



中国科技期刊卓越行动计划项目入选期刊

# 控制与决策

CONTROL AND DECISION

## 考虑输入饱和的农用拖拉机路径跟踪有限时间控制

马莉, 刘国威, 丁世宏, 刘陆, 葛群辉

引用本文:

马莉, 刘国威, 丁世宏, 刘陆, 葛群辉. 考虑输入饱和的农用拖拉机路径跟踪有限时间控制[J]. 控制与决策, 2024, 39(6): 1943–1950.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.2018>

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 纵向速度和艏向角受限的水面艇有限时间协同路径跟踪

Finite-time cooperative path following of surface vessels with surge velocity and yaw angle constraints

控制与决策. 2021, 36(2): 363–370 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0977>

#### 参数不确定离散时间系统的有限时间输出反馈预见控制器设计

Design of finite-time output feedback preview controller for discrete-time systems with parameter uncertainty

控制与决策. 2021, 36(9): 2074–2084 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1584>

#### 输入饱和的充液航天器抗干扰有限时间滑模控制

Anti-disturbance finite-time sliding mode control for liquid-filled spacecraft with input saturation

控制与决策. 2021, 36(5): 1078–1086 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0820>

#### 孤岛微电网异构电池储能系统的分布式有限时间次级控制

Distributed finite-time secondary control for heterogeneous battery energy storage systems in an islanded microgrid

控制与决策. 2021, 36(8): 2034–2041 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0012>

#### 一类非线性大系统分散自适应预设性能有限时间跟踪控制

Decentralized adaptive prescribed performance finite-time tracking control for a class of large-scale nonlinear systems

控制与决策. 2020, 35(12): 3045–3052 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0623>

# 考虑输入饱和的农用拖拉机路径跟踪有限时间控制

马莉<sup>1†</sup>, 刘国威<sup>1</sup>, 丁世宏<sup>1</sup>, 刘陆<sup>1</sup>, 葛群辉<sup>2</sup>

(1. 江苏大学 电气信息工程学院, 江苏 镇江 212013; 2. 德玛克(长兴)注塑系统有限公司, 浙江 湖州 313100)

**摘要:** 针对农用拖拉机的路径跟踪控制问题, 提出基于有限时间和饱和技术的路径跟踪控制策略. 首先, 建立农机路径跟踪运动学模型, 并通过有限时间控制技术, 构造有限时间路径跟踪控制方法; 其次, 考虑到农用拖拉机的转向系统物理限制, 将饱和技术与有限时间控制结合, 给出复合的路径跟踪控制方法, 通过严格的理论分析验证闭环系统在该控制器下的有限时间稳定性; 最后, 通过仿真结果表明, 所设计的制导方法可以保证农用拖拉机快速、稳定地完成路径跟踪目标.

**关键词:** 农用拖拉机; 精准农业; 自动导航; 路径跟踪; 有限时间控制; 饱和控制器

中图分类号: S219; TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2022.2018

引用格式: 马莉, 刘国威, 丁世宏, 等. 考虑输入饱和的农用拖拉机路径跟踪有限时间控制[J]. 控制与决策, 2024, 39(6): 1943-1950.

## Finite-time path tracking control of agricultural tractors subject to input saturation

MA Li<sup>1†</sup>, LIU Guo-wei<sup>1</sup>, DING Shi-hong<sup>1</sup>, LIU Lu<sup>1</sup>, GE Qun-hui<sup>2</sup>

(1. School of Electrical and Information Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China; 2. Demark (Changxing) Injection Molding Systems Co., Ltd, Huzhou 313100, China)

**Abstract:** For the problem of the path tracking control of agricultural tractors, the path tracking control strategies are proposed based on finite-time and saturation techniques. First of all, a path tracking kinematic model of agricultural machinery is established, and the finite-time path-tracking control method is constructed using the finite-time control technique. Then, by considering the physical limitations of steering systems for agricultural tractors, the composite path tracking control method is constructed by combining the saturation method with the finite-time controller. The rigorous theoretical analysis is given to verify the finite-time stability of closed-loop system under this proposed controller. Finally, simulation results show that the presented method can ensure that agricultural tractor quickly and stably completes the path tracking target.

**Keywords:** agricultural tractors; precision agriculture; automatic pilot; path tracking; finite-time control; saturation controller

## 0 引言

目前,随着经济社会的发展,越来越多的农村人口涌向城市,随之而来的农村劳动力减少和农业生产环境变化的问题也接踵而至,农业生产面临着越来越大的挑战,这就要求农业生产方式必须与时俱进,这既是挑战也是机遇. 农业生产的机械化、自动化和智能化是实施和推进精准农业的必要前提,得益于机械自动化技术的应用,农业从业人员的劳作强度得以有效降低,但作业精度和生产效率却大幅提升<sup>[1-2]</sup>. 农用拖拉机(简称:农机)作为田间机械化作业的主要生产

力工具,可以牵引和驱动各种配套作业机具,完成耕作、播种、施肥、喷药、收获等一系列田间作业任务. 然而,由于农机实际作业环境的复杂多变以及驾驶员技能的差异,往往会出现生产效率低、土地资源浪费等不尽如人意的现象<sup>[3-4]</sup>. 为此,无人农机应运而生. 近年来,在国内外科研院所以及一些互联网公司的推动下,无人驾驶技术得到了快速发展. 无人驾驶技术涵盖多个学科,集自动控制、人工智能、视觉计算于一体,其核心技术包括环境感知、车辆定位、路径规划以及路径跟踪控制等<sup>[5]</sup>. 无人驾驶技术能够在很大

收稿日期: 2022-11-21; 录用日期: 2023-03-21.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61973142); 省部共建现代农业装备与技术协同创新中心项目(XTCX2015).

责任编辑: 张维海.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: mali@ujs.edu.cn.

