,提出了一个不允许卖空的投资组合模型. 詹泽雄等[21]考虑损失厌恶系数和参照点动态更新的情形,构建了不同动态情景下的投资组合模型. 金秀等[22]考虑投资者的风险态度,用下半方差度量资产组合的风险,提出了一个多目标投资组合模型,并设计了一个结合投资者心理特征的交互式求解算法. 刘家和等[23]从市场状态会影响资产收益分布的角度出发,考虑投资者损失厌恶的心理特征,以效用最大化为目标,建立了一个具有状态依赖和损失厌恶的投资组合模型. 王佳等[24]在前景理论的框架下考虑市场状态对投资者决策的影响,使用隐马尔可夫模型描述不同市场状态间的转移,提出了一个基于状态转移的投资组合模型. Wei等[25]借鉴前景理论的思想刻画投资者对风险增加和风险减少的情绪非对称性,考虑投资者的预期收益水平随情绪变化的情形,以风险最小化为目标,构建了一个基于情绪动态调整的投资组合模型.

基于以上分析,本文依据前景理论考虑投资者参照依赖、敏感性递减和损失厌恶等心理特征,研究模糊投资组合选择问题. 由于投资者在决策过程中的主观心理感知通常具有模糊性,且仅将资产组合收益低于均值的负偏差视为风险,区别于文献[25],本文考虑资产收益的模糊不确定性,提出一种刻画投资者主观心理感知的方式,即采用价值函数将资产组合收益转化为服从模糊分布的感知价值,并基于均值-下半方差模型研究投资者的心理特征对投资决策的影响. 考虑到梯形模糊数间的运算关系比较简单,为了便于建模,使用梯形模糊数描述投资期限内的资产收益. 以感知价值的可能性均值最大化和可能性下半方差最小化为目标构建投资组合优化模型,并设计一个多种群遗传算法求解模型,进一步借助实例分析进行有效性检验.

1 相关理论基础

1.1 模糊数的相关概念

定义 1 [26] 设 $\tilde{A}$ 为一个模糊数, 若其隶属度函数具有如下形式:

$$\mu_{\tilde{A}}(x)=\begin{cases}L\Big(\dfrac{a-x}{\alpha}\Big),\ a-\alpha<x<a;\\ 1,\ a\leqslant x\leqslant b;\\ R\Big(\dfrac{x-b}{\beta}\Big),\ b<x<b+\beta;\\ 0,\ \text{otherwise}.\end{cases}\tag{1}$$

其中: α、$\beta\geqslant 0$; $L,R:[0,1]\rightarrow[0,1]$ 为单调不增连续函数, 且满足 $L(0)=R(0)=1$ 和 $L(1)=R(1)=0$, 则称 $\tilde{A}$ 为 LR 型模糊数, 记为 $\tilde{A}=(a,b,\alpha,\beta)_{\mathrm{LR}}$.

引理 1 [26] 若 $\tilde{A}_1=(a_1,b_1,\alpha_1,\beta_1)$ 和 $\tilde{A}_2=(a_2,b_2,\alpha_2,\beta_2)$ 为 2 个梯形模糊数, k 为一个任意实数, 则

$$\tilde{A}_1+\tilde{A}_2=(a_1+a_2,b_1+b_2,\alpha_1+\alpha_2,\alpha_1+\alpha_2),\tag{2}$$

$$k\tilde{A}_1=\begin{cases}(ka_1,kb_1,k\alpha_1,k\beta_1),\ k\geqslant 0;\\ (kb_1,ka_1,-k\beta_1,-k\alpha_1),\ k<0.\end{cases}\tag{3}$$

定义 2 [27] 设 $\tilde{A}$ 为一个模糊数, 其隶属度函数为 $\mu_{\tilde{A}}(\cdot)$, $\gamma\in(0,1]$. 称集合

$$[\tilde{A}]^{\gamma}=\{x\in\boldsymbol{R}:\mu_{\tilde{A}}(x)\geqslant\gamma\}\tag{4}$$

为模糊数 $\tilde{A}$ 的 γ-水平截集.

特别地, 若模糊数 $\tilde{A}$ 为 LR 型模糊数, 则其 γ-水平截集为一个区间, 记为 $[\tilde{A}]^{\gamma}=[\underline{a}(\gamma),\bar{a}(\gamma)]$.

定义 3 [27] 设 $\tilde{A}$ 为一个 LR 型模糊数, 且 γ-水平截集为 $[\tilde{A}]^{\gamma}=[\underline{a}(\gamma),\bar{a}(\gamma)]$, $\gamma\in(0,1]$. 定义 $\tilde{A}$ 的可能性均值为

$$E(\tilde{A})=\int_0^1\gamma(\underline{a}(\gamma)+\bar{a}(\gamma))\mathrm{d}\gamma.\tag{5}$$

定义 $\tilde{A}$ 的可能性下半方差为

$$\mathrm{SV}(\tilde{A})=2\int_0^1\gamma(E(\tilde{A})-\underline{a}(\gamma))^2\mathrm{d}\gamma.\tag{6}$$

定义 4 [5] 设 $\tilde{A}$ 为一个模糊数, 其隶属度函数为 $\mu_{\tilde{A}}(\cdot)$, $\phi:\boldsymbol{R}\rightarrow\boldsymbol{R}$ 为一个函数. 定义模糊数 $\tilde{B}$, 其隶属度函数为

$$\mu_{\tilde{B}}(y)=\max_{\{x:\phi(x)=y\}}\mu_{\tilde{A}}(x).\tag{7}$$

称 $\tilde{B}$ 为模糊数 $\tilde{A}$ 通过函数 ϕ 导出的模糊数, 记为 $\tilde{B}=\phi(\tilde{A})$.

