



中国科技期刊卓越行动计划项目入选期刊

控制与决策

CONTROL AND DECISION



多智能体系统基于自适应控制下的二分-分量一致性

华彩凤, 马忠军, 李科赞

引用本文:

华彩凤, 马忠军, 李科赞. 多智能体系统基于自适应控制下的二分-分量一致性[J]. *控制与决策*, 2024, 39(5): 1754–1760.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2023.0500>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

脉冲控制下多智能体系统的保性能双向编队控制

Guaranteed cost bipartite formation problem of multi-agent systems with impulse control
控制与决策. 2021, 36(1): 180–186 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0854>

有向切换拓扑条件下多航天器分组姿态协同控制

Group attitude coordinated control of multi-spacecraft with directed switching topologies
控制与决策. 2021, 36(10): 2389–2398 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0311>

基于神经网络的电力系统暂态稳定分布式自适应控制

Neural network-based distributed adaptive control for power system transient stability
控制与决策. 2021, 36(6): 1407–1414 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1168>

带输入饱和的不确定非线性系统自适应模糊触发式补偿控制

Adaptive fuzzy trigger compensation control for uncertain nonlinear system with input saturation
控制与决策. 2021, 36(12): 3007–3014 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0907>

自适应事件触发的马尔科夫跳变多智能体系统一致性

Adaptive event-triggered consensus for Markovian jumping multi-agent systems
控制与决策. 2020, 35(11): 2780–2786 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.1507>

多智能体系统基于自适应控制下的二分-分量一致性

华彩凤^{1,2}, 马忠军^{1,3†}, 李科赞^{1,2}

- 桂林电子科技大学, 数学与计算科学学院, 广西 桂林 541004;
- 桂林电子科技大学, 广西应用数学中心, 广西 桂林 541004;
- 桂林电子科技大学, 广西密码学与信息安全重点实验室, 广西 桂林 541004)

摘要: 二分-分量一致性是指网络系统中部分具有相似特性智能体的某些分量随时间推移趋于相同的值, 而剩余智能体的某些分量则随时间趋于相反的值, 是一种弱于恒同一致和二分一致的动力学行为. 为此, 对符号网络上非线性多智能体系统的二分-分量一致性问题展开研究. 首先, 针对多智能体系统中各智能体之间存在的合作关系或竞争关系, 设计有效的自适应牵制控制器; 随后, 基于 Lyapunov 稳定性理论和矩阵理论, 导出该非线性系统二分-分量一致性得以实现的充分条件; 最后, 通过数值模拟验证理论结果.

关键词: 网络系统; 非线性多智能体系统; 自适应控制; 二分-分量一致

中图分类号: O231 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2023.0500

引用格式: 华彩凤, 马忠军, 李科赞. 多智能体系统基于自适应控制下的二分-分量一致性 [J]. 控制与决策, 2024, 39(5): 1754-1760.

Adaptive pinning control for bipartite-partial component consensus of leader-following multi-agent systems

HUA Cai-feng^{1,2}, MA Zhong-jun^{1,3†}, LI Ke-zan^{1,2}

- School of Mathematics and Computing Science, Guilin University of Electronic Technology, Guilin 541004, China;
- Center for Applied Mathematics of Guangxi (GUET), Guilin University of Electronic Technology, Guilin 541004, China;
- Guangxi Key Laboratory of Cryptography and Information Security, Guilin University of Electronic Technology, Guilin 541004, China)

Abstract: Bipartite-partial component consensus refers to a dynamic behavior in which some components of agents with similar characteristics tend to have the same value over time, while some components of remaining agents tend to have opposite values over time. It is weaker than identical consensus and bipartite consensus. In this paper, the bipartite-partial component consensus of nonlinear multi-agent systems on signed networks is investigated. Firstly, an effective adaptive pinning controller is designed for the cooperation or competition among agents in multi-agent systems. Then, based on the Lyapunov stability theory and matrix theory, the sufficient conditions for the realization of the bipartite-partial component consensus of the nonlinear system are derived. Finally, numerical simulation verifies the theoretical results.

Keywords: network system; nonlinear multi-agent system; ndaptive control; bipartite-partial component consensus

0 引言

过去几十年中, 多智能体系统一直是协同控制领域的研究热点, 在智能交通、无人飞行器编队和数据融合等领域得到了广泛应用^[1-5]. 一致性作为多智能体系统中一种重要的群体动力学行为, 其核心是借助控制器的协调作用, 使得智能体的状态涌现某些共性特征. 现有的一致性研究成果有恒同一致^[6]、聚类一

致^[7]、二分一致^[8]和部分分量一致^[9]等.

关于多智能体一致性问题的研究大多围绕系统中智能体之间的合作关系展开^[10-13], 而系统中智能体之间的竞争关系往往被忽略. 事实上, 很多结构复杂的网络系统中部分智能体之间可能存在竞争关系, 如社交网络中的敌对关系、生物系统中的捕食关系和化学反应中的抑制作用等. 因此, 合作关系与

收稿日期: 2023-04-18; 录用日期: 2023-08-16.

基金项目: 国家自然科学基金项目(62166010); 广西科技计划项目(AD20297006); 广西密码学与信息安全重点实验室项目(GCIS202129).

责任编辑: 张维海.

