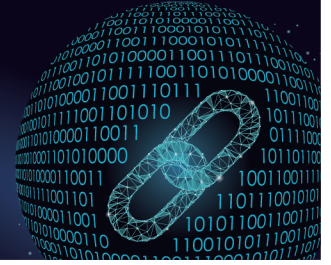




中国科技期刊卓越行动计划项目入选期刊

# 控制与决策

CONTROL AND DECISION



## 变速度条件下控制攻击时间和角度的协同制导律

程志强, 李涛, 庞云福, 朱纪洪

引用本文:

程志强, 李涛, 庞云福, 朱纪洪. 变速度条件下控制攻击时间和角度的协同制导律[J]. *控制与决策*, 2024, 39(5): 1537–1542.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.1313>

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 纵向速度和艏向角受限的水面艇有限时间协同路径跟踪

Finite-time cooperative path following of surface vessels with surge velocity and yaw angle constraints

控制与决策. 2021, 36(2): 363–370 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0977>

#### 基于时间延时估计和自适应模糊滑模控制器的双机械臂协同阻抗控制

Coordinated impedance control for dual-arm robots based on time delay estimation and adaptive fuzzy sliding mode controller

控制与决策. 2021, 36(6): 1311–1323 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1701>

#### 多航天器系统分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制

Distributed fixed-time output feedback attitude coordination tracking control for multiple rigid spacecraft

控制与决策. 2021, 36(5): 1049–1058 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0968>

#### 考虑加速度约束的终端角度约束滑模制导律设计

Sliding-mode guidance law with acceleration and angle constraints

控制与决策. 2021, 36(10): 2511–2516 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0284>

#### 基于协同控制的串联超级电容电压均衡策略

Voltage equalization strategy for series-connected ultracapacitors based on cooperative control

控制与决策. 2021, 36(8): 1997–2001 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1736>

# 变速度条件下控制攻击时间和角度的协同制导律

程志强<sup>1</sup>, 李涛<sup>1</sup>, 庞云福<sup>1</sup>, 朱纪洪<sup>2†</sup>

(1. 复杂舰船系统仿真重点实验室, 北京 100161; 2. 清华大学精密仪器系, 北京 100084)

**摘要:** 控制攻击时间和角度的协同制导律可提高多弹突防能力, 发挥最大打击效能, 是当前的研究热点. 已有的协同制导律多数假设导弹飞行速度不发生改变, 未考虑速度变化对到达时间估计带来的影响. 鉴于此, 采用贝塞尔曲线作为打击轨迹, 根据导弹速度包络和贝塞尔曲线长度对导弹到达时间进行估计. 在证明贝塞尔曲线长度随初始航迹角增加而单调增加的基础上, 通过调整虚拟初始航迹角来增加或缩短预期到达时间, 进而实现弹群预期到达时间趋于一致. 在假设缩短轨迹长度可缩短到达时间的基础上, 证明了该协同算法可在飞行过程中控制弹群形成一致到达时间. 通过仿真实验, 验证了所提出算法可在保证各弹攻击角度精确的前提下实现较高的时间协同精度.

**关键词:** 协同制导; 贝塞尔曲线; 变速度; 攻击时间; 攻击角度; 多弹协同

**中图分类号:** V219 **文献标志码:** A

**DOI:** 10.13195/j.kzyjc.2022.1313

**引用格式:** 程志强, 李涛, 庞云福, 等. 变速度条件下控制攻击时间和角度的协同制导律[J]. 控制与决策, 2024, 39(5): 1537-1542.

## Cooperative guidance law for impact time and angle control with variable speed

CHENG Zhi-qiang<sup>1</sup>, LI Tao<sup>1</sup>, PANG Yun-fu<sup>1</sup>, ZHU Ji-hong<sup>2†</sup>

(1. Key Laboratory of Complex Ship System Simulation, Beijing 100161, China; 2. Department of Precision Instrument, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

**Abstract:** The cooperative guidance law that controls impact time and angle can improve the penetration capability and maximize the strike effectiveness, which is a current research hotspot. Most of the existing cooperative guidance laws assume that the missile's flight speed does not change, and do not take the impact of variable speed on the arrival time estimation into consideration. In this paper, the Bezier curve is used as the attack trajectory, and the arrival time is estimated according to the missile velocity profile and the Bezier curve length. After proving the length of the Bezier curve increases monotonically with the initial flight-path angle, we adjust the arrival time by virtual initial flight-path angle to achieve cooperative attack, and the expected arrival time will be consistent. On the basis of assuming that the shortening of the curve length would shorten the arrival time, we prove that the proposed algorithm can reach the agreement of the arrival time. Through the simulation, it is verified that the algorithm can achieve high time arrival accuracy while ensuring the accuracy of the attack angle.