1.2 前景理论

在实际决策过程中, 由于情绪、心态和性格等心理因素的影响, 决策者在不确定环境下的决策行为往往是有限理性的. 为了更好地描述决策者在实际决策过程中的有限理性行为, Kahneman 等[14] 提出了前景理论, 认为决策者在不确定环境下的决策具有以下 3 个心理特征: 1) 参照依赖, 即决策者会依据预先设置的参照点将结果分为"盈利"和"损失"两种情形; 2) 敏感性递减, 即"盈利"或"损失"越大, 决策者的敏感性越低; 3) 损失厌恶, 即等量的"损失"给决策者带来痛苦的程度大于等量的"盈利"带来快乐的程度.

根据决策者的心理特征, 利用如下价值函数描述决策者对收益的感知价值:

$$v(r)=\begin{cases}(r-r_b)^{\delta_1},\ r\geqslant r_b;\\ -\theta(r_b-r)^{\delta_2},\ r<r_b.\end{cases}\tag{8}$$

其中: r 为收益; r_b 为决策者给定的参照点; δ_1、δ_2 分别为决策者在"盈利"区间 $(r\geqslant r_b)$ 和"损失"区间 $(r<r_b)$ 的敏感性递减程度, $0<\delta_1$、$\delta_2<1$; θ 为决策者的损失厌恶程度, $\theta>1$.

设 $\tilde{A}$ 为一个模糊数, 其隶属度函数为 $\mu_{\tilde{A}}(\cdot)$. 记 $\tilde{V}$ 为 $\tilde{A}$ 通过价值函数 $v(\cdot)$ 导出的模糊数, 即 $\tilde{V}=v(\tilde{A})$, 称其为 $\tilde{A}$ 对应的感知价值. 由定义 4, 感知价值 $\tilde{V}$ 的隶属度函数为

$$\mu_{\tilde{V}}(x)=\begin{cases}\mu_{\tilde{A}}(r_b+x^{\frac{1}{\delta_1}}),\ x\geqslant 0;\\ \mu_{\tilde{A}}\Big(r_b-\Big(-\dfrac{x}{\theta}\Big)^{\frac{1}{\delta_2}}\Big),\ x<0.\end{cases}\tag{9}$$

2 模型建立

2.1 问题描述

在实际的金融市场中, 投资者主观心理认知往往会影响其决策行为, 本文研究考虑投资者参照依赖、敏感性递减和损失厌恶等心理特征的投资组合优化问题. 假设投资者在一定的投资期限内有 n 种资产需要管理, 考虑到金融市场的模糊不确定性, 同时为了便于运算和建模, 假设资产的收益为梯形模糊数, 即 $\tilde{r}_i=(a_i,b_i,\alpha_i,\beta_i)$, 表示投资者认为第 i 个资产的收益可能处于支撑集区间 $[a_i-\alpha_i,b_i+\beta_i]$ 上, 且最有可能处于核心集区间 $[a_i,b_i]$ 上. 假设投资过程为自融资的, 在资产调整过程中没有增加或撤出资金, 交易过程中调整资产头寸需要支付交易费用. 为了便于表述, 首先介绍以下符号.

x_i^0: 第 i 种资产的初始比例;

$\boldsymbol{x}^0$: 初始投资组合, $\boldsymbol{x}^0=(x_1^0,x_2^0,\ldots,x_n^0)$;

x_i: 调整后第 i 种资产的投资比例;

$\boldsymbol{x}$: 调整后的投资组合, $\boldsymbol{x}=(x_1,x_2,\ldots,x_n)$;

t^+: 买入资产的交易费用率;

t^-: 卖出资产的交易费用率;

C: 投资组合策略的总交易费用;

$\tilde{R}_N$: 投资组合策略的净收益;

$\tilde{V}_N$: $\tilde{R}_N$ 对应的感知价值, $\tilde{V}_N=v(\tilde{R}_N)$.

在实际的投资过程中, 买入资产和卖出资产均需要支付交易费用. 记 $\Delta x_i^+=\max\{x_i-x_i^0,0\}$ 和 $\Delta x_i^-=\max\{x_i^0-x_i,0\}$ 分别为买入资产和卖出资产的量, 则调整资产的头寸后, 投资组合策略的总交易费用为

$$C=\sum_{i=1}^{n}(t^{+}\Delta x_i^{+}+t^{-}\Delta x_i^{-}). \tag{10}$$

扣除交易费用后,投资组合策略的净收益为

$$\tilde{R}_N=\sum_{i=1}^{n}x_i\tilde{r}_i-C=\Big(\sum_{i=1}^{n}x_ia_i-C,\sum_{i=1}^{n}x_ib_i-C,\sum_{i=1}^{n}x_i\alpha_i,\sum_{i=1}^{n}x_i\beta_i\Big). \tag{11}$$

记 $a_N=\sum_{i=1}^{n}x_ia_i-C, b_N=\sum_{i=1}^{n}x_ib_i-C, \alpha_N=\sum_{i=1}^{n}x_i\alpha_i, \beta_N=\sum_{i=1}^{n}x_i\beta_i$,则投资组合策略的净收益可表示为

$$\tilde{R}_N=(a_N,b_N,\alpha_N,\beta_N). \tag{12}$$

因此,投资组合策略的期望收益为

$$E(\tilde{R}_N)=\frac{a_N+b_N}{2}+\frac{\beta_N-\alpha_N}{6}. \tag{13}$$

投资组合策略的风险为

$$\mathrm{SV}(\tilde{R}_N)=\Big(\frac{b_N-a_N}{2}+\frac{\alpha_N+\beta_N}{6}\Big)^2+\frac{\alpha_N^2}{18}. \tag{14}$$