程度上提高农业当中的劳动生产率以及对资源的有效利用率,现如今将无人驾驶技术应用到智能农机中已经成为了农业行业的主要方向<sup>[6]</sup>,其中农用车辆自动驾驶技术作为农业生产自动化、智能化的一项重要内容,逐渐受到人们的重视。

农机自动驾驶技术中路径跟踪控制是实施农机无人驾驶的关键技术所在,在提升农机自动驾驶控制系统精度和稳定性方面起着决定性作用<sup>[7-10]</sup>。通常,路径跟踪控制问题是指受控农机在所设计的路径跟踪算法作用下,能快速稳定地跟踪上参考路径,并沿着指定路径行驶<sup>[11]</sup>。由于行驶工况的复杂多变,农机本身高度动态的非线性特性极易受外部扰动的影响,使得实现精确的路径跟踪控制充满了挑战性<sup>[12]</sup>。路径跟踪控制算法对于农机导航控制的稳定性和精确性起着关键作用,因此,对路径跟踪控制算法的研究具有极其重要的价值和意义。

近年来,广大研究者们对农用车辆的路径跟踪控制进行了较为深入的研究,如:窦志强等<sup>[13]</sup>提出了基于激光车辆数据的变阈值物体区分法,能够满足田间目标跟踪要求;罗锡文等<sup>[14]</sup>将农用拖拉机运动学模型与液压转向模型结合,以东方红 X-804 型号拖拉机为实验平台,基于 PID 控制原理实现了对直线路径的目标跟踪;针对 PID 控制中的参数调节问题,张美娜等<sup>[15]</sup>考虑了各种性能指标下的参数整定问题;刘兆朋等<sup>[16]</sup>以雷沃高地隙喷雾剂为试验平台,基于全球导航卫星系统(global navigation satellite system, GNSS)开发自动驾驶作业系统,以简化的运动学模型设计了以位置偏差和航向偏差为状态变量的直线路径跟踪算法,其试验跟踪精度可满足水田、旱田环境的植保作业要求。此外,模糊控制方法也被广泛地应用于农机自动驾驶控制中。周建军等<sup>[17]</sup>构建了自动驾驶模糊控制器,并详细阐述了基于模糊控制的自动转向方法;刘兆祥等<sup>[18]</sup>阐述了一种基于自适应模糊控制的拖拉机自动驾驶系统,提出了一种基于遗传算法的自适应模糊控制方法,有效地改善了系统的控制品质;滑模控制方法在农机路径跟踪控制中也有一席之地,郑平等<sup>[19]</sup>建立了拖拉机-路径跟踪的径侧向动力学模型,并利用滑模控制理论设计了一种基于横向偏差与航向偏差的联合路径跟踪控制算法。模型预测控制(model predictive control, MPC)应用在路径跟踪系统中可以生成未来有限时间步控制指令,路径跟踪效果好,但在线求解耗时较长<sup>[20]</sup>。综上所述,关于农业机械的路径跟踪问题人们已提出了多种有效的控制策略,并达到了良好

的控制效果。然而,值得注意的是,大多数算法及文献并未考虑农机作为实际系统存在的执行器饱和问题。

实际应用中由于执行器具有输出限幅,不考虑控制器输入输出信号饱和下的系统性能往往会影响实际系统的性能,甚至导致系统失稳<sup>[21]</sup>。农机作为一种实际的控制系统,由于执行器的物理限制,决定了其输出量和输出变化率不能任意大。在路径跟踪控制中,作为核心控制结构的转向系统是通过液压伺服系统驱动,这导致转向速率不能任意大,又由于流体动力学特性和机械结构限制,前轮角输出幅值也受到限制。因此,直接应用非饱和控制器去驱动实际系统势必会影响控制系统的动态以及稳态性能,严重情况下甚至会造系统崩溃。因此,针对农机路径跟踪控制系统,设计饱和和控制器很有必要。事实上,根据已有的文献结论,可以设计出相应的嵌套饱和控制器。然而,基于现有的饱和控制方法得到的控制器存在如下问题:首先,在进行状态变换期间会引起系统扰动的变化,这就会造成稳态误差,影响控制效果;其次,在传统的嵌套饱和控制方法中,饱和度需要从外至内依次递减,这势必导致内层的饱和度较小,严重影响系统的收敛性能,这在实际应用中将会导致控制效率降低。基于上述问题,本文提出一种新的嵌套饱和控制算法,本算法不需要进行传统饱和控制中的线性变换,且饱和度也不需要严格遵守从外至内依次递减的限制,从而提高控制精度和系统的收敛性能。另外,得益于有限时间控制,本文设计的控制器到达平衡点的时间会更短,在实际应用场景下尽可能快地达到控制效果,具有重要的现实意义。

## 1 系统描述和建模

本文以农田作业中最为常见的后轮驱动、前轮转向的轮式拖拉机为研究对象,研究其自动驾驶系统的路径跟踪控制器设计问题。假设农田环境较为平坦、农机前进速度恒定,不考虑农机行驶过程中的侧滑和作业环境等因素的影响时,基于农机二轮车转向的特点,可将其简化为二轮车模型进行分析,其路径跟踪示意图如图1所示。图1中:点A为农机前轮轮轴中心,点B为农机后轮轮轴中心, $L$ 为农机轴距, $\varphi$ 为农机航向角, $\delta_f$ 为农机前轮转向角。另外,本文采用的坐标系主要包括大地坐标系 $XOY$ 和车体坐标系 $xoy$ 两种。车体坐标系 $xoy$ 的坐标原点 $o$ 与农机后轴中心点 $B$ 相重合, $x$ 轴沿着农机纵轴,由后轴中心指向前轮中心为正方向, $y$ 轴与农机的纵轴垂直形成一个右手坐标系。大地坐标系 $XOY$ 是以 $O$ 为坐标原点而建立的,参考路径和车辆的位姿均是以大地坐标系

为基准来表示.

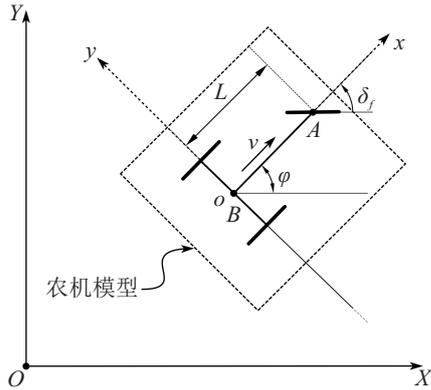


图1 路径跟踪

图1中,定义逆时针方向为正方向,即以逆时针方向旋转的角为正角,农机行驶过程中出现的侧滑现象和作业环境等造成的误差影响可由反馈控制消除.根据文献[22-23]中构建的车辆运动学关系得到农机的运动学模型

$$\begin{cases} \dot{x}_c = v \cos \varphi, \\ \dot{y}_c = v \sin \varphi, \\ \dot{\varphi} = \frac{v}{L} \tan \delta_f. \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $x_c$  和  $y_c$  为农机后轴中心的坐标位置;  $\varphi$  为农机的航向角;  $L$  为农机的轴距;  $\delta_f$  为农机的前轮转向角,是唯一的控制输入;  $v$  为农机的纵向行驶速度,向前行驶为正.

