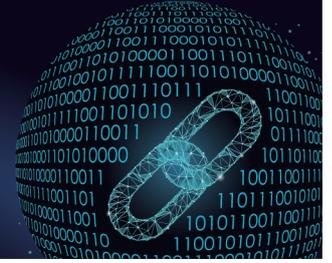




中国科技期刊卓越行动计划项目入选期刊

控制与决策

CONTROL AND DECISION



基于动态事件触发机制的饱和2-D系统输出反馈 H_∞ 控制

于浚, 杨巍, 胡军, 陈东彦

引用本文:

于浚, 杨巍, 胡军, 陈东彦. 基于动态事件触发机制的饱和2-D系统输出反馈 H_∞ 控制[J]. 控制与决策, 2024, 39(6): 1951–1958.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.1977>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于T-S模糊模型的多时滞非线性网络切换控制系统非脆弱 H_∞ 控制

Non-fragile H_∞ control for multi-delay nonlinear network switching control system based on T-S model

控制与决策. 2021, 36(5): 1087–1094 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1098>

参数不确定离散时间系统的有限时间输出反馈预见控制器设计

Design of finite-time output feedback preview controller for discrete-time systems with parameter uncertainty

控制与决策. 2021, 36(9): 2074–2084 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1584>

基于周期动态事件触发的网络化切换系统的分析与控制

The analysis and control for networked switched systems based on periodic event-trigger

控制与决策. 2021, 36(10): 2467–2474 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0281>

基于反馈无源化的切换非线性系统 H_∞ 跟踪控制

Passification-based H_∞ tracking control for a class of switched nonlinear systems

控制与决策. 2021, 36(11): 2729–2734 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0798>

事件触发机制下分布时滞网络化控制系统 H_∞ 故障检测

Event-triggered H_∞ fault detection for networked control systems with distributed delays

控制与决策. 2020, 35(12): 3059–3065 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0456>

基于动态事件触发机制的饱和 2-D 系统输出反馈 H_∞ 控制

于 浚^{1,2†}, 杨 巍³, 胡 军², 陈东彦³

(1. 哈尔滨理工大学 黑龙江省复杂智能系统与集成重点实验室, 哈尔滨 150080; 2. 哈尔滨理工大学 自动化学院, 哈尔滨 150080; 3. 哈尔滨理工大学 理学院, 哈尔滨 150080)

摘要: 针对一类由 Roesser 模型描述的饱和 2-D 系统, 为了缓解网络数据传输压力, 研究基于动态事件触发机制的输出反馈 H_∞ 控制器设计问题. 首先, 构建此类不确定饱和 2-D 系统的数学模型; 其次, 提出一种动态事件触发机制决定当前信息能否传输到网络, 以降低信号的更新频率; 运用 Lyapunov 函数方法, 通过引入非负标量 μ , 得到保证相应闭环系统满足一定 H_∞ 性能指标的充分条件及输出反馈控制器的存在性判据; 此外, 利用锥补线性化算法, 将输出反馈控制器的设计问题转化为线性矩阵不等式约束下的非线性最小化问题; 最后, 结合数值仿真验证基于动态事件触发机制的输出反馈控制方法的有效性和可行性.

关键词: 饱和 2-D 系统; 动态事件触发机制; H_∞ 控制; 输出反馈控制器

中图分类号: O231 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2022.1977

引用格式: 于浚, 杨巍, 胡军, 等. 基于动态事件触发机制的饱和 2-D 系统输出反馈 H_∞ 控制[J]. 控制与决策, 2024, 39(6): 1951-1958.

Output feedback H_∞ control for saturated 2-D systems under the dynamic event-triggered mechanism

YU Hui^{1,2†}, YANG Wei³, HU Jun², CHEN Dong-yan³

(1. Heilongjiang Province Key Laboratory of Complex Intelligent Systems and Integration, Harbin University of Science and Technology, Harbin 150080, China; 2. School of Automation, Harbin University of Science and Technology, Harbin 150080, China; 3. School of Science, Harbin University of Science and Technology, Harbin 150080, China)

Abstract: To alleviate the pressure of network data transmission, the output feedback H_∞ controller design problem is investigated for a class of saturated 2-D systems described by the Roesser model under the dynamic event-triggered mechanism. First, the mathematical model of such an uncertain saturated 2-D system is developed. Second, in order to reduce the update frequency of the signal, a dynamic event-triggered mechanism is proposed to determine whether the current information can be transmitted to the network. Based on the Lyapunov function method, a sufficient condition is given to ensure that the corresponding closed-loop system meets the certain H_∞ performance index, and the existence criterion for the output feedback controller is obtained by introducing a non-negative scalar μ . Moreover, with the aid of the cone complement linearization algorithm, the design problem of the output feedback controller can further be transformed into a nonlinear minimization problem constrained by linear matrix inequalities. Finally, the numerical simulation is presented to verify the effectiveness and feasibility of the output feedback control scheme.

Keywords: saturated 2-D system; dynamic event-triggered mechanism; H_∞ control; output feedback controller

0 引言

随着科学技术和工业化进程的迅速发展, 控制系统的规模越来越大, 多维系统应运而生. 其系统结构的变化将导致控制对象、控制器以及控制目标日益复杂, 这是传统控制理论无法解决的, 进而使多维

系统的分析与综合成为控制领域的研究热点和重点课题之一^[1-3]. 同时, 2-D(two-dimensional)系统作为一种典型的多维系统, 其控制问题的解决对于推动我国二维数字信息处理、智能交通以及热处理等方面的技术发展具有重要的理论与现实意义^[4-7]. 特别地, 当

收稿日期: 2022-11-15; 录用日期: 2023-03-21.

基金项目: 黑龙江省自然科学基金重点项目(ZD2022F003); 国家自然科学基金项目(72001059, 12171124); 黑龙江省复杂智能系统与集成重点实验室开放课题项目(HPKL-CISI-202203); 黑龙江省普通本科高等学校青年创新人才培养计划项目(UNPYSCT-2020186); 黑龙江省自然科学基金优秀青年项目(YQ2020A004).

责任编辑: 张维海.

†通讯作者. E-mail: huiyu@hrbust.edu.cn.

在数字计算机或有特定功能的数字硬件上使用定点运算执行离散系统时,将形成由有限字长而引起的溢出非线性(通常表现为对系统状态及控制输入等的饱和非线性限制),若处理不当则会影响控制系统的性能,甚至出现零输入极限环.因此,对饱和2-D系统的性能分析与控制便凸显出了其重要性.