2.2 目标函数

传统的模糊投资组合优化模型一般以投资组合策略的期望收益最大化和风险最小化为目标,即最大化 $E(\tilde{R}_N)$ 和最小化 $\mathrm{SV}(\tilde{R}_N)$. 然而,在实际的投资过程中,投资者的决策行为往往会受到情绪、心态和性格等心理因素的影响. 为了更好地刻画投资者在现实金融市场中的投资决策,利用前景理论中的价值函数描述投资者参照依赖、敏感性递减和损失厌恶等心理特征,将投资组合策略的净收益 $\tilde{R}_N$ 转化为体现投资者心理特征的感知价值 $\tilde{V}_N$. 在考虑投资者心理特征的前提下,采用感知价值 $\tilde{V}_N$ 的可能性均值 $E(\tilde{V}_N)$ 和可能性下半方差 $\mathrm{SV}(\tilde{V}_N)$ 度量投资者对投资组合策略的满意程度: $E(\tilde{V}_N)$ 越大,投资者对投资组合策略的满意程度越高; $\mathrm{SV}(\tilde{V}_N)$ 越大,感知价值 $\tilde{V}_N$ 中低于可能性均值 $E(\tilde{V}_N)$ 的风险越大,即 $\tilde{V}_N$ 相对于 $E(\tilde{V}_N)$ 的负偏差越大,此时投资者的满意程度越低. 因此,为了尽可能提高投资者对投资组合策略的满意程度,将 $E(\tilde{V}_N)$ 最大化和 $\mathrm{SV}(\tilde{V}_N)$ 最小化作为优化目标. $E(\tilde{V}_N)$ 和 $\mathrm{SV}(\tilde{V}_N)$ 的具体表达式可由定义3和式(9)推导出.

2.3 约束条件

受个人能力和时间的限制,投资者能够有效管理的资产种类通常有限,故有必要考虑基数约束,即

$$\sum_{i=1}^{n}\mathrm{sign}(x_i)\leqslant K, \tag{15}$$

其中 K 为投资者计划持有资产的最大个数.

为了避免资金集中于少数资产,假设每个资产的投资比例存在上界,记为 u_i. 同时,不考虑卖空的情形,投资决策应满足如下边界约束:

$$0\leqslant x_i\leqslant u_i,\ i=1,2,\ldots,n. \tag{16}$$

另外,投资决策应满足如下预算约束:

$$\sum_{i=1}^{n}x_i=1. \tag{17}$$

2.4 投资组合优化模型

考虑投资者参照依赖、敏感性递减和损失厌恶等心理特征,以感知价值 $\tilde{V}_N$ 的可能性均值 $E(\tilde{V}_N)$ 最大化和可能性下半方差 $\mathrm{SV}(\tilde{V}_N)$ 最小化为目标,以式(15) $\sim$ (17)为约束条件,建立如下考虑投资者心理特征的投资组合优化模型:

$$P_1\left\{\begin{aligned}&\max\ \{E(\tilde{V}_N),-\mathrm{SV}(\tilde{V}_N)\};\\&\text{s.t.}\ \sum_{i=1}^{n}x_i=1,\\&\quad\ \sum_{i=1}^{n}\mathrm{sign}(x_i)\leqslant K,\\&\quad\ 0\leqslant x_i\leqslant u_i,\ i=1,2,\ldots,n.\end{aligned}\right. \tag{18}$$

为了更好地进行求解双目标优化模型 P_1,利用Lin[28]提出的加权模糊目标转化方法,将其转化为如下单目标规划模型:

$$P_2\left\{\begin{aligned}&\max\ \lambda;\\&\text{s.t.}\ \frac{E(\tilde{V}_N)-E^-}{E^+-E^-}\geqslant\omega\lambda,\\&\quad\ \frac{\mathrm{SV}^--\mathrm{SV}(\tilde{V}_N)}{\mathrm{SV}^--\mathrm{SV}^+}\geqslant(1-\omega)\lambda,\\&\quad\ \sum_{i=1}^{n}x_i=1,\\&\quad\ \sum_{i=1}^{n}\mathrm{sign}(x_i)\leqslant K,\\&\quad\ 0\leqslant x_i\leqslant u_i,\ i=1,2,\ldots,n.\end{aligned}\right. \tag{19}$$

其中: E^+ 和 E^- 分别为 $E(\tilde{V}_N)$ 的正、负理想解; SV^+ 和 SV^- 分别为 $\mathrm{SV}(\tilde{V}_N)$ 的正、负理想解; ω 和 $1-\omega$ 分别为 $E(\tilde{V}_N)$ 和 $\mathrm{SV}(\tilde{V}_N)$ 的目标偏好权重, $\omega\in[0,1]$. 令 ω 在区间 $[0,1]$ 内遍历取值,分别求解模型 P_2,可得到模型 P_1 的有效前沿.

3 求解算法设计

第2节构建的投资组合优化模型是一个复杂的非线性规划模型,且含有离散的基数约束,无法求出模型的解析解,使用传统算法(如非线性共轭梯度法、拟牛顿法、交替方向乘子法等)也很难求出全局最优解. 智能算法是基于随机搜索的全局优化算法,在求

解非凸优化问题的近似全局最优解方面具有较大的优势,许多学者将其应用于求解模糊投资组合优化模型[7,10,12-13,29]. 因此,本文基于智能算法中的遗传算法设计模型的求解算法. 遗传算法[30](genetic algorithm, GA)是一种基于"适者生存"原则的随机搜索算法,广泛应用于求解各种优化问题,然而,传统的遗传算法存在"早熟"的缺陷,即易陷入局部最优解. 针对模型P_2的特点,对遗传算法进行改进,令多个种群分别以不同的方式进行演化并不断交换彼此的信息,设计一个多种群遗传算法(multiple population genetic algorithm, MPGA).