**Keywords:** cooperative guidance; Bezier curve; variable speed; impact time; impact angle; missile coordination

## 0 引言

随着拦截技术的不断发展, 采用多弹协同进行突防可显著提高突防概率. 同时对于部分关键打击对象, 需根据实际情况采用特定的攻击角度实施打击, 发挥导弹的最佳打击效能. 研究控制攻击时间和角度的协同制导律已成为近年来的研究热点.

在控制攻击时间实现协同攻击方面, 文献[1]将剩余飞行时间误差作为优化目标, 在纯比例导引律的基础上推导出一种多弹协同制导律. 文献[2]针对攻

击时间协同控制问题提出了集中决策和分散协同两种控制架构. 文献[3]提出了一种协同制导律可在网络拓扑不断改变的情况下实现协同攻击. 文献[4]采用了领弹-从弹结构实现协同制导, 其领弹采用固定系数比例导引控制律, 而从弹采用变增益比例导引控制律. 文献[5]也采用了领弹-从弹结构, 使用杜宾斯路径规划算法实现中制导协同控制. 在控制攻击角度方面, 文献[6]针对机动目标拦截问题, 设计了一种可控制攻击角度的自适应积分滑模制导律. 为了保

收稿日期: 2022-07-23; 录用日期: 2023-02-18.

责任编辑: 周彬.

†通讯作者. E-mail: jhzhu@mail.tsinghua.edu.cn.

证滑模制导律在固定时间内收敛,文献[7]设计了一种非奇异的制导律.事实上,视场角约束与加速度约束在实际制导应用中同样重要.文献[8]基于滑模控制律设计了控制攻击角和视场角的控制律.文献[9]则将加速度限制加入制导律设计中,提出了一种新的滑模控制律.

控制攻击角度和攻击时间的协同制导律是当前研究热点.文献[10]使用双圆弧轨迹实现了攻击角度控制,在此基础上对于达到时间早的导弹通过在直线段增加飞行圆弧来推迟其到达时间,进而实现了时间协同.文献[11]将攻击目标作为球心,构造了虚拟球体,导弹通过跟踪虚拟球体上的虚拟点实现攻击角度和攻击时间的控制.文献[12]直接针对视线坐标系下的动力学方程,采用领弹-从弹模式,设计了一种三维滑模协同制导控制律,该方法是在视线坐标系中求解控制量,需要导弹产生径向的加速度才能实现时间协同控制.事实上,导弹在飞行过程中径向受力由推力和阻力构成,部分导弹很难产生相应的径向加速度以满足控制需求.文献[13]首先设计角度控制律并推导剩余飞行时间估算方法,在此基础上设计了滑模控制律来实现时间协同控制.文献[14]设计了三维协同拦截算法,其特点是拦截目标的机动能力较强.文献[15]提出了一种2阶段协同制导方法,其第1个阶段离线形成预定到达时间,而第2个阶段则采用比例导引进行打击.以上协同算法极少考虑导弹飞行过程中寄生阻力和诱导阻力引起的速度变化,在实际使用中具有一定的局限性.

本文基于贝塞尔曲线实现变速度条件下的多弹协同控制.此前,2阶贝塞尔曲线已在制导律设计中取得了一定应用<sup>[16-17]</sup>.本文首先通过导弹速度包络和贝塞尔曲线长度估算剩余飞行时间;然后,在证明贝塞尔曲线长度随初始航迹角增加而单调增加的基础上,通过在线实时调整虚拟初始航迹角来同步到达时间;最后,使用轨迹跟踪算法跟踪贝塞尔曲线轨迹实现控制攻击角度前提下的协同攻击.仿真实验验证了协同算法的有效性.主要内容可总结如下.

1) 证明贝塞尔曲线长度随初始航迹角增加而单调增加.

2) 设计基于贝塞尔曲线的多弹协同打击算法.

3) 在假设缩短打击轨迹可缩短打击时间的前提下,证明了协同算法的收敛性.

## 1 问题描述

本文目标是控制  $N$  枚导弹在二维平面以不同角度协同攻击一静止目标,相关变量如图1所示.图1

中:  $\theta_i$  为第  $i$  枚导弹的航迹角,  $\sigma_i$  为第  $i$  枚导弹的视线角,  $\lambda_i$  为第  $i$  枚导弹的前置角,  $\theta_1^i$  为初始航迹角,  $-\theta_2^i$  为期望攻击角,  $a_i$  为侧向加速度.