†通讯作者. E-mail: mzj1234402@163.com.

竞争关系共存的多智能体系统受到越来越多学者的关注. 文献[8]提出了二分一致性的概念,并给出了系统在结构平衡的符号图上实现二分一致的条件. 在文献[8]的基础上,文献[14]在假设智能体之间没有连续通信的情况下,探讨了一阶线性多智能系统的二分一致性问题. 针对一般线性系统中是否包含领导者的情况,文献[15]基于Lyapunov稳定性理论,分别得到了无领导者的多智能体系统和领导-跟随多智能体系统实现二分一致性的控制协议. 文献[16]利用牵制控制策略,推出了非线性多智能体系统在多层符号网络下实现二分一致性的充分条件. 文献[17]基于分布式牵制控制策略,得到了一类非线性多智能体系统达到二分一致性的充分条件.

与二分一致的重要性类似,分量一致也是一种很重要的群体动力学行为. 文献[9]运用牵制控制策略,提出了部分分量一致性的概念,并导出了一阶非线性领导-跟随多智能体系统实现部分分量一致的充分条件. 文献[18]在文献[9]的基础上,探究了二阶及三阶非线性多智能体系统的部分分量一致性问题. 考虑到系统中的通信资源是有限的,文献[19]研究了领导-跟随多智能体系统在间歇牵制控制策略下的部分分量一致性问题. 文献[20]则分析了多智能体系统在事件触发控制协议下的部分分量一致问题.

上述关于部分分量一致的文献均只涉及了多智能体系统的协同控制,而未考虑智能体之间的竞争关系. 例如,两敌对国无人舰艇编队在和平时期为了避免矛盾升级会向相反方向行驶,两组编队之间是竞争关系,而组内是合作关系,此时只需每组编队在各自前进方向的位移分量趋于一致而编队之间在各自前进方向的位移分量趋于相反就可达到预期效果. 因此,研究多智能体系统的二分-分量一致性是必要的. 由于系统在控制过程中出现的强耦合时变和时滞等会导致智能体间的通信关系不断变化,而自适应控制策略可以帮助系统中的智能体以适应外部环境和扰动的动态特性变化,本文将自适应控制策略和牵制控制机制相结合,通过设计一个有效的自适应牵制控制策略来探究一阶非线性领导-跟随多智能体系统在符号网络上的二分-分量一致性问题,并提出了二分-分量一致性的定义. 基于稳定性理论和矩阵理论,将原领导-跟随多智能体系统的二分-分量一致性问题转换成误差系统的部分变元稳定问题,导出该非线性系统实现二分-分量一致的充分条件.

符号说明: R^n 表示 n 维欧几里得空间, $\|\cdot\|$ 表示

向量的欧几里得范数, \otimes 表示两个矩阵之间的Kronecker积, $\mathbf{1}_n$ 表示元素全为1的 n 维列向量, \mathbf{I}_N 表示一个 $N \times N$ 阶单位矩阵, $\lambda_{\min}(A)$ 和 $\lambda_{\max}(A)$ 表示对称矩阵 A 的最小和最大特征值, $D = \text{diag}(d_1, \dots, d_N)$ 表示对角线元素为 d_i 的对角矩阵.

1 预备知识

考虑 n 维非自治常微分方程组^[21]

$$\frac{dx}{dt} = F(t, x). \tag{1}$$

其中: $F(t, x) \in C[R^+ \times R^n, R^n]$, $F(t, 0) \equiv 0$, $x = (x_1, \dots, x_m, x_{m+1}, \dots, x_n)^T \in R^n$, 令 $y = (x_1, \dots, x_m)^T \in R^m$, $z = (x_{m+1}, \dots, x_n)^T \in R^{n-m}$, $\|x\| = \left(\sum_{i=1}^n x_i^2\right)^{\frac{1}{2}}$, $\|y\| = \left(\sum_{i=1}^m x_i^2\right)^{\frac{1}{2}}$, $\|z\| = \left(\sum_{i=m+1}^n x_i^2\right)^{\frac{1}{2}}$, R^+ 表示 $[0, +\infty)$, $t \in R^+$.

定义1^[21] 若 $\forall \epsilon > 0, \forall t_0 \in R^+, \exists \iota(t_0, \epsilon) > 0, \forall x_0 \in S_{\iota(t_0)} = \{x \mid \|x\| < \iota\}$, 当 $t \geq t_0$ 时, 有 $\|y(t, t_0, x_0)\| < \epsilon$, 则称(式1)的解关于部分变元 y 是稳定的.

定义2^[21] 若 $\forall t_0 \in R^+, \exists \sigma(t_0) > 0, \forall \epsilon > 0, \forall x_0 \in S_{\sigma(t_0)} = \{x \mid \|x\| \leq \sigma(t_0)\}$, $\exists T(t_0, x_0, \epsilon) > 0$, 当 $t \geq t_0 + T$ 时, 有 $\|y(t, t_0, x_0)\| < \epsilon$, 则称(式1)的解关于部分变元 y 是吸引的. 其中 $S_{\sigma(t_0)}$ 称为关于 y 的吸引区域.

定义3^[21] 若式(1)的平凡解关于部分变元 y 稳定且吸引, 则称(式1)的平凡解关于部分变元 y 渐近稳定.

