



中国科技期刊卓越行动计划项目入选期刊

控制与决策

CONTROL AND DECISION



具有噪声信息与状态模型不确定系统的IMM自适应滤波

马天力, 张扬, 高嵩, 刘盼, 陈超波

引用本文:

马天力, 张扬, 高嵩, 刘盼, 陈超波. 具有噪声信息与状态模型不确定系统的IMM自适应滤波[J]. *控制与决策*, 2024, 39(5): 1604–1611.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.1818>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

含有分数阶有色关联噪声的分数阶系统的卡尔曼滤波器设计

Design of Kalman filter for fractional-order systems with correlated fractional-order colored noises

控制与决策. 2021, 36(7): 1672–1678 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1418>

丢包和量化约束下的不确定系统分布式滚动时域估计

Distributed moving horizon estimation for stochastic uncertain system with packet dropouts and quantized measurements

控制与决策. 2021, 36(7): 1771–1778 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1603>

高超声速飞行器间歇故障改进自适应容错控制

Improved adaptive fault-tolerant control of intermittent faults in hypersonic flight vehicle

控制与决策. 2021, 36(11): 2627–2636 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0483>

磁悬浮开关磁阻电机的自适应终端滑模控制

Adaptive terminal sliding mode control of bearingless switched reluctance motor

控制与决策. 2021, 36(6): 1449–1456 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1064>

基于向量集逆区间滤波的故障观测器设计

Vector set inversion interval filtering based fault observer design

控制与决策. 2021, 36(12): 2973–2981 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0212>

具有噪声信息与状态模型不确定系统的IMM自适应滤波

马天力, 张 扬, 高 嵩[†], 刘 盼, 陈超波

(西安工业大学 电子信息工程学院, 西安 710021)

摘要: 卡尔曼滤波器广泛用于解决线性高斯系统的状态估计问题. 然而, 在实际应用中过程噪声和系统模型参数先验信息未知, 且量测受到异常值干扰, 给准确估计系统状态带来极大困难. 针对具有噪声信息和状态模型不确定的动态系统, 提出一种广义交互式多模型自适应滤波算法. 该算法设计多个模型并行的方式对系统不确定进行处理, 对于每个模型, 建立Skew-T分布非对称重尾噪声表示模型, 为了解决过程噪声与系统协方差相互耦合难以求解的问题, 利用逆威沙特分布对系统预测协方差矩阵进行描述, 并通过变分贝叶斯推理递归计算系统状态的后验分布. 仿真结果和实验验证表明, 在噪声信息和状态模型不确定条件下, 所提出算法具有较高的估计精度.

关键词: 交互式多模型; 过程噪声; Skew-T分布; 变分贝叶斯; 自适应滤波; 时变噪声

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2022.1818

引用格式: 马天力, 张扬, 高嵩, 等. 具有噪声信息与状态模型不确定系统的IMM自适应滤波[J]. 控制与决策, 2024, 39(5): 1604-1611.

Interactive multiple model adaptive filter for system with uncertain state model and noise information

MA Tian-li, ZHANG Yang, GAO Song[†], LIU Pan, CHEN Chao-bo

(College of Electronic Information Engineering, Xi'an Technological University, Xi'an 710021, China)

Abstract: The Kalman filter is widely used to solve the state estimation problem of linear Gaussian systems. Due to the unknown prior knowledge of the process noise and state model, and outliers in measurement, accuracy state estimation is difficult. In this paper, a general interactive multiple model adaptive filter is proposed to estimate the state of the system with uncertain state model and noise information. The algorithm designs a bank of filters in parallel to deal with the system model uncertainty. In each filter, the Skew-T distribution is used to model asymmetric Heavy-tailed measurement noise. To deal with the problem the process noise and system parameter are coupled, the covariance matrix of the system is assumed as inverse Wishart distributed. Then, the posterior distribution of the system state are joint recursively calculated by variational inference. The simulation and experimental results demonstrate that the proposed algorithm has better estimation accuracy with uncertain system models and noise information.

Keywords: interacting multiple model; process noise; Skew-T distribution; variational Bayesian; adaptive filtering; time-varying noise

0 引言

卡尔曼滤波器是线性高斯空间模型的最佳状态估计器, 广泛应用于组合导航、目标跟踪、故障诊断等领域^[1-3]. 卡尔曼滤波算法的性能很大程度上取决于模型的先验知识, 不准确的先验信息会造成估计误差增大甚至滤波发散. 因此, 为了获得精确的估计结果, 需已知系统模型以及相关噪声的先验信息. 但是在实际应用过程中, 一方面, 状态自身特性发生变化, 使

得系统模型存在不确定性(如在目标跟踪中, 非合作目标为了躲避追击而做强机动飞行等^[4]); 另一方面, 因传感器特性以及外界环境变化等原因, 使得噪声信息存在不确定性^[5]. 上述两类问题均会造成滤波器状态估计结果偏离真实状态, 引起滤波发散.

对于系统状态模型不确定问题, 一般采用交互式多模型(interacting multiple model, IMM)^[6]及其衍生算法^[7]进行求解, 其在同一时刻采用多个模型对系统

收稿日期: 2022-10-20; 录用日期: 2023-02-18.

基金项目: 国家重点研发计划项目(2022YFE0123400); 陕西省技术创新引导专项项目(2022QFY01-16); 陕西省重点研发计划项目(2022GY-242).

[†]通讯作者. E-mail: gaos@xatu.edu.cn.

*本文附带电子附录文件, 可登录本刊官网该文“资源附件”区自行下载阅览.

状态进行估计,但是,基于IMM的方法需要已知噪声的统计特性,在实际应用中难以满足.解决这一问题的主要思路是运用自适应滤波技术,对未知噪声进行建模,并通过贝叶斯理论计算噪声与系统状态的联合后验概率密度,但是,概率密度函数复杂或积分维数过大,难以得到解析解.因此,国内外学者提出了近似后验概率密度的思想. Middleton等^[8]基于马尔科夫蒙特卡罗理论,通过马尔科夫链产生待估参数后验分布的样本,然后进行蒙特卡罗积分得到了近似后验概率密度函数,其需要大量样本对后验分布进行逼近,计算成本较高. Li等^[9]通过变分推理 (variational Bayesian, VB) 将条件后验分布近似为高斯分布和独立逆伽马分布的乘积,利用新的分布逼近参数真实后验分布,以获得系统状态的近似解.在此基础上,许红等^[10]提出了变分贝叶斯交互式多模型方法处理角闪烁下的目标跟踪问题,通过高斯混合模型对非高斯闪烁噪声进行模拟,并设计了多个并行的跟踪模型对系统状态进行估计. Zhang等^[11]构建了辅助变量,运用正态伽马混合分布对非高斯量测噪声进行了建模. Yun等^[12]和 Shen等^[13]考虑量测噪声中存在的异常值,建立了 Student's t 分布量测噪声统计模型,并采用 IMM 实现状态估计,获得了较好的跟踪效果.但是,上述方法仍然存在问题.主要表现在: 1) 上述算法均假设系统过程噪声服从参数已知的高斯分布,然而,在实际过程中受到系统扰动影响,该分布参数难以获得; 2) 由于受到传感器故障或信号多路径传播等因素影响^[14],上述算法中所建立的量测噪声模型无法准确描述重尾偏斜量测噪声,不具有一般性.