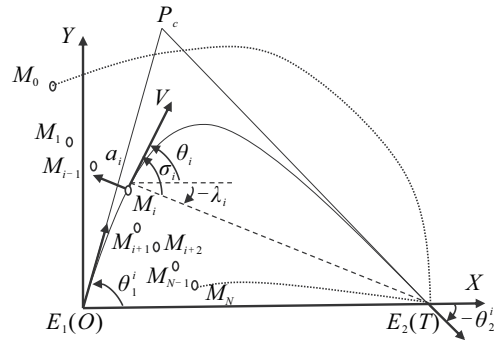


图1 二维平面协同制导律关键变量示意图

对于第  $i$  枚导弹而言,动力学建模可描述为

$$\dot{V}_i = -D_i/m_i, \quad (1)$$

$$D_i(t) = 0.5\rho V_i(t)^2 S C_D(V) + \frac{K m_i^2}{0.5\rho V(t)^2 S} a_i^2. \quad (2)$$

其中:  $D_i$  为导弹所受阻力,  $m_i$  为导弹质量,  $V_i(t)$  为第  $i$  枚导弹的速度,  $C_D(V)$  为寄生阻力,  $K$  为诱导阻力系数,  $\rho$  为空气密度,  $S$  为导弹横截面积. 设  $t_i$  为第  $i$  枚导弹撞击目标的时间,则控制攻击时间和角度的协同制导律目标是使得

$$\max_{i,j} t_i - t_j \rightarrow 0, \quad (3)$$

且对于任意的  $i$ , 航迹角满足

$$\lim_{t \rightarrow t_i} \theta_i \rightarrow -\theta_2^i. \quad (4)$$

贝塞尔曲线广泛应用于计算机图形学等领域.本文采用2阶贝塞尔曲线作为导弹攻击轨迹,实现攻击角度和攻击时间的控制.典型2阶贝塞尔曲线如图1所示,其数学方程形式如下式所示:

$$B(\tau) = (1-\tau)^2 E_1 + 2\tau(1-\tau) P_c + \tau^2 E_2, \quad 0 \leq \tau \leq 1. \quad (5)$$

其中:  $E_1(x_1, y_1)$  为曲线起点,相当于导弹起始坐标;  $E_2(x_2, y_2)$  为曲线终点,相当于目标点;  $P_c(x_c, y_c)$  为2阶贝塞尔曲线控制点.则  $\overrightarrow{E_1 P_c}$  为导弹初始方向 ( $\theta_1$  为初始航迹角),  $\overrightarrow{P_c E_2}$  为期望攻击方向 ( $-\theta_2$  为期望攻击角),沿该2阶贝塞尔曲线飞行可实现按照特定的攻击角度完成对目标的打击.为了便于表达,使用  $B_{E_1, P_c, E_2}$  表示整条曲线,  $|B_{E_1, P_c, E_2}|$  表示曲线长度,  $B_{E_1, P_c, E_2}(\tau)$  表示曲线上一点.

## 2 基于贝塞尔曲线的协同制导律设计

在本节,首先验证贝塞尔曲线轨迹长度  $|B_{E_1, P_c, E_2}|$  随初始航迹角  $\theta_1^i$  变大而变大.由于初始航迹角在初始时刻已确定,为了进行区分,后文使用

$\hat{\theta}_1^i$  表示虚拟初始航迹角,用于调整整条跟踪轨迹,即在图2中,导弹跟踪的曲线为 $\hat{\theta}_1^i$ 和 $-\theta_2^i$ 对应 $P_c(x_c, y_c)$ 组成的贝塞尔曲线. 设沿整条轨迹飞行完毕后的撞击时间为 $t_i$ ,本文对其估算方法为

$$\hat{t}_i = t_{\text{elap},i} + t_{\text{go},i}. \quad (6)$$

其中: $\hat{t}_i$ 为 $t_i$ 的估计值, $t_{\text{elap},i}$ 为已进行的时间, $t_{\text{go},i}$ 为估计将要飞行的时间. 则通过调整虚拟初始航迹角 $\hat{\theta}_1^i$ 可调整整条轨迹的飞行估计时间 $\hat{t}_i$ . 在此基础上,提出通过调整虚拟初始航迹角实现多弹协同的算法,并对算法的稳定性进行分析. 最后给出所采用轨迹跟踪算法.

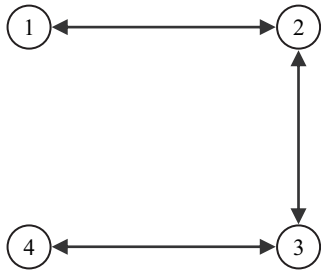


图2 导弹间通信拓扑

### 2.1 贝塞尔曲线轨迹长度单调性

当期望攻击角度确定时,由贝塞尔曲线确定的弹道长度与初始航迹角大小成正相关,其描述见定理1.