农机运动学模型具有较强的非线性,直接对其进行控制设计难度较大,且得到的非线性控制器很难实现<sup>[24]</sup>.为了确保系统(1)能够完成直线跟踪的目标,需要对系统(1)进行线性化,可建立如下形式的农机运动状态方程:

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_c \\ \dot{\varphi} \\ \dot{\delta}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & v & 0 \\ 0 & 0 & \frac{v}{L} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_c \\ \varphi \\ \delta_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \quad (2)$$

其中  $u$  为控制输入量,即  $u = \dot{\delta}_f$ .

本文的控制目的是对于任意的  $u_{\max} > 0$ ,设计有限时间饱和控制器,使得  $|u| \leq u_{\max}$ ,且使得  $y_c \rightarrow 0$  和  $\varphi \rightarrow 0$ .

## 2 控制系统设计

令  $x_1 = y_c, x_2 = v\varphi, x_3 = \frac{v^2}{L}\delta_f$ ,经过上述变量替换,系统(2)可变为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = \frac{v^2}{L}u. \end{cases} \quad (3)$$

针对系统(3),为了使研究具有普遍性,取更为一般的  $n$  阶系统阐述过程,即

$$\begin{cases} \dot{x}_i = \varphi_i(t, x)x_{i+1}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1; \\ \dot{x}_n = \varphi_n(t, x)u; \\ y = x_1. \end{cases} \quad (4)$$

其中:  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$  分别为系统的状态、控制输入和输出;  $\varphi_i(t, x)$  为不确定的连续函数,  $i = 1, 2, \dots, n$ . 另外,控制输入  $u$  满足

$$|u| \leq u_{\max}, \quad (5)$$

其中  $u_{\max}$  为正常数.

下面给出路径跟踪控制器设计过程中所需的几个引理.

为了方便描述,定义  $[x]^\alpha = |x|^\alpha \text{sign}(x), \forall x \in \mathbb{R}, \alpha \in \mathbb{R}$ .

**引理1**<sup>[25]</sup> 如果  $c_1 > 1, 0 < c_2 \leq 1$ ,则对于  $\forall a, b \in \mathbb{R}$  有

$$|[a]^{c_1 c_2} - [b]^{c_1 c_2}| \leq 2^{1-c_2} |[a]^{c_1} - [b]^{c_1}|^{c_2}. \quad (6)$$

**引理2**<sup>[26]</sup> 对于  $\forall b_i \in \mathbb{R}, i = 1, 2, \dots, n, 0 < c < 1$ , 有

$$(|b_1| + |b_2| + \dots + |b_n|)^c \leq |b_1|^c + |b_2|^c + \dots + |b_n|^c. \quad (7)$$

为便于控制器设计,作出以下假设.

**假设1** 对于  $\varphi_i(t, x), i = 1, 2, \dots, n$ ,可以找到正常数  $\underline{\varphi}_i, \bar{\varphi}_i$ , 满足

$$0 < \underline{\varphi}_i \leq \varphi_i(t, x) \leq \bar{\varphi}_i.$$

**假设2** 对于参数  $v_{i+1}, i = 1, 2, \dots, n$ ,可以找到正常数  $v_i$  满足

$$v_{i+1} = v_i - \rho \geq 0,$$

其中  $\rho > 0$ .

**注1** 在假设1中,正常数  $\bar{\varphi}_i$  和  $\underline{\varphi}_i$  是不确定的连续函数  $\varphi_i(t, x)$  的上下界常数,在控制器设计过程中存在诸多不确定性,  $\varphi_i(t, x)$  代表不确定的未知项,为了证明系统的稳定性,需要保守估计该不确定函数的上下界,因此如此假设.

### 2.1 非饱和有限时间控制器设计

**定理1** 基于假设1和假设2,对于系统(4),存在正常数  $\lambda_i, i = 1, 2, \dots, n$ ,使得

$$u = -\lambda_n [|x_n|^\frac{\alpha}{v_n} - |x_n^*|^\frac{\alpha}{v_n}]^\frac{v_{n+1}}{\alpha}. \quad (8)$$

其中:  $\alpha \geq v_1, x_1^* = 0, x_i^* = -\lambda_{i-1} [|x_{i-1}|^\frac{\alpha}{v_{i-1}} - |x_{i-1}^*|^\frac{\alpha}{v_{i-1}}]^\frac{v_i}{\alpha}, i = 2, 3, \dots, n$ . 则控制器(8)能够使

得系统(4)在有限时间稳定.

控制器(8)的稳定性证明类似于文献[27]中定理3.1的证明,在这里不再阐述.

**注2** 选择参数  $v_i$  和  $\alpha$  满足  $\alpha \geq v_1 > 0$  的原因,一方面是  $\alpha$  越大控制效力越强,将提高闭环系统的收敛性能,另一方面,  $v_{i+1} = v_i - \rho \geq 0$ ,该条件满足齐次性,将用来证明系统的有限时间稳定性.

**2.2 饱和有限时间控制器设计**

农机系统受执行器物理限制,如果不考虑输入饱和问题,将会损坏转向执行器,甚至破坏系统的稳定性.为此,通过引入嵌套饱和和技术解决输入饱和下的农机直线导航控制设计问题.如引言所述,基于已有的饱和控制器设计方法,一般需要对系统进行线性变换,然后才能进行饱和设计.此处,在不需要对原系统进行线性变换的情况下,本文将提出一种直接对系统进行控制设计的饱和控制方案.

首先定义饱和函数

$$\sigma(x) = \begin{cases} \delta \text{sign}(x), & |x| > \delta; \\ x, & |x| \leq \delta. \end{cases}$$

其中  $\delta > 0$ . 将其与控制器(8)结合,可得如下形式的控制器:

$$u = u_n(x) = -\lambda_n [\sigma([x_n]_{\frac{\alpha}{v_n}} + \lambda_{n-1}^{\frac{\alpha}{v_n}} \sigma([x_{n-1}]_{\frac{\alpha}{v_{n-1}}} + \dots + \lambda_2^{\frac{\alpha}{v_3}} \sigma([x_2]_{\frac{\alpha}{v_2}} + \lambda_1^{\frac{\alpha}{v_2}} \sigma([x_1]_{\frac{\alpha}{v_1}})))]^{\frac{v_{n+1}}{\alpha}}, \quad (9)$$

其中  $\alpha \geq v_1$ . 对于一个小正常数  $\delta$  和增益  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_i$ , 选择

$$\lambda_1 > \max \left\{ \frac{n}{\varphi_1}, \frac{2^{1+\frac{v_2}{\alpha}} \bar{\varphi}_1}{\varphi_1} \right\}. \quad (10)$$

