



中国科技期刊卓越行动计划项目入选期刊

# 控制与决策

CONTROL AND DECISION



## 基于漏斗策略的航天器高精度姿态控制器设计

黄元, 魏春岭, 严晗, 郝仁剑

引用本文:

黄元, 魏春岭, 严晗, 郝仁剑. 基于漏斗策略的航天器高精度姿态控制器设计[J]. *控制与决策*, 2024, 39(5): 1543–1549.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.1642>

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 航天器输入受限的鲁棒自适应姿态跟踪控制

Robust adaptive attitude tracking control of spacecraft with constrained inputs

控制与决策. 2021, 36(9): 2297–2304 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0013>

#### 多航天器系统分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制

Distributed fixed-time output feedback attitude coordination tracking control for multiple rigid spacecraft

控制与决策. 2021, 36(5): 1049–1058 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0968>

#### 输出误差约束下四旋翼无人机预定性能反步控制

Prescribed performance backstepping control for quadrotor UAV with output error constraint

控制与决策. 2021, 36(5): 1059–1068 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1249>

#### 输入饱和的充液航天器抗干扰有限时间滑模控制

Anti-disturbance finite-time sliding mode control for liquid-filled spacecraft with input saturation

控制与决策. 2021, 36(5): 1078–1086 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0820>

#### 基于时变增益ESO的航天器无源姿态跟踪控制

Passive attitude tracking control of spacecraft based on time-varying gain ESO

控制与决策. 2018, 33(2): 193–202 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2016.1472>

# 基于漏斗策略的航天器高精度姿态控制器设计

黄元, 魏春岭<sup>†</sup>, 严晗, 郝仁剑

(北京控制工程研究所 空间智能控制技术国家重点实验室, 北京 100190)

**摘要:** 针对一类具有外部扰动的航天器控制系统, 提出一种基于漏斗策略的高精度姿态控制方法, 从而对整个跟踪控制轨迹进行规划, 保证控制误差时刻满足设计需求, 有效提升控制系统动态性能与品质. 首先, 对所提出姿态控制策略的跟踪性能进行理论分析, 结果表明如果姿态控制误差初值位于根据性能需求设计的漏斗区域内, 则在后续任意时刻跟踪误差将始终位于该动态性能漏斗中. 在此基础上, 考虑到实际工程应用中航天器系统控制信号的有界性需求, 给出性能漏斗的优化设计方法, 从而保证在输入幅值约束下控制系统的动态性能. 最后通过数值仿真验证了所提出航天器姿态漏斗控制策略设计方法及理论分析结果的正确性和有效性.

**关键词:** 航天器姿态跟踪控制; 漏斗控制策略; 预设误差性能; 输入幅值约束; 扩张状态观测器; 扰动抑制

中图分类号: TP13

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2022.1642

引用格式: 黄元, 魏春岭, 严晗, 等. 基于漏斗策略的航天器高精度姿态控制器设计 [J]. 控制与决策, 2024, 39(5): 1543-1549.

## Toward funnel strategy based high-precision attitude controller design for spacecraft

HUANG Yuan, WEI Chun-ling<sup>†</sup>, YAN Han, HAO Ren-jian

(National Key Laboratory of Space Intelligent Control, Beijing Institute of Control Engineering, Beijing 100190, China)

**Abstract:** In this work, we propose one type of high-precision funnel control strategy to achieve attitude control for spacecraft control systems with external disturbances, based on which we program the whole control process such that the control error satisfies the design requirements. Firstly, we investigate the proposed funnel control strategy's transient performance. It is shown that if the initial value of the attitude tracking error is located in the funnel, which is designed based on the requirements of control precision, the tracking error can be guaranteed in this funnel at any time. Furthermore, considering the criteria for control value, we revise the design for the funnel function, ensuring the transient performance of the attitude control system. Finally, the proposed funnel control strategy and theoretic analysis are verified by numerical simulation, which shows the correctness and effectiveness.

**Keywords:** attitude tracking control for spacecraft; funnel control strategy; prescribe error performance; input constraint; extended state observer; disturbance rejection

## 0 引言

航天器姿态控制是航天技术中的重要问题. 考虑到航天器在轨运行中受到外部扰动以及内部复杂非线性等多种不利因素的影响, 为满足任务需求, 需设计性能优良的姿态控制系统, 从而实现高精度姿态控制<sup>[1-2]</sup>. 至今, 自适应鲁棒控制<sup>[3]</sup>、自抗扰控制<sup>[4]</sup>、滑模控制<sup>[5]</sup>等多种控制方法广泛应用于航天器姿态控制中. 上述控制方法多着眼于系统渐近稳定特性, 即考虑在时间趋于无穷时航天器姿态控制系统的控制性能. 考虑到空间任务的快速性要求以及航天器的

高操作性, 在控制器设计方面对瞬态性能具有更高的要求, 即从初始时刻开始的任意时刻, 针对误差均具有明确的指标要求, 并且能够实现有限时间收敛, 因此有限时间控制<sup>[6]</sup>、预设性能控制<sup>[7]</sup>等方法得到了越来越多的关注. 其中, 漏斗控制<sup>[8-9]</sup>由于在上述方面展现出优秀特性, 已在各类控制系统中得到了良好的应用<sup>[10]</sup>.

漏斗控制策略的核心思想是基于当前跟踪误差与预先设计的性能漏斗之间的偏差, 动态地设计时变反馈控制增益, 进而保证被控系统的跟踪误差在

收稿日期: 2022-09-16; 录用日期: 2023-01-20.

基金项目: 国家自然科学基金项目(U21B6001, 61873029); 北京市科技新星计划项目(Z201100006820102).

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: clwei502@163.com.