本文针对具有噪声信息和状态模型不确定下动态系统的滤波问题,提出一种广义交互式多模型自适应滤波算法 (general interactive multiple model adaptive filter, GIMMAF). 结合 Skew-T 分布量测噪声统计模型,逆威沙特分布预测误差协方差统计模型,构建各模型下系统联合概率密度函数,利用变分推理计算每个模型系统状态,协方差的近似后验分布,对多个模型状态按照权重进行融合,实现噪声信息和系统模型不确定条件下系统状态的准确估计.

1 问题描述

建立如下线性系统状态空间模型:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = \mathbf{F}_{k-1}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{G}\mathbf{w}_{k-1}, \\ \mathbf{z}_k = \mathbf{H}\mathbf{x}_k + \mathbf{e}_k. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\mathbf{x}_k \in \mathbf{R}^n$ 为 k 时刻的状态向量; \mathbf{F}_{k-1} 为系统状态转移矩阵; $\mathbf{w}_{k-1} \in \mathbf{R}^n$ 是服从均值为 0, 方差为 \mathbf{Q}_{k-1} 的高斯过程噪声; \mathbf{G} 为权重矩阵; $\mathbf{z}_k \in \mathbf{R}^m$ 为传

感器在 k 时刻获取的量测值; $\mathbf{H} \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 为观测矩阵. 高斯分布难以对存在较大正/负向测量误差进行模拟^[15], 因此,利用 Skew-T 分布对量测噪声进行描述. 量测噪声 $\mathbf{e}_k \in \mathbf{R}^m$ 的统计特性如下式所示:

$$\mathbf{e}_k \stackrel{iid}{\sim} \prod \mathcal{ST}(\mathbf{e}_k; \mu, \sigma^2, \delta, \nu). \quad (2)$$

其中: μ 、 σ 和 δ 分别为 Skew-T 分布模型的位置参数、扩展参数和偏斜系数; ν 为自由度,且 σ 、 δ 、 $\nu > 0$. Skew-T 分布的概率密度函数可表示为

$$\mathcal{ST}(e; \mu, \sigma^2, \delta, \nu) = 2t(e; \mu, \delta^2 + \sigma^2, \nu)T(\tilde{e}; 0, 1, \nu + 1). \quad (3)$$

式中

$$t(e; \mu, \sigma^2, \nu) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\sigma\sqrt{\nu\pi}\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} \left(1 + \frac{(e-\mu)^2}{\nu\sigma^2}\right)^{-\frac{\nu+1}{2}}, \quad (4)$$

$$\tilde{e} = \frac{(e-\mu)\delta}{\sigma} \left(\frac{\nu+1}{\nu(\delta^2 + \sigma^2) + (e-\mu)^2}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (5)$$

其中: $T(\cdot; 0, 1, \nu)$ 为 Student's t 分布的累积分布函数, $\Gamma(\cdot)$ 为伽马函数. 当 δ 趋于 0 时, Skew-T 分布近似为 Student's t 分布; 当 δ 趋于 0 且 ν 趋于 ∞ 时, Skew-T 分布近似为正态分布^[16].

对于上述系统,在实际应用中往往无法获得系统动态模型 \mathbf{F}_k 以及噪声 \mathbf{e}_k 的先验信息,不正确的先验易造成滤波性能下降.因此,对于具有噪声信息和系统模型不确定的系统,如何获得准确的估计结果,是本文的主要研究内容.

2 广义 IMM 自适应滤波器

在 IMM 框架下,设计基于噪声信息不确定的状态估计方法,以克服 IMM 算法在处理未知过程噪声且量测噪声偏斜分布时滤波性能下降问题.

假设第 i 个模型的系统状态和协方差分别为

$$\mathbf{x}_{k-1}^{0i} = \sum_{j=1}^M \mathbf{x}_{k-1}^j \mu_{k-1}^{ji}, \quad (6)$$

$$\mathbf{P}_{k-1}^{0i} = \sum_{j=1}^M \mu_{k-1}^{ji} \{ \mathbf{P}_{k-1}^j + [\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^j - \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^i][\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^j - \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^i]^T \}, \quad (7)$$

$$\mu_{k-1}^{ji} = \frac{\pi_{i|j} \mu_{k-1}^j}{\sum_{j=1}^M \pi_{i|j} \mu_{k-1}^j}. \quad (8)$$

其中: μ_{k-1}^{ji} 为系统混合概率, $\pi_{i|j}$ 为先验概率, μ_{k-1}^j 为 $k-1$ 时刻目标处于模型 j 的概率.

对于第*i*个模型,假设状态向量 \mathbf{x}_0^i 的先验分布为高斯分布,即 $\mathbf{x}_0^i \sim \mathcal{N}(\mathbf{x}_0^i; \mathbf{x}_{0|0}^i, \mathbf{P}_0^i)$. 系统状态的一步预测概率密度函数 $p(\mathbf{x}_k^i | \mathbf{z}_{1:k-1})$ 为

$$p(\mathbf{x}_k^i | \mathbf{z}_{1:k-1}) = \mathcal{N}(\mathbf{x}_k^i; \mathbf{x}_{k|k-1}^i, \mathbf{P}_{k|k-1}^i), \quad (9)$$

其中 $\mathbf{x}_{k|k-1}^i$ 和 $\mathbf{P}_{k|k-1}^i$ 为预测状态和预测误差协方差. $k-1$ 时刻系统状态和协方差分别为

$$\mathbf{x}_{k|k-1}^i = \mathbf{F}_{k-1}^i \mathbf{x}_{k-1|k-1}^i, \quad (10)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1}^i = \mathbf{F}_{k-1}^i \mathbf{P}_{k-1|k-1}^i (\mathbf{F}_{k-1}^i)^\top + \mathbf{G} \mathbf{Q}_{k-1}^i \mathbf{G}. \quad (11)$$

由式(11)可以看出,对预测误差协方差阵 $\mathbf{P}_{k|k-1}^i$ 计算的前提是需要已知每个时刻的过程噪声协方差阵 \mathbf{Q}_{k-1}^i ,过程噪声协方差 \mathbf{Q}_{k-1}^i 是否准确将严重影响系统性能.因此,通过直接对预测误差协方差阵 $\mathbf{P}_{k|k-1}^i$ 进行建模,以避免计算式(11).令预测误差协方差阵 $\mathbf{P}_{k|k-1}^i$ 服从逆威沙特分布^[17],其概率密度函数如下式所示:

$$p(\mathbf{P}_{k|k-1}^i | \mathbf{z}_{1:k-1}) = \mathcal{IW}(\mathbf{P}_{k|k-1}^i | t_{k|k-1}^i, \mathbf{T}_{k|k-1}^i). \quad (12)$$

其中: t 为逆威沙特分布自由度, \mathbf{T} 为协方差矩阵.