$\lambda_i >$

$$\max \left\{ \frac{n+1-i+\gamma_i+\tilde{\gamma}_i}{\varphi_i}, 2^{\frac{v_{i+1}}{\alpha}} \frac{2\bar{\varphi}_i+4(1+\lambda_{i-1})\zeta_{i-1}}{\varphi_i} \right\}, \quad i = 2, 3, \dots, n, \quad (11)$$

其中  $\gamma_i, \tilde{\gamma}_i$  为适当正常数.

$$\zeta_1 = \frac{\alpha}{v_1} \lambda_1^{\frac{\alpha}{v_2}} \bar{\varphi}_1 (1 + \lambda_1),$$

$$\zeta_j = \frac{\alpha}{v_j} \lambda_j^{\frac{\alpha}{v_{j+1}}} \bar{\varphi}_j (1 + \lambda_{j-1})^{\frac{\alpha}{v_j}-1} (1 + \lambda_j) + \lambda_j^{\frac{\alpha}{v_{j+1}}} \zeta_{j-1}, \quad j = 2, 3, \dots, n-1. \quad (12)$$

在给出本文主要定理之前,首先引入如下引理.

**引理3**<sup>[27]</sup> 如果  $|x_j| \leq \delta^{\frac{v_j}{\alpha}} (1 + \lambda_{j-1})$ ,  $j = i + 1, i + 2, \dots, n$ ,  $i = 1, 2, \dots, n - 1$ , 在控制器(9)的作

用下,对于系统(4)可以找到一个  $\zeta_i$ , 当  $\delta > 0, \underline{T} \leq \bar{T}$  时,下式成立:

$$|[u_i(\bar{x}_i(\bar{T}))]^{\frac{\alpha}{v_{i+1}}} - [u_i(\bar{x}_i(\underline{T}))]^{\frac{\alpha}{v_{i+1}}}| \leq \zeta_i \delta^{\frac{\alpha-\rho}{\alpha}} (\bar{T} - \underline{T}). \quad (13)$$

引理3的证明类似于文献[27]中定理4.1的证明,此处不再阐述具体过程.

通过定理1和引理3得出本文的主要定理如下.

**定理2** 考虑在假设1和假设2下的系统(4),如果控制器被设计为式(9)的形式,则系统(4)将有限时间稳定,且当  $t \geq 0$  时,其控制输入满足约束(5).

下面将证明,在控制器(9)的作用下,系统(4)将在有限时间内稳定,证明分为两步.

**证明** 令

$$u_i(\bar{x}_i) = -\lambda_i [\sigma([x_i]_{\frac{\alpha}{v_i}} - [u_{i-1}(\bar{x}_{i-1})]_{\frac{\alpha}{v_i}})]^{\frac{v_{i+1}}{\alpha}}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1, u_0 = 0,$$

则  $u$  可改写为

$$u = u_n(x) = -\lambda_n [\sigma([x_n]_{\frac{\alpha}{v_n}} - [u_{n-1}(\bar{x}_{n-1})]_{\frac{\alpha}{v_n}})]^{\frac{v_{n+1}}{\alpha}}. \quad (14)$$

step 1: 证明存在时刻  $T_1$ , 使得当  $t \geq T_1$  时,有

$$\bar{x}_n(t) \in \Pi_n = \{\bar{x}_n : |\Phi_n(t)| < \delta\}, \quad (15)$$

其中  $\Phi_n(t) = [x_n(t)]_{\frac{\alpha}{v_n}} - [u_{n-1}(\bar{x}_{n-1}(t))]_{\frac{\alpha}{v_n}}$ .

首先,利用反证法,假设当  $t \geq 0$  时,有

$$|\Phi_n(t)| > \frac{\delta}{2}. \quad (16)$$

若式(16)不成立,则对于  $\forall t \geq 0$ , 必然有  $|\Phi_n(T_1)| \leq \frac{\delta}{2}$ , 即

$$|\Phi_n(T_1)| \leq \frac{\delta}{2}, \quad \forall t \geq 0. \quad (17)$$

结合式(4)、(14)、(16)和假设1,得到在  $\forall t \geq 0$  时,

有

$$\dot{x}_n(t) = -\lambda_n \varphi_n(t, x) [\sigma(\Phi_n(t))]^{\frac{v_{n+1}}{\alpha}} < -\xi_n \delta^{\frac{v_{n+1}}{\alpha}}, \quad (18)$$

其中  $\xi_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{v_{n+1}}{\alpha}} \lambda_n \varphi_n > 0$ . 对于  $\forall t \geq 0$ , 由式(18)可得

$$x_n(t) < x_n(0) - \xi_n \delta^{\frac{v_{n+1}}{\alpha}} t. \quad (19)$$

由于  $|[u_{n-1}(\bar{x}_{n-1}(t))]_{\frac{\alpha}{v_n}}| \leq \lambda_{n-1}^{\frac{\alpha}{v_n}} \delta$ , 结合式(16)与(19),在  $t \geq 0$  时,可得

$$\frac{\delta}{2} < \Phi_n(t) < [x_n(0) - \xi_n \delta^{\frac{v_{n+1}}{\alpha}} t]_{\frac{\alpha}{v_n}} + \lambda_{n-1}^{\frac{\alpha}{v_n}} \delta. \quad (20)$$

当  $t \rightarrow \infty$  时,式(20)显然与事实矛盾,同理当  $\Phi_n(t) < -\frac{\delta}{2}$  时,假设也不成立. 因此即可证明存在

一个时刻  $T_1$ , 在  $\forall t \geq 0$  时, 使得  $|\Phi_n(T_1)| \leq \frac{\delta}{2}$  成立.

接下来证明在  $\forall t \geq T_1$  时,  $|\Phi_n(t)| < \delta$ .

