



中国科技期刊卓越行动计划项目入选期刊

控制与决策

CONTROL AND DECISION



基于广义改进分解策略的多目标代理优化方法

林成龙, 马义中, 肖甜丽

引用本文:

林成龙, 马义中, 肖甜丽. 基于广义改进分解策略的多目标代理优化方法[J]. 控制与决策, 2024, 39(6): 1829–1839.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.2106>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于复杂昂贵仿真的体系效能多目标优化

Complex and expensive simulation based multi-objective optimization to system-of-system effectiveness

控制与决策. 2021, 36(3): 589–598 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0844>

基于R2指标和目标空间分解的高维多目标粒子群优化算法

R2 indicator and objective space partition based many-objective particle swarm optimizer

控制与决策. 2021, 36(9): 2085–2094 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0113>

基于多种群分解预测的动态多目标引力搜索算法

Dynamic multi-objective gravitational searching algorithm based on multi-population decomposition prediction

控制与决策. 2021, 36(12): 2910–2918 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1002>

基于向量角分解的高维多目标进化算法

Many-objective evolutionary algorithm based on vector angle decomposition

控制与决策. 2021, 36(3): 761–768 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0925>

基于弱关联的自适应高维多目标进化算法

A weak association-based adaptive evolutionary algorithm for many-objective optimization

控制与决策. 2021, 36(8): 1804–1814 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1723>

基于广义改进分解策略的多目标代理优化方法

林成龙, 马义中[†], 肖甜丽

(南京理工大学 经济管理学院, 南京 210094)

摘要: 为解决多目标代理优化方法中代理模型选择单一问题, 提出基于广义改进函数分解策略的多目标代理优化方法. 该方法充分利用模型预测信息构建广义改进多目标分解准则和广义改进 R2 指标准则, 有效拓展多目标代理优化中代理模型的选择空间. 所提两种准则通过随机均匀权重实现全局探索和局部搜索能力的自适应平衡. 研究表明, 所提方法在有限仿真条件下拥有良好的寻优性能, 获得 Pareto 前沿在收敛性、多样性及空间分布性方面均具有一定优势. 相比同类方法, 该方法具有优势: 1) 不需要模型预测不确定性信息, 适用于基于不同种类代理模型的代理优化方法; 2) 实现简单且计算复杂度低, 能够有效提升昂贵黑箱问题优化效率.

关键词: 昂贵多目标优化; 代理模型; 多目标代理优化方法; 广义改进多目标分解准则; 广义改进 R2 指标准则
中图分类号: N945.12; O212.6 **文献标志码:** A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2022.2106

引用格式: 林成龙, 马义中, 肖甜丽. 基于广义改进分解策略的多目标代理优化方法[J]. 控制与决策, 2024, 39(6): 1829-1839.

Multi-objective surrogate-based optimization method based on general improvement decomposition strategy

LIN Cheng-long, MA Yi-zhong[†], XIAO Tian-li

(School of Economics and Management, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: To solve the problem that the surrogate is usually limited to a single type, a multi-objective surrogate-based optimization method based on general improvement decomposition strategy is proposed. In this method, the model prediction value information is fully used to construct the general improvement multi-objective decomposition criterion and the general improvement R2 indicator criterion, thus expanding the selection scope of surrogate models in multi-objective surrogate-based optimization methods. The two proposed criteria can achieve an adaptive balance between global exploration and local exploitation with random uniform weights. Comparison results show that the proposed method has good optimization performance under limited simulation conditions, and the Pareto front has certain advantages in convergence, diversity, and spatial distribution. Compared with similar methods, the proposed method has the following advantages: 1) it is suitable for many different surrogate-based optimization methods because the uncertainty of the model prediction is unnecessary, 2) its implementation is simple and computational complexity is low, which can significantly improve the optimization efficiency of expensive black-box problems.

Keywords: expensive multi-objective optimization; surrogate model; multi-objective surrogate-based optimization method; general improvement multi-objective decomposition criterion; general improvement R2 indicator criterion

0 引言

多目标优化问题 (multi-objective optimization problems, Mops) 在现代工程中广泛存在, 但目标间的冲突性使得求解困难^[1-2]. 随着计算机技术的发展, 高精度仿真试验取代实物试验成为主流, 但其需要耗费大量的时间. 例如: 翼型优化设计时, 1 000 次仿真需要 6 个月^[3]; 福特汽车碰撞试验单次仿真需要 36 小时 ~ 120 小时, 1 000 次试验将超过 4 年^[4]. 此外, 软件

的封闭性和复杂的底层代码使得输入和输出形成黑箱关系, 这使得传统进化算法不再适用^[1-4]. 这类涉及黑箱且具有耗时特性的 Mops, 被称为昂贵多目标优化问题. 从贝叶斯优化观点看, 自适应试验设计策略可进一步丰富样本信息, 对于弥补数据缺陷具有重要意义^[2-3,5].

多目标代理优化 (multi-objective surrogate-based optimization, MSBO) 方法中常用的代理模型有多项

收稿日期: 2022-12-05; 录用日期: 2023-04-03.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (71931006, 71871119, 72171117).

[†]通讯作者. E-mail: yzma-2004@163.com.

式响应面 (polynomial response surface, PRS)^[2]、多项式混沌展开 (polynomial chaos expansions, PCE)^[5]、最小二乘支持向量回归 (least square support vector regression, LSSVR)^[6]、径向基函数 (radial basic function, RBF)^[7] 和 Kriging 模型^[1-4] 等. 其中, Kriging 模型具备对未试验点预测不确定性度量能力, 大多数自适应试验设计准则基于该特性进行构造. 例如, Jones 等^[8] 构造了期望改进 (expected improvement, EI) 准则, 并将其应用于无约束黑箱优化问题; Schonlau 等^[9] 开发了广义 EI 准则, 及适用于约束优化问题的约束 EI (constrained EI, CEI) 准则; Alexandrov 等^[10] 通过调整参数阈值, 利用预测统计特性构造了较低置信下界 (lower confidence bound, LCB) 准则等. 上述准则难以直接应用于 Mops, 故开发适用于 MSBO 方法的试验设计准则十分有必要.

MSBO 研究主要分两类. 一是将 Mops 转换为单目标, 匹配单目标准则进行模型管理和样本更新. 例如: Knowles^[11] 将加权聚合方法 (weighted sum approach) 和切比雪夫方法 (Tchebycheff approach) 混合来实现 Mops 转换的混合 ParEGO 方法; Zhang 等^[12] 将 Mops 分解 (MOEA decomposition, MOEA/D) 为多个子问题, 提出的基于 MOEA/D 的高效全局优化 (efficient global optimization based MOEA/D, M/D-EGO) 方法. 二是直接建立多目标模型, 匹配多目标试验设计准则. 例如: Svenson 等^[13] 采用蒙特卡洛 (Monte Carlo, MC) 近似计算构造的最大最小距离期望改进 (maximin distance EI, EI_m) 准则; Hupkens 等^[14] 和 Couckuyt 等^[15] 构造的快速期望改进超立方 (expected hypervolume improvement, EHVI) 准则; Zhan 等^[16] 通过线性加和构建的期望改进矩阵 (expected improvement matrix, EIM) 准则; Han 等^[17] 基于 EI 准则构造的期望改进 R2 指标 (R2 indicator of EI, EIR2) 准则等. 此外, Chugh 等^[18] 构造 Kriging 辅助参考向量引导的进化算法 (Kriging assisted reference vector guided evolutionary algorithm, KRVEA) 通过参考向量引导快速收敛, 但在两目标 Mops 中效果较差. 目前 MSBO 存在如下问题: 1) 多目标准则积分计算产生新的耗时问题^[1,11-13]; 2) 变量数多或大样本时, Kriging 建模引发的维度魔咒^[1-2,4]. 因此, 如何提升设计准则的计算效率和 Kriging 建模效率是值得研究的问题.