任意时刻能够始终位于上述性能漏斗内侧,因此可以通过针对性设计性能漏斗有效保证被控系统的瞬态性能,实现误差收敛过程及范围的可控. 该类控制方法虽然在近年才提出,但已引起控制领域中许多研究者的关注. 文献[11]针对非线性时不变系统,给出了一种新型的性能漏斗规划方法,以保证在该漏斗边界内跟踪误差的动态特性. 文献[12]针对二阶线性最小相位系统,基于一类平滑参考信号设计了动态漏斗控制器以实现跟踪误差在预定性能漏斗内的演变. 文献[13]使用跟踪误差代替比例因子,给出了一类具有未知死区被控对象的自适应漏斗控制策略设计方法. 关于漏斗控制更为细致的相关综述可参考文献[14]. 虽然漏斗控制已经在各类被控系统中得到了较好的应用,但关于如何在航天器系统中应用该思想设计姿态控制器仍是一个开放性问题.

鉴于此,考虑到漏斗控制策略在提升瞬态性能方面的优点,本文将其与航天器控制系统相结合,提出一种基于漏斗策略的高精度姿态控制器设计方法,主要工作归纳如下:针对一类受扰航天器系统,给出其瞬态性能控制问题的数学描述;针对该问题,提出姿态漏斗控制器的设计方法,其中为有效抑制不确定性扰动以及内部复杂非线性环节对于控制品质的影响,采用扩张状态观测器对上述因素进行观测,并在控制策略中补偿;针对所提出控制策略进行瞬态控制性能的理论分析. 结果表明,若航天器姿态控制误差的初值位于所设计的性能漏斗当中,则在之后的任意时刻控制误差均将位于该漏斗中. 在此基础上,考虑到实际工程中对控制信号的幅值约束,给出性能漏斗函数的优化设计方法保证姿态瞬态控制性能,并给出控制信号有界性的定量描述,提升了所提出理论结果的可用性.

### 1 问题描述

考虑图1所示的一类受外部扰动影响的航天器,根据文献[15-16],姿态误差动态特性如下所示:

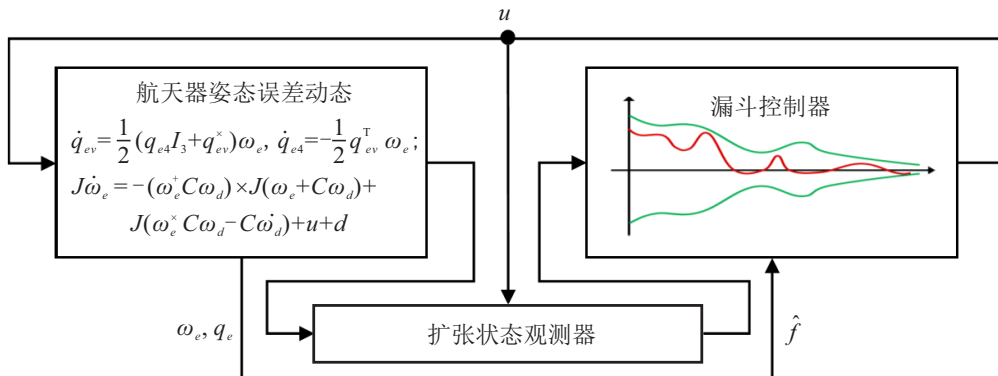


图1 基于漏斗控制策略的航天器姿态高精度控制

$$\dot{q}_{ev} = \frac{1}{2}(q_{e4}I_3 + q_{ev}^\times)\omega_e, \dot{q}_{e4} = -\frac{1}{2}q_{ev}^T \omega_e; \quad (1)$$

$$J\dot{\omega}_e = -(\omega_e + C\omega_d)^\times J(\omega_e + C\omega_d) + J(\omega_e^\times C\omega_d - C\dot{\omega}_d) + u + d. \quad (2)$$

其中:  $u \in \mathbb{R}^3$  为控制力矩;  $d \in \mathbb{R}^3$  为由扰动以及建模不确定因素产生的力矩;  $J \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  为航天器的惯量矩阵且  $J > 0$ ;  $q_e = [q_{ev}^T, q_{e4}]^T \in \mathbb{R}^4$  为航天器体坐标系相对于惯性系的姿态误差四元数,包括向量部分  $q_{ev} = [q_{e1}, q_{e2}, q_{e3}]^T \in \mathbb{R}^3$  以及标量部分  $q_{e4} \in \mathbb{R}$ , 满足约束  $q_{ev}^T q_{ev} + q_{e4}^2 = 1$ , 且有

$$q_{ev} = q_{d4}q_v - q_{dv}^\times q_v - q_4q_{dv}, q_{e4} = q_{dv}^T q_v + q_4q_{d4},$$

这里  $q_d = [q_{dv}^T, q_{d4}]^T \in \mathbb{R}^4$  为航天器期望姿态四元数;  $q = [q_v^T, q_4]^T \in \mathbb{R}^4$  为航天器姿态四元数;  $\omega_e := \omega - C\omega_d \in \mathbb{R}^3$  为航天器角速度误差,  $\omega \in \mathbb{R}^3$  为航天器相对惯性系角速度;  $\omega_d \in \mathbb{R}^3$  为相对惯性系期望角速度;  $C$  为旋转矩阵, 满足  $\|C\| = 1$ , 且有

$$C = (1 - 2q_{ev}^T q_{ev})I_3 + 2q_{ev}q_{ev}^T - 2q_{e4}q_{ev}^\times. \quad (3)$$

根据式(1)和(2),定义滑模变量

$$z := \omega_e + Kq_{ev} = [z_1, z_2, z_3]^T, \quad (4)$$

其中  $K$  为正定矩阵. 将上述航天器姿态误差动态特性重新描述为

$$\dot{z} = -J^{-1}(\omega_e + C\omega_d)^\times J(\omega_e + C\omega_d) + J^{-1}(u + d) + (\omega_e^\times C\omega_d - C\dot{\omega}_d) + \frac{1}{2}K(q_{e4}I_3 + q_{ev}^\times)\omega_e. \quad (5)$$

针对式(5),给出如下假设:

**假设1** 航天器所受扰动  $d$  有界,且满足  $\|[d, \dot{d}]^T\| \leq D_d$ , 其中  $D_d$  为正常数.

**假设2** 航天器给定角速度  $\omega_d$  和导数  $\dot{\omega}_d$  均有界,且存在正常数  $D_\omega$  满足  $\|[\omega_d, \dot{\omega}_d]^T\| \leq D_\omega$ .