**定理1** 对于 $\pi/2 > \theta_1 > 0, \pi/2 > \theta_2 > 0$ ,当 $\theta_2$ 保持不变时, $|B_{E_1, P_c, E_2}|$ 长度随 $\theta_1$ 单调增加.

**证明** 首先证明 $B_{E_1, P_c, E_2}$ 对应函数 $f(x)$ 是凸函数,即等价于证明 $df(x)^2/dx^2 \leq 0$ 在 $0 \leq x \leq x_2$ 上成立. 对于式(5),其横纵坐标计算方法为

$$\begin{cases} x(\tau) = (1 - \tau)^2 x_1 + 2\tau(1 - \tau)x_c + \tau^2 x_2, \\ y(\tau) = (1 - \tau)^2 y_1 + 2\tau(1 - \tau)y_c + \tau^2 y_2. \end{cases} \quad (7)$$

不失一般性,设 $x_1 = y_1 = y_2 = 0$ ,即初始坐标点 $E_1$ 为原点,且 $E_2$ 位于 $x$ 轴上,则 $df(x)^2/dx^2$ 可计算得到

$$\frac{df(x)^2}{dx^2} = \frac{-x_2 y_c}{2(\tau x_2 + (1 - 2\tau)x_c)^3}. \quad (8)$$

由于 $x_2, y_c, x_c$ 均大于0, $df(x)^2/dx^2 \leq 0$ 在 $0 \leq x \leq x_2$ 上成立. 接着,对于任意的 $\theta_1' \in (\theta_1, \pi - \theta_2)$ ,其对应的贝塞尔曲线为 $B_{E_1, P_c', E_2}$ ,证明 $B_{E_1, P_c, E_2}$ 包含于 $B_{E_1, P_c', E_2}$ ,即对于任意的 $0 \leq x \leq x_2, f(x) \leq f'(x)$ . 其中: $f'(x)$ 为曲线 $B_{E_1, P_c', E_2}$ 对应的函数,不表示 $f(x)$ 的导数.

对于式(7)易知, $y(\tau) = 2\tau(1 - \tau)y_c$ ,则当 $\tau$ 恒定时, $y(\tau)$ 随 $y_c$ 的增加而增加,至少存在一点 $\bar{x}$ 使得 $f'(\bar{x}) > f(x)$ 对于 $x \in [0, x_2]$ 成立. 事实上, $f(x) \leq f'(x)$ 在 $x \in [0, x_2]$ 上均成立;否则, $B_{E_1, P_c, E_2}$ 与 $B_{E_1, P_c', E_2}$ 一定存在除 $E_1$ 和 $E_2$ 外的交点,即存在 $\tau$ 和

$\tau'$ 使得下式成立:

$$\begin{aligned} B_{E_1, P_c, E_2}(\tau) &= B_{E_1, P_c', E_2}(\tau'), \\ 0 < \tau < 1, 0 < \tau' < 1. \end{aligned} \quad (9)$$

等价于

$$\begin{cases} 2\tau(1 - \tau)x_c + \tau^2 x_2 = 2\tau'(1 - \tau')x_c' + \tau'^2 x_2, \\ 2\tau(1 - \tau)y_c = 2\tau'(1 - \tau')y_c'. \end{cases} \quad (10)$$

由于 $y_c = -\tan(\theta_2)(x_c - x_2)$ ,同时 $y_c' = -\tan(\theta_2')(x_c' - x_2)$ ,代入式(10),得到

$$2\tau(1 - \tau)x_c + \tau^2 x_2 = 2\tau'(1 - \tau')x_c' + \tau'^2 x_2, \quad (11)$$

$$2\tau(1 - \tau)(x_c - x_2) = 2\tau'(1 - \tau')(x_c' - x_2). \quad (12)$$

用式(12)减(11),得到

$$-2\tau x_2 + \tau^2 x_2 = -2\tau' x_2 + \tau'^2 x_2. \quad (13)$$

$x_2 > 0$ 且 $\tau^2 - 2\tau$ 在 $(0, 1)$ 区间单调,故 $\tau = \tau'$ ,此时,由式(12),得到 $x_c = x_c'$ ,矛盾,故 $B_{E_1, P_c, E_2}$ 与 $B_{E_1, P_c', E_2}$ 除 $E_1$ 和 $E_2$ 外无交点,则 $B_{E_1, P_c, E_2}$ 包含于 $B_{E_1, P_c', E_2}$ ,由包络原理可知 $|B_{E_1, P_c, E_2}| < |B_{E_1, P_c', E_2}|$ .  $\square$

由定理1可见,由初始航迹角、期望撞击角所确定的贝塞尔曲线,其长度随初始航迹角的增加而单调增加. 该定理成立的本质,在于期望攻击角度确定的前提下,不同初始航迹角所确定贝塞尔曲线不相交,导致彼此间存在包含关系,故 $\theta_1$ 与 $\theta_2$ 不必一定在 $0 \sim \pi/2$ 之间.