控制系统元件的老化、损坏或失效等因素导致不确定性普遍存在于系统建模与工程应用中,它将直接劣化控制系统的性能,甚至影响其稳定性. H_∞ 控制正是一种不确定系统有效抵抗外部干扰的鲁棒控制方法.而且,在实际工程应用中,系统状态大多数是不可测的或者是很难直接测量的.因此,研究2-D系统的输出反馈 H_∞ 控制更具有实际应用价值.文献[8]研究了传感器饱和下2-D时滞系统的输出反馈 H_∞ 控制问题,根据随机分析理论,利用矩阵不等式技术设计输出反馈控制器使得闭环系统均方渐近稳定且满足给定的性能约束.文献[9]针对具有执行器饱和的2-D系统,利用Lyapunov稳定性理论和线性矩阵不等式(LMI)技术实现了输出反馈 H_∞ 控制设计.上述方法在设计输出反馈控制器时均采用时间触发(周期采样)机制来控制信号的更新.

在“数据大爆炸”时代,按周期采样的传统传输机制易使非必要的信息也被发送,从而增加网络负荷并导致能源浪费.所以,在确保控制系统性能的同时采用一种“按需”传输机制不仅可以节约通信资源,减少计算负担,还能满足实际需求.目前,常见的“按需”传输机制主要包括静态事件触发机制(SETM)和动态事件触发机制(DETM),且相关理论成果主要集中在一维系统^[10-12],针对2-D系统的研究近年才受到学者关注,结论局限于SETM层面,缺少对DETM的考虑^[13-14].如文献[13]和文献[14]分别在SETM下研究了2-D系统的滑模控制与 H_∞ 控制问题.但与具有固定触发阈值的SETM相比,内部动态变量的引入使得DETM满足更为灵活的系统设计要求,即信息是否被传输可以根据实际情况动态调整.特别是2-D系统,固有的复杂结构属性导致其较一维系统更需要合理地调度通信资源.因此,对基于DETM的2-D系统控制问题进行研究迫在眉睫.

综上,考虑一类由Roesser模型描述的具有范数有界不确定性的饱和2-D系统,应用Lyapunov函数方法和优化算法,提出一种基于DETM的输出反馈 H_∞ 控制设计方法,在保证系统性能的同时有效避免冗余数据传输.主要创新点如下:1)较已有的一维系统动态事件触发控制,根据2-D系统沿两个方向进行信息

传输的特点,通过引入相应的动态辅助向量,设计基于动态事件触发规则的2-D Roesser模型的信息更新方法,研究拓宽了DETM的应用范围;2)较已有的2-D系统静态事件触发控制,所设计的DETM可以按需动态调度信息发送,依此构造的输出反馈控制器,在满足系统指定的 H_∞ 性能指标下,能更有效地缓解网络数据传输压力.理论结果填补了2-D系统Roesser模型在DETM和 H_∞ 控制设计方面的研究空白,更适用于实际多维系统.

1 问题描述

考虑一类由Roesser模型描述的饱和2-D系统

$$\begin{bmatrix} x_{i+1,j}^h \\ x_{i,j+1}^v \end{bmatrix} = f(Y_{i,j}),$$

$$Y_{i,j} =$$

$$(A + \Delta A)x_{i,j} + (B + \Delta B)\omega_{i,j} + (C + \Delta C)u_{i,j} =$$

$$[Y_{i,j}^1, Y_{i,j}^2, \dots, Y_{i,j}^n]^T,$$

$$z_{i,j} = A_1x_{i,j} + B_1\omega_{i,j} + C_1u_{i,j},$$

$$y_{i,j} = A_2x_{i,j}.$$

其中: $x_{i,j}^h \in \mathbb{R}^{n_h}$ 和 $x_{i,j}^v \in \mathbb{R}^{n-n_h}$ 分别为 $x_{i,j} = [x_{i,j}^{hT}, x_{i,j}^{vT}]^T$ 的水平和垂直局部状态向量; $\omega_{i,j} \in \mathbb{R}^p$, $y_{i,j} \in \mathbb{R}^m$, $z_{i,j} \in \mathbb{R}^s$ 和 $u_{i,j} \in \mathbb{R}^q$ 分别为系统外部扰动、测量输出、被控输出和控制输入; $Y_{i,j}^k$ 为 n 维向量 $Y_{i,j}$ 的第 k 个分量; A 、 B 、 C 、 A_1 、 B_1 、 C_1 、 A_2 为具有适当维数的常数矩阵; ΔA 、 ΔB 和 ΔC 为相应维数的不确定矩阵,且满足范数有界不确定性,即

$$\begin{cases} \Delta A = DF_{i,j}E_1, \\ \Delta B = DF_{i,j}E_2, \\ \Delta C = DF_{i,j}E_3. \end{cases}$$

其中: D 和 $E_k(k=1,2,3)$ 为适维的已知矩阵; $F_{i,j}$ 为适维的未知矩阵,且 $F_{i,j}^T F_{i,j} \leq I$.

定义饱和函数 $f(Y_{i,j}) = [f^k(Y_{i,j}^k)] \in \mathbb{R}^n$,有

$$f^k(Y_{i,j}^k) = \begin{cases} 1, & Y_{i,j}^k > 1; \\ Y_{i,j}^k, & -1 \leq Y_{i,j}^k \leq 1; \\ -1, & Y_{i,j}^k < -1. \end{cases} \quad (1)$$

设系统具有有限个边界条件 $x_{0,j}^h$ 和 $x_{i,0}^v$,即存在正整数 $L_1, L_2 < \infty$,使得

$$\begin{cases} x_{0,j}^h = \phi_j, \quad \forall 0 \leq j < L_1; \\ x_{i,0}^v = \phi_i, \quad \forall 0 \leq i < L_2; \\ x_{0,j}^h = \mathbf{0}, \quad j \geq L_1; \\ x_{i,0}^v = \mathbf{0}, \quad i \geq L_2. \end{cases} \quad (2)$$

其中 ϕ_i 和 ϕ_j 为已知向量.

DETM下当前时刻测量数据能否被传输依赖于动态条件,定义 (i_k, j_l) 和 (i, j) 分别为触发时刻和当前时刻,触发时刻 (i_k, j_l) 由下列条件确定:

$$(i_{k+1}, j_{l+1}) = \inf \left\{ i, j \in \mathbb{N} \mid i > i_k, j > j_l, e_{i,j}^T e_{i,j} - \sigma y_{i,j}^T y_{i,j} - \frac{1}{\theta} \eta_{i,j}^T \eta_{i,j} > 0 \right\}.$$

其中:动态辅助向量 $\eta_{i,j} = [\eta_{i,j}^h, \eta_{i,j}^v]^T$ 的初值 $\eta_{0,0}$ 其各分量均非负,且有

$$\eta_{i+1,j}^h = \lambda \eta_{i,j}^h + (\sigma \|y_{i,j}\| - \|e_{i,j}\|) \mathcal{E}_1, \quad (3)$$

$$\eta_{i,j+1}^v = \lambda \eta_{i,j}^v + (\sigma \|y_{i,j}\| - \|e_{i,j}\|) \mathcal{E}_2 \quad (4)$$

成立; \mathcal{E}_1 和 \mathcal{E}_2 均为各元素是1的适维列向量; $\sigma \in [0, 1)$ 为给定的触发阈值; $\lambda \in (0, 1)$ 和 $\theta \in (0, +\infty)$ 均为给定常数; $e_{i,j} = y_{i_k, j_l} - y_{i,j}$ 为触发时刻 (i_k, j_l) 与当前时刻 (i, j) 的测量输出之差.