定义4^[21] 若函数 $\varphi \in C[R^+, R^+]$ (或 $C[(0, r), R^+]$) 是连续的严格单调上升函数, 且有 $\varphi(0) = 0$, 则称 φ 属于 K 类函数, 记为 $\varphi \in K$.

多智能体系统中具有合作与竞争关系的智能体之间的通信关系可建模为一个符号图 \mathcal{G} , 即 $\mathcal{G} = (V, \varepsilon, A)$. $V = (v_1, v_2, \dots, v_N)$ 为非空节点集, $\varepsilon \subseteq V \times V$ 为边集, $A = (a_{ij})_{N \times N}$ 为邻接矩阵. 如果 $a_{ij} = 0$ 意味第 i 个智能体不能接收到第 j 个智能体的信息, 则 a_{ij} 的值可以是正的或者是负的, 当 $a_{ij} > 0$ 时表示节点 i 与节点 j 是合作关系, 反之为竞争关系. 基于邻接矩阵 A 不再是非负矩阵, 所对应的Laplace矩阵表示成 $L = (l_{ij})_{N \times N}$, 其中 $l_{ii} = \sum_{k=1, k \neq i}^N |a_{ik}|$, $l_{ij} = -a_{ij} (j \neq i)$.

注1 对于上述Laplace矩阵的定义, L 的第 i 行的和是 $\sum_{k=1, k \neq i}^N |a_{ik}| - \sum_{k=1, k \neq i}^N a_{ik}$. 对于符号图, 元素 a_{ij} 可以是正值或负值, 因此该Laplace矩阵 L 的行和

不再为0.

定义5^[16] 如果节点集 V 可以划分为两个子集 V_1 和 V_2 , 其中 $V_1 \cup V_2 = V, V_1 \cap V_2 = \emptyset$, 对于任意两个节点 $v_i, v_j \in V_q (q \in \{1, 2\})$, 有 $a_{ij} > 0$, 而对于任意节点 $v_i \in V_q, v_j \in V_r (q \neq r, r \in \{1, 2\})$, 有 $a_{ij} < 0$, 则称符号图是结构平衡的, 否则称符号图是结构不平衡的.

引理1^[16] 若符号网络 \mathcal{G} 是结构平衡的, 则存在矩阵 $W = \text{diag}(w_1, w_2, \dots, w_N)$, 使得邻接矩阵 A 合同(或相似)于非负矩阵 \bar{A} , 即 $W^T A W = \bar{A}$. 其中, $w_i \in \{1, -1\}$, 且可知 $W^{-1} = W, W^T = W$.

定义6^[16] 若多智能体系统的状态变量 $x_i(t)$ 在控制协议下满足

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \|x_i(t) - w_i x_0(t)\| = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (2)$$

则称系统实现领导-跟随二分一致. 其中: $w_i = 1 (i \in V_1), w_i = -1 (i \in V_2)$.

注2 在定义6中, 当 $i \in V_1$ 时, 式(2)为 $\lim_{t \rightarrow +\infty} \|x_i(t) - x_0(t)\| = 0$, 当 $i \in V_2$ 时, 式(2)为 $\lim_{t \rightarrow +\infty} \|x_i(t) + x_0(t)\| = 0$. 换言之, 一部分跟随者的状态随时间推移收敛到领导者的状态, 另一部分跟随者的状态则收敛到领导者的相反状态, 结构平衡是实现领导-跟随二分一致的关键.

引理2^[21] 令 φ, ψ 和 α 都是 K 类函数. 若存在函数 $V(t, x)$ 满足 $\varphi(\|y\|) \leq V(t, x) \leq \psi(\|y\|)$, 它的导数 $\frac{dV}{dt} \Big|_{(1)} \leq -\alpha(\|y\|)$, 则式(1)的平凡解关于 y 渐近稳定.

引理3^[20] 设 A, B, C 和 D 是合适维度的矩阵, 其中 C 是对称矩阵, Kronecker 积具有以下特性:

- 1) $(A + B) \otimes D = (A \otimes D) + (B \otimes D)$;
- 2) $(A \otimes B)^T = A^T \otimes B^T$;
- 3) $(A \otimes B)(C \otimes D) = (AC \otimes BD)$;
- 4) $\lambda_{\min}(C) = \lambda_{\min}(C \otimes I_{m \times m})$.

引理4^[9] 设 $A = (a_{ij}) \in R^{N \times N}, B = (b_{ij}) \in R^{n \times n}$, 存在 nN 阶置换矩阵 $Q = [Q_s \dots Q_1]$, 其中 Q_π 是第 π 类初等行变换矩阵(即将单位矩阵的某两行进行对换后的矩阵), 使得 $Q(A \otimes B)Q^{-1} = B \otimes A$. 其中: $\pi = 1, 2, \dots, s, \otimes$ 为 Kronecker 积.