对于准则耗时问题, Zhan 等^[16] 所提 EIM 准则使应用性大大增强, 但仍需预测不确定信息; Zhou 等^[19] 基于 SVR 模型进行自适应设计, 但仿真过程过于耗

时. 综上, 本文结合切比雪夫方法提出基于广义改进分解策略的多目标代理优化 (MSBO based general improvement decomposition strategy, GIDS-MSBO) 方法. GIDS-MSBO 方法适用于不同建模方法, 且设计准则仅需预测值及非支配前沿点即可, 具有复杂度低、适用性强的优势. 主要创新如下: 1) 构建广义改进多目标分解 (general improvement multi-objective decomposition, GIMD) 准则及广义改进 R2 指标 (general improvement R2 indicator, GIR2) 准则, 实现高效的探索; 2) 基于 GIMD 和 GIR2 准则和不同代理模型, 构建适用于昂贵黑箱问题的多种 MSBO 方法; 3) 所构造广义改进自适应试验设计准则实现简单, 计算复杂度低, 有助于 MSBO 方法的广泛应用及推广.

1 基础理论知识

1.1 昂贵多目标优化问题

昂贵多目标优化问题^[1,12] 可以表示为

$$\begin{aligned} \min & \{f_1(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x})\}. \\ \text{s.t. } & g_i(\mathbf{x}) \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, r; \\ & \mathbf{x}_l \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_r, \quad \mathbf{x} \in \Omega \subset \mathbb{R}^d. \end{aligned} \quad (1)$$

其中: $f_m(\mathbf{x})$ 为第 m 个目标, $m \geq 2$; $g_i(\mathbf{x})$ 为第 i 个约束; \mathbf{x} 为输入变量; \mathbb{R}^d 为 d 维实数空间; \mathbf{x}_l 、 \mathbf{x}_r 为左、右边界向量.

定义 1^[11,16] 给定点 \mathbf{x} 及 \mathbf{x}' , 当 $\mathbf{f}(\mathbf{x}) \neq \mathbf{f}(\mathbf{x}')$ 时, Mops 中满足 $f_i(\mathbf{x}) \leq f_i(\mathbf{x}')$, 则称点 \mathbf{x} 支配点 \mathbf{x}' , 记为 $\mathbf{x} \prec \mathbf{x}'$. 点 \mathbf{x} 组成的元素集合称作 Pareto 优化解集 (Pareto optimal set, PoS). PoS 中元素 \mathbf{x} 所对应的目标向量 $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ 组成的集合称为 Pareto 前沿 (Pareto frontier, PF), 即 $\text{PF} = \{\mathbf{f}(\mathbf{x}) | \mathbf{x} \in \text{PoS}\}$. PF 中的点称为非支配前沿点.

1.2 多目标评价指标

超体积 (hypervolume, HV) 及反转世代距离 (inverted generational distance, IGD) 是度量 Pareto 前沿近似效果的综合评价指标^[12,16], 其形式如下:

$$\text{HV}(\text{PF}, \text{RP}) = \text{Le}\left(\bigcup_{i=1}^{|S|} V_i\right), \quad (2)$$

$$\text{IGD}(\text{PF}, \text{PF}^*) = \frac{\sum_{v \in \text{PF}^*} \min d(v, \text{PF})}{|\text{PF}^*|}. \quad (3)$$

其中: Le 表示 Lebesgue 测度, $|S|$ 表示非支配点数, V_i 表示第 i 个非支配前沿点与参考点 (reference point, RP) 构成的超体积; PF、PF* 分别表示优化获得的 Pareto 前沿和真实 Pareto 前沿, $\min d(v, \text{PF})$ 表示 PF* 中点 v 和 PF 中点的最小欧氏距离.

1.3 Kriging模型

给定数据 $\Omega = [\mathbf{X}, \mathbf{y}]$, Kriging^[1-2] 假设存在关系

$$y(\mathbf{x}) = \mu + z(\mathbf{x}). \tag{4}$$

其中: μ 为全局趋势项; $z(\mathbf{x})$ 满足 $E[z(\mathbf{x})] = 0$, 协方差 $\text{Cov}(z(\mathbf{x}_i), z(\mathbf{x}_j)) = \sigma_z^2 R(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j | \theta)$ 的高斯随机过程. 参数 μ 和 σ_z^2 的估计为

$$\hat{\mu} = (\mathbf{1}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{1})^{-1} \mathbf{1}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{y}, \tag{5}$$

$$\hat{\sigma}_z^2 = \frac{1}{n} (\mathbf{y} - \mathbf{1} \hat{\mu})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{1} \hat{\mu}). \tag{6}$$

其中: $\mathbf{R} = [R(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j | \theta)]_{i,j}, 1 \leq i, j \leq n$, $\mathbf{1}$ 为由元素 1 构成的列向量. 预测均值 $\mu_{\hat{y}}$ 及方差 $s_{\hat{y}}^2$ 为

$$\mu_{\hat{y}}(\mathbf{x}) = \hat{\mu} + \mathbf{r}(\mathbf{x}) \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{1} \hat{\mu}),$$

$$s_{\hat{y}}^2(\mathbf{x}) = \hat{\sigma}_z^2 \left[1 - \mathbf{r}(\mathbf{x})^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r}(\mathbf{x}) + \frac{(1 - \mathbf{1}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r})^2}{\mathbf{1}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{1}} \right].$$

1.4 期望改进准则

Jones 等^[8-9] 假定响应 $Y(\mathbf{x}) \sim N(\mu_{\hat{y}}, s_{\hat{y}}^2)$, 则 $Y(\mathbf{x})$ 相比最小值 y_{\min} 的改进 $I(\mathbf{x}) = \max(0, y_{\min} - Y(\mathbf{x}))$, 对 $I(\mathbf{x})$ 求期望得

$$EI(\mathbf{x}) = s_{\hat{y}} [\tau(\mathbf{x}) \Phi[\tau(\mathbf{x})] + \phi[\tau(\mathbf{x})]], s_{\hat{y}} \geq 0. \tag{7}$$

其中: $\tau(\mathbf{x}) = (y_{\min} - \mu_{\hat{y}}(\mathbf{x})) / s_{\hat{y}}(\mathbf{x})$; $\Phi(\cdot)$ 和 $\phi(\cdot)$ 为标准正态分布的累积分布和概率密度函数. 由式(7)可知, EI 准则计算需预测不确定信息, 故仅能提供预测值的代理模型无法直接使用 EI 准则.

2 基于广义改进分解策略的MSBO方法

2.1 广义改进多目标分解策略

切比雪夫法^[11-12] 是非线性多目标聚合方法, 在给定权重偏好及参考点信息下进行聚合, 其表示为

$$g^{\text{tc}}(\mathbf{x} | \lambda) = \max\{\lambda_i^r | f_i - z_i^*\}. \tag{8}$$

其中: $\lambda = [\lambda_1^r, \lambda_2^r, \dots, \lambda_m^r]^T$ 为均匀权重向量, 且满足 $\sum_{i=1}^m \lambda_i^r = 1, \lambda_i^r \geq 0; z_i^* = \min\{f_i(\mathbf{x}) | \mathbf{x} \in \Omega\} (i = 1, 2, \dots, m)$ 为 Mops 中第 i 个目标的最小值.

对于非支配点 (f_1^2, f_2^2) 及目标响应 $\mathbf{y} = [\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2]^T$, 易知 $f_1^2 \geq \min \mathbf{y}_1, f_2^2 \geq \min \mathbf{y}_2$. 以 (f_1^2, f_2^2) 构造改进均值函数 $I(\mathbf{x})$ ^[4], 得 $I_1(\mathbf{x}) = \max(f_1^2 - \hat{y}_1(\mathbf{x}), 0)$ 和 $I_2(\mathbf{x}) = \max(f_2^2 - \hat{y}_2(\mathbf{x}), 0)$. Kriging 模型的插值特性使得 (f_1^2, f_2^2) 相对 (\hat{y}_1, \hat{y}_2) 必存在改进. 对于其他模型, 建模的回归性质使样本点位于曲线或曲线两侧. 因此, 若存在 k 个非支配点, 可得广义改进函数向量

$$\mathbf{GI}(\mathbf{x}) = [\text{GI}_1^j(\mathbf{x}), \text{GI}_2^j(\mathbf{x}), \dots, \text{GI}_m^j(\mathbf{x})]^T. \tag{9}$$

其中: $\text{GI}_i^j(\mathbf{x}) = \max(f_i^j - \hat{y}_i(\mathbf{x}), 0), f_i^j (j = 1, 2, \dots, k)$ 为第 i 个目标的第 j 个非支配点, $\hat{y}_i(\mathbf{x})$ 为预测值, 采用

Kriging 建模时为预测均值.