结合量测方程和式(2),系统的量测似然函数^[18]可描述为

$$p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k^i) \sim \mathcal{ST}(\mathbf{z}_k; \mathbf{H} \mathbf{x}_k^i, \mathbf{R}, \mathbf{\Delta}, \boldsymbol{\nu}). \quad (13)$$

其中: \mathbf{R} 为尺度协方差矩阵, $\mathbf{\Delta}$ 为偏斜矩阵, $\boldsymbol{\nu}$ 为自由度矢量.为了满足共轭分布假设条件,式(13)可表示为高斯分布,半正态分布以及伽马分布乘积的形式^[18]如下式所示:

$$p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k^i, \mathbf{u}_k^i, \mathbf{\Lambda}_k^i) \sim \mathcal{N}(\mathbf{z}_k; \mathbf{H} \mathbf{x}_k^i + \mathbf{\Delta} \mathbf{u}_k^i, (\mathbf{\Lambda}_k^i)^{-1} \mathbf{R}), \quad (14)$$

$$p(\mathbf{u}_k^i | \mathbf{\Lambda}_k^i) \sim \mathcal{HN}(\mathbf{u}_k^i; 0, (\mathbf{\Lambda}_k^i)^{-1}), \quad (15)$$

$$p(\mathbf{\Lambda}_k^i) \sim \mathcal{G}\left(\mathbf{\Lambda}_k^i; \frac{\boldsymbol{\nu}}{2}, \frac{\boldsymbol{\nu}}{2}\right). \quad (16)$$

式中: $\mathcal{HN}(\cdot)$ 为半正态分布, $\mathcal{G}(\cdot)$ 为伽马分布.则第*i*个模型的联合后验分布表示为

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= p(\mathbf{x}_k^i, \mathbf{P}_{k|k-1}^i, \mathbf{u}_k^i, \mathbf{\Lambda}_k^i | \mathbf{z}_{1:k}) = \\ & p(\mathbf{x}_k^i | \mathbf{P}_{k|k-1}^i, \mathbf{z}_{1:k-1}) p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k^i, \mathbf{u}_k^i, \mathbf{\Lambda}_k^i) \times \\ & p(\mathbf{u}_k^i | \mathbf{\Lambda}_k^i) p(\mathbf{\Lambda}_k^i) p(\mathbf{P}_{k|k-1}^i | \mathbf{z}_{1:k-1}) p(\mathbf{z}_{1:k-1}). \end{aligned} \quad (17)$$

在后验更新过程中,由于系统状态 \mathbf{x}_k^i 、误差协方差 $\mathbf{P}_{k|k-1}^i$ 以及未知参数 \mathbf{u}_k^i 与 $\mathbf{\Lambda}_k^i$ 相互耦合且后验概率密度复杂,将系统真实后验分布 $p(\mathbf{x}_k^i, \mathbf{P}_{k|k-1}^i, \mathbf{u}_k^i, \mathbf{\Lambda}_k^i | \mathbf{z}_{1:k})$ 近似分解为多个因子相乘的形式,即

$$p(\mathbf{x}_k^i, \mathbf{P}_{k|k-1}^i, \mathbf{u}_k^i, \mathbf{\Lambda}_k^i | \mathbf{z}_{1:k}) \approx$$

$$q_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}_k^i) q_{\mathbf{P}}(\mathbf{P}_{k|k-1}^i) q_{\mathbf{u}}(\mathbf{u}_k^i) q_{\mathbf{\Lambda}}(\mathbf{\Lambda}_k^i). \quad (18)$$

在变分推理过程中,通过将真实后验分布和近似后验分布的KL散度最小化,即对近似后验的对数形式的循环迭代计算 $q_{\mathbf{x}}$ 、 $q_{\mathbf{P}}$ 、 $q_{\mathbf{u}}$ 和 $q_{\mathbf{\Lambda}}$ 的解析解,有

$$\log q_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}_k^i) \propto E_{q_{\mathbf{P}}, q_{\mathbf{u}}, q_{\mathbf{\Lambda}}} [\boldsymbol{\Theta}_i] + c_{\mathbf{x}}, \quad (19)$$

$$\log q_{\mathbf{P}}(\mathbf{P}_{k|k-1}^i) \propto E_{q_{\mathbf{x}}, q_{\mathbf{u}}, q_{\mathbf{\Lambda}}} [\boldsymbol{\Theta}_i] + c_{\mathbf{P}}, \quad (20)$$

$$\log q_{\mathbf{u}}(\mathbf{u}_k^i) \propto E_{q_{\mathbf{x}}, q_{\mathbf{P}}, q_{\mathbf{\Lambda}}} [\boldsymbol{\Theta}_i] + c_{\mathbf{u}}, \quad (21)$$

$$\log q_{\mathbf{\Lambda}}(\mathbf{\Lambda}_k^i) \propto E_{q_{\mathbf{x}}, q_{\mathbf{P}}, q_{\mathbf{u}}} [\boldsymbol{\Theta}_i] + c_{\mathbf{\Lambda}}. \quad (22)$$

其中: $E[\boldsymbol{\Theta}_i]$ 表示对系统联合后验的对数 $\boldsymbol{\Theta}_i$ 求期望, $\boldsymbol{\Theta}_i = \log p(\mathbf{x}_k^i, \mathbf{P}_{k|k-1}^i, \mathbf{u}_k^i, \mathbf{\Lambda}_k^i | \mathbf{z}_{1:k})$, $c_{\mathbf{x}}$ 、 $c_{\mathbf{P}}$ 、 $c_{\mathbf{u}}$ 和 $c_{\mathbf{\Lambda}}$ 为与变量 \mathbf{x}_k^i 、 $\mathbf{P}_{k|k-1}^i$ 、 \mathbf{u}_k^i 和 $\mathbf{\Lambda}_k^i$ 相关的常数.