注1 在DETM下,只有当触发条件 $e_{i,j}^T e_{i,j} - \sigma y_{i,j}^T y_{i,j} - \frac{1}{\theta} \eta_{i,j}^T \eta_{i,j} > 0$ 满足时,当前时刻测量数据才能传输,否则不予传输.特别地,当 $\theta \rightarrow \infty$ 时,DETM退化为SETM;动态辅助向量 $\eta_{i,j}$ 的引入使得DETM满足比SETM更为灵活的系统设计要求.

构造DETM下的输出反馈控制器

$$u_{i,j} = K y_{i_k, j_l}, \quad (5)$$

其中 K 为反馈控制器增益,则相应的闭环系统为

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x_{i+1,j}^h \\ x_{i,j+1}^v \end{bmatrix} = f(Y_{i,j}), \\ Y_{i,j} = \pi_1 x_{i,j} + \pi_2 \omega_{i,j} + \pi_3 e_{i,j}, \\ z_{i,j} = \bar{A}_1 x_{i,j} + B_1 \omega_{i,j} + C_1 K e_{i,j}, \\ y_{i,j} = A_2 x_{i,j}. \end{cases} \quad (6)$$

其中: $\pi_1 = A + \Delta A + CK A_2 + \Delta CK A_2$, $\pi_2 = B + \Delta B$, $\pi_3 = (C + \Delta C)K$, $\bar{A}_1 = A_1 + C_1 K A_2$.

为了便于后续分析,给出如下定义和引理.

定义1 给定常量 $\gamma > 0$,系统(6)在零初始条件下,如果对于任意非零扰动序列 $\omega_{i,j} \in l_2\{[0, \infty), [0, \infty)\}$,有 $\|z\|_2^2 < \gamma^2 \|\omega\|_2^2$ 成立,其中

$$\|z\|_2^2 \triangleq \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} \|z_{i,j}\|^2, \quad (7)$$

$$\|\omega\|_2^2 \triangleq \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} \|\omega_{i,j}\|^2, \quad (8)$$

则称在DETM下闭环系统(6)具有扰动衰减水平 γ 的 H_∞ 性能.

定义2^[15] 如果具有非负对角元素的矩阵 $W = [w_{ij}] \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 满足

$$w_{ii} \geq \sum_{j=1, j \neq i}^n |w_{ij}|, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (9)$$

则称 W 为对角元素非负的行对角占优矩阵.

引理1^[16] 设 $a, b \in \mathbb{R}^n$ 为任意向量, $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为任意对称正定矩阵,则

$$2a^T b \leq a^T Q a + b^T Q^{-1} b.$$

引理2^[17] 已知对称矩阵 R 和适维矩阵 H, N ,对于任意满足 $\mathcal{F}^T \mathcal{F} \leq I$ 的相应维数的矩阵 \mathcal{F} ,不等式

$$R + H \mathcal{F} N + N^T \mathcal{F}^T H^T < 0$$

成立的充分必要条件是存在标量 $\epsilon > 0$,使得 $R + \epsilon H H^T + \epsilon^{-1} N^T N < 0$ 成立.

2 控制器设计

定理1 对于给定的正标量 γ, θ, σ 以及 λ ,在反馈控制器(5)下,若存在非负标量 τ ,对称正定矩阵 $P = \text{diag}\{P_h, P_v\}$ 、 Q 以及对角元素非负的行对角占优矩阵 W ,使得如下矩阵不等式成立:

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & 0 & A_{15} \\ * & A_{22} & A_{23} & 0 & A_{25} \\ * & * & A_{33} & 0 & A_{35} \\ * & * & * & A_{44} & 0 \\ * & * & * & * & A_{55} \end{bmatrix} < 0. \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} A_{11} &= -P + \left(\frac{\lambda \sigma^2}{\theta} \mathcal{E}^T Q^{-1} \mathcal{E} + \frac{n \sigma^2}{\theta} + \tau \sigma \right) A_2^T A_2 + \pi_1^T P \pi_1 + \bar{A}_1^T \bar{A}_1, \\ A_{12} &= \pi_1^T P \pi_2 + \bar{A}_1^T B_1, \quad A_{13} = \pi_1^T P \pi_3 + \bar{A}_1^T C_1 K, \\ A_{15} &= \pi_1^T W^T - \pi_1^T P, \quad A_{22} = \pi_2^T P \pi_2 + B_1^T B_1 - \gamma^2 I, \\ A_{23} &= \pi_2^T P \pi_3 + B_1^T C_1 K, \quad A_{25} = \pi_2^T W^T - \pi_2^T P, \\ A_{33} &= \pi_3^T P \pi_3 + K^T C_1^T C_1 K + \left(\frac{\lambda}{\theta} \mathcal{E}^T Q^{-1} \mathcal{E} + \frac{n}{\theta} - \tau \right) I, \\ A_{35} &= \pi_3^T W^T - \pi_3^T P, \quad A_{44} = \frac{\tau - 1 + \lambda^2}{\theta} I + \frac{\lambda}{\theta} Q, \\ A_{55} &= P - W - W^T. \end{aligned}$$

则闭环系统(6)具有扰动衰减水平 γ 的 H_∞ 性能.

证明 定义如下Lyapunov函数:

$$V_{i,j} = V_{i,j}^h + V_{i,j}^v. \quad (11)$$

其中: $V_{i,j}^h = x_{i,j}^{hT} P_h x_{i,j}^h + \frac{1}{\theta} \eta_{i,j}^{hT} \eta_{i,j}^h$, $V_{i,j}^v = x_{i,j}^{vT} P_v x_{i,j}^v + \frac{1}{\theta} \eta_{i,j}^{vT} \eta_{i,j}^v$. 沿着系统轨线, Lyapunov函数的差分为

$$\begin{aligned} \Delta V_{i,j} &= \Delta V_{i,j}^h + \Delta V_{i,j}^v = \\ &= V_{i+1,j}^h - V_{i,j}^h + V_{i,j+1}^v - V_{i,j}^v = \\ &= f^T(Y_{i,j}) P f(Y_{i,j}) - x_{i,j}^T P x_{i,j} + \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\theta}(\eta_{i+1,j}^h \eta_{i+1,j}^h + \eta_{i,j+1}^v \eta_{i,j+1}^v) - \frac{1}{\theta} \eta_{i,j}^T \eta_{i,j}. \quad (12)$$

