



中国科技期刊卓越行动计划项目入选期刊

控制与决策

CONTROL AND DECISION



基于模型预测控制与改进人工势场法的多无人机路径规划

鲜斌, 宋宁

引用本文:

鲜斌, 宋宁. 基于模型预测控制与改进人工势场法的多无人机路径规划[J]. *控制与决策*, 2024, 39(7): 2133–2141.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2023.0892>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于凸面体圆弧航路的无人机自主避障算法

Autonomous obstacle avoidance algorithm designed for UAV based on convex circular trajectory

控制与决策. 2021, 36(3): 653–660 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0768>

城市低空环境中多旋翼无人机在线航线规划方法

An online route planning method for multi-rotor drone in urban environments

控制与决策. 2021, 36(12): 2851–2860 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0557>

大规模固定翼无人机集群编队控制方法

Formation control of large-scale fixed-wing unmanned aerial vehicle swarms

控制与决策. 2021, 36(9): 2063–2073 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0076>

面向多目标侦察任务的无人机航线规划

UAV trajectory planning for multi-target reconnaissance missions

控制与决策. 2021, 36(5): 1191–1198 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1284>

微型无人机集群低时延组网规划方法

A low delay networking planning method for micro UAV swarm

控制与决策. 2020, 35(11): 2696–2706 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.1549>

基于模型预测控制与改进人工势场法的多无人机路径规划

鲜斌[†], 宋宁

(天津大学 电气自动化与信息工程学院, 天津 300072)

摘要: 模型预测控制(model predictive control, MPC)已成功应用于无人机集群的路径规划。但其存在计算量大及单步运算时间长等不足,在实时运行中往往难以获得较高的控制频率。而离线的MPC需要准确的地图信息,难以处理地图中无法预测的动态障碍物。对此,提出一种结合离线MPC全局规划与在线改进人工势场法局部规划的方法。在利用MPC方法生成安全、平滑轨迹的同时,提高无人机在动态障碍物影响下的避障能力。通过引入调节力来处理传统人工势场法的局部极小值问题,并将目标与无人机的相对距离引入斥力函数,同时改进引力函数,以改善无人机在目标点处低速徘徊的问题。此外,设计一种事件触发的无人机轨迹变更与轨迹恢复策略,使无人机仅在必要时实施动态避障行为。在此基础上,最大化利用原来的规划轨迹。仿真验证结果表明,所提出的路径规划方法能够使无人机集群安全飞行至目标点,并且具有良好的动态避障能力。

关键词: 多无人机; 模型预测控制; 人工势场; 路径规划; 动态障碍物; 事件触发

中图分类号: V279; TP242.6

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2023.0892

引用格式: 鲜斌,宋宁. 基于模型预测控制与改进人工势场法的多无人机路径规划[J]. 控制与决策, 2024, 39(7): 2133-2141.

A multiple UAVs path planning method based on model predictive control and improved artificial potential field

XIAN Bin[†], SONG Ning

(School of Electrical and Information Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: The model predictive control(MPC) method has been applied in the path planning for unmanned aerial vehicle(UAV) swarm. However, it has some disadvantages, such as high computation consumption, long time single-step execution, et al. These disadvantages make the MPC method difficult for real-time implementation which requires high control updating frequency. The offline MPC method requires accurate map information and struggles with handling unpredictable dynamic obstacles. In this paper, a path planning strategy is proposed which combines offline MPC for the global planning with the online improved artificial potential field(APF) for the UAVs' local planning. This approach enhances the UAV's obstacle avoidance capability while ensuring safe and smooth trajectories generated by the MPC. This paper introduces an adjustment force to solve the local minimum problem in the traditional APF method. A repulsive function based on the relative distance between the target and UAVs, and an attractive function are designed to alleviate the UAVs' low speed problem near the target point. An event-triggered UAV trajectory modification and recovery strategy is also designed, enabling the UAV to perform dynamic obstacle avoidance behaviors only when it is necessary, thus maximizing the utilization of the original planned trajectory. Simulation results demonstrate that the proposed method can make the UAVs reach the target point with excellent dynamic obstacle avoidance capabilities.

Keywords: multiple unmanned aerial vehicles; model predictive control; modified artificial potential field; path planning; dynamic obstacles; event trigger

收稿日期: 2023-06-25; 录用日期: 2023-11-18.

基金项目: 国家重点研发计划项目(2018YFB1403900).

[†]通讯作者. E-mail: xbin@tju.edu.cn.

*本文附带电子附录文件,可登录本刊官网该文“资源附件”区自行下载浏览.

0 引言

无人机在各个领域具有广泛的应用空间,由多架无人机组成的无人机集群能承担各种各样的复杂任务,因此,近年来无人机集群的路径规划已逐渐成为研究热点.无人机的路径规划策略大致分为整数规划、强化学习及模型预测控制等策略.