k 时刻各参数在 $r+1$ 次迭代的后验概率密度为

$$q_{\mathbf{P}}^{(r+1)}(\mathbf{P}_{k|k-1}^i) = \mathcal{IW}(\mathbf{P}_{k|k-1}^i | t_{k|k}^i, \mathbf{T}_{k|k}^i), \quad (23)$$

$$q_{\mathbf{x}}^{(r+1)}(\mathbf{x}_k^i) = \mathcal{N}(\mathbf{x}_k^i; \mathbf{x}_{k|k}^i, \mathbf{P}_{k|k}^i), \quad (24)$$

$$q_{\mathbf{u}}^{(r+1)}(\mathbf{u}_k^i) = \mathcal{TN}(\mathbf{u}_k^i; \mathbf{u}_{k|k}^i, \mathbf{U}_{k|k}^i), \quad (25)$$

$$q_{\mathbf{\Lambda}}^{(r+1)}(\mathbf{\Lambda}_k^i) = \mathcal{G}\left(\mathbf{\Lambda}_k^i; \frac{\boldsymbol{\nu}}{2}, \frac{\boldsymbol{\nu} + [\boldsymbol{\varphi}_{k|k}^i]_{ii}}{2}\right). \quad (26)$$

其中: $\mathcal{TN}(\cdot)$ 为截断正态分布;变分参数 $t_{k|k}^i$ 、 $\mathbf{T}_{k|k}^i$ 、 $\mathbf{x}_{k|k}^i$ 、 $\mathbf{P}_{k|k-1}^i$ 、 $\mathbf{u}_{k|k}^i$ 、 $\mathbf{U}_{k|k}^i$ 以及 $\boldsymbol{\varphi}_{k|k}^i$ 表达式如下式所示:

$$t_{k|k}^i = t_{k|k-1}^i + 1, \quad (27)$$

$$\mathbf{T}_{k|k}^i = \mathbf{A}_{k|k}^{(r)} + \mathbf{T}_{k|k-1}^i, \quad (28)$$

$$\mathbf{x}_{k|k}^i = \mathbf{x}_{k|k-1}^i + \mathbf{K}_{\mathbf{x}}^i (\mathbf{z}_k - \mathbf{H} \mathbf{x}_{k|k-1}^i - \mathbf{\Delta} \bar{\mathbf{u}}_{k|k}^i), \quad (29)$$

$$\mathbf{P}_{k|k}^i = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{\mathbf{x}}^i \mathbf{H}) \mathbf{P}_{k|k-1}^i, \quad (30)$$

$$\mathbf{K}_{\mathbf{x}}^i = \frac{\mathbf{P}_{k|k-1}^i \mathbf{H}^\top}{\mathbf{H} \mathbf{P}_{k|k-1}^i \mathbf{H}^\top + (\bar{\mathbf{\Lambda}}_k^i)^{-1} \mathbf{R}}, \quad (31)$$

$$\mathbf{u}_{k|k}^i = \mathbf{K}_{\mathbf{u}}^i (\mathbf{z}_k - \mathbf{H} \mathbf{x}_{k|k}^i), \quad (32)$$

$$\mathbf{U}_{k|k}^i = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{\mathbf{u}}^i \mathbf{\Delta}) (\bar{\mathbf{\Lambda}}_k^i)^{-1}, \quad (33)$$

$$\mathbf{K}_{\mathbf{u}}^i = \mathbf{\Delta} (\mathbf{\Delta}^2 + \mathbf{R})^{-1}, \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varphi}_{k|k}^i &= \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{z}_k - \mathbf{H} \mathbf{x}_{k|k}^i) (\mathbf{z}_k - \mathbf{H} \mathbf{x}_{k|k}^i)^\top + \\ & \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} \mathbf{P}_{k|k}^i \mathbf{H}^\top - \mathbf{R}^{-1} \mathbf{\Delta} \bar{\mathbf{u}}_{k|k}^i (\mathbf{z}_k - \mathbf{H} \bar{\mathbf{x}}_{k|k}^i)^\top - \\ & \mathbf{\Delta} \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{z}_k - \mathbf{H} \bar{\mathbf{x}}_{k|k}^i)^\top \bar{\mathbf{u}}_{k|k}^i + \\ & (\mathbf{\Delta} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{\Delta}^\top + \mathbf{I}) E_{q_{\mathbf{u}}} [\mathbf{u}_k^i (\mathbf{u}_k^i)^\top]. \end{aligned} \quad (35)$$

第*i*个模型的更新权重为

$$\mu_k^i = \frac{\mathbf{L}_k^i c_k^i}{\sum_{i=1}^M \mathbf{L}_k^i c_k^i}. \quad (36)$$

其中: $\mathbf{L}_k^i = p(\mathbf{z}_{1:k}^i)$ 为第*i*个模型的边缘似然函数,对 \mathbf{L}_k^i 计算需要对式(13)进行积分,但是难以求解.根据贝叶斯定理,边缘似然函数可表示证据下界与KL散

度之和,如下式所示:

$$\begin{aligned} \ln p(\mathbf{z}_{1:k}^i) = & \mathcal{F}(q(\mathbf{x}_k^i, \mathbf{P}_{k|k-1}^i, \mathbf{u}_k^i, \mathbf{\Lambda}_k^i)) + \\ & \mathcal{KL}(q(\mathbf{x}_k^i, \mathbf{P}_{k|k-1}^i, \mathbf{u}_k^i, \mathbf{\Lambda}_k^i) \| p(\mathbf{x}_k^i, \mathbf{P}_{k|k-1}^i, \\ & \mathbf{u}_k^i, \mathbf{\Lambda}_k^i | \mathbf{z}_{1:k}^i)). \end{aligned} \quad (37)$$

在变分推理过程中,要求真实分布与近似分布的KL散度最小,即式(37)中的KL散度为0,则 \mathbf{L}_k^i 可近似表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_k^i = & \exp(\mathcal{F}(q(\mathbf{x}_k^i, \mathbf{P}_{k|k-1}^i, \mathbf{u}_k^i, \mathbf{\Lambda}_k^i))), \quad (38) \\ \mathcal{F}(q(\mathbf{x}_k^i, \mathbf{P}_{k|k-1}^i, \mathbf{u}_k^i, \mathbf{\Lambda}_k^i)) = & E[\ln p(\mathbf{x}_k^i | \mathbf{z}_{1:k-1}^i)] + E[\ln p(\mathbf{P}_{k|k-1}^i | \mathbf{z}_{1:k-1}^i)] + \\ & E[\ln p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k^i, \mathbf{u}_k^i, \mathbf{\Lambda}_k^i)] + E[\ln p(\mathbf{u}_k^i | \mathbf{\Lambda}_k^i)] + \\ & E[\ln p(\mathbf{\Lambda}_k^i)] + \mathcal{H}(q_x(\mathbf{x}_k^i)) + \mathcal{H}(q_P(\mathbf{P}_{k|k-1}^i)) + \\ & \mathcal{H}(q_u(\mathbf{u}_k^i)) + \mathcal{H}(q_\Lambda(\mathbf{\Lambda}_k^i)), \end{aligned} \quad (39)$$