3.1 初始化

设种群数量为Q,每个种群规模均为J. 对于模型的解$\boldsymbol{x}=(x_1,x_2,\dots,x_n)$,将其表示为实数编码形式的染色体$\boldsymbol{c}=(c_1,c_2,\dots,c_n)$,其中$c_i\in(0,1)$为基因. 对模型的约束条件进行如下处理.

1) 对于预算约束条件$\sum\limits_{i=1}^{n}x_i=1$,采用如下染色体的解码方式:

$$x_i=\frac{c_i}{c_1+c_2+\ldots+c_n},\ i=1,2,\dots,n. \tag{20}$$

2) 对于基数约束条件$\sum\limits_{i=1}^{n}\mathrm{sign}(x_i)\leqslant K$,构造惩罚函数,即

$$p_1(\boldsymbol{x})=\max\Big\{\sum_{i=1}^{n}\mathrm{sign}(x_i)-K,0\Big\}. \tag{21}$$

若$\boldsymbol{x}$满足基数约束条件,则$p_1(\boldsymbol{x})=0$;否则,$p_1(\boldsymbol{x})>0$.

3) 对于边界约束条件$0\leqslant x_i\leqslant u_i$,构造惩罚函数,有

$$p_2(\boldsymbol{x})=\max\{x_i-u_i,0\}. \tag{22}$$

若$\boldsymbol{x}$满足边界约束条件,则$p_2(\boldsymbol{x})=0$;否则,$p_2(\boldsymbol{x})>0$.

对于一个染色体,若其满足所有约束条件,则称其为可行染色体. 种群的初始化过程为不断随机生成染色体,直至生成Q个种群,每个种群包含J个可行染色体.

3.2 评价函数

采用指数形式的评价函数评价染色体的适应度,具体地,适应值的计算公式为

$$F(\boldsymbol{c})=\exp(f(\boldsymbol{x})-M\cdot(p_1(\boldsymbol{x})+p_2(\boldsymbol{x}))). \tag{23}$$

其中: $f(\boldsymbol{x})$为染色体$\boldsymbol{c}$对应的可行解$\boldsymbol{x}$的目标函数值, M为充分大的正数.

由于传统的遗传算法存在收敛于局部最优解的问题,采用Zhang等[29]提出的方法对评价函数进行改进来提高各种群的多样性. 令F_{avg}、$F_{\max}$、$F_{\min}$、σ分别为种群适应值的平均值、最大值、最小值和标准差. 改进的评价函数为

$$F'(\boldsymbol{c})=\tau F(\boldsymbol{c})+\varepsilon. \tag{24}$$

其中: 参数τ和ε的表达式分别为

$$\tau=\begin{cases}\dfrac{F_{\min}}{F_{\max}},\ \sigma>\dfrac{F_{\max}-F_{\mathrm{avg}}}{J};\\ \dfrac{F_{\max}}{F_{\max}-F_{\min}},\ \sigma\leqslant\dfrac{F_{\max}-F_{\mathrm{avg}}}{J}.\end{cases} \tag{25}$$

$$\varepsilon=\begin{cases}\dfrac{F_{\max}-F_{\min}}{F_{\max}}\cdot F_{\mathrm{avg}},\ \sigma>\dfrac{F_{\max}-F_{\mathrm{avg}}}{J};\\ \dfrac{-F_{\min}}{F_{\max}-F_{\min}}\cdot F_{\mathrm{avg}},\ \sigma\leqslant\dfrac{F_{\max}-F_{\mathrm{avg}}}{J}.\end{cases} \tag{26}$$

3.3 选择操作

采用轮盘赌的方法执行每个种群的选择操作. 染色体$\boldsymbol{c}_j$被选中作为种群个体的概率为

$$P_j=\frac{F'(\boldsymbol{c}_j)}{\sum\limits_{j=1}^{J}F'(\boldsymbol{c}_j)},\ j=1,2,\dots,J. \tag{27}$$

由上述概率,划分一个标准轮盘,转动轮盘J次,每次选择指针指向部分所对应的染色体作为种群的个体.

3.4 交叉操作

由每个种群的交叉概率$P_c(q)$,对染色体执行交叉操作. 从种群中随机选择2个染色体$\boldsymbol{c}_1$和$\boldsymbol{c}_2$,在区间$[0,1]$上生成一个随机数κ. 若$\kappa\geqslant P_c(q)$,则不对染色体执行交叉操作;否则,对染色体$\boldsymbol{c}_1$和$\boldsymbol{c}_2$执行交叉操作,生成2个新的染色体$\boldsymbol{c}_1'$和$\boldsymbol{c}_2'$,具体操作过程为

$$\begin{cases}\boldsymbol{c}_1'=\kappa\boldsymbol{c}_1+(1-\kappa)\boldsymbol{c}_2,\\ \boldsymbol{c}_2'=(1-\kappa)\boldsymbol{c}_1+\kappa\boldsymbol{c}_2.\end{cases} \tag{28}$$

3.5 变异操作

依据每个种群的变异概率$P_m(q)$对染色体的基因执行变异操作. 对于每个染色体,在区间$[0,1]$上生成一个随机数φ. 若$\varphi\geqslant P_m(q)$,则不对该染色体执行变异操作;否则,随机选择该染色体中的一个基因$c_i(i=1,2,\dots,n)$执行变异操作,生成一个新的基因c_i',具体操作过程为

$$c_i'=\begin{cases}c_i+\varphi^2,\ \zeta\leqslant 0;\\ c_i-\varphi^2,\ \zeta>0.\end{cases} \tag{29}$$

其中ζ为区间$[-1,1]$上的一个随机数. 若新生成的基因c_i'不在区间$[0,1]$上,则将其赋值为相应的区间端点值. 比较变异前后2个染色体的适应值,保留适应值较大的染色体.