考虑到航天器实际控制过程中的物理及能量约束,上述假设常用于姿态控制研究<sup>[17]</sup>. 如文献[18]所述,若有  $\lim_{t \rightarrow \infty} z(t) = 0$ , 则下式成立:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} q_{ev}(t) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \omega_e(t) = 0.$$

为进一步介绍本文所提出航天器姿态控制器并描述系统的瞬态性能,定义连续可微的性能漏斗函数

$$\psi(t) := [\psi_1(t), \psi_2(t), \psi_3(t)]^T \in \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3. \quad (6)$$

其中:  $\psi_i(t) > \lambda_i$  成立,  $\lambda_i$  为某正常数. 在此基础上,定义性能漏斗为

$$\mathcal{F}(\psi(t)) := \{(t, z_i(t)) \mid |z_i(t)| < \psi_i(t)\}, \quad (7)$$

其中  $\psi_i(t)$  刻画了跟踪误差的容许上界,因此  $\psi_i(t)$  的选取将直接影响控制系统的性能. 通常设计性能漏斗函数为  $\psi_i(t) := \max\{ae^{-bt}, \lambda\}$  或  $\psi_i(t) = ae^{-bt} + \lambda$  等形式,  $a$  给出了对于误差初值的相关约束,  $b$  刻画了函数的下降速率,  $\lambda$  描述了稳态跟踪误差的容许上界. 本文设计函数  $\psi_i(t)$  为减函数.

文中航天器姿态跟踪误差主要通过式(4)所定义的滑模误差量  $z_i$  进行刻画,其所有时刻的指标要求则由式(6)中性能漏斗函数  $\psi_i$  进行描述,通过使误差滑模量的绝对值在任意时刻始终小于性能漏斗函数来保证航天器的瞬态控制品质. 因此,考虑式(5)中所述航天器姿态特性,所要解决的主要问题是合理设计控制信号  $u$ ,使得在任意时刻  $t$ ,航天器姿态均满足控制精度需求,即有  $|z_i(t)| \leq \psi_i(t), t \geq 0$ .

## 2 主要结果

为解决上述问题,本节基于漏斗策略设计航天器姿态控制器,并完成其性能的理论分析.

### 2.1 无控制力矩约束漏斗控制器

首先考虑航天器姿态系统中不具有输入幅值约束的情况. 基于式(5)中航天器姿态控制动态特性,由于  $\omega_e, \omega_d, q_e$  可由  $z$  进行描述,为了表述简洁,定义

$$\begin{aligned} F(\omega_e, \omega_d, q_e, d) = & -J^{-1}(\omega_e + C\omega_d)^\times J(\omega_e + C\omega_d) + J^{-1}d + \\ & (\omega_e^\times C\omega_d - C\dot{\omega}_d) + \frac{1}{2}K(q_{e4}I_3 + q_{ev}^\times)\omega_e := \\ & [f_1(z, d, \Delta), f_2(z, d, \Delta), f_3(z, d, \Delta)]^T, \\ J := & \text{diag}([J_1, J_2, J_3]) + J_0. \end{aligned}$$

并将式(5)重写为如下形式:

$$\dot{z}_i = f_i(z, d, \Delta) + J_i^{-1}u_i, \quad i \in \{1, 2, 3\}, \quad (8)$$

其中  $\Delta$  为包含  $J_0$  的动态特性. 考虑到实际物理约束以及航天器所受平滑操作等影响,假定角速度  $\omega$  及其导数是有界的,根据假设1和假设2,存在一常数  $M > 0$ ,使得  $\left| \frac{d}{dt}(f_i(z, d, \Delta)) \right| \leq M$ .

为了提升控制系统性能,针对姿态特性(8)中存在的非线性及扰动,选用扩张状态观测器进行估计,设计如下:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{z}}_i(t) &= \hat{f}_i(t) + g_1\left(\frac{z_i(t) - \hat{z}_i(t)}{\xi}\right) + J_i^{-1}u_i, \\ \dot{\hat{f}}_i(t) &= \frac{1}{\xi}g_2\left(\frac{z_i(t) - \hat{z}_i(t)}{\xi}\right). \end{aligned} \quad (9)$$

其中:  $[\hat{z}_i, \hat{f}_i] \in \mathbb{R}^2$  为观测器状态,  $\xi$  为增益参数,  $g_1(\cdot), g_2(\cdot)$  为待设计的观测器函数. 初值方面令  $\hat{z}_i(0) = z_i(0)$ ,并设计  $g_i(\cdot)$  使得存在连续可微的半正定函数  $W(\cdot) : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}_0^+$  满足

$$\begin{aligned} \alpha_1 \|e\|^2 &\leq W(e) \leq \alpha_2 \|e\|^2, \\ \frac{\partial W}{\partial e_1}(e_2 - g_1(e_1)) - \frac{\partial W}{\partial e_2}g_2(e_1) &\leq -\|e\|^2, \\ \left\| \frac{\partial W}{\partial e} \right\| &\leq \beta \|e\|. \end{aligned}$$

其中:  $e = [e_1, e_2]^T$  为名义变量,  $\beta, \alpha_1, \alpha_2$  为正常数. 根据扩张状态观测器收敛性研究,给出以下引理.