其中 $\mathcal{H}(\cdot)$ 为熵值. 融合后系统状态 \mathbf{x}_k 及其协方差 \mathbf{P}_k 为

$$\mathbf{x}_k = \sum_{i=1}^M \mathbf{x}_k^i \mu_k^i, \quad (40)$$

$$\mathbf{P}_k = \sum_{i=1}^M \mu_k^i \{ \mathbf{P}_k^i + [\hat{\mathbf{x}}_k^i - \hat{\mathbf{x}}_k][\hat{\mathbf{x}}_k^i - \hat{\mathbf{x}}_k]^T \}. \quad (41)$$

GIMMAF算法一次循环的伪代码如下.

输入: $\mathbf{F}_{k-1}, \mathbf{H}, \mathbf{z}_k, \mathbf{x}_{k-1|k-1}, \mathbf{P}_{k-1|k-1}, \mathbf{\Delta}, \mathbf{R}, \nu,$

$\mathbf{Q}_0, \tau_P, \pi_0 | 0;$

输出: $\mathbf{x}_{k|k}, \mathbf{P}_{k|k}.$

1. 模型初始化.

由式(6)~(8)计算模型状态 \mathbf{x}_{k-1}^{0i} 、协方差 \mathbf{P}_{k-1}^{0i} 和混合权重 μ_{k-1}^{ji} .

2. 滤波.

for $i = 1, 2, \dots, M$

 预测

 由式(10)和(11)计算预测状态 $\mathbf{x}_{k|k-1}^i$ 和预测协方差 $\mathbf{P}_{k|k-1}^i$

 由式(12)计算预测协方差 $\mathbf{P}_{k|k-1}^i$ 自由度 $t_{k|k-1}^i$ 和协方差 $\mathbf{T}_{k|k-1}^i$,即

$$t_{k|k-1}^i = n + 1 + \tau_P, \mathbf{T}_{k|k-1}^i = \tau_P \mathbf{P}_{k|k-1}^i$$

 for $r = 1, 2, \dots, S$

 更新

 由式(27)和(28)更新自由度 $t_{k|k-1}^i$ 和协方

差 $\mathbf{T}_{k|k}^i$

 由式(31)计算增益矩阵 \mathbf{K}_x^i

 由式(29)和(30)更新状态 $\mathbf{x}_{k|k}^i$ 和 $\mathbf{P}_{k|k}^i$

 由式(32)~(34)计算变量 \mathbf{u}_k^i 的均值 $\mathbf{u}_{k|k}^i$ 、

协方差 $\mathbf{U}_{k|k}^i$ 和增益 \mathbf{K}_u^i

 计算伽马分布均值 $\bar{\Lambda}_k^i$,有

$$\bar{\Lambda}_k^i = \nu / (\nu + \text{diag}(\boldsymbol{\varphi}_k^i)), \text{其中 } \boldsymbol{\varphi}_k^i \text{ 由式}$$

(35)计算

 end

 end

3. 模型概率更新.

 for $i = 1, 2, \dots, M$

 由式(38)和(39)计算每个模型的似然函数 \mathbf{L}_k^i

 由式(36)计算模型概率 μ_k^i

 end

子滤波器输出: $\mathbf{x}_{k|k}^i, \mathbf{P}_{k|k}^i, \mathbf{u}_{k|k}^i, \mathbf{U}_{k|k}^i, \bar{\Lambda}_k^i$

4. 模型概率更新.

由式(40)和(41)计算融合后系统状态 $\mathbf{x}_{k|k}$ 和协方差 $\mathbf{P}_{k|k}$.

3 数值仿真与实验验证

为了验证所提出GIMMAF算法的有效性,将其分别与IMM-VBT算法^[13]、STVBF算法^[16]以及VBAKF-PR算法^[17]在数值仿真实验和移动机器人定位测试中进行对比验证.

3.1 数值模拟

假设目标在二维直角坐标系中机动运动,其运动轨迹由多个常转速(CT)模型组成的不同运动段构成. CT模型如下式所示:

$$\mathbf{x}_k^i = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin \omega T}{\omega} & 0 & \frac{\cos \omega T - 1}{\omega} \\ 0 & \cos \omega T & 0 & -\sin \omega T \\ 0 & \frac{1 - \cos \omega T}{\omega} & 1 & \frac{\sin \omega T}{\omega} \\ 0 & \sin \omega T & 0 & \cos \omega T \end{bmatrix} \mathbf{x}_{k-1}^i +$$

$$\mathbf{G} \mathbf{w}_{k-1},$$

$$\mathbf{z}_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \mathbf{e}_k.$$

式中:系统状态为 $\mathbf{x}_k = [x_k \ \dot{x}_k \ y_k \ \dot{y}_k]^T$, $x_k, \dot{x}_k, y_k, \dot{y}_k$ 分别为 k 时刻目标的位置和速度向量; ω 为目标转弯速率; T 为系统采样时间, $T = 1$ s;量测噪声 \mathbf{e}_k 服从Skew-T分布,其中噪声模型的偏斜系数、自由度以及尺度方差矩阵为 $\delta = 9, \nu = 20, \mathbf{R} = 50^2 \mathbf{I}_{2 \times 2}$. 假设目标初始位置为(1 000 m, 1 000 m), 初始速度为(10 m/s, 10 m/s), 仿真时间为250 s. 在仿真过程中,模型参数与过程噪声参数随时间变化,如表1所示.