整数规划策略根据决策变量是否全为整数可分为纯整数规划和混合整数规划.文献[1]研究多无人机与多车辆的协同配送问题,建立了混合整数规划模型,设计了自适应大规模邻域搜索算法.

强化学习是一种适用于智能决策的算法,智能体通过与环境交互进行学习并做出决策.文献[2]设计了一种基于蒙特卡罗深度策略梯度学习的方法,利用强化 Q 学习进行快速实时决策.文献[3]研究海流扰动下水下机器人的路径规划问题,并设计了动态复合奖励函数来进行机器人自主规划.

分布式算法常用于无人机集群的路径规划.文献[4]提出了基于一致性的分布式编队协同控制算法,并通过实验验证了算法的有效性.文献[5]利用双层稳定匹配策略构建了异构编队的计算模型,实现了异构集群的协同控制.

目前模型预测控制(MPC)已被研究人员用于无人机路径规划.文献[6]提出了障碍物环境下规划最短时间路径的方法.文献[7]将MPC与领航-跟随法相结合,设计了分布式MPC控制器.文献[8]设计了包含多约束的无人机编队MPC算法,满足了机间避碰、通信与避障需求.文献[9]介绍了一种分布式多无人机的离线轨迹生成MPC算法,可使多架无人机在飞行场地中同时互相交换位置.在文献[9]的基础上,文献[10]进一步提出了在线轨迹规划算法,该方法基于线性MPC,采用事件触发型的避障策略.文献[11]实现了微纳无人机集群在复杂障碍环境下的飞行,该方法基于非线性MPC,需要使用专门的非线性求解器求解,求解过程相对复杂.

综上所述,模型预测控制被广泛应用于无人机的路径规划问题.但是MPC需要对无人机的状态在一定时域内进行预测,并进行滚动优化,计算量大,使MPC在实际应用上存在较大困难.为了克服这些困难,文献[10]采用线性的无人机质点模型建模,通过简化模型减少计算量.同样,文献[12]在文献[11]的基础上,将非线性模型改进为线性模型,并采用分布式MPC分别计算每个无人机的状态,降低了计算过程中矩阵的维度,从而实现了16架Crazyflie无人机的轨迹规划.然而,上述文献采用的方法仍然存在一

些不足,即这些方法均为静态障碍物环境下的轨迹规划,并没有考虑状态未知的动态障碍物.尽管集群内的其他无人机可被视为某种动态障碍物,但无人机之间能互相通信,获取各自的状态信息;并且相邻无人机的速度、位置等状态是可被预测的,MPC在运行过程中会将可预测的无人机状态考虑在内.而对于轨迹无法预测的外部动态障碍物,MPC无法将其考虑在预测时域内,在轨迹规划上有一定的困难.另一方面,受限于庞大的计算量,其MPC运行的频率较低,影响无人机的避障效果,尤其是在规避位置会改变的动态障碍物时.如果提高MPC的运行频率,则随着计算量的增大,其总体求解时间将会增加,计算速度跟不上无人机状态更新速度,无法实时运行.尽管如此,MPC所规划出的轨迹质量较好,安全性、平滑性和动力学可行性等方面都有保证.另外,动态障碍物的位置及速度等状态在不断变化,并且仅能实时感知,不可提前预测,因此较高的控制频率比较重要,可以提升无人机控制效果的实时性,以应对动态障碍物的速度及位置变化.由于直接提高MPC的运行频率较为困难,引入其他算法与MPC结合是一个不错的选择.人工势场法计算量相对较小,可以实现较高的控制频率,在多无人机的动态避障方面有不错的避障效果.因此,本文将离线的MPC全局规划算法与在线的改进人工势场动态避障法相结合,既利用了MPC的优质全局规划轨迹,又能实现对外部状态未知的动态障碍物的避障功能.由于采用离线的MPC进行全局规划,不必关心实时计算的问题.本文所用的MPC可以适当提高运行频率,从而得到更安全、平滑的轨迹,获得更好的轨迹规划与静态避障效果.当无人机在飞行过程中感知到动态障碍物时,利用人工势场法实施动态避障,并采用较高的控制频率以实现较好的动态避障效果.动态避障完成后,无人机恢复自身航迹,继续沿规划轨迹飞行.通过这种方法可以实现无人机集群的轨迹规划,并对动静两种障碍物进行规避.

本文的主要工作与创新点如下:1)将离线的多无人机MPC全局路径规划算法与在线的改进人工势场动态避障方法相结合,弥补了MPC实时计算量大和计算缓慢等缺点.在获得安全、平滑的全局规划轨迹的同时,可以提高无人机集群在动态障碍物干扰下的避障能力.2)设计了无人机在沿预定轨迹飞行过程中的轨迹变更与轨迹恢复策略.基于事件触发的方法,使无人机仅在必要时实施动态避障行为,从而最大化利用原来的规划轨迹.3)人工势场法在狭小

环境中应用时,目标引力点与斥力点过于靠近,目标点处引力趋于0,容易出现无人机在目标点处低速徘徊问题.多无人机应用人工势场法时,可能出现困于受力平衡点的情况.考虑到上述问题,本文提出一种改进的多无人机人工势场动态避障方法,该方法可有效解决无人机的低速徘徊与困于受力平衡点的问题.