非支配点对应的改进函数 $I_1(\mathbf{x})$ 和 $I_2(\mathbf{x})$ 对应广义改进 (general improvement, GI) 坐标系 $(\text{GI}_1, \text{GI}_2)$. 对坐标系内改进 Mops 进行切比雪夫分解得

$$\text{GI}^{\text{tc}}(\mathbf{x} | \lambda) = \max_{i=1}^m \{\lambda_i^r [\text{GI}_i^j - \text{PF}_i^*]\}, j = 1, 2, \dots, k.$$

其中: λ_i^r 表示目标分解赋予第 i 目标的随机权重向量, $\sum_{i=1}^m \lambda_i^r = 1; \text{PF}_i^* = \min f_i^j, f_i^j \in \text{PF}$. 选取当前 k 个 GI 坐标系提供的改进最小的切比雪夫方向进行优化, GIMD 准则可写为

$$\text{GIMD}(\mathbf{x}, \lambda, \text{PF}) = \min_{j=1}^{|\text{PF}|} \text{GI}^{\text{tc}}(\mathbf{x} | \lambda). \tag{10}$$

2.2 广义改进R2指标

R2 指标是评价候选解集综合性能的评价指标^[17]. 在给定参考点集 Ω_c 、效用函数 $u(\mathbf{x})$ 及效用函数对应的权重向量 λ 时, R2 写为

$$\text{R2}(U, \text{PF}) = -\frac{1}{|U|} \sum_{i=1}^{|U|} \max_{\mathbf{x} \in \text{PF}} \{u(\mathbf{x})\}, \tag{11}$$

其中 $|U|$ 是效用集中 U 的元素数.

构建广义改进 R2 指标函数

$$\text{GIR2}(\mathbf{x}, \lambda, \text{PF}) = \frac{1}{|U|} \sum_{k=1}^{|U|} \min_{j=1}^{|\text{PF}|} \max_{i=1}^m \{\lambda_i^k (\text{GI}_i^j(\mathbf{x}) - \text{PF}_i^*)\},$$

其中 λ_i^k 是第 k 个权重均匀分量在第 i 个非支配点处的权重系数.

2.3 PF近似度量及终止准则

Binois 等^[20] 基于条件帕累托集 (conditional Pareto front set, CPFs) 和模型后验信息对真实 PF 进行估计, 并构造 Vorob'ev 期望和方差度量其不确定性. CPFs 是一种随机模拟方法, 其可写为

$$Y_{\text{CS}}(x) = \hat{Y}(x) + [S(x) - \hat{S}(x)]. \tag{12}$$

其中: $\hat{Y}(x)$ 和 $\hat{S}(x)$ 为依试验数据和由非条件仿真数据建立的 Kriging 模型; $Y_{\text{CS}}(x)$ 和 $S(x)$ 分别为条件模拟的黑箱函数和依后验信息仿真的黑箱函数. MSBO 方法中, 样本更新使得后验信息更准确, 故可采用条件估计的近似 PF 来度量收敛性. Zhang 等^[21] 构造相对 HV (relative HV, RHV) 值评价 MSBO 方法的收敛性, 其表达式为

$$\text{RHV} = 1 - \frac{\text{HV}_{\text{est}}}{\text{HV}_{\text{ref}}}. \tag{13}$$

其中: HV_{est} 为优化解集的 HV 值; HV_{ref} 为 CPFs 计算的 HV 值. RHV 值越小, 表明 MSBO 方法的综合性能越好. 试验过程中, 选取 $\text{RHV} \leq \varepsilon$ 作为终止条件, 设定阈值 $\varepsilon = 0.01$.

2.4 计算复杂度比较

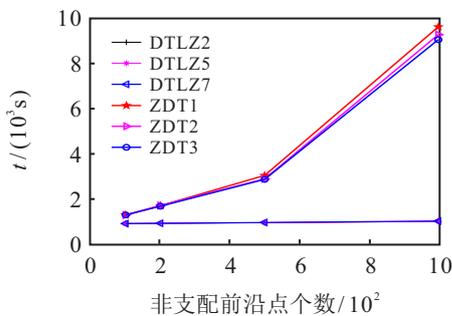
MSBO方法中的经典多目标准则总结见表1.由表1可知,EHVI和 EI_m 准则均需 m 重积分,计算困难.EIM准则和EIR2准则仅需1维积分,可有效提升计算效率,但依赖预测不确定信息;所提GIR2及GIMD准则不需积分和预测不确定信息,可适用于多种代理模型.选取表2中函数进行验证,设定输入 $d = 6$,训练样本数 $n = 10d$.计算 EI_m 准则和GIR2准则在非支配前沿点 $k = 100, 200, 500, 1000$ 时的运算时间,见图1.

表1 不同准则计算复杂度比较

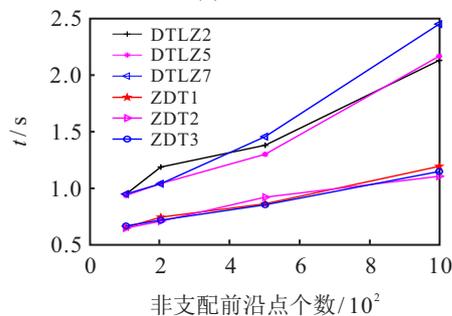
方法	准则	代理模型	积分	计算方法
文献[15]	EHVI	Kriging	m	WFG方法
文献[13]	EI_m	Kriging	m	$m = 2$,解析 $m > 2$,MC
文献[16]	EIM	Kriging	1	线性聚合
文献[17]	EIR2	Kriging	1	R2聚合
本文	GIMD、GIR2	Kriging、SVR...	0	TC、R2聚合

表2 测试函数信息

TF	m	区间	d	RF	特征
Z1	2	$[0, 1]^d$	6	(11, 11)	凸
Z2	2	$[0, 1]^d$	6	(11, 11)	非凸
Z3	2	$[0, 1]^d$	6	(11, 11)	凸且不连续
D2	3	$[0, 1]^d$	6	(2.5, 2.5, 2.5)	非凸
D5	3	$[0, 1]^d$	6	(2.5, 2.5, 2.5)	非凸且退化
D7	3	$[0, 1]^d$	6	(40, 40, 40)	混合、不连续、多模态



(a) EI_m 准则



(b) GIR2 准则

图1 非支配前沿点数量与计算时间关系

图1表明,采用解析($m = 2$)和蒙特卡洛数值近似($m > 2$)计算的 EI_m 准则计算时间均远多于所提GIR2准则,而GIMD准则计算则更为简单.因此,所提GIMD、GIR2有助于进一步提升计算效率,并有利

于更多代理模型在MSBO方法中的使用.

2.5 多目标GIDS-MSBO方法

MSBO方法的实现步骤如下.

step 1: 初始化(参数设定).初始样本数为 $n = 10d + 1$;终止条件,最大迭代次数 $T = n + 100$,初始迭代 $Iteration = 1$.

step 2: 试验设计.最大最小拉丁超立方抽样(maximin Latin hypercube sampling, mLHS)得到设计 X ,功能性评估获得响应 Y .

step 3: 模型构建/刷新.构建/刷新代理模型.

step 4: 信息获取.依据代理模型获取 m 个目标的自适应信息 \hat{y} 及非支配前沿PF.

step 5: 选择填充准则.根据试验设定,选取GIMD/GIR2策略引导后续序贯填充.

step 6: 判断.满足终止条件,输出PoS和PF,转入step 7;否则,最大化GIR2/GIMD获取单个新设计点, $Iteration = Iteration + 1$,转入step 2.

step 7: 决策分析.根据决策者偏好,设定目标权重,对获取的PF进行决策分析.

step 8: 方法终止.输出最优设计参数.

3 实验与结果分析

3.1 测试函数信息

选取ZDT(ZT)及DTLZ(DZ)系列函数作为测试函数^[11,16],特征信息见表2.

3.2 实验参数设定

初始实验设计,采用mLHS抽取 $n = 10d$ 个样本.选择显著性水平 $\alpha = 0.05$ 的Wilcoxon秩和检验方法进行评价.符号“ \uparrow ”“ \approx ”“ \downarrow ”分别表示统计结果优于、无显著差别及劣于参考方法.在GIDS-MSBO框架中,选取LSSVR、Kriging、RBF、PCE及PRS作为代理模型,参数设定见表3.