引理5^[20] 设对称矩阵 $H \in R^{N \times N}$ 和对称正定(半正定)矩阵 $S \in R^{n \times n}$, 对于任意向量 $x \in R^{Nn}$ 都有以下不等式成立:

$$\lambda_{\min}(H)x^T(I_N \otimes S)x \leq x^T(H \otimes S)x \leq \lambda_{\max}(H)x^T(I_N \otimes S)x.$$

2 主要结果

考虑一个由 $(N + 1)$ 个智能体组成的非线性领导-跟随多智能体系统, 其动力学可描述为

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = f(x_i(t)) + \alpha(t)\Gamma \sum_{j \in N_i} |a_{ij}|; \\ (\text{sgn}(a_{ij})x_j(t) - x_i(t)) + u_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, N; \\ \dot{x}_0(t) = f(x_0(t)). \end{cases} \quad (3)$$

其中: $x_i(t) = (x_{i1}(t), \dots, x_{in}(t))^T \in R^n$ 表示跟随智能体的状态向量; $f: R^n \rightarrow R^n$ 是非线性连续函数, 表示智能体自身的内部动力学; $u_i(t)$ 为第 i 个跟随智能体的一致性协议; $\text{sgn}(a_{ij})$ 为符号函数, $x_0(t) = (x_{01}(t), \dots, x_{0n}(t))^T \in R^n$ 表示领导智能体的状态变量.

考虑自适应牵制控制策略

$$u_i(t) = \alpha(t)\Gamma d_i [w_i x_0(t) - x_i(t)], \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (4)$$

其中: $\alpha(t)$ 是自适应控制增益; d_i 为牵制控制权重, 如果第 i 个智能体可以接收领导者的信息, 则 $d_i > 0$, 否则 $d_i = 0$; $\Gamma = \text{diag}(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n) > 0$ 表示系统内部分量之间相互作用的耦合矩阵(内联矩阵).

首先, 定义二分一致误差

$$e_i(t) = x_i(t) - w_i x_0(t),$$

则误差系统可表示为

$$\begin{aligned} \dot{e}_i(t) = & f(x_i(t)) - w_i f(x_0(t)) - \alpha(t)\Gamma \sum_{j=1}^N l_{ij} x_j(t) - \\ & \alpha(t)\Gamma d_i [x_i(t) - w_i(x_0(t))]. \end{aligned} \quad (5)$$

将其写为向量形式

$$\dot{e}(t) = F(e(t)) - \alpha(t)(\tilde{L} \otimes \Gamma)e(t). \quad (6)$$

其中

$$\begin{aligned} e(t) &= (e_1(t)^T, \dots, e_N(t)^T)^T \in R^{Nn}, \\ e_i(t) &= (e_{i1}(t), \dots, e_{in}(t))^T = \\ & (x_{i1}(t) - w_i x_{01}(t), \dots, x_{in}(t) - w_i x_{0n}(t))^T \in R^n, \\ F(e(t)) &= \\ & ((f(x_1(t)) - w_1 f(x_0(t)))^T, \dots, \\ & (f(x_N(t)) - w_N f(x_0(t)))^T)^T, \\ D &= \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_N), \tilde{L} = L + D. \end{aligned}$$

根据引理4, 误差系统(6)通过置换矩阵重新排列

分量,将需要研究的分量前置,从而 Nn 维的原误差系统转化为 nN 维的新误差系统

$$\dot{\tilde{e}}(t) = \tilde{F}(\tilde{e}(t)) - \alpha(t)(\Gamma \otimes \tilde{L})\tilde{e}(t). \quad (7)$$

其中对于所有的 $q = 1, 2, \dots, n$,有

$$\begin{aligned} \tilde{e}_q(t) &= (\tilde{e}_{iq}(t), \dots, \tilde{e}_{in}(t))^T = \\ &(x_{1q}(t) - w_1x_{0q}(t), \dots, x_{Nq}(t) - w_Nx_{0q}(t))^T \in R^N, \\ \tilde{e}(t) &= (\tilde{e}_1(t)^T, \dots, \tilde{e}_n(t)^T)^T \in R^{nN}, \\ \tilde{F}(\tilde{e}(t)) &= (\tilde{f}_1^T, \tilde{f}_2^T, \dots, \tilde{f}_n^T)^T, \\ \tilde{f}_q^T &= (f_q(x_1(t)), f_q(x_2(t)), \dots, f_q(x_N(t)))^T - \\ &w_N f_q(x_0(t))\mathbf{1}_N. \end{aligned}$$

定义7^[9] 如果存在 $1 \leq l \leq n$,对于任何初始条件,使得系统(3)的解满足

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \sum_{\tau=1}^l \|e_\tau(t)\| = 0, \tau = 1, 2, \dots, n, \quad (8)$$

则称领导-跟随多智能体系统(3)关于前 l 分量实现部分分量一致.其中: $e_\tau(t) = (e_{1\tau}(t), \dots, e_{N\tau}(t))^T = (x_{1\tau}(t) - x_{0\tau}(t), \dots, x_{N\tau}(t) - x_{0\tau}(t))^T \in R^N$, l 表示智能体实现分量一致的分量数目.

结合定义6和定义7,本文提出的二分-分量一致的定义如下.

定义8 如果存在 $1 \leq l \leq n$,对于任何初始条件,使得系统(3)的解满足

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \sum_{q=1}^l \|\tilde{e}_q(t)\| = 0, q = 1, 2, \dots, n, \quad (9)$$

则称领导-跟随多智能体系统(3)关于前 l 分量实现二分-分量一致.其中: $\tilde{e}_q(t) = (\tilde{e}_{1q}(t), \dots, \tilde{e}_{Nq}(t))^T = (x_{1q}(t) - w_1x_{0q}(t), \dots, x_{Nq}(t) - w_Nx_{0q}(t))^T \in R^N$, l 表示智能体实现分量一致的分量数目.