1 问题描述

本文考虑如下任务情景:一个由若干架无人机组成的集群由起点出发,飞行穿过具有若干个静态障碍物和动态障碍物的地图到达目标点.无人机的全局路径规划采用离线MPC实现,动态避障借助人工势场实现.MPC的目标在于将轨迹规划问题转化为优化问题,在约束条件的限定下使代价函数尽可能小,从而规划全局轨迹.MPC为分布式结构,即每台无人机分别计算自身的状态和邻居无人机的状态,邻居无人机的定义将在1.1节给出.MPC的时间是离散的,其总体预测时域为常量 $T_p = Pt_p$.其中: t_p 为每一时间步的步长, $P \in \mathbb{N}^+$ 为步数.定义 $(\cdot)(k + \varphi|k)$ 为在 k 时刻进行预测的 $k + \varphi$ 时刻预测值.

1.1 图论基础知识

集群中无人机的拓扑关系由无向图 $\mathcal{G} = (\mathcal{V}(\mathcal{G}), \mathcal{E}(\mathcal{G}))$ 表示^[13].其中: $\mathcal{V}(\mathcal{G}) = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N\}$ 是节点集; $\mathcal{E}(\mathcal{G}) \subseteq \{(\xi_i, \xi_j), i \neq j, \xi_i, \xi_j \in \mathcal{V}(\mathcal{G})\}$ 为边集合; (ξ_i, ξ_j) 代表 ξ_i 到 ξ_j 的一条边,表示无人机 i 和 j 可以互相感知到对方.无人机 i 的邻居的集合为 $N_i = \{j \in \mathcal{V}(\mathcal{G}) | (\xi_i, \xi_j) \in \mathcal{E}(\mathcal{G})\}$.在本文中,无人机 i 的邻居定义为距离其最近的 h_n 架无人机.

1.2 线性无人机模型建立

本文考虑 N 架无人机组成的集群,每架无人机的离散线性模型如下:

$$x_i(k+1) = A_i x_i(k) + B_i u_i(k). \quad (1)$$

其中: A_i 和 B_i 是常量矩阵; $x_i(k) = (p_i(k), v_i(k)) \in \mathbb{R}^6$ 为第 i 架无人机在 k 时刻的状态; $p_i(k) \in \mathbb{R}^3$ 和 $v_i(k) \in \mathbb{R}^3$ 分别代表第 i 架无人机在 k 时刻的位置和速度;控制输入 $u_i(k) \in \mathbb{R}^3$ 为无人机的参考位置信息.上述模型的建立参考了文献[10,12,14],对带有底层位置控制器的无人机动力学特性进行建模后得出.

本文算法侧重于多无人机的轨迹规划,即生成安全且平滑的可行轨迹.将无人机视作质点,并套用二阶模型,在处理轨迹规划问题时已经足够,便于后续的设计与计算.在生成规划轨迹之后,再控制无人机集群跟踪轨迹.因此本文选择无人机的二阶质点模型.

2 基于模型预测控制的全局离线规划

为了规划出理想的全局飞行轨迹,需要对无人机施加各种约束条件,并通过代价函数对各项指标进行优化.

2.1 约束条件建立

在本文中,无人机的规划轨迹采用贝塞尔曲线表示.参考文献[10]和文献[15],无人机在 T_l 时间段内的轨迹可通过多条三阶贝塞尔曲线拼接而成.根据贝塞尔曲线的数学性质,无人机的连续输入轨迹可以由一组有限的控制点定义.每一段用于拼接的贝塞尔曲线阶数为 r ,由 $r + 1$ 个三维控制点 $q \in \mathbb{R}^{1 \times 3}$ 定义.每段曲线控制点组成的列向量为 $Q = [q_1, q_2, \dots, q_{r+1}]^T \in \mathbb{R}^{3(r+1)}$.在MPC的每一步预测后,都将获得一条由 m 段分段轨迹拼接而成的曲线,即每一步计算出 $m \times (r + 1)$ 个控制点.在 k 时刻第 i 架无人机的轨迹控制点由列向量 $Q_i^k = [Q_1^T, Q_2^T, \dots, Q_m^T] \in \mathbb{R}^{3m(r+1)}$ 表示.