表3 代理模型构建信息

代理模型	建模特征	程序实现
PRS	2阶多项式	自编
Kriging	corrgauss, replay0	DACE程序包 ^[22]
RBF	高斯基函数	RBF程序包 ^[7]
PCE	正交基Lengegare,阶数 $p = 4$	PCE程序包 ^[5]
LSSVR	二次损失函数,径向基函数	LSSVR程序包 ^[6]

3.3 代理模型比较

将表3中模型与GIMD、GIR2准则结合,并对表2中函数优化.统计30次独立随机实验HV、IGD的均值和方差.以Kriging + GIR2和Kriging + GIMD组合作为比较基础,在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 条件下进行Wilcoxon秩和检验,结果见表4及表5.

表4 不同代理建模方法作用下GIR2-MSBO方法优化结果比较

tests	indicators	LSSVR	RBF	PRS	PCE	Kriging
ZT1	HV	120.149(0.482)↓	120.306(0.532)≈	120.543(0.028) ↑	120.145(0.269)↓	120.505(0.241)
	IGD(1e-4)	21.901(6.793)≈	28.536(15.343)↓	35.159(6.503)↓	26.020(4.721)↓	20.738 (8.017)
ZT2	HV	120.227(0.026)≈	118.333(3.824)≈	120.233(0.026)≈	120.234(0.022)≈	120.236 (0.037)
	IGD(1e-4)	60.946(11.196)↓	65.883(73.982)≈	56.338(13.013)≈	58.634(8.976)≈	50.379 (19.358)
ZT3	HV	126.371(2.822)↓	119.317(3.931)↓	126.920(2.743)↓	121.788(2.625)↓	127.423(2.408)
	IGD(1e-4)	51.914(18.827)↓	113.209(34.307)↓	58.255(15.762)	68.352(24.092)↓	29.255 (16.554)
DT2	HV	14.781(0.024) ≈	14.780(0.028)≈	14.421(0.056)↓	14.699(0.039)↓	14.759(0.048)
	IGD(1e-4)	24.027(1.577)↓	23.064(1.697)↓	23.630(1.142)↓	24.488(1.949)↓	21.758 (1.452)
DT5	HV	12.884(0.050)≈	12.923(0.038)≈	12.501(0.086)↓	12.924(0.035) ≈	12.895(0.071)
	IGD(1e-4)	24.753(5.206)↓	22.484(4.059)↓	26.546(3.164)↓	23.887(4.540)↓	18.737 (4.120)
DT7	HV(1e+4)	5.863(0.016)↓	5.732(0.126)↓	5.858(0.006)↓	5.853(0.013)↓	5.907(0.092)
	IGD(1e-4)	34.491(7.346)≈	52.628(16.241)↓	37.039(9.177)↓	37.785(5.353)↓	33.455 (13.721)
rank	↑/≈/↓	0/5/7	0/5/7	1/2/9	0/3/9	—

表5 不同代理建模方法作用下的GIMD-MSBO方法统计值比较

tests	indicators	LSSVR	RBF	PRS	PCE	Kriging
ZT1	HV	120.243(0.381)↓	120.294(0.463)↓	120.595(0.016)↓	120.235(0.304)↓	120.608 (0.105)
	IGD(1e-4)	13.541(3.912)↓	29.412(9.885)↓	22.512(4.979)↓	12.746(2.905)↓	9.972(2.297)
ZT2	HV	120.300(0.006) ↑	120.264(0.143)↓	120.260(0.010)↓	120.287(0.013)≈	120.293(0.011)
	IGD(1e-4)	13.186(2.551) ↑	14.250(3.695)↑	25.589(3.147)↓	16.195(4.488)≈	17.408(4.739)
ZT3	HV	124.630(2.797)↓	120.826(3.898)↓	124.220(2.682)↓	122.710(3.041)↓	127.344 (3.116)
	IGD(1e-4)	47.215(16.107)↓	83.451(33.073)↓	50.121(12.123)↓	55.006(22.493)↓	27.361 (29.887)
DZ2	HV	14.907(0.017)↓	14.949(0.107)↓	14.410(0.057)↓	14.896(0.017)↓	14.951(0.011)
	IGD(1e-4)	17.948(1.553)↓	14.632(1.065)↓	23.431(1.071)↓	19.348(1.713)↓	13.163(0.879)
DZ5	HV	13.048(0.018)↓	13.090(0.009)≈	12.488(0.073)↓	12.988(0.025)↓	13.095 (0.013)
	IGD(1e-4)	12.251(1.808)↓	8.137(0.994)↓	27.098(3.289)↓	17.235(3.797)↓	7.244 (1.269)
DZ7	HV(1e+4)	5.864(0.065)↓	5.812(0.074)↓	5.867(0.050)↓	5.792(0.054)↓	5.959 (0.082)
	IGD(1e-4)	25.322(4.459)↓	28.842(8.398)↓	24.729(4.460)↓	32.207(5.408)↓	19.107 (8.959)
rank	↑/≈/↓	2/0/10	1/1/10	0/0/12	0/2/10	—

由表4可知:Kriging+GIR2获取了24个最优值中的11个,表明该组合优化性能最好;LSSVR+GIR2与RBF+GIR2组合均有5次与Kriging+GIR2组合无显著差异,表明LSSVR模型和RBF模型在GIR2作用下的性能弱于Kriging模型,优于PRS及PCE模型.

由表5可知:Kriging+GIMD获取最优值个数最多,表明该组合是解决昂贵多目标优化问题的首选;LSSVR+GIMD组合在解决非凸的ZDT2问题性能最优,且RBF+GIMD策略稳健性也优于Kriging+GIMD组合,表明非凸问题中LSSVR模型和RBF模

型更优.

对比表4和表5可知:Kriging模型作用下的结果最优,其次为LSSVR模型,最差结果为PRS模型.对于ZDT3和DTLZ7测试问题,GIMD-MSBO方法获取的HV和IGD统计值均弱于GIR2-MSBO方法,其余测试则是GIMD-MSBO方法更具优势,表明GIR2-MSBO方法更适合离散Pareto前沿问题,当Pareto前沿较为连贯时应优先考虑GIMD-MSBO方法.

选取Kriging、LSSVR、PCE、RBF及PRS进行建模,并在GIMD准则作用下优化6种测试函数.30次独立实验HV平均值的迭代收敛曲线见图2.

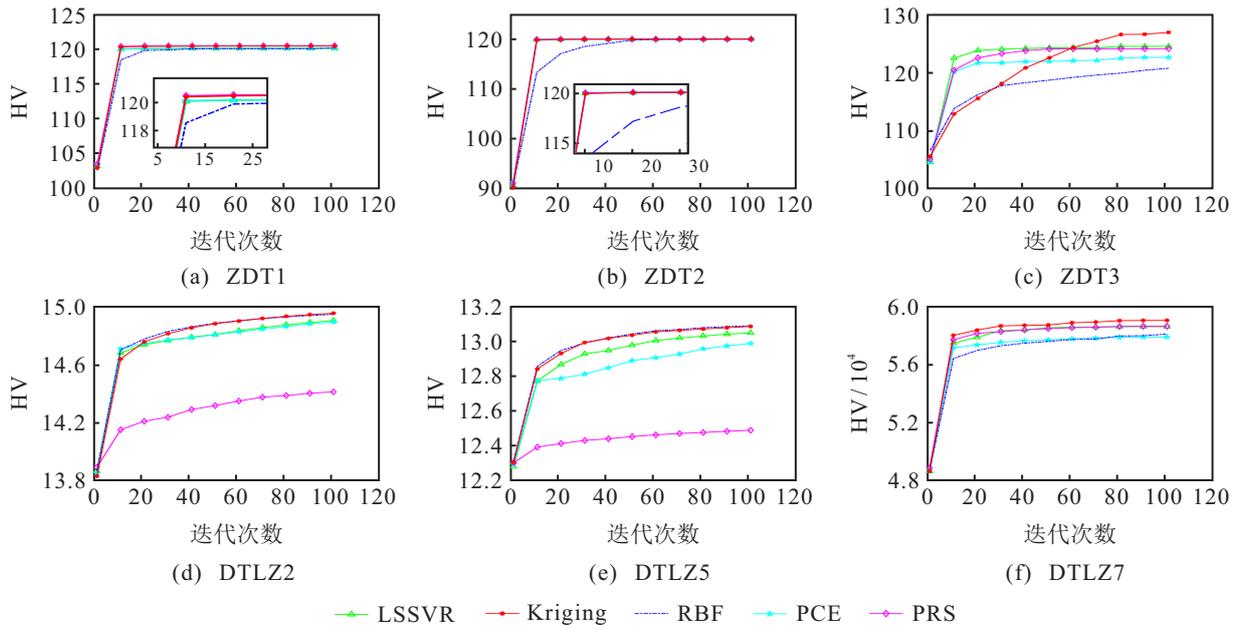


图2 GIMD-MSBO方法中HV指标的变化趋势

图2表明: ZDT1、ZDT2优化中,在Kriging和LSSVR作用下收敛速度最快,精度相当;对于ZDT3问题,Kriging的收敛速度较慢,但获取HV值最高,表明其寻优能力更强;对比DTLZ结果可知,Kriging和RBF在DTLZ2和DTLZ5中的优化结果和收敛速度大致相当,LSSVR和PCE略弱,PRS效果最差;对于DTLZ7问题,Kriging的效果最好,但收敛速度差别不大。