依然利用反证法, 假设  $|\Phi_n(t)| < \delta$  不成立, 则意味着至少存在一个时刻  $T'_1$ , 使得  $|\Phi_n(T'_1)| = \delta$ . 具体而言, 存在  $T'_1 \in [T_1, +\infty)$  和  $T''_1 \in (T'_1, +\infty)$  使得下式在正区域内成立:

$$\Phi_n(T'_1) = \frac{\delta}{2}, \tag{21}$$

$$\Phi_n(T''_1) = \delta, \tag{22}$$

$$\frac{\delta}{2} \leq \Phi_n(t) \leq \delta, t \in [T'_1, T''_1]. \tag{23}$$

首先验证式(21)~(23)是不成立的, 有

$$\dot{x}_n(t) < -\xi_n \delta^{\frac{v_n+1}{\alpha}}, t \in [T'_1, T''_1]. \tag{24}$$

对式(24)进行积分得到

$$\xi_n \delta^{\frac{v_n+1}{\alpha}} (T''_1 - T'_1) \leq x_n(T'_1) - x_n(T''_1). \tag{25}$$

由引理2、式(21)和  $0 < \frac{v_n}{\alpha} \leq 1$  可得

$$\begin{aligned} x_n(T'_1) &\leq \left(\frac{\delta}{2} + \lambda_{n-1} \frac{\alpha}{v_n} \delta\right)^{\frac{v_n}{\alpha}} \leq \\ &(1 + \lambda_{n-1} \frac{\alpha}{v_n})^{\frac{v_n}{\alpha}} \delta^{\frac{v_n}{\alpha}} \leq (1 + \lambda_{n-1}) \delta^{\frac{v_n}{\alpha}}. \end{aligned} \tag{26}$$

类似地, 由引理2、式(22)和  $0 < \frac{v_n}{\alpha} \leq 1$  可得

$$\begin{aligned} x_n(T''_1) &\geq (\delta - \lambda_{n-1} \frac{\alpha}{v_n} \delta)^{\frac{v_n}{\alpha}} \geq \\ &-(1 + \lambda_{n-1} \frac{\alpha}{v_n})^{\frac{v_n}{\alpha}} \delta^{\frac{v_n}{\alpha}} \geq -(1 + \lambda_{n-1}) \delta^{\frac{v_n}{\alpha}}. \end{aligned} \tag{27}$$

由式(25)~(27)可得

$$T''_1 - T'_1 \leq \frac{x_n(T'_1) - x_n(T''_1)}{\xi_n \delta^{\frac{v_n+1}{\alpha}}} \leq \frac{2}{\xi_n} (1 + \lambda_{n-1}) \delta^{\frac{\rho}{\alpha}}. \tag{28}$$

通过式(25)可知,  $x_n(T'_1) \geq x_n(T''_1)$ , 这意味着

$$\begin{aligned} [x_n(T''_1)]^{\frac{\alpha}{v_n}} - [u_{n-1}(\bar{x}_{n-1}(T''_1))]^{\frac{\alpha}{v_n}} &\leq \\ [x_n(T'_1)]^{\frac{\alpha}{v_n}} - [u_{n-1}(\bar{x}_{n-1}(T'_1))]^{\frac{\alpha}{v_n}} + \\ [u_{n-1}(\bar{x}_{n-1}(T'_1))]^{\frac{\alpha}{v_n}} - [u_{n-1}(\bar{x}_{n-1}(T''_1))]^{\frac{\alpha}{v_n}}. \end{aligned} \tag{29}$$

将式(21)、(22)代入(29)可得

$$\frac{\delta}{2} \leq |[u_{n-1}(\bar{x}_{n-1}(T''_1))]^{\frac{\alpha}{v_n}} - [u_{n-1}(\bar{x}_{n-1}(T'_1))]^{\frac{\alpha}{v_n}}|. \tag{30}$$

结合式(23)与  $|[u_{n-1}(\bar{x}_{n-1}(t))]^{\frac{\alpha}{v_n}}| \leq \lambda_{n-1} \frac{\alpha}{v_n} \delta$  可得

$$\begin{aligned} |x_n(t)| &\leq (1 + \lambda_{n-1} \frac{\alpha}{v_n})^{\frac{v_n}{\alpha}} \delta^{\frac{v_n}{\alpha}} \leq (1 + \lambda_{n-1}) \delta^{\frac{v_n}{\alpha}}, \\ &\forall t \in [T'_1, T''_1]. \end{aligned} \tag{31}$$

采用引理3对式(30)进行估计, 得到

$$\begin{aligned} \frac{\delta}{2} &\leq |[u_{n-1}(\bar{x}_{n-1}(T''_1))]^{\frac{\alpha}{v_n}} - [u_{n-1}(\bar{x}_{n-1}(T'_1))]^{\frac{\alpha}{v_n}}| \leq \\ &\zeta_{n-1} \delta^{\frac{\alpha-\rho}{\alpha}} (T''_1 - T'_1). \end{aligned} \tag{32}$$

将式(28)代入(32), 得到

$$\frac{\delta}{2} \leq \frac{2}{\xi_n} (1 + \lambda_{n-1}) \zeta_{n-1} \delta. \tag{33}$$

通过  $\xi_n$  的定义并结合式(9)和(10), 可得

$$\begin{aligned} \xi_n &= \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{v_n+1}{\alpha}} \lambda_n \varphi_n > \\ &\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{v_n+1}{\alpha}} \varphi_n 2^{\frac{v_n+1}{\alpha}} \frac{2\bar{\varphi}_n + 4(1 + \lambda_{n-1})\zeta_{n-1}}{\varphi_n} > \\ &4(1 + \lambda_{n-1})\zeta_{n-1}. \end{aligned} \tag{34}$$

由式(33)和(34)可知, 这显然不成立. 因此证明了存在一个时刻  $T_1$ , 在  $\forall t \geq 0$  时,  $|\Phi_n(t)| < \delta$  在正区域内成立, 类似地可证明在负区域内也是成立的, 这就表明了当  $t \geq T_1$  时,  $|\Phi_n(t)| < \delta$ . 因此, 对于  $t \geq T_1$  可得

$$\bar{x}_n(t) \in \Pi_n = \{\bar{x}_n : |\Phi_n(t)| < \delta\}. \tag{35}$$

step 2: 证明存在一个时刻  $T_{n-1}$ , 使得  $t \geq T_{n-1}$  时, 有

$$x_1(t) \in \Pi_1 = \{x_1 : |[x_1(t)]^{\frac{\alpha}{v_1}}| < \delta\}. \tag{36}$$

首先, 已知存在一个时刻  $T_{n-1}$ , 当  $\forall t \geq T_{n-1}$  时, 根据引理1和式(35)可得

$$\begin{aligned} |x_2(t) - u_1(x_1(t))| &\leq \\ |[x_2(t)]^{\frac{\alpha}{v_2}}]^{\frac{v_2}{\alpha}} - [u_1(x_1(t))]^{\frac{\alpha}{v_2}}]^{\frac{v_2}{\alpha}}| &\leq \\ 2^{1-\frac{v_2}{\alpha}} |[x_2(t)]^{\frac{\alpha}{v_2}} - [u_1(x_1(t))]^{\frac{\alpha}{v_2}}| &\leq 2\delta^{\frac{v_2}{\alpha}}. \end{aligned} \tag{37}$$