**引理1** [19-20] 考虑航天器跟踪误差动态特性(8)以及扩张状态观测器(9),有

$$\max_{t \geq 0} |f_i(z(t), d(t), \Delta(t)) - \hat{f}_i(t)| \leq \beta \alpha_2 M \xi / \alpha_1.$$

扩张状态观测器的核心思想是将系统具有的非线性环节与扰动部分抽象为扩张状态,并通过高增益手段进行观测,从而实现对上述因素的有界估计. 引理1表明,可以通过合理设计扩张状态观测器并获取  $\hat{f}_i$ ,有效对姿态动态特性(8)中的  $f_i(z, d, \Delta)$  进行估计,并在后续控制器设计中对其进行补偿. 结合上述估计结果  $\hat{f}_i$ ,在无控制力矩约束的条件下,设计航天器漏斗控制器为

$$\begin{aligned} u(t) &= [u_1(t), u_2(t), u_3(t)]^T, \\ u_i(t) &= J_i \left( \frac{-z_i(t)}{\psi_i(t) - |z_i(t)|} - \hat{f}_i(t) \right). \end{aligned} \quad (10)$$

其中:  $i \in \{1, 2, 3\}$ ;  $\psi_i(t)$  为式(6)中待设计的性能漏斗函数,记其导数幅值上界为  $\|\dot{\psi}_i\|_\infty$ ,并定义

$$\delta := \beta \alpha_2 M \xi / \alpha_1 + \|\dot{\psi}_i\|_\infty. \quad (11)$$

根据该定义,在如下定理中所提出的航天器漏斗姿态控制器的瞬态跟踪性能做出分析.

**定理1** 考虑式(8)所述的航天器姿态控制系统以及式(10)设计的航天器漏斗控制律,若假设1和假设2成立,且航天器初始跟踪误差满足

$$|z_i(0)| < \psi_i(0), \quad i \in \{1, 2, 3\}, \quad (12)$$

则有

$$\psi_i(t) - |z_i(t)| > 0, \quad t > 0. \quad (13)$$

**证明** 定义函数  $V_i$  和  $\varepsilon_i$  为

$$V_i := \varepsilon_i^2 / 2, \quad \varepsilon_i := 1 / (\psi_i - |z_i|). \quad (14)$$

首先考虑  $z_i \geq 0$  的情况,由式(8)可以得到

$$\dot{\varepsilon}_i = \frac{\dot{z}_i - \dot{\psi}_i}{(\psi_i - |z_i|)^2} = \frac{f_i(z, d, \Delta) + J_i^{-1}u_i - \dot{\psi}_i}{(\psi_i - |z_i|)^2}.$$

考虑(10)所设计的控制信号,有

$$\dot{\varepsilon}_i = -\frac{|z_i|}{(\psi_i - |z_i|)^3} + \frac{f_i(z, d, \Delta) - \hat{f}_i - \dot{\psi}_i}{(\psi_i - |z_i|)^2}.$$

由式(14),可以将函数 $V_i$ 的动态特性描述为

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= \varepsilon_i \dot{\varepsilon}_i = \\ & -\varepsilon_i \frac{|z_i|}{(\psi_i - |z_i|)^3} + \varepsilon_i \frac{f_i(z, d, \Delta) - \hat{f}_i - \dot{\psi}_i}{(\psi_i - |z_i|)^2}. \end{aligned} \quad (15)$$

由于 $\psi_i(0) - |z_i(0)| > 0$ 成立,进而根据式(14)有 $\varepsilon_i(0) > 0$ ,首先针对 $\varepsilon_i > 0$ 的情形进行阐述.根据式(11)和(15),可以得到

$$\dot{V}_i \leq -\frac{|z_i|}{(\psi_i - |z_i|)^4} + \frac{\delta}{(\psi_i - |z_i|)^3}. \quad (16)$$

对于任意时间区间 $[t_1, t_2]$ (若存在),使得当 $t \in [t_1, t_2]$ 时,有

$$\psi_i(t) - |z_i(t)| < \psi_i(t)/(1 + \delta), \quad (17)$$

由式(16),有 $\dot{V}_i(t) < 0$ 成立,从而有

$$V(t_1) > V(t) > V(t_2). \quad (18)$$

考虑到 $\psi_i(t_1) > \psi_i(t) > \psi_i(t_2)$ ,进而有

$$\sqrt{\psi_i^2(t_1)V_i(t_1)} > \sqrt{\psi_i^2(t)V_i(t)} > \sqrt{\psi_i^2(t_2)V_i(t_2)},$$

并且 $\sqrt{\psi_i^2 V_i} \geq 1$ ,因此

$$\begin{aligned} \frac{\psi_i(t)}{\psi_i(t) - |z_i(t)|} \Big|_{t=t_1} &> \frac{\psi_i(t)}{\psi_i(t) - |z_i(t)|} \Big|_{t=t} > \\ &\frac{\psi_i(t)}{\psi_i(t) - |z_i(t)|} \Big|_{t=t_2}. \end{aligned} \quad (19)$$

考虑到 $\varepsilon_i > 0$ ,对式(17)移项可以得到

$$\begin{aligned} \psi_i(t_1)/(\psi_i(t_1) - |z_i(t_1)|) &> 1 + \delta, \\ \psi_i(t)/(\psi_i(t) - |z_i(t)|) &> 1 + \delta, \\ \psi_i(t_2)/(\psi_i(t_2) - |z_i(t_2)|) &> 1 + \delta. \end{aligned}$$

因此存在正函数 $k(t)$ ,使得

$$\begin{aligned} \psi_i(t_1)/(\psi_i(t_1) - |z_i(t_1)|) &= (1 + \delta)/k(t_1), \\ \psi_i(t)/(\psi_i(t) - |z_i(t)|) &= (1 + \delta)/k(t), \\ \psi_i(t_2)/(\psi_i(t_2) - |z_i(t_2)|) &= (1 + \delta)/k(t_2). \end{aligned}$$