注3 由二分-分量一致性的定义可知,若 $w_i \equiv 1(i = 1, 2, \dots, N; w_i$ 为引理1中矩阵 W 的元素, $w_i \in \{1, -1\}$),则领导-跟随二分-分量一致就成为领导-跟随部分分量一致.

为便于研究二分-分量一致性,引入变换矩阵 W 对原误差系统(7)进行规范状态变换.令 $z(t) = (I_n \otimes W)\tilde{e}(t)$,对其求导可得

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= (I_n \otimes W)\dot{\tilde{e}}(t) = \\ &-\alpha(t)(I_n \otimes W)^T(\Gamma \otimes \tilde{L})(I_n \otimes W)z(t) + \\ &(I_n \otimes W)\tilde{F}(\tilde{e}(t)) = \\ &-\alpha(t)(\Gamma \otimes W^T \tilde{L}W)z(t) + (I_n \otimes W)\tilde{F}(\tilde{e}(t)), \quad (10) \end{aligned}$$

其中 $z(t) = (z_1^T(t), \dots, z_n^T(t))^T \in R^{nN}$.则误差系统

(7)的二分-分量一致性问题可等价于系统(10)的部分变元稳定性问题.

令控制策略(4)中的自适应更新率为

$$\dot{\alpha}(t) = \varpi_0 e^{\beta t} z(t)^T (\Lambda \otimes P) (\Gamma \otimes \Phi) z(t). \quad (11)$$

其中: $\varpi_0 > 0, \beta > 0, P = \text{diag}(p_1, \dots, p_N) > 0, \Phi = W^T \tilde{L}W$.

假设1^[17] 存在 $m > 0$,对于任意的 $x_i(t) \in R^n, x_0(t) \in R^n$,非线性函数 $f(x_i(t))$ 满足

$$\|f(x_i(t)) - w_i f(x_0(t))\| \leq m \|x_i(t) - w_i x_0(t)\|.$$

假设2 存在 $m > 0$,对于任意的 $x_i(t) \in R^n, x_0(t) \in R^n$,使得非线性函数 $f(x_i(t))$ 满足

$$\|A[f(x_i(t)) - w_i f(x_0(t))]\| \leq m \|A[x_i(t) - w_i x_0(t)]\|,$$

其中 $A = \text{diag}(\overbrace{1, \dots, 1}^l, 0, \dots, 0), 1 \leq l \leq n$.

当 $i \in V_1$ 时, $w_i = 1$,令 $m = 1$,有

$$\begin{aligned} A[\cos(x_i(t)) - \cos(x_0(t))] &= \\ A\left[-2 \sin\left(\frac{x_i(t) + x_0(t)}{2}\right) \sin\left(\frac{x_i(t) - x_0(t)}{2}\right)\right] &\leq \\ A\left[2 \times \frac{x_i(t) - x_0(t)}{2}\right] &= A[x_i(t) - x_0(t)]. \end{aligned}$$

当 $i \in V_2$ 时, $w_i = -1$,令 $m = 1$,有

$$\begin{aligned} A[\cos(x_i(t)) + \cos(x_0(t))] &= \\ A\left[2 \cos\left(\frac{x_i(t) + x_0(t)}{2}\right) \cos\left(\frac{x_i(t) - x_0(t)}{2}\right)\right] &\leq \\ A\left[2 \times \frac{x_i(t) + x_0(t)}{2}\right] &= A[x_i(t) + x_0(t)]. \end{aligned}$$

类似的,函数 $f(x_i(t)) = \sin(x_i(t))$ 也满足假设2,故此假设是合理的.

定理1 若系统(3)满足假设2,且存在充分大的 h^* 使得

$$\left(m + \frac{\beta}{2}\right) \lambda_{\max}(P) - h^* \min_{1 \leq q \leq l} \gamma_q \lambda_{\min}((P\Phi)^s) \leq 0,$$

则系统(3)在自适应牵制控制下实现二分-分量一致性.其中: $(P\Phi)^s = \frac{(P\Phi)^T + \Phi P}{2}, m, \beta > 0$ (其意义见假设2和式(11)).

证明 构造如下Lyapunov函数:

$$V(t) = \frac{1}{2} z(t)^T (\Lambda \otimes P) z(t) + e^{-\beta t} \frac{(\alpha(t) - h^*)^2}{2\varpi_0}, \quad (12)$$