3.4 不同MSBO方法比较

3.4.1 优化结果比较

以 $T = 100 + n$ 为终止条件,选取表现最差的 PRS + GIR2 (L) 和最好的 Kriging + GIMD (B) 组合作为参考,与 ParEGO 方法、M/D-EGO 方法、EIM-EGO 方法、KRVEA 方法及 EIR2-EGO 方法进行比较。30 次独立实验的 HV、IGD 指标结果见表6。

表6 不同MSBO方法与所提MSBO方法比较

tests	indicators	(L) ParEGO (B)	(L) M/D-EGO (B)	(L) EIM-EGO (B)	(L) KRVEA (B)	(L) EIR2-EGO (B)
ZT1	HV	↑120.620(0.020)↑	↓119.660(0.779)↓	↑120.631(0.009)↑	↓117.091(0.997)↓	↑120.568(0.030)↓
	IGD(1e-4)	↑9.748(1.555)↓	↓34.411(14.674)↓	↑11.309(3.077)↓	↓83.330(25.162)↓	↓29.000(8.140)↓
ZT2	HV	↑120.268(0.103)↓	↓116.928(2.963)↓	≈120.204(0.171)↓	↓111.938(1.437)↓	↓120.061(0.269)↓
	IGD(1e-4)	↑14.608(9.547)↑	≈60.432(34.107)↓	↑41.994(16.921)↓	↓127.155(30.522)↓	↓88.000(12.000)↓
ZT3	HV	↑127.503(1.088)↑	≈123.218(4.142)↓	↑127.646(1.466)↑	↓109.882(4.099)↓	↑127.034(1.632)↓
	IGD(1e-4)	↓21.153(7.045)↑	↓63.526(28.153)↓	↓16.997(8.611)↑	↓202.738(41.333)↓	↓33.000(14.000)↓
DZ2	HV	↑14.806(0.027)↓	≈14.684(0.050)↓	↑14.983(0.006)↑	↑14.988(0.102)↑	↓14.516(0.160)↓
	IGD(1e-4)	↑18.496(1.199)↓	↑22.422(1.847)↓	↑11.166(7.634)↑	↑9.913(0.994)↑	↑23.000(1.733)↓
DZ5	HV	↑12.983(0.028)↓	↓12.732(0.061)↓	↑13.062(0.015)↓	↑13.071(0.113)↓	↓12.715(0.065)↓
	IGD(1e-4)	↑11.589(1.520)↓	↓26.319(3.931)↓	↑9.806(1.662)↓	↑6.785(0.783)↑	↓26.963(4.485)↓
DZ7	HV(1e+3)	↑59.720(0.003)↓	↑59.146(0.409)↓	↑59.531(0.247)↓	↑59.706(0.001)↑	↑59.316(0.534)↓
	IGD(1e-4)	↑16.786(1.678)↑	↑17.659(3.601)↑	↑13.387(1.602)↑	↑11.440(1.352)↑	≈41.000(13.000)↓
rank	↑/≈/↓	11/0/1 5/0/7	3/3/6 1/0/11	10/1/1 6/0/6	6/0/6 5/0/7	4/1/7 0/0/12

由表6可知:对于ZDT函数,PRS+GIR2方法优于M/D-EGO方法、KRVEA方法及EIR2-EGO方法;对于DTLZ系列函数,KRVEA方法表现最优,Kriging