为了分析系统性能,选取性能指标

$$J_{i,j} = \Delta V_{i,j} + z_{i,j}^T z_{i,j} - \gamma^2 \omega_{i,j}^T \omega_{i,j}.$$

定义矢量差 $\beta_{i,j} = Y_{i,j} - f(Y_{i,j})$, 根据式(6)和(12), 可进一步计算得到

$$\begin{aligned} J_{i,j} = & (Y_{i,j} - \beta_{i,j})^T P(Y_{i,j} - \beta_{i,j}) - x_{i,j}^T P x_{i,j} + \\ & \frac{1}{\theta} [\eta_{i+1,j}^h \eta_{i+1,j}^h + \eta_{i,j+1}^v \eta_{i,j+1}^v] - \frac{1}{\theta} \eta_{i,j}^T \eta_{i,j} + \\ & (\bar{A}_1 x_{i,j} + B_1 \omega_{i,j} + C_1 K e_{i,j})^T \times \\ & (\bar{A}_1 x_{i,j} + B_1 \omega_{i,j} + C_1 K e_{i,j}) - \gamma^2 \omega_{i,j}^T \omega_{i,j}. \end{aligned}$$

引入非负标量

$$\begin{aligned} \mu = & 2 \sum_{k=1}^n [Y_{i,j}^k - f^k(Y_{i,j}^k)] \times \\ & \left[w_{kk} f^k(Y_{i,j}^k) + \sum_{l=1, l \neq k}^n w_{kl} f^l(Y_{i,j}^l) \right] = \\ & Y_{i,j}^T W(Y_{i,j} - \beta_{i,j}) + (Y_{i,j} - \beta_{i,j})^T W^T Y_{i,j} - \\ & (Y_{i,j} - \beta_{i,j})^T (W + W^T)(Y_{i,j} - \beta_{i,j}), \end{aligned}$$

其中 W 为对角元素非负的行对角占优矩阵. 结合式(3)和(4), 根据引理1和触发条件, 存在对称正定矩阵 Q 及非负标量 τ 使得性能指标 $J_{i,j}$ 满足

$$\begin{aligned} J_{i,j} \leq & (Y_{i,j} - \beta_{i,j})^T P(Y_{i,j} - \beta_{i,j}) - x_{i,j}^T P x_{i,j} + \\ & \frac{1}{\theta} [\lambda^2 \eta_{i,j}^T \eta_{i,j} + 2\lambda \eta_{i,j}^T (\sigma \|y_{i,j}\| - \|e_{i,j}\|) \mathcal{E}] + \\ & \frac{1}{\theta} [\mathcal{E}^T (\sigma \|y_{i,j}\| - \|e_{i,j}\|) (\sigma \|y_{i,j}\| - \|e_{i,j}\|) \mathcal{E}] + \\ & \mu - \mu + (\bar{A}_1 x_{i,j} + B_1 \omega_{i,j} + C_1 K e_{i,j})^T \times \\ & (\bar{A}_1 x_{i,j} + B_1 \omega_{i,j} + C_1 K e_{i,j}) - \gamma^2 \omega_{i,j}^T \omega_{i,j} + \\ & \tau \left(\sigma y_{i,j}^T y_{i,j} - e_{i,j}^T e_{i,j} + \frac{1}{\theta} \eta_{i,j}^T \eta_{i,j} \right) - \frac{1}{\theta} \eta_{i,j}^T \eta_{i,j} \leq \\ & x_{i,j}^T \pi_1^T P \pi_1 x_{i,j} + \omega_{i,j}^T \pi_2^T P \pi_2 \omega_{i,j} + e_{i,j}^T \pi_3^T P \pi_3 e_{i,j} + \\ & x_{i,j}^T \pi_1^T P \pi_2 \omega_{i,j} + x_{i,j}^T \pi_1^T P \pi_3 e_{i,j} + \omega_{i,j}^T \pi_2^T P \pi_1 x_{i,j} + \\ & \omega_{i,j}^T \pi_2^T P \pi_3 e_{i,j} + e_{i,j}^T \pi_3^T P \pi_1 x_{i,j} + e_{i,j}^T \pi_3^T P \pi_2 \omega_{i,j} + \\ & x_{i,j}^T \bar{A}_1^T \bar{A}_1 x_{i,j} + \omega_{i,j}^T B_1^T B_1 \omega_{i,j} + e_{i,j}^T K^T C_1^T C_1 K e_{i,j} + \\ & x_{i,j}^T \bar{A}_1^T B_1 \omega_{i,j} + x_{i,j}^T \bar{A}_1^T C_1 K e_{i,j} + \omega_{i,j}^T B_1^T \bar{A}_1 x_{i,j} + \\ & \omega_{i,j}^T B_1^T C_1 K e_{i,j} + e_{i,j}^T K^T C_1^T \bar{A}_1 x_{i,j} + \\ & e_{i,j}^T K^T C_1^T B_1 \omega_{i,j} - \gamma^2 \omega_{i,j}^T \omega_{i,j} - x_{i,j}^T P x_{i,j} - \\ & \beta_{i,j}^T (W + W^T) \beta_{i,j} - \beta_{i,j}^T P \pi_1 x_{i,j} - \beta_{i,j}^T P \pi_2 \omega_{i,j} - \\ & \beta_{i,j}^T P \pi_3 e_{i,j} + \beta_{i,j}^T P \beta_{i,j} - x_{i,j}^T \pi_1^T P \beta_{i,j} - \\ & \omega_{i,j}^T \pi_2^T P \beta_{i,j} - e_{i,j}^T \pi_3^T P \beta_{i,j} + x_{i,j}^T \pi_1^T W^T \beta_{i,j} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \omega_{i,j}^T \pi_2^T W^T \beta_{i,j} + e_{i,j}^T \pi_3^T W^T \beta_{i,j} + \beta_{i,j}^T W \pi_1 x_{i,j} + \\ & \beta_{i,j}^T W \pi_2 \omega_{i,j} + \beta_{i,j}^T W \pi_3 e_{i,j} + \\ & \eta_{i,j}^T \left(\frac{\tau - 1 + \lambda^2}{\theta} I + \frac{\lambda}{\theta} Q \right) \eta_{i,j} + \\ & \left(\frac{\lambda}{\theta} \mathcal{E}^T Q^{-1} \mathcal{E} + \frac{n}{\theta} - \tau \right) e_{i,j}^T e_{i,j} + \\ & \left(\frac{\lambda \sigma^2}{\theta} \mathcal{E}^T Q^{-1} \mathcal{E} + \frac{n \sigma^2}{\theta} + \tau \sigma \right) x_{i,j}^T A_2^T A_2 x_{i,j} - \mu, \end{aligned}$$

其中 $\mathcal{E} = [\mathcal{E}_1^T, \mathcal{E}_2^T]^T$.