### 2.2 多弹协同算法和稳定性分析

为了实现变速度条件下同时控制攻击时间和攻击角度,本文一方面采用跟踪贝塞尔曲线来实现预期攻击角度,另一方面通过调整虚拟初始航迹角来实现控制攻击时间. 对于式(6)而言,为了计算 $t_{\text{go},i}$ ,需先计算待飞行轨迹长度. 对于一条贝塞尔曲线,假设导弹处于 $B_{E_1, P_c, E_2}(\tau_0)$ 位置附近,则剩余飞行长度 $L_{\text{res}}$ 可计算<sup>[16]</sup>为

$$L_{\text{res}} = |J|(N(1 + D) - N(\tau_0 + D)). \quad (14)$$

其中: $N(u)$ 和 $J$ 可计算为

$$N(u) = u\sqrt{u^2 + U} + U \log(u + \sqrt{u^2 + U}), \quad (15)$$

$$D = (J \cdot K)/|J|^2, \quad (16)$$

$$J = E_1 - 2P_c + E_2, \quad (17)$$

$$U = |K|^2/|J|^2 - (J \cdot K)/|J|^2, \quad (18)$$

$$K = P_c - E_1. \quad (19)$$

则预期到达时间需找到 $t_{\text{go},i}$ 使得下列方程成立:

$$\int_{t_0}^{t_{\text{go},i}} \left( V_{t_0} + \int_0^t \dot{V}_i(s) ds \right) dt = L_{\text{res}}, \quad (20)$$

式中  $V_{t_0}$  为  $t_0$  时刻导弹的速度. 上述方程难以求得解析解. 本文根据速度剖面, 可插值计算得到  $t_{go,i}$ . 具体方法是在不做任何机动的前提下, 记录不同飞行速度下, 不同飞行距离所需的时间, 形成差值表. 在实际计算时根据当前速度和  $L_{res}$  进行插值得到  $t_{go,i}$ , 再由式 (6) 可计算得到预期到达时间  $\hat{t}_i$ . 假设通信连接的拓扑表示为

$$S(t) = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12}(t) & \cdots & s_{1n}(t) \\ s_{21}(t) & s_{22} & \cdots & s_{2n}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{n1}(t) & s_{n2}(t) & \cdots & s_{nn} \end{bmatrix}. \quad (21)$$

其中:  $s_{ij} = 1$  表示导弹  $i$  与导弹  $j$  间可交换信息,  $s_{ij} = 0$  则表示导弹  $i$  与导弹  $j$  间无法交换信息. 则虚拟初始航迹角的导数可计算为

$$\dot{\theta}_1^i = -k_i \sum_{j=1}^n d_{ij} (\hat{t}_i - \hat{t}_j). \quad (22)$$

其中:  $k_i > 0$  为比例系数,  $d_{ij} = s_{ij} / \sum_{v=1}^n s_{iv}$ . 为了分析该协同算法的稳定性, 本文需做出如下假设.

**假设1** 缩短贝塞尔曲线长度可缩短导弹预计撞击时间; 反之, 增加贝塞尔曲线长度将增加导弹预计撞击时间.

该假设在轨迹不发生剧烈变化时应成立. 当轨迹剧烈变化时, 导弹会在机动过程中损耗大量动能, 导致抵达时间明显变大. 记  $L$  为贝塞尔曲线长度, 该假设等价于  $\partial \hat{t}_i / \partial L > 0$ , 则基于该假设可得到定理2.

**定理2** 在满足假设1且任意两枚导弹间存在交换信息的路径的条件下, 在式(21)的控制下,  $N$  枚导弹间到达时间可最终形成一致.

**证明** 首先记  $\Omega_{\min}(t)$  为  $t$  时刻预计到达时间最早的导弹集合;  $\Omega_{\max}(t)$  为  $t$  时刻预计到达时间最晚的导弹集合, 则对于  $i^* \in \Omega_{\max}(t)$ , 其到达时间可计算为

$$\dot{\hat{t}}_{i^*} = \frac{\partial \hat{t}_{i^*}}{\partial L_{i^*}} \cdot \frac{\partial L_{i^*}}{\partial \hat{\theta}_1^{i^*}} \cdot \frac{\partial \hat{\theta}_1^{i^*}}{\partial t}. \quad (23)$$

由假设1可知,  $\frac{\partial \hat{t}_{i^*}}{\partial L_{i^*}} > 0$ , 由定理1可知,  $\frac{\partial L_{i^*}}{\partial \hat{\theta}_1^{i^*}} > 0$ , 令两者乘积为  $c_{i^*}$ , 代入式(21), 则式(23)可化简为

$$\dot{\hat{t}}_{i^*} = -c_{i^*} k_i \sum_{j=1}^n d_{ij} (\hat{t}_{i^*} - \hat{t}_j). \quad (24)$$

对于任意  $j$ ,  $\hat{t}_{i^*} \geq \hat{t}_j$ , 有  $\hat{t}_{i^*} - \hat{t}_j < 0$ , 此处无法取得等号, 否则所有导弹撞击时间已完成同步. 同理, 对于  $j^* \in \Omega_{\min}(t)$ , 有  $\hat{t}_{j^*} > 0$ , 则对于  $\delta_{\max}(t) = \hat{t}_{i^*} - \hat{t}_{j^*}$ , 易知

$$\dot{\delta}_{\max}(t) = \dot{\hat{t}}_{i^*} - \dot{\hat{t}}_{j^*} < 0. \quad (25)$$