3.6 迁移操作

为了促进不同种群间的信息交流和保持种群的多样性,对种群中的染色体执行迁移操作. 具体过程

如下:设置迁移周期T_m,每隔T_m期在每个种群分别随机选取J_m个染色体进行迁移,将种群q ($q=1,2,\ldots,Q-1$)中被选中的染色体迁移至种群$q+1$,种群Q中被选中的染色体迁移至种群1. 通过迁移操作,不同种群间可进行信息交换,有利于算法搜索全局最优解.

3.7 算法主流程

step 1: 设置多种群遗传算法的参数: 种群数量Q,种群规模J,交叉概率$P_c(q)$,变异概率$P_m(q)$,$q=1,2,\ldots,Q$,迁移周期T_m,迁移数量J_m,最大遗传代数T.

step 2: 令代数$t=1$,随机生成Q个种群,每个种群包含J个可行的染色体.

step 3: 计算各种群内所有染色体的适应值,并通过轮盘赌的方式执行选择操作.

step 4: 各种群独立执行交叉操作和变异操作,保留较优的染色体作为种群个体.

step 5: 若t/T_m为整数,则执行迁移操作;否则,执行step 6.

step 6: 若$t=T$,则停止迭代并输出最优的染色体对应的解;否则,令$t+1\leftarrow t$,并返回至step 3.

4 实例分析

本节借助实例验证所提出模糊投资组合优化模型和多种群遗传算法的有效性.

4.1 数据收集和参数设置

从上海证券交易所选择12只股票,收集了它们在过去6年(2016年1月~2021年12月)的月收益数据,并利用Zhang等[31]提出的方法估计了股票的模糊月收益,结果如表1所示.

表1 所选12只股票的模糊月收益

序号	名称	代码	模糊月收益
1	白云机场	600004	(0.8680, 1.1340, 0.1362, 0.1249)
2	首创环保	600008	(0.7418, 1.3785, 0.2492, 0.3843)
3	华能国际	600011	(0.9094, 1.0857, 0.0715, 0.1029)
4	日照港	600017	(0.9131, 1.1342, 0.0740, 0.1451)
5	浙能电力	600023	(0.9408, 1.0642, 0.0481, 0.0700)
6	南方航空	600029	(0.9166, 1.1363, 0.0775, 0.1331)
7	歌华有线	600037	(0.8971, 1.2289, 0.0836, 0.2468)
8	四川路桥	600039	(0.9181, 1.0890, 0.0788, 0.0890)
9	保利发展	600048	(0.9283, 1.1137, 0.0792, 0.1039)
10	浙江广厦	600052	(0.9042, 1.2651, 0.0713, 0.2803)
11	古越龙山	600059	(0.8612, 1.2602, 0.1328, 0.2571)
12	冠城大通	600067	(0.8977, 1.0863, 0.0924, 0.0930)

假设投资者一开始平均持有上述12只股票,即初始投资组合为$\boldsymbol{x}^0=(1/12,1/12,\ldots,1/12)$. 除求解有效前沿和分析心理特征对投资组合策略的影响,模型的参数设置如下:投资比例的上界$u_i=0.6$,持有资产种类的最大数量$K=8$,买入费用率$t^+=0.003$,卖出费用率$t^-=0.005$,目标偏好权重$\omega=0.5$,价值函数的参照点$r_b=1.01$,敏感性递减程度$\delta_1=\delta_2=0.5$,损失厌恶程度$\theta=1.1$.

多种群遗传算法(MPGA)的参数设置如下:种群数量$Q=5$,种群规模$J=300$,各种群的交叉概率P_c依次为0.90、0.85、0.80、0.75、0.70,相应的变异概率P_m依次为0.10、0.15、0.20、0.25、0.30,迁移周期$T_m=5$,迁移数量$J_m=60$,最大遗传代数$T=100$.

4.2 算法测试

为了验证所提出算法的有效性,分别利用单种群遗传算法(GA)和第3节提出的多种群遗传算法(MPGA)求解模型P_2,求解效果对比如图1所示. 由图1可见,与传统的单种群遗传算法(GA)相比,所提出多种群遗传算法(MPGA)具有较好的稳定性和求解效果,可有效地求解所构建的投资组合优化模型.

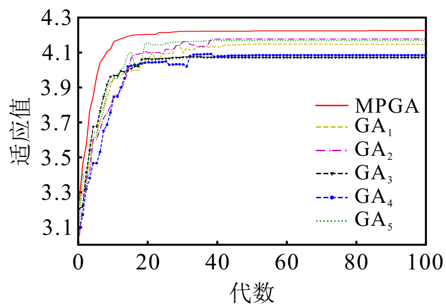


图1 单种群与多种群遗传算法的求解效果对比

4.3 模型表现

利用所提出多种群遗传算法求解不同目标偏好权重下的模型P_2,可得到模型P_1的有效前沿. 同时,为了表明模型P_1的有效性,构建一个相应的不考虑投资者心理特征的投资组合优化模型MSV,即目标函数为$E(\tilde{R}_N)$和$\mathrm{SV}(\tilde{R}_N)$,约束条件与P_1相同. 求解模型MSV的有效前沿,并将其映射至感知价值的可能性均值-下半方差空间中,比较模型P_1与模型MSV的求解结果,如图2所示.