无人机的分段轨迹拼接要求轨迹在拼接处光滑,即两段贝塞尔曲线首尾连接点之间二阶导数连续.根据连续性要求构造轨迹的连续性约束如下:

$$\begin{cases} q_{i,\mu}^{(0),r+1} = q_{i,\mu+1}^{(0),1}, \\ q_{i,\mu}^{(1),r+1} = q_{i,\mu+1}^{(1),1}, \\ q_{i,\mu}^{(2),r+1} = q_{i,\mu+1}^{(2),1}, \end{cases} \quad (2)$$

其中 $q_{i,\mu}^{(0),r+1}$ 代表第 i 架无人机第 μ 条贝塞尔曲线的第0阶导数上的第 $r + 1$ 个控制点.贝塞尔曲线具有如下基本性质:

$$q_{i,\mu}^{(\varsigma),r} = \frac{r!}{(r-\varsigma)!} (q_{i,\mu}^{(\varsigma-1),r+1} - q_{i,\mu}^{(\varsigma-1),r}), \varsigma \geq 1. \quad (3)$$

基于这一性质,式(2)可以改写为如下矩阵形式:

$$A_{\text{cont},i}^k Q_i = b_{\text{cont},i}^k, \quad (4)$$

其中 $A_{\text{cont},i}^k$ 和 $b_{\text{cont},i}^k$ 均为常量.式(4)为第 i 架无人机在 k 时刻的轨迹连续性约束条件.

除了要保证轨迹的连续性以外,还需要满足无人机在实际的物理环境下的动力学可行性,即对无人机的速度、加速度进行限制.参考文献[16]的定义方式,构造动力学可行性约束如下:

$$\begin{cases} v_{\min} \leq r(q_{i,\mu}^{(0),\theta} - q_{i,\mu}^{(0),\theta-1}) \leq v_{\max}, \\ a_{\min} \leq \\ r(r-1)(q_{i,\mu}^{(0),\theta} - 2q_{i,\mu}^{(0),\theta-1} + q_{i,\mu}^{(0),\theta-2}) \leq a_{\max}. \end{cases} \quad (5)$$

其中: $\theta = (3, 4, \dots, r + 1)$ 为每段贝塞尔曲线上第 θ 个控制点; r 为贝塞尔曲线的阶数; v_{\min} 、 v_{\max} 、 a_{\min} 和

a_{\max} 均为常量,分别代表最小速度、最大速度、最小加速度和最大加速度. 式(5)可改写为矩阵不等式形式

$$A_{\text{dyn},i}^k Q_i \leq b_{\text{dyn},i}^k, \quad (6)$$

其中: $A_{\text{dyn},i}^k$ 和 $b_{\text{dyn},i}^k$ 均为常量. 式(6)即为轨迹的动力学不等式约束.

在无人机集群的飞行过程中,无人机之间的避碰行为通过建立相关约束实现. 将无人机视作球状刚体,其碰撞半径为 r_c . 为了留出安全飞行的裕量,定义两架无人机的安全飞行距离 $d_{\text{safe}} > r_c$. 避碰行为的原则是预测无人机与其邻居的飞行状态,优化其飞行轨迹,从而避免未来的碰撞. 避碰约束的施加采用事件触发机制,即当 MPC 预测两架无人机即将发生碰撞时,对这两架无人机施加避碰约束;没有碰撞威胁时,不施加约束. 这样做的好处是放宽了约束条件,拓宽了求解空间,便于 MPC 寻找到更多的可行解. 假设无人机 i 与 j 即将碰撞,在碰撞点处施加约束如下:

$$\|p_i(k_c|k) - p_j(k_c|k)\|_2 \geq d_{\text{safe}}. \quad (7)$$

其中: p_i 与 p_j 为两架无人机的位置; k_c 为碰撞时刻,是两架无人机最早发生碰撞的时刻. k_c 的求取方法为

$$k_c = \min\{k' \mid \|p_i(k'|k) - p_j(k'|k)\|_2 < d_{\text{safe}}\}, \quad (8)$$

其中 k' 为预测时域内的某一时刻. 这里仅在碰撞点处施加了避碰约束,但是考虑到两架无人机都在运动中,可能因为无人机刹车不及时而发生碰撞,为了增加安全性,可以考虑扩展约束施加的范围. 定义无人机在有碰撞威胁时的刹车时间 $T_b = Bt_p \leq T_p$,即无人机由最大速度以最大加速度刹车至停下所需的时间. 在检测到碰撞威胁时,只要无人机能够在刹车时间内保证足够的安全距离,不发生碰撞,则飞行就是安全的,即保证无人机在碰撞前能及时刹车. 不同于式(7)的单点约束,这种避碰约束是连续施加的,本文称为连续避碰约束,即

$$\|p_i(k + \phi|k) - p_j(k + \phi|k)\|_2 \geq d_{\text{safe}}, \quad (9)$$

其中 $\phi \in \{0, \dots, B-1\}$. 可以注意到这是由多组不等式构成的约束. 上述避碰约束是较为严格的硬约束,在实际求解过程中可能会因为严苛的约束导致不易求解. 为了方便 MPC 的求解,拓宽求解空间,本文引入松弛因子 ω_{ij} 来放松约束条件,即

$$\|p_i(k + \phi|k) - p_j(k + \phi|k)\|_2 \geq d_{\text{safe}} - \omega_{ij}(k + \phi|k). \quad (10)$$

