具有复杂动力学的多智能体系统分布式优化综述

郭戈, 康健

引用本文:
郭戈,康健. 具有复杂动力学的多智能体系统分布式优化综述[J]. 控制与决策, 2024, 39(7): 2113-2124.

在线阅读 View online: https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2023.1788

具有复杂动力学的多智能体系统分布式优化综述

郭 戈[1,2†], 康 健[3]

(1. 东北大学 流程工业综合自动化国家重点实验室，沈阳 110819；
2. 东北大学秦皇岛分校 控制工程学院，河北 秦皇岛 066004；
3. 东北大学 信息科学与工程学院，沈阳 110819)

摘 要: 多智能体系统分布式优化由于其高效性、灵活性和可靠性等特点吸引了大量学者的关注,在多机器人协同控制、无线传感器网络、能源系统等领域具有广泛的应用前景. 分布式优化的基本目标是利用智能体的个体目标函数梯度、自身及其邻居状态信息设计分布式控制协议,驱动所有智能体的状态或输出到全局目标函数的最优解,系统动力学是影响智能体状态演化的重要因素. 鉴于此,在回顾现有连续时间分布式优化算法的基础上,根据系统动力学分类,尽可能全面地评述具有复杂动力学的多智能体系统分布式优化问题的最新研究进展,并对未来发展方向进行展望.

关键词: 分布式优化；多智能体系统；信息物理系统；连续系统；线性系统；非线性系统

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2023.1788

引用格式: 郭戈, 康健. 具有复杂动力学的多智能体系统分布式优化综述[J]. 控制与决策, 2024, 39(7): 2113-2124.

A survey on distributed optimization for multiagent systems with complex dynamics

GUO Ge[1,2†], *KANG Jian*[3]

(1. State Key Laboratory of Synthetical Automation for Process Industries，Northeastern University，Shenyang 110819，China；2. School of Control Engineering，Northeastern University at Qinhuangdao，Qinhuangdao 066004，China；3. College of Information Science and Engineering，Northeastern University，Shenyang 110819，China)

Abstract: Distributed optimization for multiagent systems has attracted much attention on account of its high-efficiency, flexibility and reliability with extensive application prospects in cooperative control of multiple robots, wireless sensor networks, energy systems, etc. The basic goal of distributed optimization is designing a distributed control protocol by utilizing the individual objective function gradient and the state information of the agent and its neighbors to drive the states or outputs of all the agents towards the optimal solution of the global objective function. System dynamics is an important factor to affect the state evolution. Based on reviewing the research results on continuous-time distributed optimization algorithms, a systematic survey on the recent development of distributed optimization for multiagent systems with complex dynamics is conducted according to the categories of system dynamics. The future development directions for the research are also discussed.

Keywords: distributed optimization；multiagent systems；cyber-physical systems；continuous systems；linear systems；nonlinear systems

0 引 言

群体智能研究具有重要的理论意义和实用价值. 群体智能是指由一定规模的个体节点通过相互协作在整个群体系统宏观层面表现出来的一种去中心化的自组织行为. 通常,单一个体的能力和智能较为有限,但多个个体通过分工协作,能拥有更高的群体智能和更强的能力,执行单一个体无法完成的复杂任务,也为各种复杂问题的求解提供了新的思路. 分布式优化是传统优化问题向群体智能优化的进一步推广,其主要研究每个智能体节点如何利用局部信息交互优化整个多智能体系统的全局目标,并在分布式计算[1]、无线传感器网络源定位[2]、智能电网经济调度[3]、多机器人编队[4]等实际问题中有着广泛的应用. 与集中式优化相比,分布式优化在如下 4 个方面

收稿日期: 2023-12-26；**录用日期:** 2024-04-01.
基金项目: 国家自然科学基金项目(62173079, U1808205).
†通讯作者. E-mail: geguo@yeah.net.

具有显著的优点[5]: 1) 通过智能体之间的相互协作,分布式优化将本该由控制中心处理的高维复杂问题简化为由个体节点处理的低维简单问题,降低了系统的维护成本以及控制中心的计算负担; 2) 分布式优化具有良好的鲁棒性,因为单个计算节点的故障不会导致整体系统的崩溃; 3) 分布式优化易于扩展,可以通过增加更多的节点来求解更大规模的优化问题,而不必修改已有的算法; 4) 信息仅在小区域范围内传递或者不外传,从而保护了个体节点的数据安全与隐私.

根据优化问题的要素,分布式优化问题包括决策变量[6]、目标函数[7]和约束条件[8] 3个方面的分布式处理,本文集中关注目标函数方面,即

$$\min_{x\in\mathbb{R}^n}\tilde{f}(x)=\sum_{i=1}^{N}f_i(x).$$

其中全局目标函数$\tilde{f}$被拆分为N个个体目标函数之和,每个智能体i利用隐私的个体目标函数信息f_i及局部节点之间的信息交互,协作地求解全局目标函数$\tilde{f}$的最优解. 该问题在分布式机器学习、无线传感器网络、协同控制等领域具有广泛的应用背景. 例如,在求解二分类问题时需要优化海量训练样本的损失函数; 在源定位问题中需要求解大量传感器测量数据的最小二乘问题; 在多机器人编队控制中需要最小化整体系统的移动成本.

起初,学者们大多致力于离散时间分布式优化算法的研究,即每个智能体的状态以迭代的形式更新. 从优化理论的角度,现有的离散时间分布式优化算法可以分为零阶算法[9-10]、一阶算法[7,11]和二阶算法[12-13],即分别基于目标函数本身、目标函数的梯度和目标函数的Hessian矩阵设计的算法. 基于梯度的一阶算法最为常见,其又可分为梯度下降法[7]与Lagrange乘子法[11]. 这些结果总体上基于代数图论[14]、凸优化[15]和矩阵分析[16]等理论研究算法的收敛性,同时考虑多智能体系统的通信条件,包括有向通信拓扑[17-18]、随机通信拓扑[19-20]、通信延时[21-22]、量化通信机制[23-24]、事件触发通信机制[25-26]、网络攻击[27-28]、数据隐私性保护[29-30]等. 更多的离散时间分布式优化算法可参考文献[5,31].

在一些应用场景中,分布式优化问题的求解需要由连续时间演化的物理系统完成,例如协同控制中的无人机、机器人、机械臂和电网经济调度中的发电机系统. 因此,以微分方程形式更新的连续时间分布式优化算法同样引起了广泛关注. 另一方面,大量的连续系统理论结果,特别是Lyapunov稳定性理论,为分布式优化算法的设计提供了一个新的视角. 值得注意的是,物理系统的复杂动力学特性是影响智能体状态演化的重要因素,包括高阶次、高维数和非线性. 本文在回顾连续时间分布式优化算法相关研究结果的基础上,根据系统动力学分类,尽可能全面地评述具有复杂动力学的多智能体系统分布式优化问题的最新研究进展,并对未来发展方向进行展望.

1 连续时间分布式优化算法

连续时间分布式优化算法可分为基于目标函数的梯度[32]设计和基于目标函数的Hessian矩阵[33]设计两类. 2010年,文献[32]从比例积分控制的角度基于目标函数梯度设计了一种能够在无向的通信拓扑下渐近收敛到全局最优解的连续时间分布式优化算法,即

$$\begin{aligned}\dot{x}_i=&\\ &-\bigtriangledown f_i(x_i)-\sum_{j=1}^{N}a_{ij}(x_i-x_j)-\sum_{j=1}^{N}a_{ij}(v_i-v_j),\\ \dot{v}_i=&\sum_{j=1}^{N}a_{ij}(x_i-x_j).\end{aligned}$$

其中: $x_i\in\mathbb{R}^n$是智能体i对全局目标函数最优解的估计, $v_i\in\mathbb{R}^n$是积分变量. 2012年,文献[33]基于目标函数的Hessian矩阵设计了一种称为零梯度和的连续时间分布式优化算法,即

$$\dot{x}_i=-\gamma(\bigtriangledown^2 f_i(x_i))^{-1}\sum_{j=1}^{N}a_{ij}(x_i-x_j),$$

其中$\gamma\in\mathbb{R}>0$是可调参数. 注意到,该算法要求每个智能体的初始估计值为其个体目标函数的最优解,并在无向通信拓扑和一些关于目标函数的假设下建立了指数收敛性. 之后,学者们开始从通信条件、目标函数假设、收敛速度等角度对这两种算法进行深入的研究.