+GIMD方法与EIM-EGO方法结果相当,其余方法均劣于Kriging+GIMD方法。上述结果表明,所提两种策略具有广泛的应用潜力。选取30次随机实验中

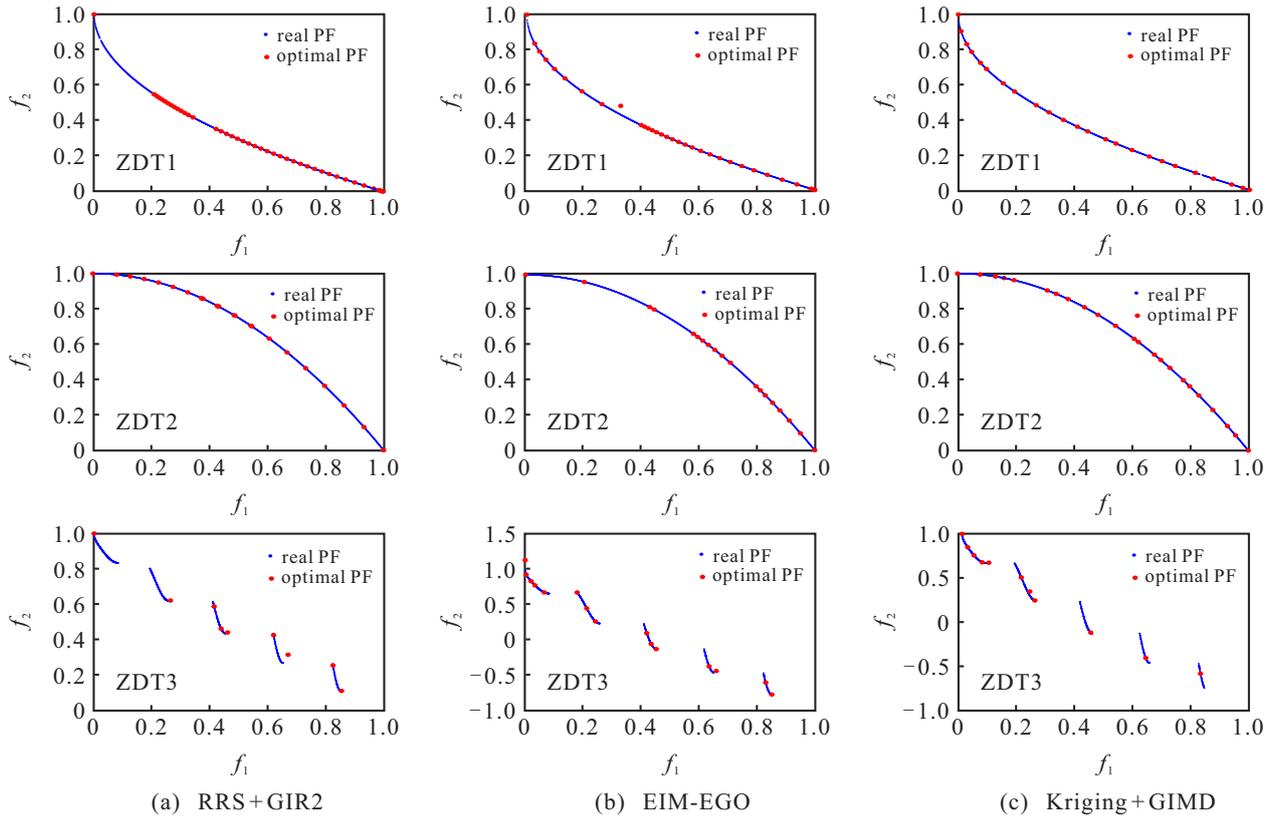


图3 最大HV值对应的Pareto近似前沿

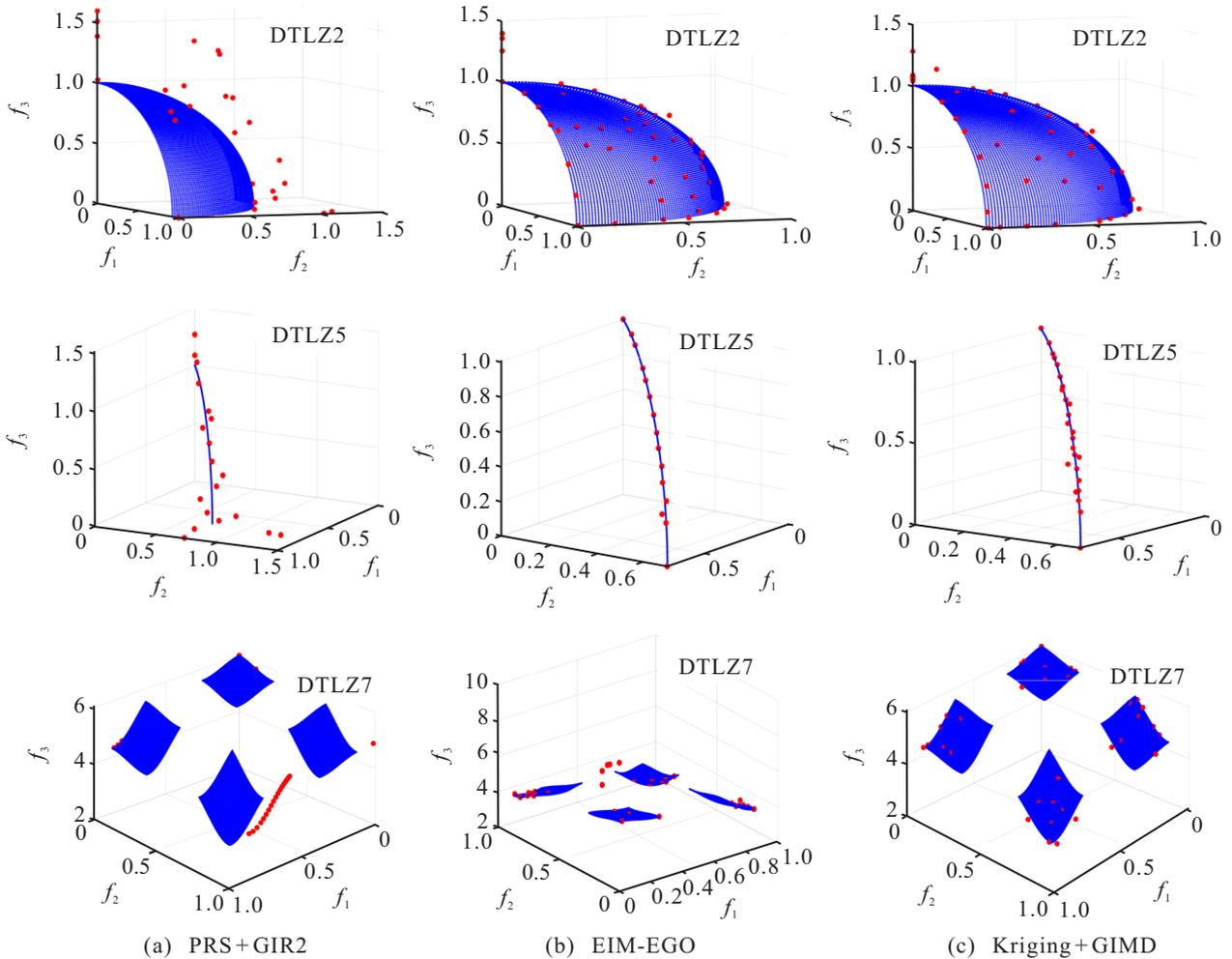


图4 最大HV值对应的Pareto近似前沿

HV最大值时的PRS+GIR2、Kriging + GIMD和EIM-EGO方法优化结果绘制优化Pareto前沿(optimal PF),并与真实Pareto前沿(real PF)进行比较,结果见图3.

由图3可知:ZDT1和ZDT2问题中,3种MSBO方法均获得了理想的PF,表明GIDS-MSBO方法具有良好的收敛性及广泛的适用性.对于ZDT3问题,EIM-EGO方法结果最优,Kriging + GIMD结果与之相近,PRS + GIR2策略则表现较差.下面选取30次实验中DTLZ系列函数最大HV值时的PRS + GIR2、Kriging + GIMD和EIM-EGO方法优化结果绘制Pareto前沿,见图4.其中:蓝点表示real PF,红点表示optimal PF.

由图4可知:PRS+GIR2结果与真实Pareto前沿具有较大差距,表明该方法有效但收敛速度较慢;

Kriging + GIMD方法获取PF与真实前沿十分接近,表明所提GIMS-MSBO方法具有良好的优化能力和收敛性.综合表5、表6的结果可知,不同代理模型与GIMD和GIR2准则组合,均可实现复杂Mops的求解,且具有良好的综合性能.此外,相比EIM-EGO方法,所提GIDS-MSBO方法不需要积分计算且适用于不同代理模型,具有更强的应用潜力.

3.4.2 优化成本比较

设定RHV ≤ 0.01为终止条件,选取EI_m、EIR2、EIM准则与所提GIMD、GIR2准则优化表2中函数.以Kriging和LSSVR作为代理模型,与GIMD和GIR2准则进行结合.统计优化终止时评价次数的均值和标准差,见表7.数据加粗表示最优结果,大于100(>100)表示最大迭代次数超过100.

表7 不同准则作用下评价次数的均值(标准差)比较

测试函数	Kriging模型					LSSVR模型	
	EI _m	EIR2	EIM	GIMD	GIR2	GIMD	GIR2
ZDT1	9.47(14.13)	9.10(6.74)	8.90(6.11)	2.73(1.57)	7.70(5.87)	6.63(18.17)	25.67(40.64)
ZDT2	13.87(19.53)	36.10(20.65)	24.40(26.47)	2.47(1.70)	14.17(17.80)	2.13(0.43)	6.23(3.91)
ZDT3	65.30(31.51)	78.77(26.64)	63.60(29.64)	75.73(29.19)	60.03(28.37)	75.73(29.18)	53.10 (40.34)
DTLZ2	49.47(8.45)	>100	45.27(8.32)	70.60(10.30)	80.03(26.73)	36.93(15.18)	77.36(22.80)
DTLZ5	85.97(15.13)	>100	80.07(14.51)	57.23 (13.97)	>100	91.33(11.48)	>100
DTLZ7	49.40(39.68)	52.43(33.93)	36.80 (31.21)	49.77(40.00)	37.30(39.30)	85.83(31.00)	98.47(13.88)

由表7对比可知,所提GIMD、GIR2准则获取了6个最优值中的5个,EIM准则仅获得DTLZ7函数的最优均值,但EIM准则结果与Kriging建模下的GIR2准则差异很小.因此,所提两种准则具有广义性,且具有计算成本更低的优势.

3.5 案例及结果分析

3.5.1 谈判问题

曹慕昆等^[23]根据调研,以买方效用 $u_b(\mathbf{x})$ 和卖方效用 $u_s(\mathbf{x})$ 为目标,将采购所涉及的关键属性价格 x_1 (万元)、保修期 x_2 (月)和发货期 x_3 (天)作为输入,并设定企业对谈判款项的偏好情况,选取最大化自身效用的供应商进行交易,具体信息见表8.

表8 买卖双方基本参数设置

谈判属性	买方 u_b			卖方 u_s		
	w_j^b	议价	$v_b^{x_j}$	w_j^s	议价	$v_s^{x_j}$
价格 x_1	0.4	[1, 8]	$\frac{8-x_1}{8-1}$	0.7	[3, 10]	$\frac{x_1-10}{10-3}$
保修期 x_2	0.3	[12, 36]	$\frac{x_2-12}{36-12}$	0.2	[6, 24]	$\frac{24-x_2}{24-6}$
决策期 x_3	0.3	[1, 7]	$\frac{7-x_3}{7-1}$	0.1	[3, 14]	$\frac{x_3-3}{14-3}$

考虑谈判的公平性,设定目标权重 $w_1 = w_2$ 进行决策.以Kriging(KG)和LSSVR(LR)作为GIR2-MSBO及GIMD-MSBO方法的代理模型,与EIM-EGO及ParEGO方法比较.绘制30次实验中最大效用时的散点图,见图5,其中文献[23]结果为参考线.