其中: d_{safe} 为预定义的无人机间安全距离, $\omega_{ij} \geq 0$ 代表了对约束条件的放松程度. 式(10)即为本文所采用的避碰约束形式. ω_{ij} 越大,无人机的安全距离越

小,约束条件越松,解空间越大,但是碰撞危险也会增加. 为了平衡安全性与求解空间的大小,本文将松弛因子加入了代价函数中进行优化,将避碰约束这一严格的硬约束转化为与代价函数相关的软约束. 具体形式将在2.2节介绍. 将式(10)的避碰约束改写为如下矩阵形式:

$$A_{a\text{-saf},i}^k [(P_i^k)^\top, (\Omega_i^k)^\top] \leq b_{a\text{-saf},i}^k. \quad (11)$$

其中: $A_{a\text{-saf},i}^k$ 和 $b_{a\text{-saf},i}^k$ 均为常量; $\Omega_i^k = [\omega_{ij}^\top(k + \phi|k)]^\top$; $P_i^k = [p_{ij}^\top(k + \phi|k)]^\top$; $p_{ij} = p_i - p_j$; $\phi \in \{0, \dots, B-1\}$.

尽管本文中无人机集群没有固定队形,但为了保证集群的紧凑性,需要对无人机与邻居间的最大距离进行约束. 仿照式(10)的机间避碰约束形式,引入松弛因子,设计集群紧凑约束如下:

$$\|p_i(k + \phi|k) - p_j(k + \phi|k)\|_2 \leq d_{\text{co}} + \chi_{ij}(k + \phi|k). \quad (12)$$

其中: $\chi_{ij} \geq 0$ 为松弛因子; $\phi \in \{0, \dots, B-1\}$; d_{co} 为预定义的无人机间最大距离. 式(12)约束了无人机间的最大距离使集群更加紧凑. 而松弛因子放松了这一约束,将这一条硬约束转化为软约束,将约束与代价函数联系起来. 集群紧凑约束的矩阵形式如下:

$$A_{a\text{-co},i}^k [(P_i^k)^\top, (X_i^k)^\top] \geq b_{a\text{-co},i}^k. \quad (13)$$

其中: $A_{a\text{-co},i}^k$ 和 $b_{a\text{-co},i}^k$ 均为常量; $X_i^k = [\chi_{ij}^\top(k + \phi|k)]^\top$; $P_i^k = [p_{ij}^\top(k + \phi|k)]^\top$; $p_{ij} = p_i - p_j$; $\phi \in \{0, \dots, B-1\}$.

无人机需要回避静态障碍物,静态避障在预测碰撞将要发生时施加避障约束. 值得注意的是,本文在应用 MPC 进行规划轨迹时仅考虑静态避障,动态避障将由后续的人工势场法实现. 预测轨迹上可能会有多个障碍物,避障时仅考虑当前的第1个静态障碍物,并生成对应避障轨迹. 避开第1个静态障碍物后,如果遭遇第2个障碍物,则重复上述过程. 这样,在 MPC 规划轨迹时,只需考虑第1个静态障碍物,减少了计算量,方便求解. 参考式(10)的约束形式,引入松弛因子,设计静态避障约束如下:

$$\|p_i(k_c|k) - p_o\|_2 \geq d_{o\text{-saf}} - \lambda_{io}(k_c|k). \quad (14)$$

其中: p_o 为静态障碍物的位置, $\lambda_{io} \geq 0$ 为松弛因子, $d_{o\text{-saf}}$ 为预定义的无人机与静态障碍物的安全距离. 由于障碍物是静态的,避障比较容易,可以不用采取机间避碰时的连续约束. 将静态避障约束写成如下矩阵形式:

$$A_{o\text{-saf},i}^k [(P_i^k)^\top, (A_i^k)^\top] \geq b_{o\text{-saf},i}^k. \quad (15)$$

其中: $A_{o\text{-saf},i}^k$ 和 $b_{o\text{-saf},i}^k$ 均为常量, $A_i^k = [\lambda_{io}^T(k_c|k)]^T$, $P_i^k = [p_{io}^T(k_c|k)]^T$, $p_{io} = p_i - p_o$.

2.2 代价函数设计

MPC的优化目标是使代价函数最小,代价函数的设计要考虑避碰代价、避障代价、集群紧凑代价、目标误差代价以及控制输入代价.