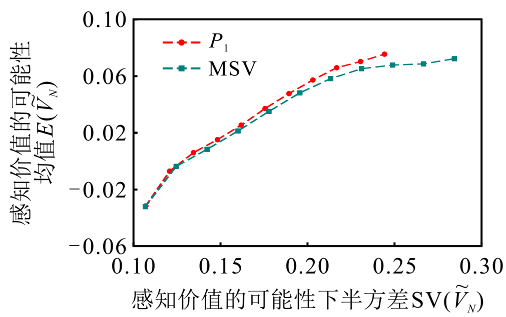


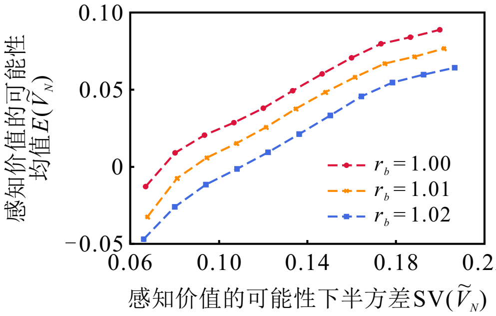
图2 P_1与MSV的有效前沿对比

由图2可见,在感知价值的可能性均值-下半方

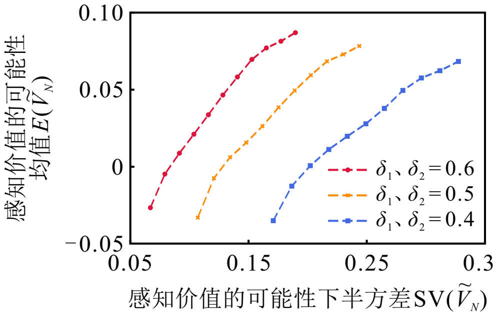
差空间中,模型MSV有效前沿对应的曲线位于模型P_1的有效前沿下方,且感知价值的可能性下半方差$\mathrm{SV}(\tilde{V}_N)$越大,二者差异越大. 这表明,相较于不考虑投资者心理特征的投资组合优化模型MSV,所构建模型P_1能够有效提升投资者对投资组合的满意程度,可更好地满足不同心理特征投资者的投资偏好.

4.4 心理特征对投资组合策略的影响分析

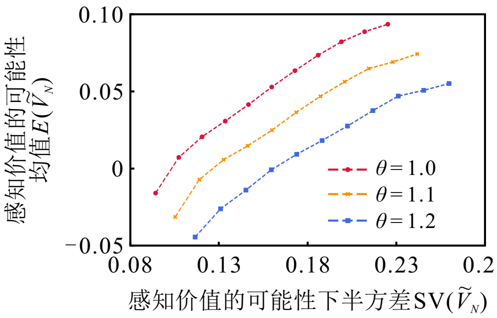
为了分析投资者各心理特征对投资组合策略满意程度的影响,分别取参照点$r_b=1.00$、1.01、1.02,敏感性递减程度δ_1、$\delta_2=0.4$、0.5、0.6,损失厌恶程度$\theta=1.0$、1.1、1.2,分别求解模型P_1,得到相应的有效前沿,如图3所示.



(a) 参照依赖



(b) 敏感性递减

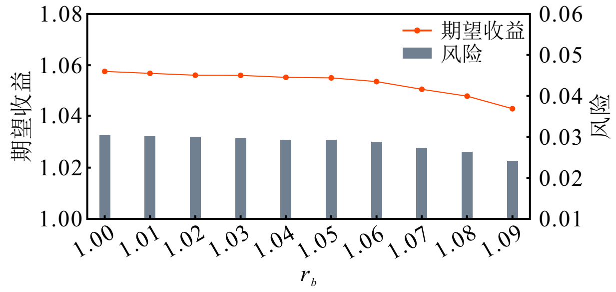


(c) 损失厌恶

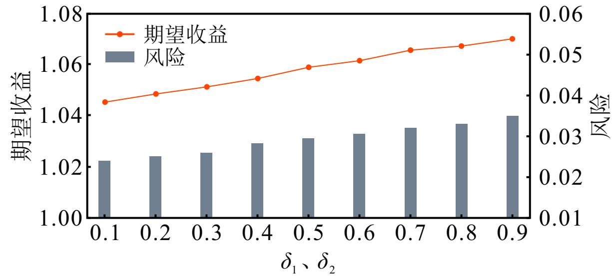
图3 心理特征对有效前沿的影响

由图3可见,投资者参照依赖、敏感性递减和损失厌恶等心理特征会影响其对投资组合策略的主观认知. 投资者的参照收益水平越高,投资者对最优投资组合策略的满意程度越低;δ_1、δ_2越大,敏感性递减程度越低,投资者对最优投资组合策略的满意程度越高;投资者的损失厌恶程度越高,投资者对最优投资组合策略的满意程度越低.

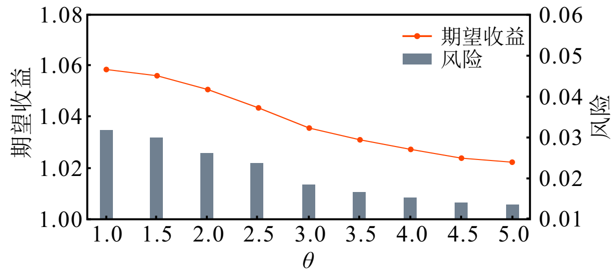
下面分析投资者各心理特征对投资决策的影响. 令参照点r_b在区间[1.00, 1.09]内以步长0.01进行取值,令敏感性递减程度δ_1、δ_2在区间[0.1, 0.9]内以步长0.1进行取值,令损失厌恶程度θ在区间[1.0, 5.0]内以步长0.5进行取值,分别求出模型P_1在不同心理特征下的最优投资组合策略,并根据最优投资组合策略计算相应的期望收益和风险,结果如图4所示.



(a) 参照依赖



(b) 敏感性递减



(c) 损失厌恶

图4 心理特征对期望收益和风险的影响

由图4可见,最优投资组合策略的期望收益和风险会随着心理特征的变化而变化. 具体地,随着r_b的增大,或δ_1、δ_2的减小,或θ的增大,相应的期望收益和风险均减小. 这表明,投资者的心理特征会影响其在实际决策过程中的投资决策行为.