文献[34]从优化理论的角度基于Lagrange函数对文献[32]提出的分布式比例积分优化算法做出进一步解释,并在不可微目标函数和权重平衡的有向通信拓扑下建立渐近收敛性. 文献[35]对分布式比例积分优化算法做出如下改进:

$$\dot{x}_i=-\alpha\bigtriangledown f_i(x_i)-\beta\sum_{j=1}^{N}a_{ij}(x_i-x_j)-v_i,$$

$$\dot{v}_i=\alpha\beta\sum_{j=1}^{N}a_{ij}(x_i-x_j),$$

其中$\alpha,\,\beta\in\mathbb{R}>0$是可调参数. 该算法使智能体之间不必通信积分变量,但是要求所有智能体积分变量

之和的初始值为零, 即 $\sum_{j=1}^{N} v_i(t_0) = 0$. 其在权重平衡的有向通信拓扑下建立了指数收敛性, 在无向通信拓扑和不同的目标函数假设下建立了渐近收敛性和指数收敛性, 并考虑智能体彼此仅在离散时刻通信的现实情况设计周期通信和事件触发通信方案. 注意到, 改进的分布式比例积分优化算法在权重平衡的有向通信拓扑下参数和无向通信拓扑下事件触发条件的设计依赖于多智能体系统的全局信息, 如描述通信拓扑的Laplacian矩阵特征值、目标函数的凸性常数及其梯度的Lipschitz常数, 这会限制多智能体系统进行大规模扩展. 文献 [36-38] 通过引入自适应通信权重设计完全分布式的比例积分优化算法, 使算法参数和事件触发条件不依赖任何全局信息. 文献 [39] 在权重平衡的有向通信拓扑下设计事件触发通信的零梯度和算法, 并建立了指数收敛性. 为解决权重不平衡有向通信拓扑下的分布式优化问题, 文献 [40] 在改进的分布式比例积分优化算法基础上引入增广变量对不平衡通信拓扑进行补偿.

文献 [41] 和 [42] 分别研究了通信延时对改进的分布式比例积分优化算法和零梯度和算法的影响, 基于时滞系统的Lyapunov-Krasovskii方法给出保证收敛性的算法参数和延时条件. 文献 [43] 从系统无源性的角度指出文献 [32] 的分布式比例积分优化算法能够应对任意大的未知常值延时. 文献 [44-45] 从切换系统的角度分析了通信网络攻击下分布式比例积分优化算法的收敛性.

相比于渐近和指数收敛性, 有限时间收敛性要求算法在有限时间内收敛到最优解, 这对系统精度要求较高的应用场景更有意义, 并且可以节约计算和通信资源. 文献 [46] 首先利用符号函数提出如下可在有限时间内实现状态一致的分布式优化算法:

$$\dot{x}_i = -\alpha \bigtriangledown f_i(x_i) + \beta \sum_{j=1}^{N} \mathrm{sgn}(x_j - x_i), \tag{1}$$

其中 $\alpha,\ \beta \in \mathbb{R} > 0$ 是需要设计的参数. 文献 [46-47] 进一步利用有限时间平均跟踪技术[48] 设计可在有限时间内收敛到全局最优解的分布式有限时间优化算法, 但是智能体之间需要额外通信个体目标函数的梯度信息. 文献 [49-50] 利用有限时间控制技术基于零梯度和算法设计分布式有限时间优化算法, 但仍要求每个智能体的初始估计值为个体目标函数的最优解. 另外, 以上算法虽然能在有限时间内收敛到全局最优解, 但收敛时间依赖于算法估计变量的初始值. 文献 [51] 利用固定时间控制技术基于有限时间一致性算法 (1) 设计分布式固定时间优化算法, 使收敛时间不依赖于算法估计变量的初始值. 文献 [52] 结合零梯度和算法与固定时间控制技术设计分布式固定时间优化算法, 同时通过嵌入个体目标函数固定时间优化算法移除初始估计值最优这一要求. 文献 [53] 为该算法设计了事件触发通信方案. 文献 [54] 基于分布式固定时间优化算法[52], 利用滑模控制技术移除初始估计值最优这一要求. 虽然固定时间算法[51-53] 的收敛时间不依赖估计变量的初始值, 但仍依赖于多智能体系统的全局信息. 文献 [55-56] 结合零梯度和算法与预设时间控制技术设计了收敛时间不依赖初始估计值和全局信息的分布式预设时间优化算法, 文献 [57] 进一步设计了事件触发通信方案. 文献 [58] 利用预设时间平均跟踪技术设计了分布式预设时间优化算法.

表 1 针对以上连续时间分布式优化算法进行了简单分类.

表 1　连续时间分布式优化算法分类

基本算法	延伸算法
比例积分算法[32]	文献 [34, 36, 38, 43, 45]
改进比例积分算法[35]	文献 [37, 40-41, 44-45]
零梯度和算法[33]	文献 [39, 42, 52-57]
有限时间一致算法[46]	文献 [47, 51, 58]

2　具有复杂动力学的多智能体系统分布式优化

2.1　线性多智能体系统

上一节介绍的连续时间分布式优化算法均可解决一阶积分器多智能体系统的分布式优化问题. 文献 [59] 进一步考虑了一阶积分器多智能体系统的输入饱和特性, 基于饱和函数和改进的分布式比例积分优化算法设计有界的控制律来求解分布式优化问题. 文献 [60] 针对受到常值干扰的一阶积分器多智能体系统, 将改进的分布式比例积分优化算法作为参考模型, 提出一种分布式模型参考自适应优化算法, 并在间歇通信情况下给出保证精确优化的控制参数与通信间隔选择算法.

除了一阶积分器, 实际工程中许多系统需要用二阶积分器描述, 例如位移与加速度的关系. 文献 [61] 基于改进的分布式比例积分优化算法, 通过引入自身状态反馈设计如下二阶积分器分布式优化算法:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= v_i, \\ \dot{v}_i &= -kv_i - \alpha \bigtriangledown f_i(x_i) - \\ &\quad \beta \sum_{j=1}^{N} a_{ij}(x_i - x_j) - \eta_i, \end{aligned}$$

$$\dot{\eta}_i=\alpha\beta\sum_{j=1}^{N}a_{ij}(x_i-x_j+v_i-v_j). \tag{2}$$

其中: $x_i,v_i\in\mathbb{R}^n$ 是智能体 i 的状态, $\alpha,\beta\in\mathbb{R}>0$ 是可调参数, $k\in\mathbb{R}$ 是需要设计的参数, 积分变量满足 $\sum_{j=1}^{N}\eta_i(t_0)=0$. 该算法可以使每个智能体的状态 x_i 渐近地收敛到全局最优解. 文献[59]基于饱和函数和算法(2)设计有界的控制律来求解带有输入饱和特性的二阶积分器多智能体系统分布式优化问题. 文献[62]对算法(2)进行化简, 提出如下二阶积分器分布式优化算法:

$$\begin{aligned}
&\dot{x}_i=v_i,\\
&\dot{v}_i=-kv_i-\alpha\triangledown f_i(x_i)-\eta_i,\\
&\dot{\eta}_i=\beta\sum_{j=1}^{N}a_{ij}(x_i-x_j).
\end{aligned} \tag{3}$$