令 $\psi_{i,j} = [x_{i,j}^T \ \omega_{i,j}^T \ e_{i,j}^T \ \eta_{i,j}^T \ \beta_{i,j}^T]^T$, 有

$$J_{i,j} \leq \psi_{i,j}^T \Lambda \psi_{i,j} - \mu. \quad (13)$$

由于标量 μ 是非负的, 若 $\Lambda < 0$, 则 $\Delta V_{i,j} + z_{i,j}^T z_{i,j} - \gamma^2 \omega_{i,j}^T \omega_{i,j} < 0$. 再将式(12)代入其中, 得到

$$V_{i+1,j}^h + V_{i,j+1}^v < V_{i,j}^h + V_{i,j}^v - z_{i,j}^T z_{i,j} + \gamma^2 \omega_{i,j}^T \omega_{i,j}. \quad (14)$$

根据式(14), 有以下关系成立:

$$\begin{aligned} V_{0,r+1}^h &= V_{0,r+1}^h, \\ V_{1,r}^h + V_{0,r+1}^v &< V_{0,r}^h + V_{0,r}^v - z_{0,r}^T z_{0,r} + \gamma^2 \omega_{0,r}^T \omega_{0,r}, \\ V_{2,r-1}^h + V_{1,r}^v &< V_{1,r-1}^h + V_{1,r-1}^v - z_{1,r-1}^T z_{1,r-1} + \\ & \gamma^2 \omega_{1,r-1}^T \omega_{1,r-1}, \\ & \vdots \\ V_{r,1}^h + V_{r-1,2}^v &< V_{r-1,1}^h + V_{r-1,1}^v - z_{r-1,1}^T z_{r-1,1} + \\ & \gamma^2 \omega_{r-1,1}^T \omega_{r-1,1}, \\ V_{r+1,0}^h + V_{r,1}^v &< V_{r,0}^h + V_{r,0}^v - z_{r,0}^T z_{r,0} + \gamma^2 \omega_{r,0}^T \omega_{r,0}, \\ V_{r+1,0}^v &= V_{r+1,0}^v. \end{aligned}$$

将上述不等式两边分别相加求和, 再令 r 从0变化到 T , 有

$$\begin{aligned} & \sum_{l=0}^{T+1} V_{T+1-l,l} < \\ & - \sum_{r=0}^T \sum_{l=0}^r [z_{r-l,l}^T z_{r-l,l} - \gamma^2 \omega_{r-l,l}^T \omega_{r-l,l}] + \\ & \sum_{r=0}^T (V_{r+1,0}^v + V_{0,r+1}^h) + V_{0,0}. \end{aligned}$$

在零初始条件下, 当 $T \rightarrow \infty$ 时, 有

$$\sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} z_{i,j}^T z_{i,j} < \gamma^2 \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} \omega_{i,j}^T \omega_{i,j},$$

即 $\|z_{i,j}\|_2^2 < \gamma^2 \|\omega_{i,j}\|_2^2$. 从而由定义1可知, 闭环系统(6)具有扰动衰减水平 γ 的 H_∞ 性能. \square

注2 为了保证系统性能, 引入非负标量 μ 处理饱和项, 从而加强不等式. 这里, 标量 μ 的构造依赖于对角元素非负的行对角占优矩阵 W , 且降低了文献[18]中对正定对角矩阵条件的限制, 在一定程度上减

小了保守性.

定理1给出了闭环系统(6)满足 H_∞ 性能指标的充分条件,并保证了基于事件触发机制的输出反馈控制器的存在性.下面利用Schur补引理,通过设计锥补线性化(CCL)算法,得到反馈控制器增益.

定理2 对于给定的正标量 γ, θ, σ 以及 λ ,若存在对称正定矩阵 $P = \text{diag}\{P_h, P_v\}$ 、 Q 以及适维矩阵 K, X, M, N ,正标量 ϵ_1, ϵ_2 和 τ 使得

$$\begin{bmatrix} \Omega_{11} & \tilde{\Omega}_{14}^T & \tilde{\Omega}_{13}^T & \tilde{\Omega}_{14}^T & \tilde{\Omega}_{15}^T \\ * & \Omega_{22} & 0 & -I & 0 \\ * & * & -I & 0 & 0 \\ * & * & * & \Omega_{44} & 0 \\ * & * & * & * & \Omega_{55} \end{bmatrix} < 0. \quad (15)$$

其中

$$\begin{aligned} \Omega_{11} &= \text{diag}\{\Xi_{11}, -\gamma^2 I, \Xi_{33}, \Lambda_{44}\}, \\ \Omega_{22} &= -N - N^T + \epsilon_2 DD^T, \Omega_{44} = -X + \epsilon_1 DD^T, \\ \Xi_{11} &= -P + \left(\frac{\lambda\sigma^2}{\theta} \mathcal{E}^T M \mathcal{E} + \frac{n\sigma^2}{\theta} + \tau\sigma\right) A_2^T A_2, \\ \Xi_{33} &= \left(\frac{\lambda}{\theta} \mathcal{E}^T M \mathcal{E} + \frac{n}{\theta} - \tau\right) I, \\ \Omega_{55} &= \text{diag}\{-\epsilon_1 I, -\epsilon_2 I\}, \tilde{\Omega}_{13} = [\bar{A}_1 \ B_1 \ C_1 K \ 0], \\ \tilde{\Omega}_{14} &= [A_1 \ B \ CK \ 0], \tilde{\Omega}_{15} = \begin{bmatrix} \Lambda_4 & E_2 & E_3 K & 0 \\ \Lambda_4 & E_2 & E_3 K & 0 \end{bmatrix}, \\ A_1 &= A + CK A_2, \Lambda_4 = E_1 + E_3 K A_2 \end{aligned}$$

成立,且 N^{-1} 是对角元素非负的行对角占优矩阵.则闭环系统(6)具有扰动衰减水平 γ 的 H_∞ 性能.此时,反馈控制器设计为 $u_{i,j} = Ky_{i_k, j_l}$.