将上式与式(19)对比得到 $k(t_1) < k(t) < k(t_2)$ .由于区间 $[t_1, t_2]$ 的选取在存在的前提下具有任意性,可知随时间 $t$ 增大,性能漏斗与误差的相对间距比例 $k(t)$ 逐渐增大,并且由于 $\psi_i(t) > 0$ ,有下式成立:

$$\psi_i(t) - |z_i(t)| > 0. \quad (20)$$

另一方面,若式(17)中所述情况不存在,即

$$\psi_i(t) - |z_i(t)| > \frac{1}{1 + \delta} \psi_i(t), \quad \forall t > 0,$$

当 $t = t_1$ 时,有

$$\psi_i(t_1) - |z_i(t_1)| \geq \frac{\psi_i(t_1)}{1 + \delta} > 0, \quad (21)$$

则式(20)依然成立.综上,当满足式(12)时,不存在 $\varepsilon_i < 0$ ,因此 $z_i \geq 0$ 时姿态漏斗控制器的控制性能得证.

当 $z_i < 0$ 时,根据式(8)所述控制系统特性,可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= \varepsilon_i \frac{z_i}{(\psi_i - |z_i|)^3} - \varepsilon_i \frac{f_i(z, d, \Delta) - \hat{f}_i + \dot{\psi}_i}{(\psi_i - |z_i|)^2} \leq \\ & -\frac{|z_i|}{(\psi_i - |z_i|)^4} + \frac{\delta}{(\psi_i - |z_i|)^3}. \end{aligned} \quad (22)$$

上述动态特性与式(16)一致,根据式(17)~(21)的分析方法可以证明,当 $z_i < 0$ 时控制器的性能同样如式(13)所示.□

针对航天器姿态控制问题(8),本文设计了一类基于漏斗策略的控制器(10),并结合扩张状态观测器对系统内的非线性部分及扰动进行观测补偿,通过合理设计性能漏斗保证初值条件(12)满足,使得姿态控制误差始终位于漏斗内,从而保证航天器姿态控制器系统的瞬态控制性能.

## 2.2 控制力矩约束下漏斗控制器

在实际工程应用中,航天器姿态控制系统存在约束,要求控制信号幅值不应超过一定界限,需要保证所设计的漏斗控制策略输出力矩的有界性.为进一步描述控制器能力,定义漏斗性能裕度为

$$m_i := \min_{t>0} |\psi_i(t) - |z_i(t)||,$$

并给出如下定理.

**定理2** 考虑式(8)所述的航天器姿态控制系统以及式(10)设计的航天器漏斗控制律,若假设1和假设2成立,并且航天器初始跟踪误差满足

$$|z_i(0)| < \frac{\delta}{1 + \delta} \psi_i(0), \quad i \in \{1, 2, 3\}, \quad (23)$$

则有

$$\psi_i(t) - |z_i(t)| > m_i, \quad t > 0, \quad (24)$$

其中漏斗性能裕度 $m_i$ 满足

$$m_i \geq \frac{1}{1 + \delta} \psi_i(t). \quad (25)$$

**证明** 根据式(14)和(15), $V_i$ 动态特性同样如式(16)所示.下面将通过反证法对误差有界性结论进行证明.假设存在 $t_1 > 0$ ,使得

$$0 < \psi_i(t_1) - |z_i(t_1)| < \psi_i(t_1)/(1 + \delta), \quad (26)$$

此时有 $\dot{V}_i < 0$ .由于系统初值满足式(23)所示约束,考虑到系统的连续性,存在 $t_0$ 满足

$$t_0 := \max \left\{ t \mid t < t_1 \text{ and } |z_i(t)| = \frac{\delta}{1 + \delta} \psi_i(t) \right\}, \quad (27)$$

使得在 $t \in (t_0, t_1]$ 时, $\dot{V}_i(t) < 0$ 成立,从而有 $V(t) <$

$V(t_0)$ . 考虑到  $\psi_i(t) \leq \psi_i(t_0)$ , 可以得到

$$\frac{\psi_i(t)}{\psi_i(t) - |z_i(t)|} \Big|_{t \in (t_0, t_1]} < \frac{\psi_i(t)}{\psi_i(t) - |z_i(t)|} \Big|_{t=t_0}. \quad (28)$$

由式(27)分析可得

$$\frac{\psi_i(t)}{\psi_i(t) - |z_i(t)|} \Big|_{t=t_0} = 1 + \delta.$$

根据式(28), 在  $t \in (t_0, t_1]$  时做出如下表述:

$$\frac{\psi_i(t)}{\psi_i(t) - |z_i(t)|} \Big|_{t \in (t_0, t_1]} = \frac{1 + \delta}{n(t)},$$

其中  $n(t) > 1$ . 当  $t = t_1$  时, 有

$$\psi_i(t_1) - |z_i(t_1)| = \frac{n(t_1)\psi_i(t_1)}{1 + \delta} > \frac{\psi_i(t_1)}{1 + \delta},$$

与式(26)所述矛盾, 因此  $t_1$  不存在. 又由于

$$|z_i(0)| < \frac{\delta}{1 + \delta} \psi_i(0), \quad i \in \{1, 2, 3\},$$

对于所有  $t > 0$  均有下式成立:

$$\psi_i(t) - |z_i(t)| > \frac{1}{1 + \delta} \psi_i(t), \quad (29)$$

并且可得系统误差状态  $z_i$  的有界性为

$$|z_i(t)| < \frac{\delta}{1 + \delta} \psi_i(t) \leq \frac{\delta}{1 + \delta} \|\psi_i\|_\infty. \quad (30)$$