其中: $x_i,v_i\in\mathbb{R}^n$ 是智能体 i 的状态, $\beta\in\mathbb{R}>0$ 是可调参数, $\alpha,k\in\mathbb{R}$ 是需要设计的参数, 积分变量满足 $\sum_{j=1}^{N}\eta_i(t_0)=0$. 该算法可以使每个智能体的状态 x_i 渐近地收敛到全局最优解, 且与算法(2)相比智能体之间不必通信状态 v_i. 文献[63]基于算法(3)设计了周期通信和事件触发通信方案下的二阶积分器分布式优化算法. 文献[64]基于Lyapunov-Krasovskii方法给出了保证算法(3)收敛性的参数和通信延时条件. 注意到, 算法(2)和(3)的参数设计依赖于多智能体系统的全局信息, 文献[65]通过精心构造Lyapunov候选函数设计如下不依赖全局信息的完全分布式优化算法:

$$\begin{aligned}
&\dot{x}_i=v_i,\\
&\dot{v}_i=-kv_i-\alpha\triangledown f_i(x_i)-\alpha\beta\sum_{j=1}^{N}a_{ij}(x_i-x_j)-\theta\eta_i,\\
&\dot{\eta}_i=\beta\sum_{j=1}^{N}a_{ij}(x_i-x_j).
\end{aligned} \tag{4}$$

其中: $x_i,v_i\in\mathbb{R}^n$ 是智能体 i 的状态, $k,\alpha,\beta\in\mathbb{R}>0$ 是可调参数, $0<\theta<\alpha\gamma$, 积分变量满足 $\sum_{j=1}^{N}\eta_i(t_0)=0$. 与算法(2)和(3)相比, 算法(4)放松了个体目标函数的假设条件, 并建立了指数收敛性. 文献[65-66]为算法(4)设计了指数收敛的事件触发通信方案. 文献[67]针对受到常值干扰的二阶积分器多智能体系统, 将算法(4)作为参考模型, 设计分布式模型参考自适应优化算法, 并在间歇通信情况下给出保证精确优化的控制参数与通信间隔选择算法. 文献[68]基于有限时间一致性算法(1)为带有非凸输入约束的二阶积分器多智能体系统设计了渐近收敛的分布式优化算法. 文献[69]基于有限时间分布式优化算法[46]和状态反馈设计二阶积分器多智能体系统分布式优化算法, 使每个智能体的输出 x_i 在有限时间内收敛到全局最优解. 文献[70]进一步设计了基于输出反馈的有限时间分布式优化算法.

文献[71]将算法(2)推广到如下高阶积分器多智能体系统分布式优化算法:

$$\begin{aligned}
&\dot{x}_{i,1}=x_{i,2},\\
&\quad\vdots\\
&\dot{x}_{i,n-1}=x_{i,n},\\
&\dot{x}_{i,n}=-k^{\mathrm{T}}v_i-\alpha\triangledown f_i(x_{i,1})-\\
&\qquad\beta\sum_{j=1}^{N}a_{ij}(x_{i,1}-x_{j,1})-\eta_i,\\
&\dot{\eta}_i=\alpha\beta\sum_{j=1}^{N}a_{ij}[\gamma_n(x_{i,1}-x_{j,1})+\gamma^{\mathrm{T}}(v_i-v_j)].
\end{aligned} \tag{5}$$

其中: $x_{i,k}\in\mathbb{R}\,(k=1,2,\ldots,n)$ 是智能体 i 的状态, $v_i=[x_{i,2}^{\mathrm{T}},\ldots,x_{i,n}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$, $\alpha,\beta\in\mathbb{R}>0$ 是可调参数, $\gamma_n\in\mathbb{R}$ 是需要设计的参数, $k,\gamma\in\mathbb{R}^{n-1}$ 是需要设计的参数向量, 积分变量满足 $\sum_{j=1}^{N}\eta_i(t_0)=0$. 该算法可以使每个智能体的状态 $x_{i,1}$ 渐近地收敛到全局最优解. 文献[72]设计了事件触发通信方案下的高阶积分器多智能体系统分布式优化算法, 且与算法(5)相比智能体之间不必通信状态 $x_{i,1}$ 的高阶导数. 文献[73]进一步考虑了高阶积分器多智能体系统的输入饱和特性, 基于饱和函数设计有界的控制律来求解分布式优化问题. 文献[74]利用一阶积分器有限时间分布式优化算法提供参考轨迹, 设计有限时间收敛的状态反馈控制器跟踪参考轨迹, 从而使每个智能体的状态 $x_{i,1}$ 在有限时间内收敛到全局最优解.

一般线性多智能体系统的分布式优化研究可以追溯到文献[75], 其针对如下同构线性多智能体系统:

$$\begin{aligned}
&\dot{x}_i=Ax_i+Bu_i,\\
&y_i=Cx_i.
\end{aligned} \tag{6}$$

其中: $x_i\in\mathbb{R}^n$ 和 $y_i\in\mathbb{R}^p$ 分别是智能体 i 的状态和输出, $u_i\in\mathbb{R}^m$ 是待设计的分布式控制协议, A、B、C 是常值矩阵. 利用自适应通信权重技术基于有限时间一致性算法(1)设计两种不依赖全局信息的完全分布式控制律使所有智能体的状态渐近地收敛到全局

最优解,但该算法仅适用于具有特定形式的个体目标函数. 文献[76]考虑了一般目标函数下的异构线性多智能体系统的分布式输出优化问题. 针对如下异构线性多智能体系统:

$$\begin{aligned}\dot{x}_i &= A_i x_i + B_i u_i,\\ y_i &= C_i x_i.\end{aligned} \tag{7}$$

其中: $x_i \in \mathbb{R}^{n_i}$ 和 $y_i \in \mathbb{R}^p$ 分别是智能体 i 的状态和输出, $u_i \in \mathbb{R}^{m_i}$ 是待设计的分布式控制协议, A_i、B_i、C_i 是常值矩阵. 当系统矩阵满足如下秩条件时:

$$\text{rank}\begin{bmatrix} C_iB_i & 0 \\ -A_iB_i & B_i \end{bmatrix} = n_i + p, \tag{8}$$

文献[76]基于改进的分布式比例积分优化算法设计如下状态反馈控制律:

$$\begin{aligned}u_i &= -K_i x_i + \varUpsilon_{i,1}\dot{\eta}_i - (\varUpsilon_{i,2} - K_i\varPsi_i)\eta_i,\\ \dot{\eta}_i &= -\bigtriangledown f_i(y_i) - \alpha\sum_{j=1}^N a_{ij}(y_i - y_j) - v_i,\\ \dot{v}_i &= \alpha\beta\sum_{j=1}^N a_{ij}(y_i - y_j).\end{aligned}$$

其中: $\alpha, \beta \in \mathbb{R} > 0$ 是可调参数; 积分变量满足 $\sum_{j=1}^N v_i(t_0) = 0$; K_i 是需要设计的增益矩阵; $\varUpsilon_{i,1}$、$\varUpsilon_{i,2}$、$\varPsi_i$ 是通过求解如下矩阵方程获得的增益矩阵:

$$\begin{aligned}B_i\varUpsilon_{i,1} - \varPsi_i &= 0,\\ B_i\varUpsilon_{i,2} - A_i\varPsi_i &= 0,\\ C_i\varPsi_i - I_p &= 0.\end{aligned} \tag{9}$$