证明 结合定理1,矩阵不等式(10)可改写为

$$\begin{bmatrix} \bar{\Omega}_{11} & \bar{\Omega}_{12}^T \\ * & -W - W^T \end{bmatrix} + \phi_1^T P \phi_1 + \phi_2^T \phi_2 < 0. \quad (16)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{\Omega}_{11} &= \text{diag}\{\Theta_{11}, -\gamma^2 I, \Theta_{33}, \Lambda_{44}\}, \\ \bar{\Omega}_{12} &= [W\pi_1 \ W\pi_2 \ W\pi_3 \ 0], \\ \phi_1 &= [\pi_1 \ \pi_2 \ \pi_3 \ 0 \ -I], \phi_2 = [\bar{A}_1 \ B_1 \ C_1 K \ 0 \ 0], \\ \Theta_{11} &= -P + \left(\frac{\lambda\sigma^2}{\theta} \mathcal{E}^T Q^{-1} \mathcal{E} + \frac{n\sigma^2}{\theta} + \tau\sigma\right) A_2^T A_2, \\ \Theta_{33} &= \left(\frac{\lambda}{\theta} \mathcal{E}^T Q^{-1} \mathcal{E} + \frac{n}{\theta} - \tau\right) I. \end{aligned}$$

应用Schur补引理,式(16)等价于

$$\begin{bmatrix} \bar{\Omega}_{11} & \bar{\Omega}_{12}^T & \bar{\Omega}_{13}^T & \bar{\Omega}_{14}^T \\ * & -W - W^T & 0 & -I \\ * & * & -I & 0 \\ * & * & * & -P^{-1} \end{bmatrix} < 0, \quad (17)$$

其中 $\bar{\Omega}_{14} = [\pi_1 \ \pi_2 \ \pi_3 \ 0]$.进一步,不等式(17)可写为

$$R_1 + H_1 F_{i,j} N_1 + N_1^T F_{i,j}^T H_1^T < 0. \quad (18)$$

其中

$$R_1 = \begin{bmatrix} \bar{\Omega}_{11} & \bar{\Omega}_{12}^T & \bar{\Omega}_{13}^T & \tilde{\Omega}_{14}^T \\ * & -W - W^T & 0 & -I \\ * & * & -I & 0 \\ * & * & * & -P^{-1} \end{bmatrix},$$

$$H_1 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ D^T]^T,$$

$$N_1 = [\Lambda_4 \ E_2 \ E_3 K \ 0 \ 0 \ 0 \ 0].$$

根据引理2,对于任意满足 $F_{i,j}^T F_{i,j} \leq I$ 的适维矩阵 $F_{i,j}$,存在正标量 ϵ_1 使得如下不等式成立:

$$R_1 + \epsilon_1 H_1 H_1^T + \epsilon_1^{-1} N_1^T N_1 < 0. \quad (19)$$

再应用Schur补引理,有

$$\begin{bmatrix} R_1 + \epsilon_1 H_1 H_1^T & N_1^T \\ * & -\epsilon_1 I \end{bmatrix} < 0.$$

将上式左右两边分别乘以 $\text{diag}\{I, I, I, I, W^{-1}, I, I, I\}$ 及其转置,有

$$\begin{bmatrix} \bar{\Omega}_{11} & \bar{\Omega}_{14}^T & \bar{\Omega}_{13}^T & \tilde{\Omega}_{14}^T & \bar{\Omega}_{15}^T \\ * & -W^{-1} - W^{-T} & 0 & -I & 0 \\ * & * & -I & 0 & 0 \\ * & * & * & -P^{-1} + \epsilon_1 DD^T & 0 \\ * & * & * & * & -\epsilon_1 I \end{bmatrix} < 0, \quad (20)$$

其中 $\bar{\Omega}_{15} = [\Lambda_4 \ E_2 \ E_3 K \ 0]$.同理,将引理2应用于式(20),根据Schur补引理,有

$$\begin{bmatrix} \bar{\Omega}_{11} & \tilde{\Omega}_{14}^T & \bar{\Omega}_{13}^T & \tilde{\Omega}_{14}^T & \tilde{\Omega}_{15}^T \\ * & \bar{\Omega}_{22} & 0 & -I & 0 \\ * & * & -I & 0 & 0 \\ * & * & * & -P^{-1} + \epsilon_1 DD^T & 0 \\ * & * & * & * & \Omega_{55} \end{bmatrix} < 0, \quad (21)$$

其中 $\bar{\Omega}_{22} = -W^{-1} - W^{-T} + \epsilon_2 DD^T$.令 $P^{-1} = X, Q^{-1} = M$ 以及 $W^{-1} = N$,进而式(15)成立. \square

算法1 锥补线性化算法.

step 1: 设置最高迭代次数 J_{\max} ,找到一组满足式(15)和如下公式的初始可行解($Q^0, M^0, P^0, X^0, W^0, N^0, \tau^0, \epsilon_1^0, \epsilon_2^0$):

$$\begin{bmatrix} Q & I \\ I & M \end{bmatrix} \geq 0, \quad (22)$$

$$\begin{bmatrix} W & I \\ I & N \end{bmatrix} \geq 0, \quad (23)$$

$$\begin{bmatrix} P & I \\ I & X \end{bmatrix} \geq 0. \quad (24)$$

令迭代次数 $s = 0$, 令 m_i 是第 i 个元素为 1 其余元素为 0 的 n 维行向量. 在向量集 V_i 中, 任意元素 $v_{ij} (j \in [1, 2^{n-1}])$ 是第 i 个元素为 -1 其余元素为 1 或 -1 的 n 维列向量. 那么, 具有非负对角元素的行对角占优矩阵 W 满足

$$m_i W v_{ij} < 0, \quad i \in [1, n], \quad j \in [1, 2^{n-1}]. \quad (25)$$

step 2: 求解如下 LMI 约束的非线性极小化问题:

$$\begin{aligned} & \min \operatorname{tr}[Q^s M + M^s Q + W^s N + N^s W + P^s X + X^s P]; \\ & \text{s.t. 式(15), (22) ~ (24)}. \end{aligned}$$

令其最优解为 $X^{s+1}, W^{s+1}, Q^{s+1}, P^{s+1}, M^{s+1}, \tau^{s+1}, N^{s+1}, \epsilon_1^{s+1}, \epsilon_2^{s+1}$.

step 3: 将 step 2 中的最优解代入式(21)和(25), 如果满足, 则得到反馈控制器增益 K , 退出.

step 4: 若 $s > J_{\max}$, 则无解退出; 否则令 $s = s + 1$, 转至 step 2.