综上, 证明成立.  $\square$

根据定理2, 可以通过合理设计漏斗函数  $\psi_i$  使得漏斗性能裕度, 即  $z_i$  与  $\psi_i$  的最小距离不低于式(29)所示的边界. 同时, 分析式(30)可以发现

$$\frac{z_i(t)}{\psi_i(t) - |z_i(t)|} \leq \frac{z_i(t)}{m_i} \leq \frac{\frac{\delta}{1 + \delta} \psi_i(t)}{\frac{1}{1 + \delta} \psi_i(t)} = \delta.$$

结合  $z_i$  及  $d$  的有界性可得  $f_i$  的有界性, 即存在

$$B_f := \sup_{|z_i| \leq \frac{\delta}{1 + \delta} \|\psi_i\|_\infty, \|d\| \leq D_d} f_i(z, d, \Delta_i). \quad (31)$$

从而根据引理1有  $|\hat{f}_i(t)| \leq B_f + \beta\alpha_2 M\xi/\alpha_1$ . 考虑式(10)中控制信号的表述形式以及式(11)中  $\delta$  的定义, 可以得到  $u_i$  的有界性表述, 即

$$|u_i| \leq J_i(B_f + 2\beta\alpha_2 M\xi/\alpha_1 + \|\dot{\psi}_i\|_\infty). \quad (32)$$

若在航天器姿态控制系统中对于控制律  $u_i$  有幅值限制, 则  $|u_i| \leq \bar{U}$ , 其中  $\bar{U} > J_i B_f$ . 因此, 为使所设计的漏斗控制器满足上述限制, 需合理设计函数  $\psi_i$  以及扩张状态观测器增益参数  $\xi$ , 使得

$$\begin{aligned} \psi_i(0) &> |z_i(0)|(1 + \delta)/\delta, \\ \|\dot{\psi}_i\|_\infty &\leq J_i^{-1}\bar{U} - B_f - 2\beta\alpha_2 M\xi/\alpha_1, \end{aligned} \quad (33)$$

从而保证所设计的漏斗控制器满足输入幅值限制.

**注1** 在有关文献[12, 14]等中, 针对输入约束问题的主要研究思路为在控制量上施以饱和函数  $\text{sat}$  作用, 即令  $u = \text{sat}(v)$ , 其中  $v$  为相应控制律. 当  $v$  的幅值超过约束时, 控制量  $u$  输出饱和值, 进而在这一框架

下讨论整体控制性能. 与上述思路不同, 本文在控制器设计上并不对控制量直接作出约束, 而是从性能漏斗函数的设计入手, 根据具体的幅值约束条件对  $\psi_i(t)$  的初值及变化率进行设计(如式(33)所示), 从而在控制机理上保证控制量不会触及最大阈值.

**注2** 本文采用扩张状态观测器对航天器姿态控制系统的非线性及扰动环节进行观测, 通过获取估计值  $\hat{f}$  并将其引入控制律(10), 实现对上述因素的补偿. 事实上, 若在控制律的设计中不引入  $\hat{f}$ , 即设计  $\tilde{u}_i(t) = J_i\left(\frac{-z_i(t)}{\psi_i(t) - |z_i(t)|}\right)$ , 则根据式(15)可以得到

$$\dot{V}_i \leq -\frac{|z_i|}{(\psi_i - |z_i|)^4} + \frac{\|f_i(z, d, \Delta)\|_\infty + \|\dot{\psi}_i\|_\infty}{(\psi_i - |z_i|)^3}.$$

在该情况下, 定理1及定理2主要结论不受影响, 但需将  $\delta$  定义修改为  $\delta := \|f_i(z, d, \Delta)\|_\infty + \|\dot{\psi}_i\|_\infty$ . 同时, 由于缺少对于非线性环节的补偿, 将可能使得  $\delta$  值偏大, 从而导致控制精度有所下降.

**注3** 不同于文献[9, 11]等考虑的单输入单输出系统, 以及文献[12, 21]等考虑的线性系统, 本文所研究的航天器姿态控制具有非线性以及多输入多输出的特点. 通过将被控系统的动态特性作为可匹配的非线性环节, 分别设计各个惯量方向的控制策略, 保证了被控系统的瞬态控制性能. 虽然文献[10]中考虑的一类双质量系统同样具有多输入多输出的非线性特征, 但与文献[9, 22]等类似, 其系统采用微分泛函方程的形式进行描述, 将其结果迁移至航天器姿态控制系统具有一定难度.

### 3 仿真实验

本节将通过仿真实验验证航天器漏斗控制策略的性能分析结果.

#### 3.1 参数设置

针对式(1)和(2)所示的被控系统, 设计系统转动惯量参数以及扰动为

$$J = \begin{bmatrix} 400 & 14 & 20 \\ 17 & 400 & 16 \\ 12 & 23 & 350 \end{bmatrix} \text{ kg} \cdot \text{m}^2,$$

$$d = 0.01[\sin(0.1t), 2\sin(0.2t), 3\sin(0.3t)] \text{ N} \cdot \text{m}.$$

设计扩张状态观测器参数为

$$\xi = 0.01, \quad g_1(y) = 4y, \quad g_2(y) = 4y.$$

性能漏斗函数为

$$\psi_i(t) = 2e^{-4 \times 10^{-4} t^2} + 1 \times 10^{-4}, \quad i \in \{1, 2, 3\}.$$

设计航天器姿态四元数  $q$  以及角速度  $\omega$  初值为

$$q(0) = [0.07, -0.05, -0.1, 0.9913]^T,$$

$$\omega(0) = [0, 0, 0]^T.$$

给定航天器姿态四元数  $q_d$  初值以及角速度  $\omega_d$  为

$$q_d(0) = [0, 0, 0, 1]^T,$$

$$\omega_{d1} = 0.025 \sin(0.05\pi t) \text{ rad/s},$$

$$\omega_{d2} = 0.025 \sin(0.1\pi t) \text{ rad/s},$$

$$\omega_{d3} = 0.025 \sin(0.15\pi t) \text{ rad/s}.$$

设计  $K = 1.2I$ , 可得  $z(0) = [0.084, -0.06, -0.12]^T$ .