本文在式(10)的避碰约束中引入了松弛因子 ω_{ij} 来放松约束条件. ω_{ij} 越大,约束条件越宽松,但相应的求解空间会更大.因此,需要在优化问题有解的情况下使松弛因子最小.设计第*i*架无人机在第*k*时刻的避碰代价函数为

$$\mathcal{J}_{a\text{-saf},i}^k = \sum_{j \in N_i} \sum_{\phi=0}^{B-1} (h_{a\text{-saf}} \omega_{ij}(k + \phi|k) + q_{a\text{-saf}} \omega_{ij}^2(k + \phi|k)), \quad (16)$$

其中 $h_{a\text{-saf}}$ 和 $q_{a\text{-saf}}$ 是权重系数,均为常量.代价函数采用二次型的形式,可以当作QP问题求解.

仿照式(16)的形式,集群的紧凑代价函数设计为

$$\mathcal{J}_{a\text{-co},i}^k = \sum_{j \in N_i} \sum_{\phi=0}^{B-1} (h_{a\text{-co}} \chi_{ij}(k + \phi|k) + q_{a\text{-co}} \chi_{ij}^2(k + \phi|k)), \quad (17)$$

其中 $h_{a\text{-co}}$ 和 $q_{a\text{-co}}$ 是权重系数,均为常量.集群的避障代价函数设计为

$$\mathcal{J}_{o\text{-saf},i}^k = h_{o\text{-saf}} \lambda_{io}(k_c|k) + q_{o\text{-saf}} \lambda_{io}^2(k_c|k), \quad (18)$$

其中 $h_{o\text{-saf}}$ 和 $q_{o\text{-saf}}$ 是权重系数,均为常量.

本文向所有无人机给出了一个确定的目标点 $p_{\text{tar}} \in \mathbb{R}^3$.采用无人机与目标点间的位置误差来设计目标误差代价函数,即

$$\mathcal{J}_{\text{tar},i}^k = \sum_{\tau=1}^P q_{\text{tar}} \|p_i(k + \tau|k) - p_{\text{tar}}\|_2^2, \quad (19)$$

其中 q_{tar} 为权重常数.

控制输入代价函数衡量了控制指令带来的无人机能量消耗情况,追求控制量最小化.控制输入代价函数设计为

$$\mathcal{J}_{\text{con},i}^k = \sum_{\tau=1}^P q_{\text{con}} \left\| \frac{d^2}{dt^2} u_i(k + \tau|k) \right\|_2^2, \quad (20)$$

其中 q_{con} 为权重常数.

为了规划无人机的期望轨迹,每一架无人机*i*需要在*k*时刻求解一个QP问题.定义无人机的可飞行空间为 P_v ,等价于无人机的飞行场地,规定无人机只能在指定的场地空间内飞行.定义无人机的飞行速度空间为 $V_v = \{v | v_{\min} \leq v \leq v_{\max}\}$.定义无人机的可行状态空间 $\chi_i = \{x_i(k) = [p_i(k)^T, v_i(k)^T]^T | p_i(k) \in$

$P_v, v_i(k) \in V_v\}$.定义无人机的可行控制输入空间 $U_i = \{p_{\text{ref}i}(k) | p_{\text{ref}i}(k) \in P_v\}$.综合式(4)、(6)、(11)、(13)和(15)的约束条件以及式(16)~(20)的优化函数,得到期望轨迹的QP问题如下:

$$\begin{aligned} \min \quad & \mathcal{J}_{a\text{-saf},i}^k + \mathcal{J}_{a\text{-co},i}^k + \mathcal{J}_{o\text{-saf},i}^k + \mathcal{J}_{\text{tar},i}^k + \mathcal{J}_{\text{con},i}^k. \\ \text{s.t.} \quad & A_{\text{cont},i}^k Q_i = b_{\text{cont},i}^k; \\ & A_{\text{dyn},i}^k Q_i \leq b_{\text{dyn},i}^k; \\ & A_{a\text{-saf},i}^k [(P_i^k)^T, (\Omega_i^k)^T] \leq b_{a\text{-saf},i}^k; \\ & A_{a\text{-co},i}^k [(P_i^k)^T, (X_i^k)^T] \geq b_{a\text{-co},i}^k; \\ & A_{o\text{-saf},i}^k [(P_i^k)^T, (A_i^k)^T] \geq b_{o\text{-saf},i}^k; \\ & x_i(k + l + 1) = A_i x_i(k + l) + B_i u_i(k + l); \\ & x_i(k + l|k) \in \chi_i, u_i(k + l|k) \in U_i, \\ & x_i(k|k) = x_i(k); \\ & l = 0, 1, \dots, P - 1. \end{aligned} \quad (21)$$

其中: Ω_i^k 、 X_i^k 和 A_i^k 为松弛因子组成的列向量,并且其中的元素均为正常数; χ_i 与 U_i 分别为上文定义的可行状态空间与可行控制输入空间.值得注意的是,尽管式(16)、(17)与式(19)、(20)的求和范围不同,但是作为标量函数,其数值大小具有衡量代价的意义,因此可以统一于式(21)中.