该算法可以使每个智能体的输出 y_i 渐近地收敛到全局最优解,并被推广到输出反馈设计和事件触发通信方案. 文献[77]针对异构线性多智能体系统(7),利用滑模控制技术在秩条件(8)下基于有限时间一致性算法(1)设计如下状态反馈控制律:

$$\begin{aligned}u_i &= -K_{i,1}x_i + \varUpsilon_{i,1}\dot{\eta}_i - (\varUpsilon_{i,2} - K_{i,1}\varPsi_i)\eta_i -\\ &\quad \alpha\text{sgn}[K_{i,2}(x_i - \varPsi_i\eta_i)],\\ \dot{\eta}_i &= -\bigtriangledown f_i(y_i) - \beta\sum_{j=1}^N \text{sgn}(y_i - y_j).\end{aligned}$$

其中: $\alpha, \beta \in \mathbb{R} > 0$ 是需要设计的参数, $K_{i,1}$ 和 $K_{i,2}$ 是需要设计的增益矩阵, $\varUpsilon_{i,1}$、$\varUpsilon_{i,2}$、$\varPsi_i$ 是通过求解矩阵方程(9)获得的增益矩阵. 该算法可以使每个智能体的输出 y_i 在有限时间内收敛到全局最优解. 文献[78]针对异构线性多智能体系统(7)将秩条件(8)放松为

$$\text{rank}(C_iB_i) = p,$$

并在权重不平衡的有向通信拓扑下基于文献[40]设计指数收敛的分布式优化算法和事件触发通信方案. 文献[79]针对如下异构线性多智能体系统:

$$\begin{aligned}\dot{y}_i &= C_i x_i,\\ \dot{x}_i &= A_i x_i + B_i u_i.\end{aligned}$$

其中: $x_i \in \mathbb{R}^{n_i}$ 和 $y_i \in \mathbb{R}^p$ 是智能体 i 的状态, $u_i \in \mathbb{R}^{m_i}$ 是待设计的分布式控制协议, A_i、B_i、C_i 是常值矩阵. 在秩条件(8)下基于改进的分布式比例积分优化算法设计事件触发通信方案使每个智能体的状态 y_i 可以指数收敛到全局最优解. 上述算法仅适用于一阶、二阶线性多智能体系统,针对高阶线性最小相位多智能体系统(6),文献[80]利用如下一阶积分器分布式优化算法提供参考轨迹:

$$\begin{aligned}\dot{x}_i &= -\bigtriangledown f_i(x_i) - \sum_{j=1}^N a_{ij}(v_i - v_j),\\ \dot{v}_i &= \sum_{j=1}^N a_{ij}(x_i - x_j).\end{aligned} \tag{10}$$

其中: $x_i \in \mathbb{R}^n$ 是智能体 i 对全局目标函数最优解的估计, $v_i \in \mathbb{R}^n$ 是积分变量. 分别设计状态反馈和输出反馈控制器跟踪参考轨迹,从而实现精确的全局优化,并建立了指数收敛性. 文献[81]针对可控且可观的高阶异构线性多智能体系统(7),首先在线性系统可达性约束下基于文献[32]的分布式比例积分优化算法设计分布式优化算法估计每个智能体的最优稳定状态,再分别利用状态反馈和输出反馈控制器使系统精确跟踪估计的最优稳定状态,从而使每个智能体的输出渐近地收敛到全局最优解.

2.2 非线性多智能体系统

非线性特性广泛存在于实际物理系统,因此非线性多智能体系统的分布式优化问题同样值得关注. 针对如下一阶异构非线性最小相位多智能体系统:

$$\begin{aligned}\dot{z}_i &= g_{i,1}(z_i, x_i),\\ \dot{x}_i &= g_{i,2}(z_i, x_i) + u_i + d_i.\end{aligned}$$

其中: $z_i, x_i \in \mathbb{R}$ 是智能体 i 的状态, $g_{i,1}, g_{i,2} \in \mathbb{R}$ 是含有未知参数的非线性函数且 $g_{i,1}$ 满足最小相位条件, $u_i \in \mathbb{R}$ 是待设计的分布式控制协议, $d_i \in \mathbb{R}$ 是未知的外部干扰. 文献[82]基于改进的分布式比例积分优化算法和内模控制技术设计如下状态反馈控制律:

$$\begin{aligned}u_i &= -\alpha\bigtriangledown f_i(x_i) - \alpha\sum_{j=1}^N a_{ij}(x_i - x_j) - \alpha v_i - \varPsi_i\eta_i,\\ \dot{\eta}_i &= M_i\eta_i + G_iu_i,\end{aligned}$$

$$\dot{v}_i=\alpha\sum_{j=1}^{N}a_{ij}(x_i-x_j).$$

其中: $\alpha\in\mathbb{R}$ 是需要设计的参数, $\eta_i\in\mathbb{R}^{p_i}$ 是智能体 i 的内模状态并满足 $\eta_i(t_0)=0$, Ψ_i、M_i、G_i 是需要设计的增益矩阵, 积分变量满足 $\sum_{j=1}^{N}v_i(t_0)=0$. 该算法可以使每个智能体的状态 x_i 渐近地收敛到全局最优解, 但其参数设计依赖于多智能体系统的全局信息. 进一步地, 文献[83-84]利用自适应通信权重技术设计基于内模的完全分布式控制律, 并且文献[84]在权重平衡的有向通信拓扑下放松了个体目标函数的假设. 针对如下二阶异构非线性最小相位多智能体系统:

$$\begin{aligned}&\dot{z}_i=g_{i,1}(z_i,y_i),\\&\dot{y}_i=x_i,\\&\dot{x}_i=g_{i,2}(z_i,y_i,x_i)+u_i.\end{aligned}$$

其中: $z_i,y_i,x_i\in\mathbb{R}$ 是智能体 i 的状态, $y_i\in\mathbb{R}$ 是智能体 i 的输出, $g_{i,1},g_{i,2}\in\mathbb{R}$ 是含有未知参数的非线性函数, $g_{i,1}$ 满足最小相位条件, $g_{i,2}$ 满足 Lipschitz 条件, $u_i\in\mathbb{R}$ 是待设计的分布式控制协议. 文献[85]在权重平衡的有向通信拓扑下基于文献[32]的分布式比例积分优化算法设计如下状态反馈控制律:

$$\begin{aligned}&u_i=-k_ix_i-\alpha\bigtriangledown f_i(y_i)-\\&\qquad\sum_{j=1}^{N}a_{ij}[(y_i-y_j)+(v_i-v_j)]+\eta_i,\\&\dot{v}_i=\sum_{j=1}^{N}a_{ij}[(x_i-x_j)+(y_i-y_j)],\\&\dot{\eta}_i=-k_ix_i-\alpha\bigtriangledown f_i(y_i)-\\&\qquad\sum_{j=1}^{N}a_{ij}[(y_i-y_j)+(v_i-v_j)],\end{aligned}$$

其中 $k_i,\alpha\in\mathbb{R}$ 是需要设计的参数. 该算法可以使每个智能体的输出 y_i 渐近地收敛到全局最优解, 在无向通信拓扑下可实现指数收敛, 并被推广到输出反馈设计. 针对如下高阶异构非线性最小相位多智能体系统:

$$\begin{aligned}&\dot{z}_i=g_{i,1}(z_i,x_{i,1}),\\&\dot{x}_{i,1}=x_{i,2},\\&\qquad\vdots\\&\dot{x}_{i,n-1}=x_{i,n},\\&\dot{x}_{i,n}=g_{i,2}(z_i,x_{i,1},\dots,x_{i,n})+u_i.\end{aligned}$$