由式(37)中可得

$$\dot{x}_1(t) = \varphi_1(t, x)u_1(x_1) + \varphi_1(t, x)(x_2(t) - u_1(x_1)).$$

当  $t \geq T_{n-1}$  时, 有

$$\begin{aligned} -\varphi_1(t, x)\lambda_1[\sigma([x_1(t)]^{\frac{\alpha}{v_1}})]^{\frac{v_2}{\alpha}} - 2\bar{\varphi}_1\delta^{\frac{v_2}{\alpha}} &\leq \dot{x}_1(t) \leq \\ -\varphi_1(t, x)\lambda_1[\sigma([x_1(t)]^{\frac{\alpha}{v_1}})]^{\frac{v_2}{\alpha}} + 2\bar{\varphi}_1\delta^{\frac{v_2}{\alpha}}. \end{aligned} \tag{38}$$

特别地, 当  $[x_1(t)]^{\frac{\alpha}{v_1}} > \frac{\delta}{2}$  时, 有

$$\dot{x}_1(t) \leq \left(-\varphi_1\lambda_1\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{v_2}{\alpha}} + 2\bar{\varphi}_1\right)\delta^{\frac{v_2}{\alpha}} = -\mu_1\delta^{\frac{v_2}{\alpha}}, \tag{39}$$

其中  $\mu_1 = \varphi_1\lambda_1\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{v_2}{\alpha}} - 2\bar{\varphi}_1$ . 由式(10)可知,  $\lambda_1 > 2^{\frac{v_2}{\alpha}}\frac{2\bar{\varphi}_1}{\varphi_1}$ , 这表明  $\mu_1 > 0$ , 即存在一个时刻  $T_n$ , 对于  $t \geq T_n$ ,  $[x_1(t)]^{\frac{\alpha}{v_1}} \leq \frac{\delta}{2} < \delta$ .

同样地, 存在一个时刻  $T_n$ , 对于  $t \geq T_n$ ,  $[x_1(t)]^{\frac{\alpha}{v_1}} \geq -\frac{\delta}{2} > -\delta$ . 最终可得

$$x_1(t) \in \Pi_1 = \{x_1 : |[x_1(t)]^{\frac{\alpha}{v_1}}| < \delta\}, t \geq T_n. \tag{40}$$

因此, 结合式(34)与(40), 可以得出  $\bar{x}_n(t)$  将会进入以

下区域且不会逃逸出去:

$$\begin{aligned} \Pi = & \\ & \{\bar{x}_n: |[x_1(t)]^{\frac{\alpha}{v_1}}| < \delta, |\Phi_2(t)| < \delta, \dots, |\Phi_n(t)| < \delta\}. \end{aligned} \quad (41)$$

值得说明的是,当  $t \geq T_n$  时,控制器(9)将会退化  
成控制器(8),因为在控制器(8)作用下的系统是有限  
时间稳定的,故系统(4)将在有限时间内稳定.

如果  $n = 3, \varphi_1(t, x) = 1, \varphi_2(t, x) = 1, \varphi_3(t, x)$   
 $= \frac{v^2}{L}$ ,则系统(4)转化为本文研究的农机路径跟踪系  
统(3). 此时,控制器(9)可表示为

$$\begin{aligned} u = & \\ & -\lambda_3 [\sigma([x_3]^{\frac{\alpha}{v_3}} + \lambda_2^{\frac{\alpha}{v_3}} \sigma([x_2]^{\frac{\alpha}{v_2}} + \lambda_1^{\frac{\alpha}{v_2}} \sigma([x_1]^{\frac{\alpha}{v_1}})))]^{\frac{v_4}{\alpha}}. \end{aligned} \quad (42)$$

综上,闭环系统(3)和式(42)将在有限时间内稳  
定. □

### 3 仿真实验与分析

为了验证本文所提方法在农机路径跟踪控制系  
统中的可行性和有效性,下面将利用欧拉方法进行  
对比仿真研究,采样间隔设置为0.001 s. 考虑到农机  
作业的主要路径都是直线,将控制指定的农机去跟  
踪一段直线参考路径. 需要强调的是,农机路径跟踪  
的控制目标是使农用车辆在确保稳定的条件下跟踪  
上参考路径并沿着参考路径行驶. 在仿真中,设定农  
机轴距  $L$  为2.4 m,行驶速度  $v$  为3 m/s,前轮转向角  $\delta_f$   
的最大允许幅度为  $\pm 1.5$  rad. 农机导航系统的初始条  
件为  $(x_c(0), y_c(0), \varphi(0)) = (0, 0.5, \frac{\pi}{4})$ ,初始前轮角  
 $\delta_f(0) = \frac{\pi}{6}$ . 为了进一步验证所提出算法的优势,文献  
[8]中的嵌套饱和和控制器将被用于对比分析,其控制  
器形式表示如下:

$$u = -k_3 \sigma_3(x_3 + k_2 \sigma_2(x_2 + k_1 \sigma_1(x_1))). \quad (43)$$

另一方面,根据定理1,无饱和的有限时间控制器  
表示如下:

$$u = -\lambda_3 [[x_3]^{\frac{\alpha}{v_3}} + \lambda_2^{\frac{\alpha}{v_3}} ([x_2]^{\frac{\alpha}{v_2}} + \lambda_1^{\frac{\alpha}{v_2}} [x_1]^{\frac{\alpha}{v_1}})]^{\frac{v_4}{\alpha}}. \quad (44)$$

控制器(43)的参数选择为  $k_1 = 1, k_2 = 1.4$  和  
 $k_3 = 50$ ,饱和度选择为  $\sigma_1 = 3, \sigma_2 = 1$  和  $\sigma_3 = 0.4$ . 控  
制器(42)的参数为  $\lambda_1 = 0.6, \lambda_2 = 2.3, \lambda_3 = 25, \alpha =$   
 $2, \rho = \frac{2}{9}, v_1 = 2$ ,饱和度为  $\sigma = 0.62$ .

图2~图6为农机在嵌套饱和控制(43)、本文的  
有限时间嵌套饱和控制(42)和无饱和下的有限时间  
控制(44)作用下的仿真对比结果.

具体而言,图2和图3分别表示农机在跟踪过程  
中产生的横向偏差和航向角的响应曲线.