无人机的静态全局轨迹是在已知全局静态障碍物信息的情况下规划的,假如加入未知的动态障碍物进行干扰,无人机很可能在飞行时发生碰撞.为了弥补这一缺陷,增强轨迹的安全性,本文提出如下一种基于人工势场法的在线局部动态避障方法.

3 基于改进人工势场法的局部在线规划

人工势场法是一种经典的无人机避障方法.其原理为在无人机的飞行空间内设置虚拟力场,障碍物的力场设置为斥力,飞行目标点的力场设置为引力.无人机按照斥力与引力的合力进行运动,从而在避障的同时到达目标点.

3.1 人工势场法的改进

在传统人工势场法中,当无人机接近目标点(引力源)时,引力迅速趋近于0,造成无人机在目标点处徘徊飞行.本文对引力场做出改进.由于MPC规划的轨迹飞行高度相对固定,动态避障不再考虑Z轴.以无人机的目标点为原点,建立二维极坐标系.建立改进引力势场函数如下:

$$U_{\text{at}}(X_p) = 0.5k_a \rho^2(X_p, X_{\text{tar}}) + f_{\text{at}} \rho(X_p, X_{\text{tar}}). \quad (22)$$

其中: $X_p, X_{\text{tar}} \in \mathbb{R}^2$ 分别为无人机和目标点的位置; U_{at} 为引力势场函数; k_a 和 f_{at} 为正常数; $\rho(X_p, X_{\text{tar}})$ 为

无人机与目标点的相对距离. 对引力势场函数在极坐标系下求取负梯度, 可得引力表达式为

$$F_{at}(X_p) = (-k_a \rho(X_p, X_{tar}) - f_{at}) \cdot \vec{e}_\rho \quad (23)$$

其中: F_{at} 为引力函数; \vec{e}_ρ 为极坐标系下的单位径向分量, 其方向由原点(目标点)指向无人机. 因此引力方向由无人机指向目标点. 同理, 定义斥力函数时, 斥力方向由障碍物指向无人机. 为了使表述更加简洁, 在下文中引力及斥力函数均省略单位径向分量 \vec{e}_ρ . 当无人机接近目标点时, 改进后的引力函数趋近于 f_{at} . 这使得无人机在目标点处能够保持一定飞行速度, 一定程度上缓解了徘徊现象, 节省了飞行时间.

如果目标点距离某个障碍物(或无人机)比较近, 则在斥力和引力的影响下, 无人机容易在目标点附近低速徘徊. 为了解决这一问题, 将无人机与目标点的相对距离引入斥力场函数中^[17], 建立斥力场函数如下:

$$U_r(X_p) = \begin{cases} 0.5k_r \left(\frac{1}{\rho(X_p, X_{ob})} - \frac{1}{\rho_0} \right)^2 \rho^{t_a}(X_p, X_{tar}), & \rho(X_p, X_{ob}) \leq \rho_0; \\ 0, & \rho(X_p, X_{ob}) > \rho_0. \end{cases} \quad (24)$$

其中: $X_{ob} \in \mathbb{R}^2$ 为障碍物的位置; ρ_0 为障碍物的斥力场作用范围, 超过这个距离斥力场不再产生作用; U_r 为斥力势场函数; k_r 为常量系数; $\rho(X_p, X_{ob})$ 为无人机与障碍物的相对距离; t_a 为调节因子, 是可变的正常数. 对斥力场求取负梯度, 可得斥力函数为

$$F_r(X_p) = \begin{cases} F_{r1} + F_{r2}, & \rho(X_p, X_{ob}) \leq \rho_0; \\ 0, & \rho(X_p, X_{ob}) > \rho_0. \end{cases} \quad (25)$$

其中 F_r 为斥力函数, 斥力方向由障碍物指向无人机. F_{r1} 和 F_{r2} 的具体形式为

$$F_{r1}(X_p) = k_r \left(\frac{1}{\rho(X_p, X_{ob})} - \frac{1}{\rho_0} \right) \frac{1}{\rho^2(X_p, X_{ob})} \times \rho^{t_a}(X_p, X_{tar}), \quad (26)$$

$$F_{r2}(X_p) = -0.5t_a k_r \left(\frac{1}{\rho(X_p, X_{ob})} - \frac{1}{\rho_0} \right)^2 \times \rho^{t_a-1}(X_p, X_{tar}). \quad (27)$$

其中: F_{r1} 和 F_{r2} 为斥力的两个分量, F_{r1} 的方向由障碍物指向无人机, F_{r2} 则相反; $t_a \in (0, 1)$ 为调节因子. 考虑目标点附近存在障碍物的情况, 随着无人机与目标点和障碍物的距离逐渐缩小, 斥力中 F_{r2} 分量所占比重逐渐增大, F_{r1} 比重逐渐减小, 斥力的增加逐渐减缓, 从而改善了因斥力过大而造成无人机在目标点附近低速徘徊的情况.