算法采用的模型集由一个常速模型和两个CT模型组成. 其中:CT模型的参数为 $\omega_1 = \pi/400$ ($\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$), $\omega_2 = -\pi/600$ ($\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$). 设模型状态转移矩阵为

表1 机动目标仿真参数

t/s	转弯速率/($\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$)	过程噪声
$1 \leq k \leq 50$	$\omega = 0$	$Q_k = \text{diag}([10^{-2}, 10^{-2}])$
$51 \leq k \leq 100$	$\omega = \pi/40$	$Q_k = 10\text{diag}([1.44 \times 10^{-2}, 1.44 \times 10^{-2}])$
$101 \leq k \leq 150$	$\omega = 0$	$Q_k = \text{diag}([10^{-2}, 10^{-2}])$
$151 \leq k \leq 200$	$\omega = -\pi/40$	$Q_k = 20\text{diag}([1.44 \times 10^{-2}, 1.44 \times 10^{-2}])$
$201 \leq k \leq 225$	$\omega = \pi/50$	$Q_k = \text{diag}([1.44 \times 10^{-2}, 1.44 \times 10^{-2}])$
$226 \leq k \leq 250$	$\omega = -\pi/50$	$Q_k = \text{diag}([1.44 \times 10^{-2}, 1.44 \times 10^{-2}])$

$$H = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.8 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.8 \end{bmatrix}$$

对4种算法在上述场景下进行 $M_c = 100$ 次 Monte-Carlo 仿真实验. 4种算法在 X 、 Y 方向的位置和速度均方根误差 (root mean square error, RMSE) 如图1和图2所示. 可以看出, 相比于 IMM-VBT、STVBF 与 VBAKF-PR, 所提出 GIMMAF 算法具有更小的位置和速度 RMSE. 在 50 s、150 s, 目标做机动运动且过程噪声协方差增大时, VBAKF-PR、STVBF 以及 IMM-VBT 的位置和速度 RMSE 明显高于所提出算法, 主要是因为 VBAKF-PR 和 STVBF 采用单一模型对系统状态进行估计, 算法模型与真实运动模型存在偏差, 造成滤波发散; 而 IMM-VBT 方法未考虑过程噪声变化对系统的影响, 一旦过程噪声发生变化, 该算法不具备适应性, 使得滤波器性能变差.

表2为4种算法的平均均方根误差 (average root

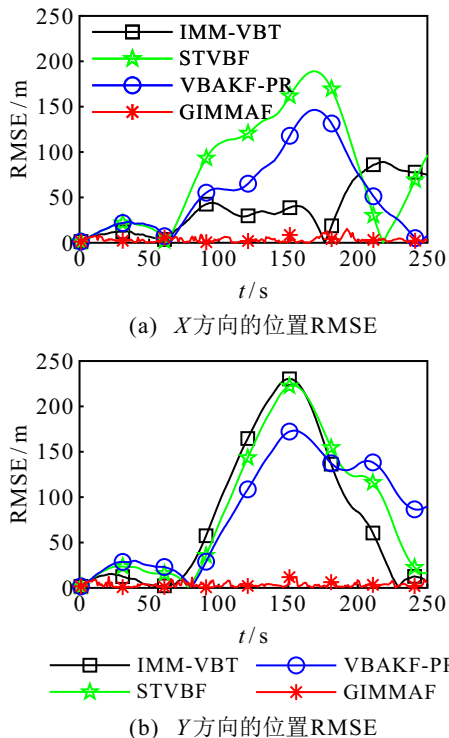


图1 数值模拟中4种算法的位置均方根误差

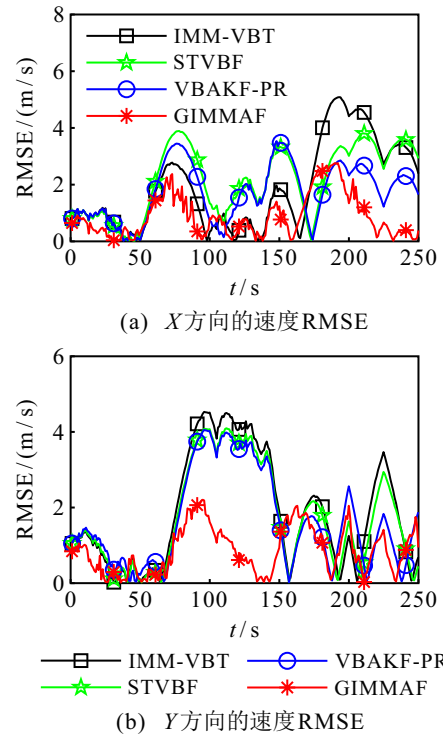


图2 数值模拟中4种算法的速度均方根误差

mean square error, ARMSE). 由表2可见: 相较于 IMM-VBT、STVBF 与 VBAKF-PR, 所提出算法的位置 ARMSE 分别提高了 95.36%、96.61% 和 95.47%; 其速度 ARMSE 分别提高了 51.58%、45.55% 和 41.83%.

表2 数值模拟中4种算法的 ARMSE

算法	IMM-VBT	STVBF	VBAKF-PR	GIMMAF
位置 ARMSE / m	100.76	137.74	103.03	4.67
速度 ARMSE / (m/s)	3.16	2.18	2.63	1.53

为了验证所提出算法对过程噪声和量测噪声估计精度, 采用归一化 Frobenius 范数均方根 (square root of normalized Frobenius norm, SRNFN) 作为评价指标^[17], 由于过程噪声与系统协方差相互拟合, 通过计算系统预测误差协方差阵 $P_{k|k-1}$ 的 SRNFN 对过程噪声估计的准确性进行验证, 其计算公式如下式所示:

$$SRNFN_P = \left(\frac{1}{n^2 M_c} \sum_{mc=1}^{M_c} \|\hat{P}_{k|k-1}^{mc} - P_{k|k-1}^{mc}\|^2 \right)^{\frac{1}{4}},$$

$$SRNFN_R = \left(\frac{1}{m^2 M_c} \sum_{mc=1}^{M_c} \|\hat{R}_k^{mc} - R_k^{true}\|^2 \right)^{\frac{1}{4}}.$$

其中: $\hat{P}_{k|k-1}^{mc}$ 和 \hat{R}_k^{mc} 分别为在第 mc 次 Monte-Carlo 实验时预测误差协方差和量测噪声协方差的估计值, $P_{k|k-1}^{mc}$ 为真实过程噪声时的预测误差协方差, R_k^{true} 为真实量测噪声协方差. 图3为4种算法的预测误差协方差以及量测噪声协方差的SRNFN比较结果. 由图3可见,所提出算法的SRNFN更小,表明所提出算法对过程噪声和量测噪声的估计更为准确.