这里重申 $A = \text{diag}(\overbrace{1, \dots, 1}^l, 0, \dots, 0)$,取 $\varphi(\|y\|) = z(t)^T (\Lambda \otimes P) z(t) / 2, \psi(\|y\|) = V_0 e^{-\beta t}$,将 $V(t)$ 沿式(7)的轨迹对 t 求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & z(t)^T(\Lambda \otimes P)\dot{z}(t) + e^{-\beta t} \frac{(\alpha(t) - h^*)}{\varpi_0} \dot{\alpha}(t) - \\ & \beta e^{-\beta t} \frac{(\alpha(t) - h^*)^2}{2\varpi_0} = \\ & z(t)^T(\Lambda \otimes P)[- \alpha(t)(\Gamma \otimes \Phi)z(t) + (I_n \otimes W)F(\tilde{e}(t))] + \\ & e^{-\beta t} \frac{(\alpha(t) - h^*)}{\varpi_0} (\varpi_0 e^{\beta t} z(t)^T(\Lambda \otimes P)(\Gamma \otimes \Phi)z(t)) - \\ & \beta e^{-\beta t} \frac{(\alpha(t) - h^*)^2}{2\varpi_0} = \\ & - h^* z(t)^T(\Lambda \Gamma \otimes P\Phi)z(t) - \beta e^{-\beta t} \frac{(\alpha(t) - h^*)^2}{2\varpi_0} + \\ & z(t)^T(\Lambda \otimes P)(I_n \otimes W)F(\tilde{e}(t)), \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} z(t)^T(\Lambda \otimes P)(I_n \otimes W)F(\tilde{e}(t)) = \\ z(t)^T(\Lambda \otimes P)(\Lambda \otimes W)F(\tilde{e}(t)). \end{aligned} \tag{13}$$

由假设2可得

$$\begin{aligned} \|(\Lambda \otimes I_N)F(\tilde{e}(t))\| \leq m\|(\Lambda \otimes I_N)\tilde{e}(t)\|, \\ \|(\Lambda \otimes W)F(\tilde{e}(t))\| \leq m\|(\Lambda \otimes I_N)z(t)\|, \end{aligned}$$

从而式(13)可转化为

$$\begin{aligned} z(t)^T(\Lambda \otimes P)(\Lambda \otimes W)F(\tilde{e}(t)) \leq \\ m\lambda_{\max}(P)\|z(t)^T(\Lambda \otimes I_N)(\Lambda \otimes I_N)z(t)\| \leq \\ m\lambda_{\max}(P)z(t)^T(\Lambda \otimes I_N)z(t). \end{aligned} \tag{14}$$

通过式(14), $\dot{V}(t)$ 可继续简化为

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & m\lambda_{\max}(P)z(t)^T(\Lambda \otimes I_N)z(t) - \\ & h^* z(t)^T(\Lambda \Gamma \otimes (P\Phi)^s)z(t) - \beta e^{-\beta t} \frac{(\alpha(t) - h^*)^2}{2\varpi_0} - \\ & \frac{\beta}{2} z(t)^T(\Lambda \otimes P)z(t) + \frac{\beta}{2} z(t)^T(\Lambda \otimes P)z(t) = \\ & z(t)^T \left[m\lambda_{\max}(P)(\Lambda \otimes I_N) - h^*(\Lambda \Gamma \otimes (P\Phi)^s) + \right. \\ & \left. \frac{\beta}{2}(\Lambda \otimes P) \right] z(t) - \beta V(t) \leq \\ & z(t)^T \left[m\lambda_{\max}(P) - h^* \min_{1 \leq q \leq l} \gamma_q \lambda_{\min}((P\Phi)^s) + \right. \\ & \left. \frac{\beta}{2} \lambda_{\max}(P) \right] (\Lambda \otimes I_N)z(t) - \beta V(t) = \\ & z(t)^T \left[\left(m + \frac{\beta}{2} \right) \lambda_{\max}(P) - h^* \min_{1 \leq q \leq l} \gamma_q \lambda_{\min}((P\Phi)^s) \right] \times \\ & (\Lambda \otimes I_N)z(t) - \beta V(t). \end{aligned}$$

根据下式:

$$\left(m + \frac{\beta}{2} \right) \lambda_{\max}(P) - h^* \min_{1 \leq q \leq l} \gamma_q \lambda_{\min}((P\Phi)^s) \leq 0,$$

得到

$$\dot{V}(t) \leq -\beta V(t). \tag{15}$$

对式(15)积分可得

$$V(t) \leq V(0)e^{-\beta t}. \tag{16}$$

由 $V(t) \geq z(t)^T(\Lambda \otimes P)z(t)/2$ 和式(16)可得

$$\frac{1}{2} z(t)^T(\Lambda \otimes P)z(t) \leq V(t) \leq V(0)e^{-\beta t}. \tag{17}$$

因此, $\lim_{t \rightarrow +\infty} V(t) = 0$, 即满足 $\lim_{t \rightarrow +\infty} \sum_{q=1}^l \tilde{e}_q(t) = 0$, 可得 \tilde{e}_q 随时间推移趋于零 (即 $x_{Nq}(t) - w_N x_{0q}(t) \rightarrow 0$). 由此推出: 当节点集 $v_i \in V_1$ 时, 有 $x_{iq}(t) \rightarrow x_{0q}(t)$; 当 $v_i \in V_2$ 时, 有 $x_{iq}(t) \rightarrow -x_{0q}(t)$. 说明系统(3)在自适应控制协议(4)下实现了二分-分量一致性. \square

推论1 若控制策略(4)中 $\Gamma = \Lambda$, 即 $r_h = 1, h = 1, 2, \dots, l$, 则领导-跟随多智能体系统(3)实现二分-分量一致的条件可简化成

$$\left(m + \frac{\beta}{2} \right) \lambda_{\max}(P) - h^* \lambda_{\min}((P\Phi)^s) \leq 0.$$