其中: $z_i\in\mathbb{R}^{h_i}$ 和 $x_{i,k}\in\mathbb{R}^m(k=1,2,\dots,n)$ 是智能体 i 的状态; $x_{i,1}\in\mathbb{R}$ 是智能体 i 的输出; $g_{i,1},g_{i,2}\in\mathbb{R}^m$ 是含有未知参数的非线性函数, $g_{i,1}$ 满足最小相位条件, $g_{i,2}$ 满足 Lipschitz 条件; $u_i\in\mathbb{R}^m$ 是待设计的分布式控制协议. 文献[86]在无向通信拓扑下基于文献[32]的分布式比例积分优化算法设计如下状态反馈控制律:

$$\begin{aligned}&u_i=\\&-\alpha\bigtriangledown f_i(y_i)-\sum_{j=1}^{N}a_{ij}[(y_i-y_j)+(v_i-v_j)]+\eta_i,\\&\dot{v}_i=\sum_{j=1}^{N}a_{ij}(y_i-y_j),\\&\dot{\eta}_i=\alpha\bigtriangledown f_i(y_i)+\sum_{j=1}^{N}a_{ij}[(y_i-y_j)+(v_i-v_j)].\end{aligned}$$

其中: $\alpha\in\mathbb{R}$ 是需要设计的参数; $y_i=\sum_{k=1}^{n-1}\rho_kx_{i,k}+x_{i,n}$, $\rho_1=1$, $\rho_k(k=2,3,\dots,n-1)$ 是使多项式 $\sum_{k=1}^{n-1}\rho_ks^{k-1}+s^{n-1}$ 为 Hurwitz 的常数. 该算法可以使每个智能体的输出 $x_{i,1}$ 渐近地收敛到全局最优解, 并被推广到输出反馈设计. 针对如下含有匹配 Lipschitz 非线性的二阶异构多智能体系统:

$$\begin{aligned}&\dot{x}_i=v_i,\\&\dot{v}_i=g_i(x_i,v_i,t)+u_i.\end{aligned}$$

其中: $x_i,v_i\in\mathbb{R}^n$ 是智能体 i 的状态, $g_i(x_i,v_i,t)\in\mathbb{R}^n$ 是满足 Lipschitz 条件的非线性函数, $u_i\in\mathbb{R}^n$ 是待设计的分布式控制协议. 文献[87-88]基于改进的分布式比例积分优化算法分别在事件触发通信方案下和含有通信延时下设计分布式控制律使每个智能体的状态 x_i 指数收敛到全局最优解. 针对如下可参数化的高阶积分器型异构非线性多智能体系统:

$$\begin{aligned}&\dot{x}_{i,1}=x_{i,2},\\&\qquad\vdots\\&\dot{x}_{i,n_i-1}=x_{i,n_i},\\&\dot{x}_{i,n_i}=g_i(x_i,\theta_i,t)+u_i.\end{aligned}$$

其中: $x_{i,k}\in\mathbb{R}^m\,(k=1,2,\dots,n_i)$ 是智能体 i 的状态, $g_i(x_i,\theta_i,t)\in\mathbb{R}^m$ 可描述为未知参数向量 $\theta_i\in\mathbb{R}^{p_i}$ 与已知非线性函数向量的乘积, $x_i=[x_{i,1}^{\mathrm{T}},x_{i,2}^{\mathrm{T}},\dots,x_{i,n_i}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$, $u_i\in\mathbb{R}^m$ 是待设计的分布式控制协议. 文献[89]利用一阶积分器分布式优化算法(10)提供参考轨迹, 设计自适应跟踪控制器使每个智能体的状态 $x_{i,1}$ 渐近地收敛到全局最优解. 针对如下高阶异构非

线性最小相位多智能体系统:

$$\begin{aligned}
&\dot{z}_i = g_{i,1}(z_i, x_{i,1}),\\
&\dot{x}_{i,1} = x_{i,2},\\
&\qquad \vdots\\
&\dot{x}_{i,n_i-1} = x_{i,n_i},\\
&\dot{x}_{i,n_i} = g_{i,2}(z_i, x_{i,1}, \ldots, x_{i,n_i}) + b_i u_i.
\end{aligned}$$

其中: $z_i \in \mathbb{R}^{h_i}$ 和 $x_{i,k} \in \mathbb{R}^m$ $(k = 1, 2, \ldots, n_i)$ 是智能体 i 的状态, $g_{i,1}$、$g_{i,2} \in \mathbb{R}^m$ 是含有未知参数的非线性函数且 $g_{i,1}$ 满足最小相位条件, b_i 是未知的正常数, $u_i \in \mathbb{R}^m$ 是待设计的分布式控制协议. 文献[90]利用文献[32]的分布式比例积分优化算法提供参考轨迹, 设计自适应跟踪控制器使每个智能体的状态 $x_{i,1}$ 渐近地收敛到全局最优解.

Euler-Lagrange系统能对许多非线性机械设备进行建模, 如航天器、无人车、机械臂等. 针对如下多Euler-Lagrange系统:

$$M_i(q_i)\ddot{q}_i + C_i(q_i, \dot{q}_i)\dot{q}_i + g_i(q_i) = \tau_i. \tag{11}$$

其中: $q_i \in \mathbb{R}^p$ 为广义坐标向量, $M_i(q_i)$ 为惯性矩阵, $C_i(q_i, \dot{q}_i)\dot{q}_i \in \mathbb{R}^p$ 为Coriolis力和向心力向量, $g_i(q_i) \in \mathbb{R}^p$ 为重力向量, $\tau_i \in \mathbb{R}^p$ 为控制输入. 文献[91-94]利用不同的二阶积分器分布式优化算法提供参考轨迹, 设计自适应跟踪控制器实现多系统(11)的分布式优化. 其中, 文献[91]对二阶积分器分布式优化算法(2)建立了指数收敛性; 文献[92]利用自适应通信权重技术基于文献[32]的分布式比例积分优化算法设计了二阶积分器多智能体系统的完全分布式优化算法; 文献[93]基于二阶积分器分布式优化算法(4)设计了指数收敛的事件触发通信方案; 文献[94]基于文献[32]的分布式比例积分优化算法, 利用自适应通信权重技术设计事件触发通信的一阶积分器多智能体系统完全分布式优化算法来估计全局最优解, 再将估计值送入一个二阶滤波器来获得二阶导数可得的全局最优解估计值供自适应跟踪控制器使用.

在非线性系统研究中, 一类含有不匹配非线性的高阶严格反馈非线性系统[95]受到了广泛的关注, 其具体形式如下:

$$\begin{aligned}
&\dot{x}_{i,1} = \varphi_{i,1}(x_{i,1}) + b_{i,1}(x_{i,1})x_{i,2},\\
&\qquad \vdots\\
&\dot{x}_{i,n-1} = \varphi_{i,n-1}(\underline{x}_{i,n-1}) + b_{i,n-1}(\underline{x}_{i,n-1})x_{i,n},\\
&\dot{x}_{i,n} = \varphi_{i,n}(x_i) + b_{i,n}(x_i)u_i.
\end{aligned} \tag{12}$$

其中: $\underline{x}_{i,k} = [x_{i,1}, x_{i,2}, \ldots, x_{i,k}]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^k (k = 1, 2, \ldots, n)$, $x_i = \underline{x}_{i,n}$ 是智能体 i 的状态, $\varphi_{i,k}$、$b_{i,k} \in \mathbb{R}$ 是已知的光滑函数, $u_i \in \mathbb{R}$ 是智能体 i 的控制输入. 反步法是为该类系统设计控制器的有效方法, 即先将复杂的高阶非线性系统分解成多个低阶子系统, 再基于Lyapunov方法为每个子系统设计中间控制律, 最后反向推导出整个系统的控制律. 针对高阶异构严格反馈非线性多智能体系统(12), 文献[96]利用高阶积分器分布式优化算法提供全局最优解的估计值及其高阶导数信号, 再基于这些信号设计反步跟踪控制器使系统精确跟踪估计值, 从而实现全局优化. 然而, 设计高阶积分器分布式优化算法需要用到所有智能体系统动力学的最高阶次这一全局信息来确保完备的高阶导数. 文献[97]提出一种基于前置滤波器的完全分布式优化-滤波-控制框架处理高阶严格反馈非线性多智能体系统(12)的分布式优化问题, 先为每个智能体嵌入一个一阶积分器分布式优化算法来估计全局最优解, 再将估计值送入前置滤波器来产生高阶导数可得的全局最优解估计值供反步跟踪控制器使用, 从而实现精确的全局优化. 与文献[96]相比, 该方法不需要任何全局信息, 且降低了目标函数假设、计算负担和通信代价, 还可以推广到有向通信拓扑和间歇通信的分布式优化问题.