3 数值算例

本节将通过数值算例验证所设计控制方案的有效性和合理性. 考虑由 Roesser 模型描述的状态饱和 2-D 系统, 其系统参数为

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0.89 & 0.5 \\ -0.72 & 0.67 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1.54 \\ 0.847 \end{bmatrix}, \quad C_1 = \begin{bmatrix} 0.64 \\ 0.53 \end{bmatrix}, \\ A_1 &= \begin{bmatrix} 1.34 & -0.25 \\ 0.35 & 0.41 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -4 & -0.78 \\ 0.95 & -6.1 \end{bmatrix}, \\ B &= \begin{bmatrix} 0.25 & 0.4 \\ -0.55 & -0.31 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0.35 & -0.31 \\ 0.47 & 0.51 \end{bmatrix}, \\ D &= \begin{bmatrix} 0.2 & 0.19 \\ 0.11 & 0.13 \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.2 \\ -0.08 & 0.15 \end{bmatrix}, \\ E_2 &= \begin{bmatrix} 0.16 & 0.12 \\ 0.1 & 0.18 \end{bmatrix}, \quad E_3 = \begin{bmatrix} 0.23 \\ 0.13 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

系统的性能指标水平 $\gamma = 0.85$, 在事件触发阈值 $\sigma = 0.2$ 、参数 $\lambda = 0.1$ 和 $\theta = 15$ 的情况下, 通过 Matlab 软件求解可获得非负标量 $\tau = 0.3801$ 、 $\epsilon_1 = 29.3356$ 、 $\epsilon_2 = 9.8600$ 以及反馈控制器增益 K 、矩阵 Q 、 P 、 W 及其逆矩阵分别为

$$\begin{aligned} K &= [0.1480 \quad 0.0248], \\ Q &= \begin{bmatrix} 0.8885 & 0.0024 \\ 0.0024 & 0.8697 \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} 1.1256 & -0.0031 \\ -0.0031 & 1.1501 \end{bmatrix}, \\ P &= \begin{bmatrix} 6.0353 & 0 \\ 0 & 4.2483 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} 6.0867 & 0 \\ 0 & 6.4149 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$W = \begin{bmatrix} 0.6928 & 0.2911 \\ 0.1925 & 0.5462 \end{bmatrix},$$

$$N = \begin{bmatrix} 1.7075 & -639.2743 \\ 637.7623 & 2.1658 \end{bmatrix}.$$

设置系统边界条件, 绘制开环系统与 DETM 下闭环系统的状态轨迹如图 1~图 4 所示. 当 DETM 退化为 SETM 时, 闭环系统的状态轨迹见图 5 和图 6. 由图可见, 所设计的控制策略对于由 Roesser 模型描述的 2-D 系统在 DETM 和 SETM 下均能有效抑制制外部干扰, 保证系统具有指定的 H_∞ 性能.

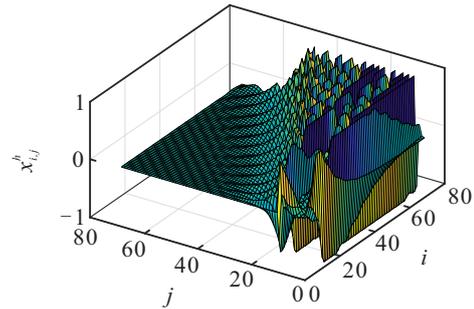


图 1 开环系统 $x_{i,j}^h$ 的状态

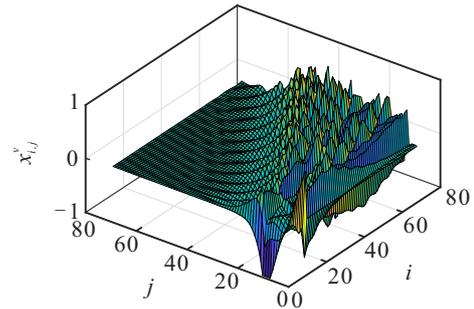


图 2 开环系统 $x_{i,j}^v$ 的状态

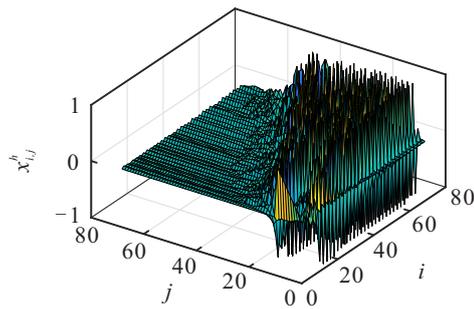


图 3 DETM 下闭环系统 $x_{i,j}^h$ 的状态

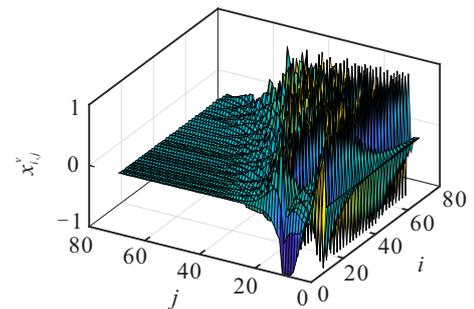


图 4 DETM 下闭环系统 $x_{i,j}^v$ 的状态

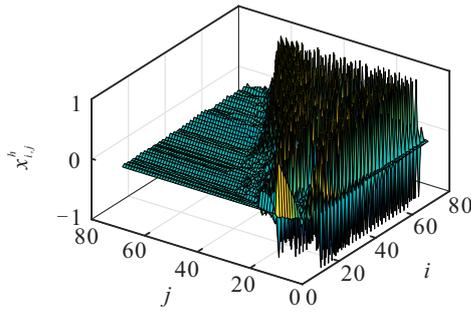


图 5 SETM 下闭环系统 $x_{i,j}^h$ 的状态

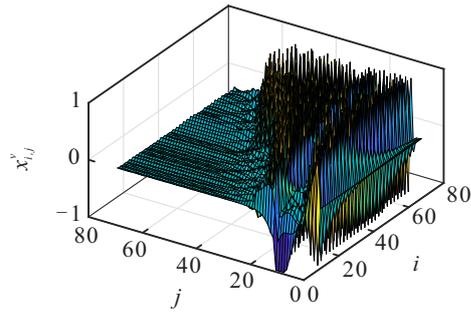


图 6 SETM 下闭环系统 $x_{i,j}^v$ 的状态

将本文所设计的事件触发机制与文献[13-14]进行对比仿真,以验证其优越性.表1给出了不同参数下 DETM 和 SETM 的触发率,图7~图9则明确了不同参数下事件触发机制的触发时刻.由表1可以观察到,当参数 θ 在一定范围内时,DETM 下的触发率始终低于 SETM 情形,一旦超出此范围,DETM 与 SETM 的触发率便会相同,且与文献[13-14]相比,所设计控制方案的触发率会更低,至少节约9%的资源占用率,更能缓解网络数据传输压力.结合图7~图9还可以发现,在一定范围内随着参数 θ 的降低,固定触发阈值 σ 的增加,DETM 的触发率会随之降低.