3 数值模拟

令系统(3)中的 $N = 4, n = 3$, 内部耦合矩阵 $\Gamma = \text{diag}(1, 1, 0), P = I_3$, 即只考虑多智能体系统关于前两个分量的二分一致性问题 (即 $l = 2$). 取第 i 个智能体的自身动力学 $f(x_i(t))^{[20]}$ 为

$$\begin{cases} \dot{x}_{i1} = -x_{i2} + 0.5(|x_{i1} + 1| - |x_{i1} - 1|), \\ \dot{x}_{i2} = \sin x_{i1} + \cos x_{i2}, \\ \dot{x}_{i3} = -\cos x_{i2} + 0.5x_{i3}. \end{cases} \tag{18}$$

当 $m = 1$ 时, 假设2成立. 领导-跟随多智能体系统的通信拓扑图如图1所示, 第1个智能体和第2个智能体属于 V_1 , 第3个智能体和第4个智能体属于 V_2 , 第2个智能体和第3个智能体存在竞争关系, 其余智能体存在合作关系, 该符号图是结构平衡的.

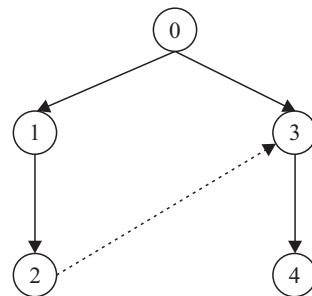


图1 多智能体系统的通信拓扑图

由图1可知, 系统的Laplace矩阵 L 和牵制矩阵 D

如下所示:

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$D = \text{diag}(1, 0, 1, 0).$$

通过计算,可得 $L + D$ 的最小特征值为 0.764. 取 $\varpi_0 = 1, \alpha = 0.2, h^* = 3$ 时,定理 1 的条件得以满足.

图 2~图 4 表示系统的状态轨迹.

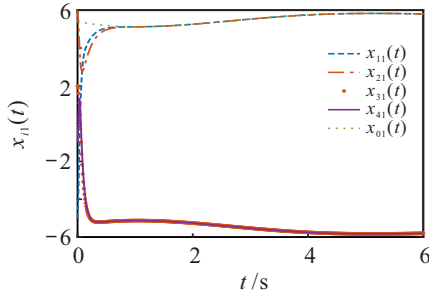


图 2 智能体的第 1 个分量 x_{i1} 随时间 t 的演化

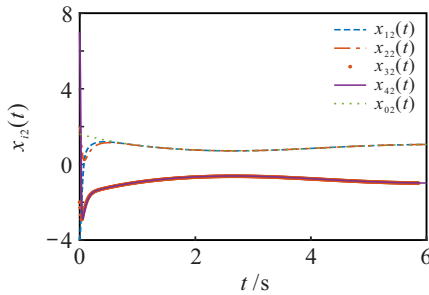


图 3 智能体的第 2 个分量 x_{i2} 随时间 t 的演化

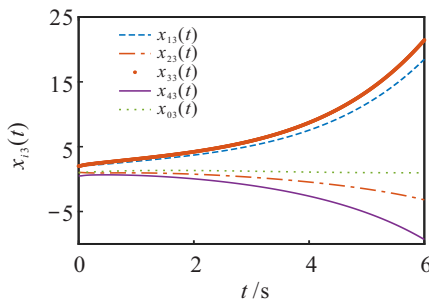


图 4 智能体的第 3 个分量 x_{i3} 随时间 t 的演化

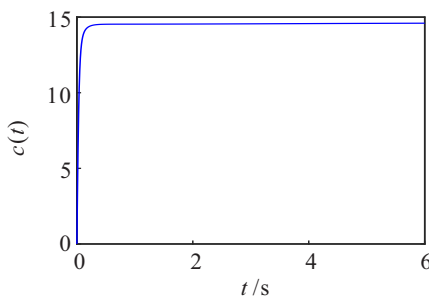


图 5 自适应增益轨迹

图 2 和图 3 表明第 1 个智能体和第 2 个智能体的前 2 个分量与领导者的前 2 个分量趋于一致;第 3 个

智能体和第 4 个智能体的前 2 个分量则收敛到与领导者前 2 个分量的相反数,表明智能体的前 2 个分量实现了二分一致;图 4 表明智能体的第 3 个分量没有实现二分一致. 自适应变化率的轨迹 $\alpha(t)$ 如图 5 所示,可以看出自适应增益最终趋于一个定值,即有界.

4 结 论

本文基于有向符号图研究了非线性领导-跟随多智能体系统的二分-分量一致性问题,即系统中的智能体不仅存在合作关系,而且存在竞争关系. 通过设计一个有效的自适应牵制控制策略,对系统中所有智能体的前两个分量施加控制,并基于 Lyapunov 稳定性理论,导出了该非线性系统二分-分量一致性得以实现的充分条件. 最后,数值模拟验证了理论结果.

参考文献(References)

[1] Olfati-Saber R, Murray R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2004, 49(9): 1520-1533.

[2] Wang Y, Ma Z J, Chen G R. Avoiding congestion in cluster consensus of the second-order nonlinear multiagent systems[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2018, 29(8): 3490-3498.