表2根据系统动力学分类对以上分布式优化算法及其设计方法进行了归纳总结.

3 总结与展望

本文首先对现有连续时间分布式优化算法进行归类总结, 再针对具有复杂动力学的多智能体系统分布式优化问题, 根据系统动力学分类对相关研究进展进行整理与讨论. 通过分析现有成果, 认为如下问题值得进一步研究:

1) 多智能体系统的执行器数量庞大, 因此故障概率较大. 由于机械磨损、环境腐蚀、断电等原因引起的执行器故障会使系统性能恶化甚至破坏稳定性, 同时造成难以挽回的经济损失, 为多智能体系统设计容错控制方案对提高系统可靠性与安全性具有重要意义. 虽然文献[97-99]提出了一些分布式容错优化算法, 但执行器故障的多智能体系统分布式优化问题仍缺乏系统的研究.

2) 大多数多智能体系统的分布式优化研究仅保证系统的稳态值收敛到全局最优解, 却极少关注暂态性能, 如上升时间、调节时间、振荡频率、超调量. 分布式优化算法的暂态性能受算法种类和参数影响较大, 在保证精确收敛性的同时对系统暂态性能进行评价与提升是一项非常有意义的工作.

表 2　具有复杂动力学的多智能体系统分布式优化算法分类

系统动力学	基本分布式优化算法	控制方法
一阶积分器系统	改进比例积分算法[59-60]	状态反馈[59]、模型参考自适应控制[60]
二阶积分器系统	改进比例积分算法[59,61-67]、有限时间一致算法[68-70]	状态反馈[59,61-66,68-69]、输出反馈[70]、模型参考自适应控制[67]
高阶积分器系统	改进比例积分算法[71-73]、有限时间一致算法[74]	状态反馈[71-74]
一般线性系统	比例积分算法[80-81]、改进比例积分算法[76,78-79]、有限时间一致性算法[75,77]	状态反馈[75-81]、输出反馈[76,80-81]
一阶非线性最小相位系统	改进比例积分算法[82-84]	内模控制[82-84]
二阶非线性最小相位系统	比例积分算法[85]、改进比例积分算法[87-88]	状态反馈[85,87-88]、输出反馈[85]
高阶非线性最小相位系统	比例积分算法[86,90]	状态反馈[86]、自适应跟踪控制[90]
可参数化高阶积分器型非线性系统	比例积分算法[89]	自适应跟踪控制[89]
Euler-Lagrange 系统	比例积分算法[92,94]、改进比例积分算法[91,93-94]	自适应跟踪控制[91-94]
高阶严格反馈非线性系统	有限时间一致算法[96]、改进比例积分算法[97]	反步跟踪控制[96-97]

3) 在一些实际情况下,目标函数与决策变量的解析关系不清晰或难以精确获得,因此无法利用目标函数的梯度和Hessian矩阵信息进行优化[100],如何设计无梯度分布式优化算法是一个挑战性问题.

4) 目前大多数的分布式优化问题仅考虑系统稳态值的优化,系统的控制输入也是一个值得考虑的因素. 过大的控制输入意味着较高的能量开销,在目标函数中考虑控制代价,设计最优的分布式控制协议具有重要意义.

5) 多智能体系统不仅是信息交互的网络,更存在着物理实体间的相互耦合. 文献[101]为含有动力学耦合的一阶异构非线性多智能体系统设计了分布式优化算法,然而对于具有复杂动力学耦合的多智能体系统分布式优化仍缺乏理论基础.

参考文献(References)

[1] Zeng X L, Liang S, Hong Y G, et al. Distributed computation of linear matrix equations: An optimization perspective[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2019, 64(5): 1858-1873.

[2] Zhang Y Q, Lou Y C, Hong Y G, et al. Distributed projection-based algorithms for source localization in wireless sensor networks[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2015, 14(6): 3131-3142.

[3] Binetti G, Davoudi A, Lewis F L, et al. Distributed consensus-based economic dispatch with transmission losses[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2014, 29(4): 1711-1720.

[4] Wang X Y, Liu W M, Wu Q W, et al. A modular optimal formation control scheme of multiagent systems with application to multiple mobile robots[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2022, 69(9): 9331-9341.

[5] Yang T, Yi X L, Wu J F, et al. A survey of distributed optimization[J]. Annual Reviews in Control, 2019, 47: 278-305.

[6] Fukushima M. Application of the alternating direction method of multipliers to separable convex programming problems[J]. Computational Optimization and Applications, 1992, 1(1): 93-111.

[7] Nedic A, Ozdaglar A. Distributed subgradient methods for multi-agent optimization[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(1): 48-61.

[8] Nedic A, Ozdaglar A, Parrilo P A. Constrained consensus and optimization in multi-agent networks[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2010, 55(4): 922-938.

[9] Sahu A K, Jakovetic D, Bajovic D, et al. Distributed zeroth order optimization over random networks: A kiefer-wolfowitz stochastic approximation approach[C]. IEEE Conference on Decision and Control. New York: ACM, 2018: 4951-4958.

[10] Yuan D M, Ho D W C. Randomized gradient-free method for multiagent optimization over time-varying networks[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2015, 26(6): 1342-1347.

[11] Shi W, Ling Q, Yuan K, et al. On the linear convergence of the ADMM in decentralized consensus

optimization[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(7): 1750-1761.

[12] Mokhtari A, Ling Q, Ribeiro A. Network Newton distributed optimization methods[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2017, 65(1): 146-161.

[13] Varagnolo D, Zanella F, Cenedese A, et al. Newton-raphson consensus for distributed convex optimization[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2016, 61(4): 994-1009.

[14] Godsil C, Royle G. Algebraic graph theory[M]. New York: Springer, 2001.

[15] Boyd S P, Vandenberghe L. Convex optimization[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.

[16] Horn R A, Johnson C R. Matrix analysis[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1990.

[17] Nedic A, Olshevsky A. Distributed optimization over time-varying directed graphs[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2015, 60(3): 601-615.

[18] Xin R, Khan U A. A linear algorithm for optimization over directed graphs with geometric convergence[J]. IEEE Control Systems Letters, 2018, 2(3): 315-320.

[19] Lobel I, Ozdaglar A. Distributed subgradient methods for convex optimization over random networks[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2011, 56(6): 1291-1306.

[20] Jakovetic D, Xavier J M F, Moura J M F. Convergence rates of distributed nesterov-like gradient methods on random networks[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(4): 868-882.

[21] Tsianos K I, Lawlor S, Rabbat M G. Push-sum distributed dual averaging for convex optimization[C]. The 51st IEEE Conference on Decision and Control. Maui, 2012: 5453-5458.

[22] Lin P, Ren W, Song Y D. Distributed multi-agent optimization subject to nonidentical constraints and communication delays[J]. Automatica, 2016, 65: 120-131.

[23] Nedic A, Olshevsky A, Ozdaglar A, et al. Distributed subgradient methods and quantization effects[C]. The 47th IEEE Conference on Decision and Control. Cancun, 2008: 4177-4184.

[24] Yi P, Hong Y G. Quantized subgradient algorithm and data-rate analysis for distributed optimization[J]. IEEE Transactions on Control of Network Systems, 2014, 1(4): 380-392.