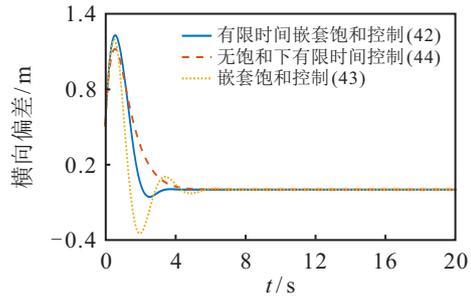


图2 横向偏差的输出响应

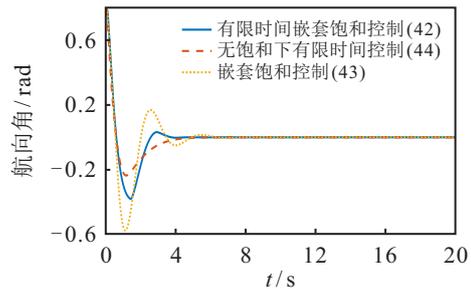


图3 航向角的输出响应

从图2和图3中可以看出:在3个控制器作用下,  
路径跟踪的偏差均能收敛到零;与控制(43)和(44)  
比较,在所提出的控制器(42)作用下,其跟踪误差的  
收敛速度最快. 图4为前轮转角的输出响应曲线,在  
限幅  $\pm 1.5$  rad 下,控制器(42)和(43)作用下的航向角  
可以在满足条件的情况下收敛到零,而控制器(44)作  
用下的航向角会超出限制条件,另外,控制器(42)的  
收敛速度更快.

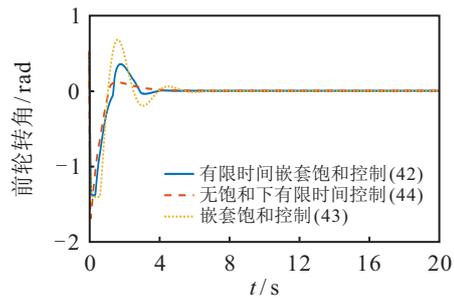


图4 前轮转角的输出响应

图5表明最终3种控制器都能获得稳定的直线  
路径跟踪效果.

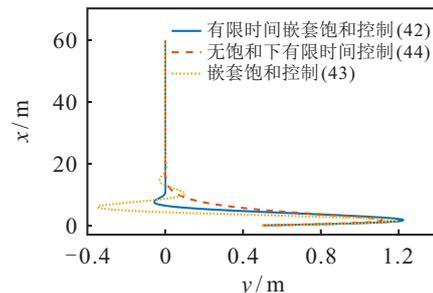


图5 农机路径跟踪相平面  $y-x$

图6为3种控制器的输出响应曲线,在限制控制器 $|u| \leq 20$ 时,控制器(42)和控制器(43)均能在满足限制条件下完成收敛,控制器(44)则会超出限制。

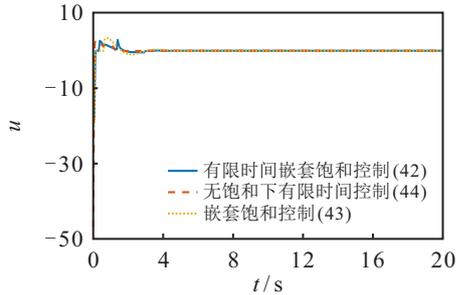


图6 控制器的输出响应

综上所述,本文提出的有限时间嵌套饱和控制方法可以在有限时间内实现对参考路径的精确跟踪,而且在控制过程中收敛速度更快,且路径跟踪误差的超调量较小,确保了车辆行驶的稳定性和为路径跟踪控制器的实际应用提供了可能。

## 4 结论

随着现代社会的发展,对农业生产效率提出了更高的标准。在精准农业的号召下,农机田间作业与自动驾驶技术相辅相成,人们对于其路径跟踪能力不断提出更高的要求。本文针对农机的路径跟踪控制问题,提出了考虑输入饱和的有限时间饱和和控制策略。经过比较性的仿真验证,本文提出的控制算法提升了导航控制系统的稳定性,获得了更快的收敛速度以及更好的瞬态和稳态性能。就理论上而言,该控制方法可以较好地实现拖拉机的路径跟踪目标。

### 参考文献(References)

- [1] 张漫, 季宇寒, 李世超, 等. 农业机械导航技术研究进展[J]. 农业机械学报, 2020, 51(4): 1-18.  
(Zhang M, Ji Y H, Li S C, et al. Research progress of agricultural machinery navigation technology[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2020, 51(4): 1-18.)
- [2] 姬长英, 周俊. 农业机械导航技术发展分析[J]. 农业机械学报, 2014, 45(9): 44-54.  
(Ji C Y, Zhou J. Current situation of navigation technologies for agricultural machinery[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2014, 45(9): 44-54.)
- [3] 贾全, 张小超, 苑严伟, 等. 拖拉机自动驾驶系统上线轨迹规划方法[J]. 农业机械学报, 2018, 49(4): 36-44.  
(Jia Q, Zhang X C, Yuan Y W, et al. Guided trajectory planning method for tractor autopilot system[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2018, 49(4): 36-44.)
- [4] Bochtis D D, Sørensen C G C, Busato P. Advances in agricultural machinery management: A review[J]. Biosystems Engineering, 2014, 126: 69-81.
- [5] 张守武, 李擎, 王恒, 等. 非匹配不确定性影响下的无人车路径跟踪控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(1): 160-166.  
(Zhang S W, Li Q, Wang H, et al. Path following control for autonomous vehicles with mismatched uncertainties[J]. Control and Decision, 2022, 37(1): 160-166.)
- [6] 刘彦威. 无人驾驶汽车对智能农机发展的启示[J]. 智慧中国, 2022(5): 81-82.  
(Liu Y W. The enlightenment of autonomous vehicle to the development of intelligent agricultural machinery [J]. Wisdom of China, 2022(5): 81-82.)
- [7] 彭荣君, 唐庆刚, 呼大明. 推进水稻生产全程智能化建设开启北大荒智慧农业崭新时代[J]. 中国农垦, 2020(7): 30-31.  
(Peng R J, Tang Q G, Hu D M. Promoting the intelligent construction of rice production and opening a new era of intelligent agriculture in the Great Northern Wilderness[J]. China State Farms, 2020(7): 30-31.)
- [8] 丁世宏, 姜月霞, 赵德安, 等. 输入饱和情况下农用拖拉机的直线导航控制[J]. 控制理论与应用, 2013, 30(10): 1287-1293.  
(Ding S H, Jiang Y X, Zhao D A, et al. The straight-line navigation control of an agricultural tractor subject to input saturation[J]. Control Theory & Applications, 2013, 30(10): 1287-1293.)
- [9] 戴增辉, 何凤琴. 智能农机自动驾驶系统应用研究[J]. 农机化研究, 2018, 40(2): 202-206.  
(Dai Z H, He F Q. Research on the application of intelligent automatic navigation system of agricultural machinery[J]. Journal of Agricultural Mechanization Research, 2018, 40(2): 202-206.)
- [10] Nagasaka Y, Saito H, Tamaki K, et al. An autonomous rice transplanter guided by global positioning system and inertial measurement unit[J]. Journal of Field Robotics, 2009, 26(6/7): 537-548.
- [11] Astolfi A, Bolzern P, Locatelli A. Path-tracking of a tractor-trailer vehicle along rectilinear and circular paths: A Lyapunov-based approach[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 2004, 20(1): 154-160.
- [12] 吴艳, 王丽芳, 李芳. 基于滑模自抗扰的智能车路径跟踪控制[J]. 控制与决策, 2019, 34(10): 2150-2156.  
(Wu Y, Wang L F, Li F. Intelligent vehicle path following control based on sliding mode active disturbance rejection control[J]. Control and Decision, 2019, 34(10): 2150-2156.)
- [13] 窦志强, 毛志怀, 魏青. 基于激光扫描的田间目标跟踪系统[J]. 农业机械学报, 2006, 37(12): 220-222.