### 3.2 定理1仿真结果与分析

根据定理1所给出的理论分析结果, 航天器姿态四元数受控情况仿真结果如图2所示. 可以发现, 所设计的漏斗控制策略具有良好的控制效果. 同时, 如图3中深蓝线  $\psi_i$  所示, 航天器姿态跟踪误差  $z_i(t)$  始终位于所设计的性能漏斗  $\psi_i(t)$  中, 进入稳态后跟踪误差最大值小于  $1 \times 10^{-4}$ .

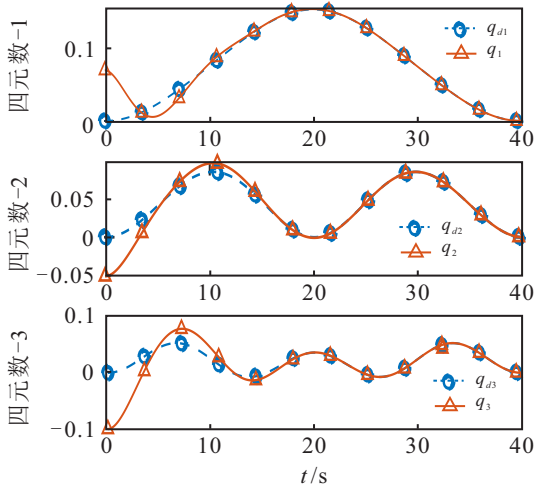


图2 航天器姿态四元数控制特性

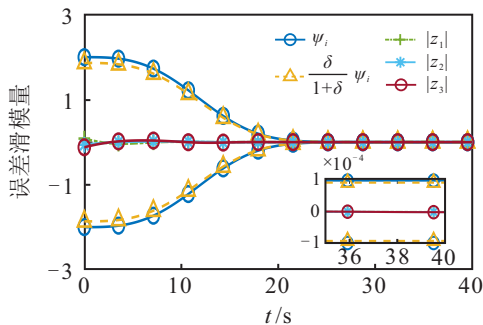


图3 航天器跟踪误差四元数与性能漏斗比较

### 3.3 定理2仿真结果与分析

本节对定理2以及式(33)所给出的相关结果进行验证. 设计控制律的饱和限制  $\bar{U} = 50$ . 根据本仿真中扩张状态观测器设计, 定义  $W(e) := 0.1563e_1^2 + 0.25e_1e_2 + 1.125e_2^2$ , 计算可得  $\lambda_1 = 0.140$ ,  $\lambda_2 = 1.141$ ,  $\beta = 2.282$ . 根据式(11), 有  $\delta = 0.1852$ . 进而对于  $i \in \{1, 2, 3\}$ , 下式成立:

$$\psi_i(0) > 2 > |z_i(0)|(1 + \delta)/\delta > 0.768,$$

$$\|\dot{\psi}_i\|_\infty = 0.1732 \leq$$

$$J_i^{-1}\bar{U} - B_f - 2\beta\alpha_2 M\xi/\alpha_1 < 0.1857.$$

此时, 式(33)所提设计条件满足.

首先, 如图3中黄线  $\frac{\delta}{1+\delta}\psi_i$  所示, 航天器姿态控制误差能够保证位于式(30)所示界内. 而对于控制力矩  $u_i$ , 根据图4仿真结果可以发现

$$|u_1| \leq 8.9304, |u_2| \leq 6.3019, |u_3| \leq 9.7484,$$

实际控制力矩均小于  $\bar{U}$ , 结论得证.

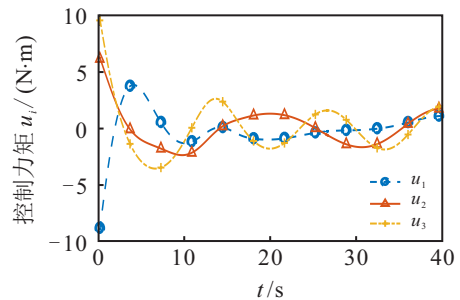


图4 航天器漏斗控制器控制力矩

此外, 对有幅值约束漏斗控制器 (funnel controller with constraint, Funnel-C)、无幅值约束漏斗控制器 (funnel controller without constraint, Funnel-NC) 以及采用扩张状态观测器的比例控制器 (proportional controller with extended state observer, P-ESO) 等进行性能比较, 结果如图5和表1所示.

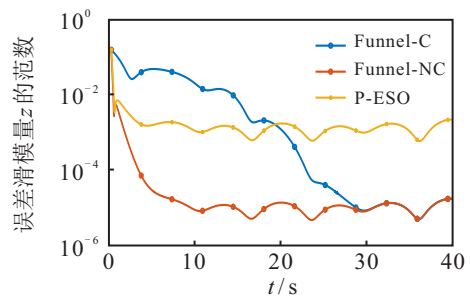


图5 航天器姿态漏斗控制器与经典控制器性能比较

表1 各控制方法性能及最大控制力矩

序号	控制方法	$ z_i _{\max}/10^{-4}$	$ u_i _{\max}/(\text{N}\cdot\text{m})$
1	Funnel-C	[0.06, 0.09, 0.13]	[9, 7, 10]
2	Funnel-NC	[0.06, 0.09, 0.13]	[251, 132, 581]
3	P-ESO	[7.26, 12.35, 17.44]	[135, 97, 145]

根据表1中第1、第3组数据及图5可以发现, 所提出漏斗控制器具有更高的稳态精度, 所需最大控制力矩更小, 但误差衰减速度较慢. 若放宽幅值约束, 设计性能漏斗函数  $\psi = 0.15e^{-1t} + 0.001$ , 则如表中第1、第2组结果所示, 在保证稳态高精度的同时, 其姿态误差衰减速度显著提升.