[3] 严浩远, 刘小洋, 曹进德. 基于神经网络逼近的异构多智能体系统二分拟一致性[J]. 控制与决策, 2023, 38(5): 1312-1318.

(Yan H Y, Liu X Y, Cao J D. Bipartite quasi-consensus of heterogeneous multi-agent systems based on neural network approximation[J]. Control and Decision, 2023, 38(5): 1312-1318.)

[4] 陈天平, 卢文联. 复杂网络协调性理论[M]. 北京: 高等教育出版社, 2013: 2-10.

(Chen T P, Lu W L. Theory of coordination in complex networks[M]. Beijing: Higher Education Press, 2013: 2-10.)

[5] 吴新杰, 陈世明. 基于事件触发的非线性多智能体系统的固定时间分群一致性[J]. 控制与决策, 2023, 38(5): 1278-1285.

(Wu X J, Chen S M. Fixed-time group consensus control for nonlinear multi-agent systems based on event-triggered mechanism[J]. Control and Decision, 2023, 38(5): 1278-1285.)

[6] Fan Y, Feng G, Wang Y, et al. Distributed event-triggered control of multi-agent systems with combinational measurements[J]. Automatica, 2013, 49(2): 671-675.

[7] Ma Z J, Wang Y, Li X M. Cluster-delay consensus in first-order multi-agent systems with nonlinear

- dynamics[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2016, 83(3): 1303-1310.
- [8] Altafini C. Consensus problems on networks with antagonistic interactions[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, 58(4): 935-946.
- [9] 吴彬彬, 马忠军, 王毅. 领导-跟随多智能体系统的部分分量一致性[J]. *物理学报*, 2017, 66(6): 1-8.
(Wu B B, Ma Z J, Wang Y. Partial component consensus of leader-following multi-agent systems[J]. *Acta Physica Sinica*, 2017, 66(6): 1-8.)
- [10] Chen T T, Wang F Y, Xia C Y, et al. Leader-following consensus of second-order multi-agent systems with intermittent communication via persistent-hold control[J]. *Neurocomputing*, 2022, 471: 183-193.
- [11] 都海波, 陈维乐. 基于非光滑采样控制算法的二阶有向多智能体系统的一致性[J]. *控制与决策*, 2022, 37(11): 2897-2906.
(Du H B, Chen W L. Consensus of second-order directed multi-agent system based on non-smooth sampled-data control algorithm[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(11): 2897-2906.)
- [12] Ali M S, Agalya R, Orman Z, et al. Leader-following consensus of non-linear multi-agent systems with interval time-varying delay via impulsive control[J]. *Neural Processing Letters*, 2021, 53(1): 69-83.
- [13] Shi H T, Hou M X, Wu Y H, et al. Leader-following consensus of first-order multi-agent systems with dynamic hybrid quantizer[J]. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2020, 18(11): 2765-2773.
- [14] Cai Y L, Zhang H G, Su H G, et al. The bipartite edge-based event-triggered output tracking of heterogeneous linear multiagent systems[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2023, 53(2): 967-978.
- [15] Zhao G L, Hua C C. Leaderless and leader-following bipartite consensus of multiagent systems with sampled and delayed information[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2023, 34(5): 2220-2233.
- [16] Li H J. Event-triggered bipartite consensus of multi-agent systems in signed networks[J]. *AIMS Mathematics*, 2022, 7(4): 5499-5526.
- [17] 刘建刚, 杨胜杰, 王仲梅, 等. 符号网络下一类非线性二分一致性系统的跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2022, 37(7): 1909-1914.
(Liu J G, Yang S J, Wang Z M, et al. Tracking control for one class of nonlinear bipartite consensus systems under signed network[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(7): 1909-1914.)
- [18] Hu W J, Zhang W, Ma Z J, et al. Partial component consensus analysis of second-order and third-order nonlinear multi-agent systems[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2022, 593: 126857.
- [19] Zhang Z C, Ma Z J, Wang Y. Partial component consensus of leader-following multi-agent systems via intermittent pinning control[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2019, 536: 122569.
- [20] 于俊生, 马忠军, 李科赞. 事件触发控制下多智能体系统的部分分量一致性[J]. *广西师范大学学报: 自然科学版*, 2023, 41(4): 149-157.
(Yu J S, Ma Z J, Li K Z. Event-triggered control for partial component consensus of leader-following multi-agent systems[J]. *Journal of Guangxi Normal University: Natural Science Edition*, 2023, 41(4): 149-157.)
- [21] 廖晓昕. 稳定性的数学理论及应用[M]. 第2版. 武汉: 华中师范大学出版社, 2001: 19-20, 321-322, 336-337.
(Liao X X. *Mathematical theory and application of stability*[M]. The 2nd edition. Wuhan: Central China Normal University Press, 2001: 19-20, 321-322, 336-337.)

作者简介

华彩凤(1998—), 女, 硕士生, 从事复杂网络上群体动力学的研究, E-mail: 18176480568@163.com;

马忠军(1973—), 男, 教授, 博士, 从事复杂网络上群体动力学、混沌同步和多智能体一致性等研究, E-mail: mzj1234402@163.com;

李科赞(1982—), 男, 教授, 博士, 从事复杂网络上群体动力学、混沌同步和多智能体一致性等研究, E-mail: lkzzr@guet.edu.com.