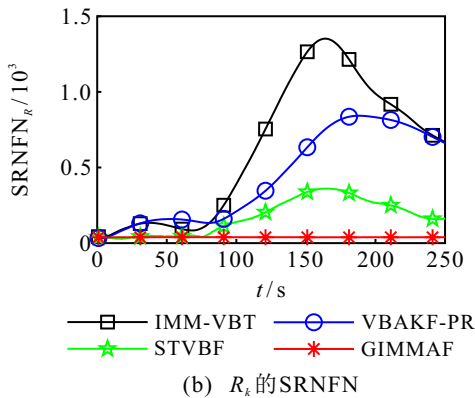
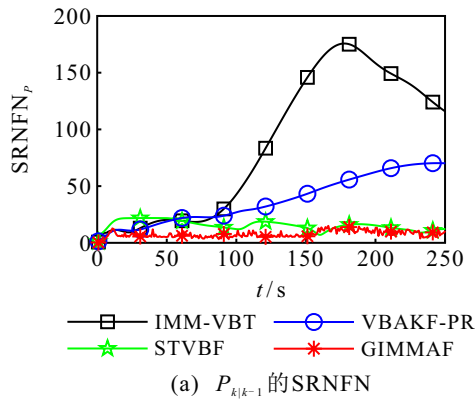


图3 预测误差协方差与量测噪声协方差的SRNFN

3.2 实验验证

在机器人定位跟踪系统中, 四轮移动机器人机动且状态模型先验未知, 其受到风阻和非平整道路等外界不确定因素影响, 使得过程噪声具有不确定



图4 移动机器人轨迹

性, 故采用该场景验证所提出算法的有效性. 实验基于西安工业大学工科楼外沿, 以四轮移动机器人平台, 平台安装了CGI-610惯性导航系统作为实验精度的对比基准. 实验平台以及目标的运动轨迹如图4所示.

实验中状态方程、量测方程以及模型状态转移矩阵与第3.1节数值模拟实验相同, 算法中CT模型参数 ω_1 、 ω_2 分别为 $\pi/40 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ 和 $-\pi/27 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$; 采样时间为 $T = 1 \text{ s}$. 系统状态初始位置为 $(32\ 185\ 530.29 \text{ m}, 73\ 018\ 497.82 \text{ m})$, 初始速度为 $(-0.008 \text{ m/s}, 0 \text{ m/s})$, 系统初始协方差 $P_0 = \text{diag}[10, 0.4, 10, 0.4]$. 量测噪声模型中偏斜系数、自由度以及尺度方差矩阵分别为 $\delta = 9, \nu = 10, R = 20^2 I_{2 \times 2}$.

图5和图6分别为4种算法的位置和速度均方根误差对比结果. 由图5和图6可见, 相比于IMM-VBT、STVBF与VBAKF-PR, GIMMAF的位置和速度RMSE均较小. 表3为4种算法的ARMSE对比. 由表3可见, 与其他3种算法相比, 位置跟踪精度分别提高了54.36%、70.50%和53.97%; 速度精度分别提高了8.11%、35.82%和10.2%.

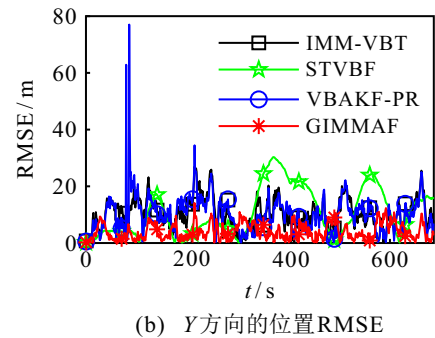
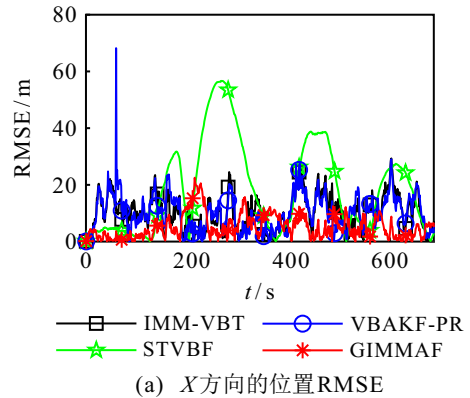


图5 实验验证中4种算法的位置均方根误差

为了验证所提出算法对于不同量测噪声的适应性, 在量测噪声统计特性分别服从Skew-T分布、Student's t分布以及高斯分布条件下对4种算法进行对比实验, 结果如表4所示.

由表4可见: 当量测噪声服从Skew-T分布时, GIMMAF算法的位置ARMSE相对较低; 当量测噪

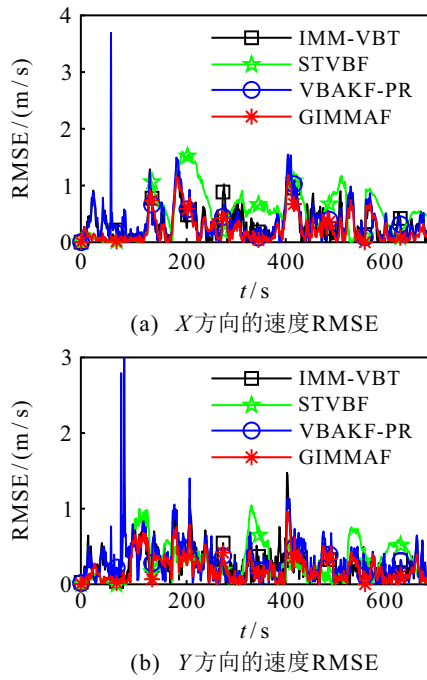


图6 实验验证中4种算法的速度均方根误差

表3 实验验证中4种算法的ARMSE

算法	IMM-VBT	STVBF	VBAKF-PR	GIMMAF
位置 ARMSE/m	15.49	23.97	15.36	7.07
速度 ARMSE/(m/s)	0.47	0.67	0.49	0.43

表4 不同噪声条件下4种算法的位置 ARMSE

ARMSE/m	$ST(0, 20^2, 9, 10)$	$T(0, 20^2, 10)$	$N(0, 20^2)$
IMM-VBT	13.10	3.78	6.53
STVBF	22.79	19.05	17.05
VBAKF-PR	14.40	7.93	6.12
GIMMAF	8.61	3.45	6.38

声为Student's t分布时,STVBF和VBAKF-PR的位置ARMSE明显高于GIMMAF和IMM-VBT;当量测噪声服从高斯分布时,GIMMAF仍然处于较低水平,表明所提出算法在不同量测噪声分布情况下均能够具有较高的估计精度.

综上所述,在噪声信息和状态模型不确定条件下,相比于IMM-VBT、STVBF与VBAKF-PR,所提出的GIMMAF算法具有更小的位置和速度均方根误差,滤波性能更好.主要原因如下.

1)GIMMAF考虑过程噪声和量测噪声不确定的影响,建立了逆威沙特分布预测误差协方差以及Skew-T分布非对称重尾噪声表示模型,构建了多元参数联合概率密度函数,并利用变分推理对状态以及模型参数进行了迭代计算.