弹群预计达到时间将会最终趋于一致.  $\square$

## 2.3 轨迹跟踪算法

对于轨迹跟踪算法, 目前已有成熟算法可借鉴<sup>[18]</sup>. 本文选取2阶贝塞尔曲线上距离导弹最近的点  $B_{E_1, P_c, E_2}(\tau_0)$  进行跟踪. 导弹侧向加速度可表示为

$$a = -[q_1 d + q_2 \dot{d}]. \quad (26)$$

其中:  $q_1, q_2$  为参数;  $\dot{d} = V(t) \sin(\theta - \theta_d)$ ,  $\theta_d$  为切线倾角, 是导弹的期望航迹角;  $d$  为导弹到  $B_{E_1, P_c, E_2}(\tau_0)$  切线的距离.

## 3 仿真实验

为了验证所提出算法的有效性, 本文对文献[13]中的场景进行仿真, 并与文献[13]算法仿真结果进行对比. 为了绘图清晰, 本文将文献[13]场景中导弹起点归一化到  $x$  轴上, 其起点、初始速度、初始航迹角和期望攻击角如表1所示, 通信拓扑如图2所示. 导弹寄生阻力系数  $C_D$  随速度变化曲线如图3所示: 诱导阻力系数  $K = 0.001$ , 横截面积  $S = 0.1 \text{ m}^2$ , 质量为  $m = 150 \text{ kg}$ , 横侧向加速度限制为  $100 \text{ m/s}^2$ . 本文主要参数包括:  $k_i = 0.0001$ ,  $q_1 = 4$ ,  $q_2 = 4.24$ .

表1 各导弹初始状态

missile	$x_i/\text{km}$	$y_i/\text{km}$	$V_i/(\text{m/s})$	$\theta_1^i/(\circ)$	$-\theta_2^i/(\circ)$
1	-10	0	350	90	-30
2	-9	0	340	90	-60
3	-10	0	330	36.87	-83.13
4	-9.43	0	360	32.01	-117.99

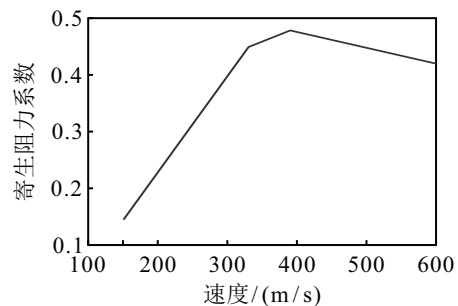


图3 寄生阻力系数随速度变化曲线

本文首先对速度不变条件下的协同打击进行仿真, 仿真结果如图4所示, 撞击时间和撞击角度误差如表2所示. 由图4(a)和图4(b)可见: 在仿真初期, 各单元根据临近导弹到达时间迅速调整轨迹, 其后在飞行过程中横侧向加速度较大的情况出现在贝塞尔曲线曲率最大的地方. 由图4(c)可见: 各导弹预计到达时间随着贝塞尔轨迹改变, 迅速达成一致. 由图4(d)可见: 各导弹航迹角变化较为平稳, 没有出现明显抖动. 对比表2可以看出, 所提出算法撞击时刻存在最

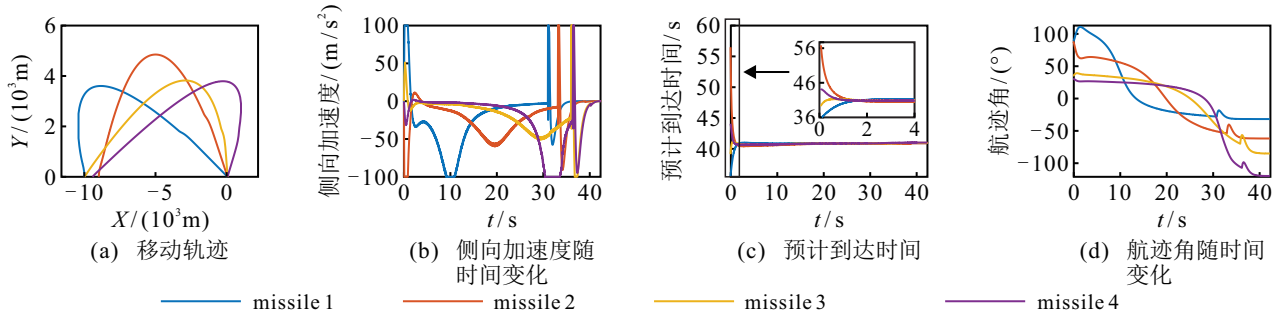


图4 速度不变条件下协同仿真实验结果

表2 速度不变条件下导弹撞击时间与撞击角度误差

missile	本文算法撞击时间/s	本文算法撞击角度误差/(°)	对比算法撞击时间/s	对比算法撞击角度/(°)
1	40.916	-0.151	44.835	-0.131
2	40.962	-0.074	44.946	0.648
3	40.993	-0.204	45.201	0.23
4	41.051	-0.123	45.236	-0.974