[25] Kajiyama Y, Hayashi N, Takai S. Distributed subgradient method with edge-based event-triggered communication[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2018, 63(7): 2248-2255.

[26] Li H Q, Liu S, Soh Y C, et al. Event-triggered communication and data rate constraint for distributed optimization of multiagent systems[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2018, 48(11): 1908-1919.

[27] Sundaram S, Gharesifard B. Distributed optimization under adversarial nodes[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2019, 64(3): 1063-1076.

[28] Su L L, Vaidya N H. Byzantine-resilient multiagent optimization[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2021, 66(5): 2227-2233.

[29] Nozari E, Tallapragada P, Cortes J. Differentially private distributed convex optimization via functional perturbation[J]. IEEE Transactions on Control of Network Systems, 2018, 5(1): 395-408.

[30] Ding T, Zhu S Y, He J P, et al. Differentially private distributed optimization via state and direction perturbation in multiagent systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2022, 67(2): 722-737.

[31] Zheng Y L, Liu Q S. A review of distributed optimization: Problems, models and algorithms[J]. Neurocomputing, 2022, 483(C): 446-459.

[32] Wang J, Elia N. Control approach to distributed optimization[C]. The 48th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing. Monticello, 2010: 557-561.

[33] Lu J, Tang C Y. Zero-gradient-sum algorithms for distributed convex optimization: The continuous-time case[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 57(9): 2348-2354.

[34] Gharesifard B, Cortes J. Distributed continuous-time convex optimization on weight-balanced digraphs[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2014, 59(3): 781-786.

[35] Kia S S, Cortés J, Martínez S. Distributed convex optimization via continuous-time coordination algorithms with discrete-time communication[J]. Automatica, 2015, 55: 254-264.

[36] Li Z H, Ding Z T, Sun J Y, et al. Distributed adaptive convex optimization on directed graphs via continuous-time algorithms[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2018, 63(5): 1434-1441.

[37] Wu Z Z, Li Z H, Ding Z T, et al. Distributed continuous-time optimization with scalable adaptive event-based mechanisms[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2020, 50(9): 3252-3257.

[38] Yue D D, Baldi S, Cao J D, et al. Distributed adaptive optimization with weight-balancing[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2022, 67(4): 2068-2075.

[39] Chen W S, Ren W. Event-triggered zero-gradient-sum distributed consensus optimization over directed networks[J]. Automatica: Journal of IFAC, 2016, 65(C): 90-97.

[40] Zhu Y N, Yu W W, Wen G H, et al. Continuous-time coordination algorithm for distributed convex optimization over weight-unbalanced directed networks[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2019, 66(7): 1202-1206.

[41] Yang S F, Liu Q S, Wang J. Distributed optimization based on a multiagent system in the presence of communication delays[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2017, 47(5): 717-728.

[42] Guo Z J, Chen G. Distributed zero-gradient-sum algorithm for convex optimization with time-varying communication delays and switching networks[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2018, 28(16): 4900-4915.

[43] Hatanaka T, Chopra N, Ishizaki T, et al. Passivity-based distributed optimization with communication delays using PI consensus algorithm[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2018, 63(12): 4421-4428.

[44] Wang X F, Teel A R, Liu K Z, et al. Stability analysis of distributed convex optimization under persistent attacks: A hybrid systems approach[J]. Automatica, 2020, 111: 108607.

[45] Wang D D, Fang X, Wan Y, et al. Distributed optimization algorithms for MASs with network attacks: From continuous-time to event-triggered communication[J]. IEEE Transactions on Network Science and Engineering, 2022, 9(5): 3332-3344.

[46] Lin P, Ren W, Farrell J A. Distributed continuous-time optimization: Nonuniform gradient gains, finite-time convergence, and convex constraint set[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2017, 62(5): 2239-2253.

[47] Yu C B, Wang H, Yu W W. Distributed average tracking problem under directed networks: A distributed estimator-based design[J]. IEEE Transactions on Control of Network Systems, 2022, 9(2): 930-942.

[48] Chen F, Cao Y C, Ren W. Distributed average tracking of multiple time-varying reference signals with bounded derivatives[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 57(12): 3169-3174.

[49] Song Y F, Chen W S. Finite-time convergent distributed consensus optimisation over networks[J]. IET Control Theory & Applications, 2016, 10(11): 1314-1318.

[50] Wu Z Z, Li Z K, Yu J Z. Designing zero-gradient-sum protocols for finite-time distributed optimization problem[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2022, 52(7): 4569-4577.

[51] Li C J, Yu X H, Zhou X J, et al. A fixed time distributed optimization: A sliding mode perspective[C]. The 43rd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society. Beijing, 2017: 8201-8207.

[52] Wang X Y, Wang G D, Li S H. A distributed fixed-time optimization algorithm for multi-agent systems[J]. Automatica, 2020, 122: 109289.

[53] Song Y W, Cao J D, Rutkowski L. A fixed-time distributed optimization algorithm based on event-triggered strategy[J]. IEEE Transactions on Network Science and Engineering, 2022, 9(3): 1154-1162.

[54] Guo G, Zhang R, Zhou Z D. A local-minimization-free zero-gradient-sum algorithm for distributed optimization[J]. Automatica, 2023, 157: 111247.

[55] Ma L, Hu C, Yu J, et al. Distributed fixed/preassigned-time optimization based on piecewise power-law design[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2023, 53(7): 4320-4333.

[56] Chen S Y, Jiang H J, Yu Z Y, et al. Distributed optimization of single-integrator systems with prescribed-time convergence[J]. IEEE Systems Journal, 2023, 17(2): 3235-3245.

[57] Chen S Y, Jiang H J, Yu Z Y. A distributed prescribed-time optimization analysis for multi-agent systems[J]. Information Sciences: An International Journal, 2022, 607(C): 346-360.

[58] Gong X, Cui Y K, Shen J, et al. Distributed optimization in prescribed-time: Theory and experiment[J]. IEEE Transactions on Network Science and Engineering, 2022, 9(2): 564-576.

[59] Xie Y J, Lin Z L. Global optimal consensus for multi-agent systems with bounded controls[J]. Systems & Control Letters, 2017, 102: 104-111.

[60] Guo G, Kang J, Li R, et al. Distributed model reference adaptive optimization of disturbed multiagent systems with intermittent communications[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52(6): 5464-5473.

[61] Zhang Y Q, Hong Y G. Distributed optimization design for second-order multi-agent systems[C]. Proceedings of the 33rd Chinese Control Conference. Nanjing, 2014: 1755-1760.

[62] Tran N T, Liu X K, Wang Y W. Distributed optimization problem for second-order multi-agent networks with only position interaction[C]. The 35th Chinese Control Conference. Chengdu, 2016: 2746-2750.

[63] Tran N T, Wang Y W, Liu X K, et al. Distributed optimization problem for second-order multi-agent systems with event-triggered and time-triggered communication[J]. Journal of the Franklin Institute, 2019, 356(17): 10196-10215.

[64] Tran N T, Wang Y W, Liu X K, et al. Distributed optimisation of second-order multi-agent systems by control algorithm using position-only interaction with time-varying delay[J]. IET Control Theory & Applications, 2017, 11(15): 2549-2558.

[65] Yi X L, Yao L S, Yang T, et al. Distributed optimization for second-order multi-agent systems with dynamic event-triggered communication[C]. IEEE Conference on Decision and Control. New York: ACM, 2018: 3397-3402.

[66] Wang D, Gupta V, Wang W. An event-triggered protocol for distributed optimal coordination of double-integrator multi-agent systems[J]. Neurocomputing, 2018, 319: 34-41.

[67] Guo G, Kang J. Distributed optimization of multiagent systems against unmatched disturbances: A hierarchical integral control framework[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2022, 52(6): 3556-3567.