表1 不同参数下 DETM 和 SETM 的触发率 %

	DETM $\theta = 15$	DETM $\theta = 17$	DETM $\theta = 85$	SETM $\theta \rightarrow \infty$	SETM 文献[13-14]
$\sigma = 0.2$	61	62	74	74	83
$\sigma = 0.3$	39	44	59	59	81
$\sigma = 0.4$	38	39	53	53	66

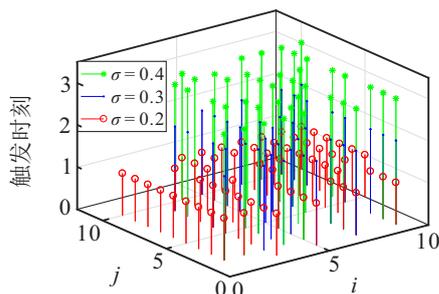


图 7 当 $\theta = 15$ 时 DETM 下的触发时刻

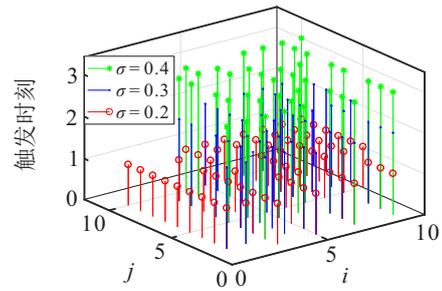


图 8 当 $\theta = 17$ 时 DETM 下的触发时刻

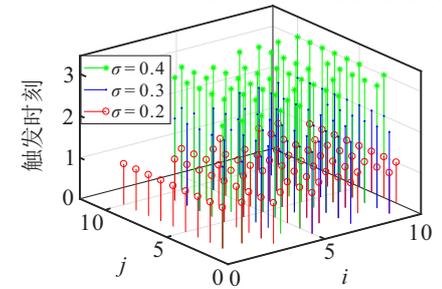


图 9 当 $\theta \rightarrow \infty$ 时 SETM 下的触发时刻

4 结 论

本文以一类具有范数有界不确定性的饱和2-D Roesser 系统为对象,在 DETM 下研究了系统的 H_∞ 控制问题,提出了基于 DETM 的输出反馈控制设计方案,给出了保证相应闭环系统满足一定 H_∞ 性能指标的充分性判据,设计 CCL 算法获得了反馈控制器增益.最后,通过数值仿真验证了所提出的输出反馈控制策略在 DETM 下的有效性.未来,将考虑不同传输协议下的饱和2-D时滞系统的 H_∞ 控制、状态估计、递推滤波等问题.

参考文献(References)

- [1] Givone D D, Roesser R P. Multidimensional linear iterative circuits—General properties[J]. IEEE Transactions on Computers, 1972, C-21(10): 1067-1073.
- [2] 彭丹, 华长春, 王春艳, 等. 具有区间时变时滞2-D离散系统的时滞相关稳定与控制[J]. 控制与决策, 2014, 29(6): 1041-1046.
(Peng D, Hua C C, Wang C Y, et al. Delay-dependent stability and control of 2-D discrete systems with interval time-varying delays[J]. Control and Decision, 2014, 29(6): 1041-1046.)
- [3] 杨阳, 潘凯. 离散区间2-D系统的鲁棒稳定性[J]. 控制与决策, 2019, 34(7): 1497-1500.
(Yang Y, Pan K. Robust stability of discrete interval 2-D systems[J]. Control and Decision, 2019, 34(7): 1497-1500.)
- [4] Wang F, Wang Z D, Liang J L, et al. Locally minimum-variance filtering of 2-D systems over sensor networks with measurement degradations: A distributed recursive algorithm[J]. IEEE Transactions on

- Cybernetics, 2022, 52(2): 996-1008.
- [5] Zhu K Q, Wang Z D, Chen Y, et al. Neural-network-based set-membership fault estimation for 2-D systems under encoding-decoding mechanism[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2023, 34(2): 786-798.
- [6] Zhu K Q, Wang Z D, Dong H L, et al. Set-membership filtering for two-dimensional systems with dynamic event-triggered mechanism[J]. Automatica, 2022, 143: 110416.
- [7] Wang F, Wang Z D, Liang J L, et al. Recursive state estimation for two-dimensional shift-varying systems with random parameter perturbation and dynamical bias[J]. Automatica, 2020, 112: 108658.
- [8] Liang J L, Wang Z D, Liu X H. H_∞ control for 2-D time-delay systems with randomly occurring nonlinearities under sensor saturation and missing measurements[J]. Journal of the Franklin Institute, 2015, 352(3): 1007-1030.
- [9] Pal V C, Negi R. Robust output feedback control of 2D discrete systems with actuator saturation and time-varying delay[J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2017, 39(11): 1673-1695.
- [10] Bai X Z, Wang Z D, Zou L, et al. Target tracking for wireless localization systems using set-membership filtering: A component-based event-triggered mechanism[J]. Automatica, 2021, 132: 109795.
- [11] Ge X H, Han Q L, Wang Z D. A dynamic event-triggered transmission scheme for distributed set-membership estimation over wireless sensor networks[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2019, 49(1): 171-183.
- [12] 高宏宇, 张曼容, 姜博, 等. 基于动态事件触发的状态饱和和复杂网络递推滤波[J]. 控制与决策, 2022, 37(2): 401-408.
(Gao H Y, Zhang M R, Jiang B, et al. Recursive filtering for state saturated complex networks under dynamic event-triggered mechanism[J]. Control and Decision, 2022, 37(2): 401-408.)
- [13] Yang R N, Zheng W X, Yu Y R. Event-triggered sliding mode control of discrete-time two-dimensional systems in Roesser model[J]. Automatica, 2020, 114: 108813.
- [14] Yu H, Yang W, Chen D Y, et al. H_∞ state-feedback control for saturated 2-D Roesser systems: The event-triggered case[J]. International Journal of Systems Science, 2023, 54(1): 59-72.
- [15] Singh V. On global asymptotic stability of 2-D discrete systems with state saturation[J]. Physics Letters A, 2008, 372(32): 5287-5289.
- [16] Xu H L, Zou Y, Lu J W, et al. Robust control for a class of uncertain nonlinear two-dimensional systems with state delays[J]. Journal of the Franklin Institute, 2005, 342(7): 877-891.
- [17] Wang S, Bu X H, Liang J Q. Event-triggered robust guaranteed cost control for two-dimensional nonlinear discrete-time systems[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2019, 30(6): 1243-1251.
- [18] Xiao C S, Hill D J, Agathoklis P. Stability and the Lyapunov equation for n-dimensional digital systems[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, 1997, 44(7): 614-621.

作者简介

于浚(1987—), 女, 副教授, 博士, 从事2-D系统稳定性分析及控制、供应链系统决策优化等研究, E-mail: huiyu@hrbust.edu.cn;

杨巍(1997—), 女, 硕士生, 从事2-D系统鲁棒控制问题的研究, E-mail: weiweiyangmath@163.com;

胡军(1984—), 男, 教授, 博士, 从事网络化系统非线性控制、时变非线性系统优化滤波及其应用等研究, E-mail: jhu@hrbust.edu.cn;

陈东彦(1964—), 女, 教授, 博士, 从事复杂控制系统分析与设计、系统分析与供应链管理等研究, E-mail: chendongyan@hrbust.edu.cn.