大时间误差为0.135 s,对比算法撞击时刻存在最大时间误差为0.401 s,基本相同,而所提出算法攻击角度最大误差为0.204°,而对比算法攻击角度最大误差为0.974°,所提出算法略优于对比算法。

对于变速度情况,仿真结果如图5所示,各导弹攻击时间和攻击角度误差如表3所示.除预计到达时间明显增大外,变速度条件下本文的仿真结果与速度不变下仿真结果差异并不显著.图5(a)为各导弹速度随时间变化曲线,可以看出,随着时间推移,各导弹速度快速衰减.由表3可见,所提出算法协同时间误差最大为0.238 s,与速度不变下仿真结果基本相同;

而攻击角度误差最大为-0.314°,同样达到了较高的精度.而对比算法协同时间误差最大为1.076 s,攻击角度误差最大为2.265°.对比算法由于 $t_{go}$ 估计算法是基于速度不变前提下推导得出的,在接近攻击目标时, $t_{go}$ 估计不准导致时间控制与角度控制会相互干扰,造成攻击时间误差变大,攻击角度控制精度下降的结果.由表3可见,所提出算法到达时间在速度不变和变速度条件下均早于对比算法.这是由于基于贝塞尔曲线的算法飞行路径经过规划后较短导致的.由该例可以看出,所提出算法可在控制攻击角度的前提下实现较高精度的攻击时间协同。

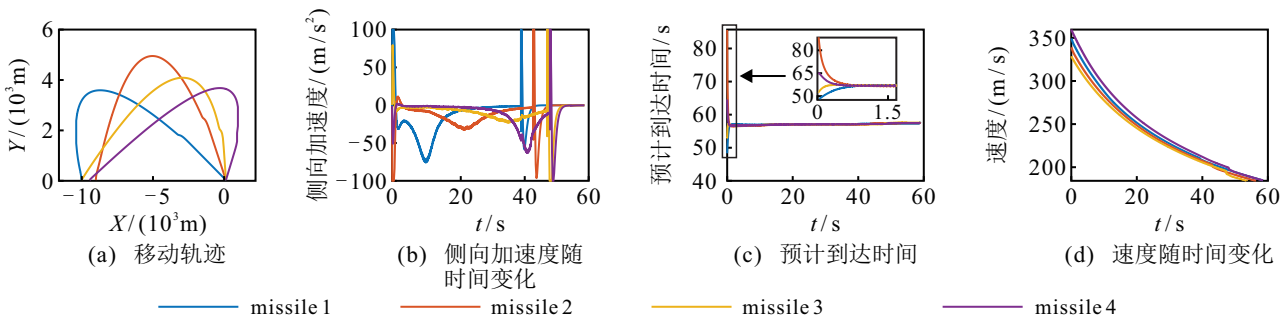


图5 变速度条件下协同仿真实验结果

表3 变速度条件下导弹撞击时间与撞击角度误差

missile	本文算法撞击时间/s	本文算法撞击角度误差/(°)	对比算法撞击时间/s	对比算法撞击角度/(°)
1	57.985	-0.079	59.767	-0.618
2	58.092	-0.174	59.999	-0.318
3	58.206	-0.314	60.494	0.003
4	58.223	-0.249	60.843	2.265

### 4 结论

本文针对变速度条件下的协同制导问题,使用贝塞尔曲线作为飞行轨迹,设计了一种控制攻击角度与

攻击时间的协同制导律.本文首先证明了飞行轨迹在期望攻击角不变的前提下,随着初始航迹角增加而单调增加;然后,基于轨迹长度和飞行速度剖面估计

到达时间,通过协同制导律调整导弹轨迹形状并实现时间协同,证明了在该协同制导律的控制下弹群可形成一致的到达时间;最后,通过两组仿真实验验证了所提出算法的有效性.下一步可研究假设1成立的条件,并探索新的变速度条件下的协同算法.