2)考虑目标机动过程,设计了多模型并行处理方式,解决了状态模型不确定问题.虽然IMM-VBT、

STVBF和VBAKF-PR也采用了变分贝叶斯近似策略进行计算,但是,VBAKF-PR和IMM-VBT所采用的高斯分布与Student's t分布噪声模型无法很好地拟合重尾偏斜分布下的量测噪声统计特性,导致所获得的系统后验分布与真实后验分布存在偏差.

3)IMM-VBT和STVBF没有考虑时变过程噪声对系统的影响,一旦过程噪声先验与实际值不一致,则造成滤波性能下降,而STVBF和VBAKF-PR仅针对非机动目标状态进行估计,忽略了目标机动中状态模型的变化,造成算法跟踪性能降低.

4 结论

针对噪声信息和状态模型不确定条件下动态系统的状态估计问题,本文提出了一种广义交互式多模型自适应滤波算法.该方法基于IMM框架,通过Skew-T分布对量测噪声进行建模,并构建了量测噪声,系统状态与系统预测协方差阵的联合概率密度函数,运用变分推理策略对系统状态进行融合估计.数值模拟和实验验证了GIMMAF具有较高的估计精度.未来的研究工作可考虑解决具有噪声信息和状态模型不确定下非线性系统的状态估计问题.

参考文献(References)

[1] Du S Y, Huang Y L, Lin B Q, et al. A lie group manifold-based nonlinear estimation algorithm and its application to low-accuracy SINS/GNSS integrated navigation[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2022, 71: 1-27.

[2] 郭戈, 王兴凯, 徐慧朴. 基于递归工具变量卡尔曼滤波算法的纯方位水下目标跟踪[J]. 控制与决策, 2020, 35(1): 107-114.
(Guo G, Wang X K, Xu H P. Recursive instrumental variable Kalman filtering algorithm for underwater bearing-only target tracking[J]. Control and Decision, 2020, 35(1): 107-114.)

[3] 张冬梅, 茹安狄, 程善. 通信受限下网络化多传感器系统序贯卡尔曼滤波加权融合[J]. 控制与决策, 2017, 32(12): 2162-2168.
(Zhang D M, Ru A D, Cheng S. Sequential Kalman filter weighted fusion for networked multi-sensor systems with communication constraints[J]. Control and Decision, 2017, 32(12): 2162-2168.)

[4] 蔡如华, 樊向婷, 吴孙勇, 等. 基于交互式CPHD的多传感器多机动目标跟踪[J]. 控制与决策, 2022, 37(1): 47-57.
(Cai R H, Fan X T, Wu S Y, et al. Multi-sensor and multi-maneuver target tracking based on interactive CPHD[J]. Control and Decision, 2022, 37(1): 47-57.)

- [5] 江涛, 钱富才, 杨恒占, 等. 具有双重不确定性系统的联合滤波算法[J]. 自动化学报, 2016, 42(4): 535-544. (Jiang T, Qian F C, Yang H Z, et al. A new combined filtering algorithm for systems with dual uncertainties[J]. Acta Automatica Sinica, 2016, 42(4): 535-544.)
- [6] Liu Y, Liang Y, Liu Z G, et al. A novel robust MM filter against outliers[J]. Asian Journal of Control, 2016, 18(1): 340-349.
- [7] Zhang J Q, Zhang X S, Song J Q. Maneuvering target tracking algorithm based on multiple models in radar networking[C]. International Conference on Control, Automation and Information Sciences. Chengdu, 2019: 1-6.
- [8] Middleton L, Deligiannidis G, Doucet A, et al. Unbiased Markov chain Monte Carlo for intractable target distributions[J]. Electronic Journal of Statistics, 2020, 14(2): 2842-2891.
- [9] Li W, Jia Y. State estimation for jump Markov linear systems by variational Bayesian approximation[J]. IET Control Theory & Applications, 2012, 6(2): 319.
- [10] 许红, 袁华东, 谢文冲, 等. 角闪烁下基于变分贝叶斯-交互式多模型的目标跟踪[J]. 电子与信息学报, 2018, 40(7): 1583-1590. (Xu H, Yuan H D, Xie W C, et al. Variational Bayesian-interacting multiple model tracking filter with angle glint noise[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2018, 40(7): 1583-1590.)
- [11] Zhang L, Lan J, Li X R. Normal-gamma IMM filter for linear systems with non-Gaussian measurement noise[C]. The 22th International Conference on Information Fusion. Ottawa, 2019: 1-8.
- [12] Yun P, Wu P L, He S. An IMM-VB algorithm for hypersonic vehicle tracking with heavy tailed measurement noise[C]. International Conference on Control, Automation and Information Sciences. Hangzhou, 2018: 169-174.
- [13] Shen C, Xu D J, Huang W, et al. An interacting multiple model approach for state estimation with non-Gaussian noise using a variational Bayesian method[J]. Asian Journal of Control, 2015, 17(4): 1424-1434.
- [14] Huang Y L, Zhang Y G, Zhao Y X, et al. Robust rauch-tung-striebel smoothing framework for heavy-tailed and/or skew noises[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2020, 56(1): 415-441.
- [15] Nurminen H, Ardeshiri T, Piché R, et al. Robust inference for state-space models with skewed measurement noise[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2015, 22(11): 1898-1902.
- [16] Nurminen H, Ardeshiri T, Piché R, et al. Skew-T filter and smoother with improved covariance matrix approximation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2018, 66(21): 5618-5633.
- [17] Huang Y L, Zhang Y G, Wu Z M, et al. A novel adaptive Kalman filter with inaccurate process and measurement noise covariance matrices[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2018, 63(2): 594-601.
- [18] Lin T I. Robust mixture modeling using multivariate Skew-T distributions[J]. Statistics and Computing, 2010, 20(3): 343-356.

作者简介

马天力(1988—), 男, 副教授, 博士, 从事非线性滤波、机器人自主导航等研究, E-mail: matianli111@126.com;

张扬(1996—), 女, 硕士生, 从事自适应滤波、多传感器信息融合等研究, E-mail: 1070395947@qq.com;

高嵩(1966—), 男, 教授, 博士生导师, 从事智能控制、检测技术、自动化控制系统及其应用等研究, E-mail: gaos@xatu.edu.cn;

刘盼(1998—), 女, 硕士生, 从事群目标识别与跟踪的研究, E-mail: 1828253950@qq.com;

陈超波(1978—), 男, 教授, 博士, 从事组合导航系统、故障诊断与容错控制等研究, E-mail: chenchaobo@xatu.edu.cn.