图5表明:不同MSBO方法最优结果均可实现谈判问题的高效优化;GIR2-MSBO和GIMD-MSBO方法均可实现对谈判问题的高效求解,表明所提方法具有广泛的适用性及优异的综合性能.选取30次独立实验中获得的最优决策方案进行比较,结果见表9.

表9 不同MSBO方法获取谈判问题设计优化结果对比

MSBO	优化解	效用 u_b	效用 u_s	HV
文献[23]	(7.70, 23.93, 3.09)	0.3616	0.4718	-
ParEGO	(8.00, 24.00, 3.00)	0.3500	0.5000	2.58(4.00e-3)
EIM-EGO	(8.00, 12.00, 3.25)	0.3500	0.5000	2.59(9.91e-5)
LR+GIR2	(8.00, 24.00, 3.00)	0.3500	0.5000	2.59(2.07e-4)
KG+GIR2	(8.00, 23.73, 3.00)	0.3466	0.5030	2.59(1.60e-2)
LR+GIMD	(7.99, 24.00, 3.00)	0.3504	0.4993	2.59(1.83e-5)
KG+GIMD	(8.00, 23.81, 3.00)	0.3476	0.5022	2.59 (2.04e-5)

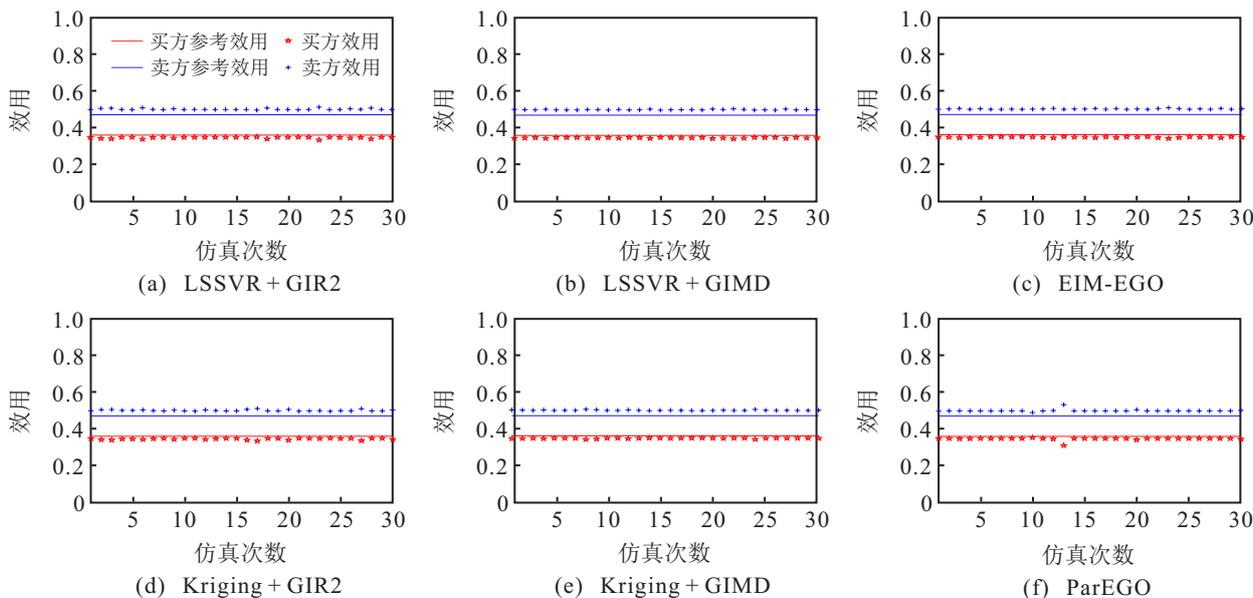


图5 不同MSBO方法获得的最优结果

由表9可知,上述MSBO方法均可实现高效优化.与曹慕昆等^[23]结果相比略差的原因: 1) NSGA-II方法进行了2000次实验; 2) 曹慕昆等^[23]构建让步策略,且谈判在优化前沿的基础上进行了15轮,而所提方法在假设买卖双方平等的基础上进行决策.

3.5.2 四杆桁架问题(four bar truss problem, FBTP)

四杆桁架设计问题^[24]将节点 A_1 、 A_2 、 A_3 、 A_4 的横截面积看作设计变量,要求同时最小化该桁架结构设计问题节点的体积和位移.

图6为GIMD + Kriging (GM-Krig)组合在 $RHV \leq 0.01$ 时,FBTP案例后验信息的CPFs.由图6可知,GM-Kriging获取CPFs具有良好的PF近似能力,故采用RHV作为收敛判定准则.统计终止条件满足时所需评估次数的均值和标准差,并设定目标权重为 $w_1 = w_2 = 0.5$,采用最大化目标 $f = w_1 f_{1s} + w_2 f_{2s}$ 进行决策,结果见表10.

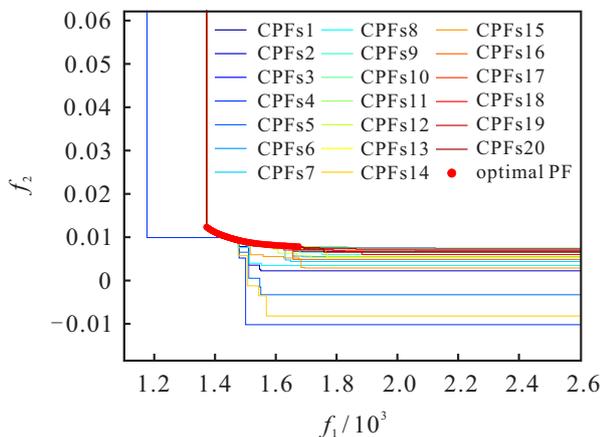


图6 GM-Krig组合满足终止条件时FBTP案例的CPFs

表10 不同方法获取FBTP案例结果对比($RHV \leq 0.01$)

优化方法	优化解	$f_1 / 10^3$	f_2	评价次数
NSGA-II	(1, 3, 1.414, 1.918)	1.511	0	> 1000
ParEGO	(1, 3, 1.414, 1.910)	1.510	0	35.50(40.00)
EIM-EGO	(1, 3, 1.414, 1.924)	1.514	0	8.03(10.10)
LSSVR+GIR2	(1, 3, 1.414, 2.065)	1.511	0	1.93(0.25)
Kriging+GIR2	(1, 3, 1.414, 1.980)	1.524	0	2.07(0.25)
LSSVR+GIMD	(1, 3, 1.414, 1.924)	1.513	0	2.37(0.67)
Kriging+GIMD	(1, 3, 1.414, 1.951)	1.518	0	2.70(1.18)

由表10可知,NSGA-II需要大量的评价次数,这使得求解成本高昂.对比其余MSBO方法可知,基于GIMD、GIR2准则的MSBO方法具有更快的收敛速度和稳健性.综上,所提GIMD、GIR2准则适用于昂贵Mops问题求解,且综合性能优异.

3.5.3 传动机构齿轮组(gear train, GT)

传动机构齿轮组设计问题^[24]是带有离散设计变量的最小最大问题,由4个齿轮及主动轴和从动轴构成.传动机构齿轮组设计以每个齿轮上的齿数 x_1 、 x_2 、 x_3 、 x_4 共4个参数(取整)作为设计变量,在给定参考齿轮比为1/6.931的基础上,以最小化齿轮的最大尺寸和齿轮比误差为目标.

图7为满足终止条件时,GM-Krig组合获取GT案例的CPFs.由图7可知,GM-Krig组合获取的非支配前沿点与估计的PF重叠性较好,说明GIMD-MSBO方法具有良好的综合性能.对不同MSBO方法进行比较,并统计终止条件满足时所需评估次数的均值和标准差,结果见表11.