### 参考文献(References)

- [1] Jeon I S, Lee J I, Tahk M J. Impact-time-control guidance law for anti-ship missiles[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2006, 14(2): 260-266.
- [2] Zhao S Y, Zhou R. Cooperative guidance for multimissile salvo attack[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2008, 21(6): 533-539.
- [3] 彭琛, 刘星, 吴森堂, 等. 多弹分布式协同末制导时间一致性研究[J]. *控制与决策*, 2010, 25(10): 1557-1561. (Peng C, Liu X, Wu S T, et al. Consensus problems in distributed cooperative terminal guidance time of multi-missiles[J]. *Control and Decision*, 2010, 25(10): 1557-1561.)
- [4] 邹丽, 孔繁峨, 周锐, 等. 多导弹分布式自适应协同制导方法[J]. *北京航空航天大学学报*, 2012, 38(1): 128-132. (Zou L, Kong F E, Zhou R, et al. Distributed adaptive cooperative guidance for multi-missile salvo attack[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2012, 38(1): 128-132.)
- [5] Zeng J, Dou L H, Xin B. A joint mid-course and terminal course cooperative guidance law for multi-missile salvo attack[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2018, 31(6): 1311-1326.
- [6] 赵斌, 周军, 卢晓东, 等. 考虑终端角度约束的自适应积分滑模制导律[J]. *控制与决策*, 2017, 32(11): 1966-1972. (Zhao B, Zhou J, Lu X D, et al. Adaptive integral sliding mode guidance law considering impact angel constraint[J]. *Control and Decision*, 2017, 32(11): 1966-1972.)
- [7] 李晓宝, 张友安, 鲍虎, 等. 带攻击角度约束的非奇异终端滑模固定时间收敛制导律[J]. *控制与决策*, 2020, 35(2): 474-482. (Li X B, Zhang Y A, Bao H, et al. Nonsingular terminal sliding mode based impact angle constraint guidance law with fixed-time convergence[J]. *Control and Decision*, 2020, 35(2): 474-482.)
- [8] 李晓宝, 赵国荣, 刘帅, 等. 考虑攻击角度和视场角约束的自适应终端滑模制导律[J]. *控制与决策*, 2020, 35(10): 2336-2344. (Li X B, Zhao G R, Liu S, et al. Adaptive terminal sliding mode guidance law with impact angle and field-of-view constraints[J]. *Control and Decision*, 2020, 35(10): 2336-2344.)
- [9] 李泽仁, 崔颖, 章露露, 等. 考虑加速度约束的终端角度约束滑模制导律设计[J]. *控制与决策*, 2021, 36(10): 2511-2516. (Li Z R, Cui H, Zhang L L, et al. Sliding-mode guidance law with acceleration and angle constraints[J]. *Control and Decision*, 2021, 36(10): 2511-2516.)
- [10] 张友根, 张友安, 施建洪, 等. 基于双圆弧原理的协同制导律研究[J]. *海军航空工程学院学报*, 2009, 24(5): 537-542. (Zhang Y G, Zhang Y A, Shi J H, et al. Research on cooperative guidance for multi-missiles based on Bi-arcs[J]. *Journal of Naval Aeronautical and Astronautical University*, 2009, 24(5): 537-542.)
- [11] 王晓芳, 洪鑫, 林海. 一种控制多弹协同攻击时间和攻击角度的方法[J]. *弹道学报*, 2012, 24(2): 1-5. (Wang X F, Hong X, Lin H. A method of controlling impact time and impact angle of multiple-missiles cooperative combat[J]. *Journal of Ballistics*, 2012, 24(2): 1-5.)
- [12] Lin M, Ding X J, Wang C Y, et al. Three-dimensional fixed-time cooperative guidance law with impact angle constraint and prespecified impact time[J]. *IEEE Access*, 2021, 9: 29755-29763.
- [13] Wang C Y, Dong W, Wang J N, et al. Impact-angle-constrained cooperative guidance for salvo attack[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2022, 45(4): 684-703.
- [14] Chen Z Y, Yu J L, Dong X W, et al. Three-dimensional cooperative guidance strategy and guidance law for intercepting highly maneuvering target[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2021, 34(5): 485-495.
- [15] Zhang Y, Tang S J, Guo J. Two-stage cooperative guidance strategy using a prescribed-time optimal consensus method[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2020, 100: 105641.
- [16] Yan X H. Research on multi-constrained guidance law for aircraft protection[D]. Beijing: Tsinghua University, 2020: 20-50.
- [17] Qin Z, Qi X Y, Fu Y L. Terminal guidance based on Bezier curve for climb-and-dive maneuvering trajectory with impact angle constraint[J]. *IEEE Access*, 2018, 7: 2969-2977.
- [18] 张守武, 李擎, 王恒, 等. 非匹配不确定性影响下的无人车路径跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2022, 37(1): 160-166. (Zhang S W, Li Q, Wang H, et al. Path following control for autonomous vehicles with mismatched uncertainties[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(1): 160-166.)

### 作者简介

程志强(1992—), 男, 助理研究员, 博士, 从事非线性控制、制导控制等研究, E-mail: czq92@qq.com;

李涛(1982—), 男, 副研究员, 博士, 从事系统工程、作战实验等研究, E-mail: litao05030046@163.com;

庞云福(1982—), 男, 助理研究员, 硕士, 从事计算机应用的研究, E-mail: pangple@163.com;

朱纪洪(1968—), 男, 教授, 博士生导师, 从事非线性控制、飞行控制、制导控制等研究, E-mail: jhzhu@mail.tsinghua.edu.cn.