4.5 方法的对比分析

本节将所提出的将投资组合收益转化为感知价值的方法与其他方法进行对比. 文献[32]提出了一种对梯形模糊数进行转化的前景价值函数方法,仅对梯形模糊数核心集的2个端点和支撑集的2个端点进行价值函数转化,而所提出转化方法是对梯形模糊数的支撑集上的所有点进行价值函数转化. 为了对比上述两种方法,沿用第4.4节中的参数,计算它们

对应的投资组合策略的平均夏普比率,结果如图5所示. 由图5可见,与文献[32]的方法相比,所提出方法在不同的心理特征参数下的平均夏普比率更优,这是由于所提出转化方法能够在刻画投资者的主观心理感知时保留更多的有效信息,可为投资者提供更为有效的投资组合策略.

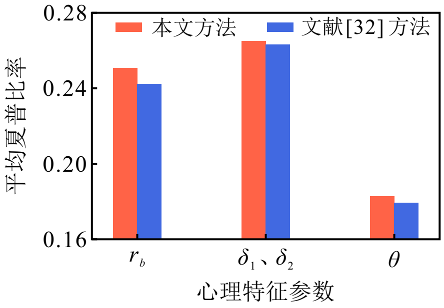


图5 2种转化方法的效果对比

5 结 论

本文考虑投资者的心理特征,构建了一个模糊投资组合优化模型,并设计了多种群遗传算法进行求解,进一步借助实例验证了其有效性. 结果表明:多种群遗传算法能够有效地求解考虑投资者心理特征的模糊投资组合优化模型;与传统的模糊投资组合优化模型相比,所构建模型能够有效提升投资者对投资组合策略的满意程度,可为实际的投资决策提供参考依据. 本文的主要内容如下.

1) 提出了一种刻画投资者主观心理感知的方法,即将资产组合收益转化为服从模糊分布的感知价值,该方法可保留更多有助于投资决策的有效信息.

2) 结合前景理论与模糊集合理论,构建了一个能够反映不同投资者心理特征的模糊投资组合优化模型,对于指导投资者在不确定环境下的实际投资决策具有重要意义.

3) 设计了一个多种群遗传算法对所构建模型进行求解,可为求解类似的非线性规划模型提供思路和借鉴.

本文仅考虑了参照依赖、敏感性递减和损失厌恶等心理特征,然而,投资者可能还存在高估小可能性事件、低估大可能性事件、后悔规避和情绪波动等其他心理特征. 因此,今后将进一步研究考虑这些心理特征的投资组合问题.

参考文献(References)

[1] Markowitz H. Portfolio selection[J]. The Journal of Finance, 1952, 7(1): 77-91.

[2] Konno H, Yamazaki H. Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its applications to Tokyo stock market[J]. Management Science, 1991, 37(5): 519-531.

[3] 徐维军, 周平平, 李婷, 等. 基于CVaR和多元权值约束下的积极投资组合模型[J]. 系统管理学报, 2017, 26(2): 219-224.
(Xu W J, Zhou P P, Li T, et al. Active portfolio model with CVaR and multiple weight constraints[J]. Journal of Systems & Management, 2017, 26(2): 219-224.)

[4] 霍艳丽, 徐春晖, 黄敏, 等. 结束时间不确定的投资组合选择问题建模与模型求解方法[J]. 控制与决策, 2020, 35(7): 1751-1757.
(Huo Y L, Xu C H, Huang M, et al. Modeling of portfolio selection problems with uncertain exit time and its solving method[J]. Control and Decision, 2020, 35(7): 1751-1757.)

[5] Zadeh L A. Fuzzy sets[J]. Information and Control, 1965, 8(3): 338-353.

[6] Carlsson C, Fullér R, Majlender P. A possibilistic approach to selecting portfolios with highest utility score[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2002, 131(1): 13-21.

[7] 刘勇军, 张卫国, 徐维军. 考虑现实约束的模糊多准则投资组合优化模型[J]. 系统工程理论与实践, 2013, 33(10): 2462-2470.
(Liu Y J, Zhang W G, Xu W J. Fuzzy multiple criteria portfolio selection optimization model under real constrains[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2013, 33(10): 2462-2470.)

[8] Yue W, Wang Y P, Xuan H J. Fuzzy multi-objective portfolio model based on semi-variance-semi-absolute deviation risk measures[J]. Soft Computing, 2019, 23(17): 8159-8179.

[9] Kar M B, Kar S, Guo S N, et al. A new bi-objective fuzzy portfolio selection model and its solution through evolutionary algorithms[J]. Soft Computing, 2019, 23(12): 4367-4381.

[10] 杨兴雨, 刘伟龙, 赵雪瑾, 等. 考虑破产控制的多期模糊资产-负债组合优化模型[J]. 运筹与管理, 2021, 30(11): 147-154.
(Yang X Y, Liu W L, Zhao X J, et al. Multi-period fuzzy asset-liability portfolio optimization model with bankruptcy control[J]. Operations Research and Management Science, 2021, 30(11): 147-154.)

[11] Yu G F, Li D F, Liang D C, et al. An intuitionistic fuzzy multi-objective goal programming approach to portfolio selection[J]. International Journal of Information Technology & Decision Making, 2021, 20(5): 1477-1497.

[12] Pahade J K, Jha M. A hybrid fuzzy-SCOOT algorithm to optimize possibilistic mean semi-absolute deviation model for optimal portfolio selection[J]. International Journal of Fuzzy Systems, 2022, 24(4): 1958-1973.

[13] Zhang Y, Liu W L, Yang X Y. An automatic trading system for fuzzy portfolio optimization problem with sell orders[J]. Expert Systems with Applications, 2022, 187: 115822.