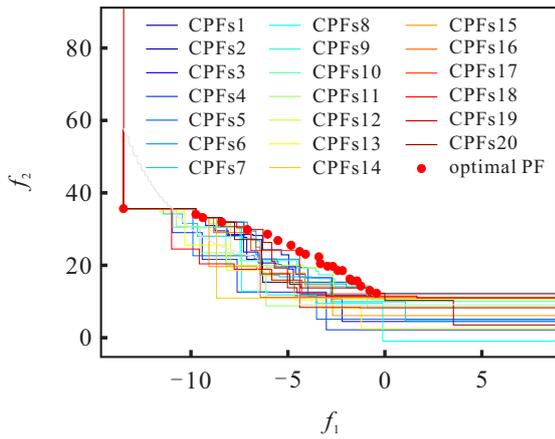


图7 GM-Krig组合在满足终止条件时GT案例的CPFs

表11 不同方法获取GT案例结果对比(RHV ≤ 0.01)

优化方法	优化解(圆整后)	f_1	$f_2/10$	评价次数
NSGA-II	(12, 12, 12, 13)	0.612	1.296	> 1000
ParEGO	(18, 13, 19, 17)	0.296	1.912	82.83 (21.98)
EIM-EGO	(12, 12, 13, 12)	0.588	1.290	82.50 (22.49)
LSSVR + GIR2	(12, 12, 12, 12)	0.732	1.200	98.26 (14.97)
Kriging + GIR2	(12, 12, 12, 13)	0.612	1.296	83.07 (21.51)
LSSVR + GIMD	(12, 12, 12, 12)	0.732	1.200	99.47 (8.40)
Kriging + GIMD	(12, 12, 12, 12)	0.732	1.200	77.27 (27.57)

由表11结果可知,GT问题中GIMD-MSBO方法和选取LSSVR建模的GIR2-MSBO方法获得了相同的最优决策,且与NSGA-II、EIM-EGO方法优化结果相近.相比NSGA-II方法需要大于1000的评价次数,MSBO方法均仅需要100以内的评价即可.对比7种方法的优化结果,Kriging + GIMD组合最优,其次为EIM-EGO方法和ParEGO方法.综上,所提GIR2-MSBO方法和GIMD-MSBO方法可实现昂贵多目标优化问题的快速求解,适用于多种代理模型,具有计算复杂度低、实用性强的优势.

4 结论

GIDS-MSBO策略在未试验点选取过程中兼顾全局探索和局部搜索能力,实现了昂贵Mops问题的高效序贯优化.研究结果表明:GIDS-MSBO方法具有易于实现、计算复杂度低及适用性强的优点.GIMD即GIR2计算仅需模型预测值,为MSBO方法中更多代理模型应用创造了条件,对进一步基于预测值开发新准则具有重要的指导意义.

所提GIDS策略在MSBO方法应用中存在巨大的发展空间和应用潜力.例如:权重聚合方法(weighted sum approach)策略,基于惩罚的交叉边界方法(penalty-based boundary intersection approach)等

聚合方法的拓展研究;开发更多具有广义性的试验设计策略,诸如使用最大Pareto前沿误差(maximum Pareto front error, MPFE)来取代R2指标等.

参考文献(References)

- [1] 林成龙, 马义中, 刘丽君, 等. 基于双重约束期望改进策略的多目标并行代理优化方法[J]. 控制与决策, 2022, 37(12): 3149-3159.
(Lin C L, Ma Y Z, Liu L J, et al. Multi-objective parallel surrogate-based optimization based on dual weighted constraint expectation improvement strategy[J]. Control and Decision, 2022, 37(12): 3149-3159.)
- [2] Forrester A I J, Sobester A, Keane A J. Engineering design via surrogate modelling: A practical guide[M]. Chichester: J. Wiley, 2008.
- [3] Koziel S, Leifsson L. Multi-level CFD-based airfoil shape optimization with automated low-fidelity model selection[J]. Procedia Computer Science, 2013, 18: 889-898.
- [4] 林成龙, 马义中, 肖甜丽. 基于均值改进控制策略的昂贵约束并行代理优化算法[J]. 控制理论与应用, 2021, 38(6): 707-718.
(Lin C L, Ma Y Z, Xiao T L. Expensive constraints parallel surrogate-based optimization algorithm based on mean improvement control strategy[J]. Control Theory & Applications, 2021, 38(6): 707-718.)
- [5] Xiu D B. Numerical methods for stochastic computations: A spectral method approach[M]. Princeton: Princeton University Press, 2010.
- [6] Brabanter K D, Karsmakers P, Ojeda F, et al. LS-SVMLab toolbox user's guide: Version 1.7[R]. Leuven: Katholieke Universiteit Leuven, 2011.
- [7] Sarra S A. The Matlab radial basis function toolbox[J]. Journal of Open Research Software, 2017, 5(1): 8.
- [8] Jones D R, Schonlau M, Welch W J. Efficient global optimization of expensive black-box functions[J]. Journal of Global Optimization, 1998, 13(4): 455-492.
- [9] Schonlau M, Welch W J, Jones D R. Global versus local search in constrained optimization of computer models[M]. Hayward: Institute of Mathematical Statistics, 1998: 11-25.
- [10] Alexandrov N M, Dennis J E Jr, Lewis R M, et al. A trust-region framework for managing the use of approximation models in optimization[J]. Structural Optimization, 1998, 15(1): 16-23.
- [11] Knowles J. ParEGO: A hybrid algorithm with on-line landscape approximation for expensive multiobjective optimization problems[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2006, 10(1): 50-66.
- [12] Zhang Q F, Liu W D, Tsang E, et al. Expensive

- multiobjective optimization by MOEA/D with Gaussian process model[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2010, 14(3): 456-474.
- [13] Svenson J, Santner T. Multiobjective optimization of expensive-to-evaluate deterministic computer simulator models[J]. *Computational Statistics & Data Analysis*, 2016, 94: 250-264.
- [14] Hupkens I, Deutz A, Yang K F, et al. Faster exact algorithms for computing expected hypervolume improvement[C]. *International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization*. Cham: Springer, 2015: 65-79.
- [15] Couckuyt I, Deschrijver D, Dhaene T. Fast calculation of multiobjective probability of improvement and expected improvement criteria for Pareto optimization[J]. *Journal of Global Optimization*, 2014, 60(3): 575-594.
- [16] Zhan D W, Cheng Y S, Liu J. Expected improvement matrix-based infill criteria for expensive multiobjective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2017, 21(6): 956-975.
- [17] Han D, Zheng J R. A kriging model-based expensive multiobjective optimization algorithm using R2 indicator of expectation improvement[J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2020, 2020: 1-16.
- [18] Chugh T, Jin Y C, Miettinen K, et al. A surrogate-assisted reference vector guided evolutionary algorithm for computationally expensive many-objective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2018, 22(1): 129-142.
- [19] Zhou X J, Jiang T, Zhou Z H, et al. Sequential ε -support vector regression based online robust parameter design[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2021, 158: 107391.
- [20] Binois M, Ginsbourger D, Roustant O. Quantifying uncertainty on Pareto fronts with Gaussian process conditional simulations[J]. *European Journal of Operational Research*, 2015, 243(2): 386-394.
- [21] Zhang J X, Ma Y Z, Yang T, et al. Estimation of the Pareto front in stochastic simulation through stochastic kriging[J]. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 2017, 79: 69-86.
- [22] Lophaven S N, Nielsen H B, Søndergaard J. DACE—A matlab Kriging toolbox-Version 2.0[R]. Lyngby: Informatics and Mathematical modelling, The Technical University of Denmark, 2002.
- [23] 曹慕昆, 王刚, 张奇志. 动态时间帕累托最优电子采购多属性谈判模型[J]. *系统工程学报*, 2021, 36(1): 1-12. (Cao M K, Wang G, Zhang Q Z. Dynamic time-dependent Pareto optimal multi-attribute negotiation model in electronic procurement[J]. *Journal of Systems Engineering*, 2021, 36(1): 1-12.)
- [24] Mohamed A T, Vimal S. ε -constraint heat transfer search (ε -HTS) algorithm for solving multi-objective engineering design problems[J]. *Journal of Computational Design and Engineering*, 2018, 4: 104-119.

作者简介

林成龙(1989—), 男, 博士生, 从事质量工程、智能优化算法等研究, E-mail: cllin0814@163.com;

马义中(1964—), 男, 教授, 博士生导师, 从事质量管理与质量工程等研究, E-mail: yzma-2004@163.com;

肖甜丽(1988—), 女, 博士生, 从事质量工程、可靠性优化等研究, E-mail: 1017973062@qq.com.