- (Dou Z Q, Mao Z H, Wei Q. Field target tracking system based on laser scanning[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2006, 37(12): 220-222.)
- [14] 罗锡文, 张智刚, 赵祚喜, 等. 东方红X-804拖拉机的DGPS自动导航控制系统[J]. 农业工程学报, 2009, 25(11): 139-145.  
(Luo X W, Zhang Z G, Zhao Z X, et al. Design of DGPS navigation control system for Dongfanghong X-804 tractor[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 2009, 25(11): 139-145.)
- [15] 张美娜, 林相泽, 丁永前, 等. 基于性能指标的农用车辆路径跟踪控制器设计[J]. 农业工程学报, 2012, 28(9): 40-46.  
(Zhang M N, Lin X Z, Ding Y Q, et al. Design of path following controllers based on performance index for agricultural vehicle[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 2012, 28(9): 40-46.)
- [16] 刘兆朋, 张智刚, 罗锡文, 等. 雷沃ZP9500高地隙喷雾机的GNSS自动导航作业系统设计[J]. 农业工程学报, 2018, 34(1): 15-21.  
(Liu Z P, Zhang Z G, Luo X W, et al. Design of automatic navigation operation system for Lovol ZP9500 high clearance boom sprayer based on GNSS[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 2018, 34(1): 15-21.)
- [17] 周建军, 张漫, 汪懋华, 等. 基于模糊控制的农用车辆路线跟踪[J]. 农业机械学报, 2009, 40(4): 151-156.  
(Zhou J J, Zhang M, Wang M H, et al. Path tracking for agricultural vehicle based on fuzzy control[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40(4): 151-156.)
- [18] 刘兆祥, 刘刚, 籍颖, 等. 基于自适应模糊控制的拖拉机自动导航系统[J]. 农业机械学报, 2010, 41(11): 148-152.  
(Liu Z X, Liu G, Ji Y, et al. Autonomous navigation system for agricultural tractor based on self-adapted fuzzy control[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2010, 41(11): 148-152.)
- [19] 郑平平, 汤玮, 宋伟杰, 等. 无人驾驶拖拉机路径跟踪联合控制研究[J]. 农业装备与车辆工程, 2021, 59(2): 79-82.  
(Zheng P P, Tang W, Song W J, et al. Research on path tracking joint control of driverless tractor[J]. Agricultural Equipment & Vehicle Engineering, 2021, 59(2): 79-82.)
- [20] 王恒, 梁永裕, 李擎, 等. 基于观测器的无人车 $H_\infty$ 预瞄控制器设计[J]. 控制与决策, 2023, 38(6): 1737-1744.  
(Wang H, Liang Y Y, Li Q, et al. Design of observer-based  $H_\infty$  preview controller for autonomous guided vehicles[J]. Control and Decision, 2023, 38(6): 1737-1744.)
- [21] 张强, 王翠, 许德智. 一类状态/输入受限的不确定非仿射非线性系统鲁棒自适应backstepping控制[J]. 控制与决策, 2020, 35(4): 769-780.  
(Zhang Q, Wang C, Xu D Z. Robust adaptive backstepping control for a class of non-affine nonlinear system with full states constraints and input saturation[J]. Control and Decision, 2020, 35(4): 769-780.)
- [22] Bayar G, Bergerman M, Konukseven E I, et al. Improving the trajectory tracking performance of autonomous orchard vehicles using wheel slip compensation[J]. Biosystems Engineering, 2016, 146: 149-164.
- [23] Lenain R, Thuilot B, Cariou C, et al. High accuracy path tracking for vehicles in presence of sliding: Application to farm vehicle automatic guidance for agricultural tasks[J]. Autonomous Robots, 2006, 21(1): 79-97.
- [24] 李逃昌. 农业轮式移动机器人自适应滑模路径跟踪控制[J]. 中国机械工程, 2018, 29(5): 579-584.  
(Li T C. Adaptive sliding mode path tracking control of agricultural wheeled mobile robots[J]. China Mechanical Engineering, 2018, 29(5): 579-584.)
- [25] Ding S H, Park J H, Chen C C. Second-order sliding mode controller design with output constraint[J]. Automatica, 2020, 112: 108704.
- [26] Hardy G H. Inequalities[M]. The 2nd edition. Britain: Cambridge University Press, 1952: 346.
- [27] Ding S H, Qian C J, Li S H, et al. Global stabilization of a class of upper-triangular systems with unbounded or uncontrollable linearizations[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2011, 21(3): 271-294.

## 作者简介

马莉(1982—), 女, 副教授, 硕士生导师, 从事非线性系统控制等研究, E-mail: mali@ujs.edu.cn;

刘国威(1999—), 男, 硕士, 从事农机自动导航与路径跟踪控制的研究, E-mail: lgw5320shiro@163.com;

丁世宏(1983—), 男, 教授, 博士生导师, 从事非线性控制理论、农业机器人导航等研究, E-mail: dsh@ujs.edu.cn;

刘陆(1991—), 男, 讲师, 硕士生导师, 从事高阶滑模控制理论及应用的研究, E-mail: liulu2021@ujs.edu.cn;

葛群辉(1976—), 男, 高级经济师, 从事注塑成型应用的研究, E-mail: 715602764@qq.com.