[14] Kahneman D, Tversky A. Prospect theory: An analysis

of decision under risk[J]. Econometrica, 1979, 47(2): 263-292.

[15] Liu H H, Song Y Y, Yang G L. Cross-efficiency evaluation in data envelopment analysis based on prospect theory[J]. European Journal of Operational Research, 2019, 273(1): 364-375.

[16] 王励文, 吴和成, 万里洋. 考虑附加情绪的两阶段投资组合前景决策模型[J]. 控制与决策, 2021, 36(3): 724-732.
(Wang L W, Wu H C, Wan L Y. Two-stage portfolio prospect decision model considering additional emotion[J]. Control and Decision, 2021, 36(3): 724-732.)

[17] 刁姝杰, 匡海波, 孟斌, 等. 基于前景理论的LSSC服务质量管控策略的演化博弈分析[J]. 中国管理科学, 2021, 29(7): 33-45.
(Diao S J, Kuang H B, Meng B, et al. Evolutionary game analysis of LSSC service quality control strategy based on prospect theory[J]. Chinese Journal of Management Science, 2021, 29(7): 33-45.)

[18] 陈磊, 谢颖. 基于双参考点前景理论求解策略的DEA交叉效率评价方法[J]. 电子科技大学学报: 社科版, 2021, 23(6): 76-81.
(Chen L, Xie Y. DEA cross efficiency evaluation method based on the solution strategy of double reference points with prospect theory[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China: Social Sciences Edition, 2021, 23(6): 76-81.)

[19] 詹泽雄, 吴宗法. 基于心理账户前景价值的投资项目多属性行为决策方法研究[J]. 电子科技大学学报: 社会科学版, 2021, 23(2): 57-64.
(Zhan Z X, Wu Z F. Multi-attribute behavior decision-making method for investment project based on the prospect value of mental accounting[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China: Social Sciences Edition, 2021, 23(2): 57-64.)

[20] 胡支军, 叶丹. 基于损失厌恶的非线性投资组合问题[J]. 中国管理科学, 2010, 18(4): 28-33.
(Hu Z J, Ye D. Nonlinear portfolio selection problem based on loss aversion[J]. Chinese Journal of Management Science, 2010, 18(4): 28-33.)

[21] 詹泽雄, 吴宗法, 程国雄. 基于动态非线性损失厌恶的投资组合优化与实证研究[J]. 运筹与管理, 2017, 26(10): 137-147.
(Zhan Z X, Wu Z F, Cheng G X. Portfolio optimization model based on dynamic non-linear loss aversion and empirical research[J]. Operations Research and Management Science, 2017, 26(10): 137-147.)

[22] 金秀, 曲晓洁, 刘家和. 考虑投资者心理的模糊多目标投资组合模型及交互式算法[J]. 系统管理学报, 2017, 26(6): 1081-1088.
(Jin X, Qu X J, Liu J H. Fuzzy multi-objective portfolio model with psychology of investors and interactive algorithm[J]. Journal of Systems & Management, 2017, 26(6): 1081-1088.)

[23] 刘家和, 金秀, 苑莹, 等. 状态依赖和损失厌恶下的鲁棒投资组合模型及实证[J]. 管理工程学报, 2018, 32(2): 196-201.
(Liu J H, Jin X, Yuan Y, et al. Empirical study on robust portfolio model under regime-dependent and loss aversion[J]. Journal of Industrial Engineering and Engineering Management, 2018, 32(2): 196-201.)

[24] 王佳, 金秀, 王旭, 等. 基于前景理论的跨市场状态转移多阶段资产配置研究[J]. 中国管理科学, 2018, 26(12): 44-55.
(Wang J, Jin X, Wang X, et al. Research on cross market regime switching multi-period asset allocation based on prospect theory[J]. Chinese Journal of Management Science, 2018, 26(12): 44-55.)

[25] Wei J, Yang Y X, Jiang M Z, et al. Dynamic multi-period sparse portfolio selection model with asymmetric investors' sentiments[J]. Expert Systems with Applications, 2021, 177: 114945.

[26] Dubios D J, Prade H M. Fuzzy sets and system: Theory and application[M]. New York: Academic Press, 1980: 9-35.

[27] Carlsson C, Fullér R. On possibilistic mean value and variance of fuzzy numbers[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2001, 122(2): 315-326.

[28] Lin C C. A weighted max-min model for fuzzy goal programming[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2004, 142(3): 407-420.

[29] Zhang W G, Liu Y J, Xu W J. A possibilistic mean-semivariance-entropy model for multi-period portfolio selection with transaction costs[J]. European Journal of Operational Research, 2012, 222(2): 341-349.

[30] Holland J H. Adaptation in natural and artificial systems[M]. Ann Arbor: University of Michigan Press, 1975: 32-65.

[31] Zhang W G, Zhang X L, Xu W J. A risk tolerance model for portfolio adjusting problem with transaction costs based on possibilistic moments[J]. Insurance: Mathematics and Economics, 2010, 46(3): 493-499.

[32] Wang J Q, Sun T. Fuzzy multiple criteria decision making method based on prospect theory[C]. International Conference on Information Management, Innovation Management and Industrial Engineering. Taipei, 2009: 288-291.

作者简介

杨兴雨 (1981–), 男, 教授, 博士, 从事金融工程、在线决策算法和金融科技等研究, E-mail: yangxy@gdut.edu.cn;

陈锦桂 (1997–), 男, 硕士生, 从事投资组合与风险管理等研究, E-mail: gdutchenjg@126.com;

刘伟龙 (1994–), 男, 博士生, 从事投资组合与风险管理等研究, E-mail: lwlbetter@126.com;

张永 (1981–), 女, 教授, 博士生导师, 从事金融工程、在线决策算法和金融科技等研究, E-mail: zhangy@gdut.edu.cn.