## 4 结 论

本文考虑航天器姿态的动态高精度控制问题,对于具有扰动因素的航天器系统,提出了一类航天器漏斗控制器的设计方法,并给出其控制性能的理论分析.分析表明采用所述控制器可以实现航天器姿态控制误差在任意时刻均位于某一预先设计的性能界限内.上述理论分析通过数值仿真完成了验证.

### 参考文献(References)

- [1] Chen Q, Zhu J H, Tao M L. Two-phase power reaching law-based spacecraft attitude control[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(5): 1145-1152.
- [2] Lin Z J, Lu G P, Lv W, et al. Adaptive event-triggered control for spacecraft attitude tracking[J]. *Aerospace Control*, 2021, 39(1): 32-39.
- [3] 孙亮, 马佳鹏. 航天器输入受限的鲁棒自适应姿态跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2021, 36(9): 2297-2304.  
(Sun L, Ma J P. Robust adaptive attitude tracking control of spacecraft with constrained inputs[J]. *Control and Decision*, 2021, 36(9): 2297-2304.)
- [4] 钟声, 黄一, 胡锦涛. 深空探测航天器姿态的自抗扰控制[J]. *控制理论与应用*, 2019, 36(12): 2028-2034.  
(Zhong S, Huang Y, Hu J C. Active disturbance rejection control for attitude control of deep space explorer[J]. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(12): 2028-2034.)
- [5] 李若兰, 屈卫东. 挠性航天器双环准滑模快速姿态跟踪控制[C]. 第32届中国过程控制会议(CPCC2021). 太原, 2021: 1490.  
(Li R L, Qu W D. Dual-loop quasi-sliding mode fast attitude tracking control for spacecraft [C]. *Proceedings of the 32nd Chinese Process Control Conference(CPCC2021)*. Taiyuan, 2021: 1490.)
- [6] 黄成, 王岩, 邓立为. 航天器姿态大角度机动有限时间控制[J]. *宇航学报*, 2020, 41(8): 1058-1066.  
(Huang C, Wang Y, Deng L W. Finite-time control for spacecraft attitude large-angle maneuver[J]. *Journal of Astronautics*, 2020, 41(8): 1058-1066.)
- [7] Shi Y X, Hu Q L, Shao X D. Event-triggered attitude maneuver control of spacecraft under angular velocity constraints[J]. *Scientia Sinica: Informationis*, 2022, 52(3): 506-520.
- [8] Berger T, Le H H, Reis T. Funnel control for nonlinear systems with known strict relative degree[J]. *Automatica*, 2018, 87: 345-357.
- [9] Hopfe N, Ilchmann A, Ryan E P. Funnel control with saturation: Nonlinear SISO systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(9): 2177-2182.
- [10] Hackl C M. Funnel control with disturbance observer for two-mass systems[C]. *Proceedings of the 52nd IEEE Conference on Decision and Control*. Piscataway: IEEE, 2013: 6244-6249.
- [11] Wang S B, Ren X M, Na J, et al. Extended-state-observer-based funnel control for nonlinear servomechanisms with prescribed tracking performance[J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2017, 14(1): 98-108.
- [12] Berger T, Reis T. Funnel control via funnel precompensator for minimum phase systems with relative degree two[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2018, 63(7): 2264-2271.
- [13] Wang S B, Yu H S, Yu J P, et al. Neural-network-based adaptive funnel control for servo mechanisms with unknown dead-zone[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2018, 50(4): 1383-1394.
- [14] Hackl C M, Hofmann A G, Kennel R M. Funnel control in mechatronics: An overview[C]. *The 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*. Piscataway: IEEE, 2012: 8000-8007.
- [15] Cai D H, Zou H G, Wang J Z, et al. Event-triggered attitude tracking for rigid spacecraft[J]. *Science China Information Sciences*, 2019, 62(12): 222202.
- [16] Wie B, Weiss H, Arapostathis A. Quaternion feedback regulator for spacecraft eigenaxis rotation[J]. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 1989, 12(3): 375-380.
- [17] Lu K F, Xia Y Q, Fu M Y. Controller design for rigid spacecraft attitude tracking with actuator saturation[J]. *Information Sciences*, 2013, 220(1): 343-366.
- [18] Xia Y Q, Zhu Z, Fu M Y, et al. Attitude tracking of rigid spacecraft with bounded disturbances[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2011, 58(2): 647-659.
- [19] Huang Y, Wang J Z, Shi D W, et al. Toward event-triggered extended state observer[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2018, 63(6): 1842-1849.
- [20] Huang Y, Wang J Z, Shi D W, et al. Event-triggered sampled-data control: An active disturbance rejection approach[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2019, 24(5): 2052-2063.
- [21] Hopfe N, Ilchmann A, Ryan E P. Funnel control with saturation: Linear MIMO systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(2): 532-538.
- [22] Ilchmann A, Ryan E P, Trenn S. Tracking control: Performance funnels and prescribed transient behaviour[J]. *Systems & Control Letters*, 2005, 54(7): 655-670.

### 作者简介

黄元(1992—),男,工程师,博士,从事非线性系统控制、航天器系统智能控制等研究, E-mail: huang\_yuanspace@163.com;

魏春岭(1971—),男,研究员,博士,从事航天器自主导航与智能控制的研究, E-mail: clwei502@163.com;

严晗(1985—),男,高级工程师,博士,从事非线性控制理论的研究, E-mail: yhustc@sina.com;

郝仁剑(1989—),男,高级工程师,博士,从事航天器控制、非线性控制等研究, E-mail: haorenjian2017@163.com.