[68] Mo L P, Yu Y G, Zhao L, et al. Distributed continuous-time optimization of second-order multiagent systems with nonconvex input constraints[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2021, 51(10): 6404-6413.

[69] Wang X, Wang G, Li S. Distributed finite-time optimization for disturbed second-order multiagent systems[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2021, 51(9): 4634-4647.

[70] Wang X, Zheng W X, Wang G. Distributed finite-time optimization of second-order multiagent systems with unknown velocities and disturbances[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2023, 34(9): 6042-6054.

[71] Zhang Y Q, Hong Y G. Distributed optimization design for high-order multi-agent systems[C]. The 34th Chinese Control Conference. Hangzhou, 2015: 7251-7256.

[72] Wang D, Wang D, Wang W. An optimal algorithm for high-order multi-agent systems with event-triggered communication[C]. The 31st Youth Academic Annual Conference of Chinese Association of Automation. Wuhan, 2016: 235-240.

[73] Xie Y J, Lin Z L. Global optimal consensus for higher-order multi-agent systems with bounded controls[J]. Automatica, 2019, 99: 301-307.

[74] Wang X Y, Wang G D, Li S H. Distributed finite-time optimization for integrator chain multiagent systems with disturbances[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2020, 65(12): 5296-5311.

[75] Zhao Y, Liu Y F, Wen G H, et al. Distributed optimization for linear multiagent systems: Edge- and node-based adaptive designs[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2017, 62(7): 3602-3609.

[76] Li Z H, Wu Z Z, Li Z K, et al. Distributed optimal coordination for heterogeneous linear multiagent systems with event-triggered mechanisms[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2020, 65(4): 1763-1770.

[77] Zhong Z J, Zhao Y, Xian C X, et al. Finite-time distributed optimal tracking for multiple heterogeneous linear systems[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2021, 68(4): 1258-1262.

[78] Li L, Yu Y, Li X, et al. Exponential convergence of distributed optimization for heterogeneous linear multi-agent systems over unbalanced digraphs[J]. Automatica, 2022, 141: 110259.

[79] Yu H, Chen T W. A new Zeno-free event-triggered scheme for robust distributed optimal coordination[J]. Automatica, 2021, 129: 109639.

[80] Tang Y, Deng Z, Hong Y. Optimal output consensus of high-order multiagent systems with embedded technique[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2019, 49(5): 1768-1779.

[81] An L W, Yang G H. Distributed optimal coordination for heterogeneous linear multiagent systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2022, 67(12): 6850-6857.

[82] Wang X H, Hong Y G, Ji H B. Distributed optimization for a class of nonlinear multiagent systems with disturbance rejection[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2016, 46(7): 1655-1666.

[83] Wang D, Wang Z, Wen C Y. Distributed optimal consensus control for a class of uncertain nonlinear multiagent networks with disturbance rejection using adaptive technique[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2021, 51(7): 4389-4399.

[84] Liu Y, Yang G H. Distributed robust adaptive optimization for nonlinear multiagent systems[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2021, 51(2): 1046-1053.

[85] Li R R, Yang G H. Consensus control of a class of uncertain nonlinear multiagent systems via gradient-based algorithms[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2019, 49(6): 2085-2094.

[86] Li R R, Yang G H. Distributed optimization for a class of uncertain MIMO nonlinear multi-agent systems with arbitrary relative degree[J]. Information Sciences: An International Journal, 2020, 506(C): 58-77.

[87] Li S L, Nian X H, Deng Z H. Distributed optimization of second-order nonlinear multiagent systems with event-triggered communication[J]. IEEE Transactions on Control of Network Systems, 2021, 8(4): 1954-1963.

[88] Li S L, Nian X H, Deng Z H, et al. Distributed optimization of second-order nonlinear multi-agent systems subject to communication delays[C]. The 39th Chinese Control Conference. Shenyang, 2020: 4695-4700.

[89] Tang Y T. Distributed optimization for a class of high-order nonlinear multiagent systems with unknown dynamics[J]. International Journal of Robust and

Nonlinear Control, 2018, 28(17): 5545-5556.
[90] Tang Y T, Wang X H. Optimal output consensus for nonlinear multiagent systems with both static and dynamic uncertainties[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2021, 66(4): 1733-1740.
[91] Zhang Y Q, Deng Z H, Hong Y G. Distributed optimal coordination for multiple heterogeneous Euler-Lagrangian systems[J]. Automatica, 2017, 79: 207-213.
[92] Zou Y, Meng Z Y, Hong Y G. Adaptive distributed optimization algorithms for Euler-Lagrange systems[J]. Automatica, 2020, 119: 109060.
[93] Wang Q, Chen J, Xin B, et al. Distributed optimal consensus for Euler-Lagrange systems based on event-triggered control[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2021, 51(7): 4588-4598.
[94] Huang Y, Meng Z. Fully distributed event-triggered optimal coordinated control for multiple euler-lagrangian systems[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52(9): 9120-9131.
[95] Krstić M, Kanellakopoulos I, Kokotović P V. Nonlinear and adaptive control design[M]. New York: Wiley, 1995.
[96] Huang B M, Zou Y, Meng Z Y, et al. Distributed time-varying convex optimization for a class of nonlinear multiagent systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2020, 65(2): 801-808.
[97] Kang J, Guo G, Yang G H. Distributed optimization of high-order nonlinear systems: Saving computation and communication via prefiltering[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2022, 69(3): 1144-1148.
[98] Kang J, Guo G, Yang G H. Distributed optimization of uncertain multiagent systems with disturbances and actuator faults via exosystem observer-based output regulation[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2023, 70(2): 897-909.
[99] Kang J, Guo G. Distributed optimization of disturbed nonlinear multi-agent systems via adaptive fault-tolerant output regulation[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2023, 70(12): 4479-4483.
[100] Pang Y P, Hu G Q. Randomized gradient-free distributed optimization methods for a multiagent system with unknown cost function[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2020, 65(1): 333-340.
[101] Pilloni A, Franceschelli M, Pisano A, et al. Sliding mode-based robustification of consensus and distributed optimization control protocols[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2021, 66(3): 1207-1214.

作者简介

郭戈 (1972−), 男, 教授, 博士生导师, 从事智能交通系统、信息物理系统等研究, E-mail: geguo@yeah.net;

康健 (1995−), 男, 博士生, 从事多智能体系统控制与优化的研究, E-mail: 1598958568@qq.com.

科研团队简介

郭戈教授研究团队依托东北大学流程工业综合自动化国家重点实验室,长期专注于复杂网络系统建模与控制、城市路网交通控制与优化、车路协同控制、交通大数据及人类出行等领域的科学研究工作,以信息物理系统、网联智能交通出行为特色,紧跟控制科学和交通工程领域学术技术前沿,拥有引领智能交通控制技术创新的一流研究平台.

团队成员包括国家百千万人才1人,教育部新世纪优秀人才2人,辽宁省百千万人才3人,河北省杰出青年1人,河北省三三三人才2人. 团队负责人郭戈教授为爱思唯尔高被引学者、IEEE高级会员、国际自动机工程师学会SAE智能网联车技术局成员,担任IEEE Trans. Intelligent Transportation Systems、IEEE Trans. Intelligent Vehicles、 IEEE Intelligent Transportation Systems Magazine以及Information Sciences副主编,《自动化学报》《控制与决策》《控制工程》编委,培养硕士、博士128名,1人入选国家级青年人才.

团队主持承担国家973前期研究专项、国家重点研发计划项目、国家自然科学基金重点项目、河北省自然科学基金创新研究群体项目以及多项工业企业和国防研究项目. 研究成果获国家科技进步二等奖、河北省自然科学一等奖、辽宁省科技进步一等奖等科技奖励. 授权发明专利20余项,发表SCI论文200余篇.