无人机在人工势场中的运动情况由斥力与引力的合力决定^[18-19]. 如果斥力与引力的大小相等、方向相反, 则无人机就会进入一个受力平衡状态, 陷入局部极小值, 无法运动^[20-21]. 为了解决这个问题, 可以引入一个外部调控力 f_0 将无人机由受力平衡点推开^[17]. f_0 的表达式如下:

$$f_0 = F_{r3}(X_p) + k_F F_a(X_p). \quad (28)$$

其中: $F_{r3}(X_p)$ 为一股新的斥力, 其大小 $\|F_{r3}(X_p)\|_2 = \|F_{r1}(X_p)\|_2$, 方向垂直于 $F_{r1}(X_p)$, 从而可以将无人机推离受力平衡点; k_F 为调控系数, 参考文献[17]定义为

$$k_F = \frac{\min \rho(X_p, X_{ob})}{\rho_0}, \quad (29)$$

$\min \rho(X_p, X_{ob})$ 定义为无人机与当前最近障碍物之间的距离. 无人机进入受力平衡状态的判定条件为

$$F_r(X_p) = \begin{cases} \pi - \theta_f \leq \varepsilon, \\ \|F_r(X_p)\|_2 = \|F_a(X_p)\|_2. \end{cases} \quad (30)$$

其中: θ_f 为无人机合斥力与合引力的夹角, $\varepsilon \geq 0$ 为常量.

3.2 基于事件触发的轨迹变更与恢复策略

当无人机遭遇动态障碍物时, 需要在合适的时机变更轨迹进行避障, 避障完成后立刻回到MPC的规划轨迹上.

将无人机与动态障碍物视为刚体, 其碰撞半径分别为 R_q 与 R_o , 并留出一定的安全裕量 R_a . 定义无人机与障碍物的安全距离为 R_s , 小于此距离则发生碰撞. 安全距离 R_s ^[22] 定义如下:

$$R_s = R_q + R_o + R_a. \quad (31)$$

障碍物的位置、速度等信息不会预先提供给无人机, 但无人机可以在一定范围内探测到障碍物的位置信息 $p_{do} \in \mathbb{R}^2$, 并根据位置信息的差分估测动态障碍物的速度 $v_{do} \in \mathbb{R}^2$. 当障碍物与无人机的距离小于某一阈值时, 认为飞行安全受到威胁, 即

$$\rho(X_p, X_{ob}) \leq R_t, \quad (32)$$

其中 R_t 为避障距离. 设置自适应避障距离为

$$R_t = R_s \|v_{do} - v_i\|_2 (a \|v_{do}\|_2 + b \|v_i\|_2) + R_s. \quad (33)$$

其中: v_i 为第 i 架无人机的速度; a 、 b 均为常数, 可通过调节其大小来控制 R_t 的总体大小. 一般而言, 考虑到无人机避障时的动力学可行性, 应提前开始避障, 即适当增大 R_t , 避免无人机大角度转弯. 从式(33)可以看到 $R_t \geq R_s$.

当无人机与动态障碍物的距离小于 R_t 时, 无人

机将脱离规划轨迹开始避障,并在完成避障后重新切入规划轨迹.为了使无人机较为平滑地切入,以障碍物中心点为圆心、 R_t 为半径的圆周交于未来规划轨迹上的某一点,这一点即为轨迹恢复点.由于障碍物的运动方向垂直于无人机的整体运动方向,这样选择的恢复点与避障时的变更点大致对称,且轨迹较为平滑.

4 仿真验证

4.1 MPC全局路径规划仿真

为了检验MPC的全局路径规划效果,设计如下仿真场景.仿真场地长8m,宽4m,在场地中设置8个不规则分布的圆柱形静态障碍物,使用4架微纳无人机组成集群,其碰撞半径仅为0.065m,从起点穿过障碍物到达目标点,目标点与静态障碍物的坐标已知.设置邻居无人机数 $h_n = 2$,预测时域 $T_p = 3s$,单步时长 $t_p = 0.2s$,最大飞行速度 $v_{max} = 1.5m/s$,最大飞行加速度 $a_{max} = 1m/s^2$.设定避碰安全距离 $d_{safety} = 0.3m$,机间极限距离 $d_{coh} = 1.3m$,实际碰撞距离 $d_{coll} = 0.13m$,避障安全距离 $d_{im} = 0.25m$,留出了一定的安全裕量.本次仿真目的是验证MPC的离线规划效果,因此未设置动态障碍物.

仿真结果如图1~图4所示.图1为4架无人机的全局历史轨迹,仅能显示轨迹点的空间坐标.在仿真实验中,无人机的轨迹与时间相关,但其图像不便于展示时间轴.尽管某几架无人机的轨迹在图1中的空间上相交,但是轨迹在时间上是错开的,并未发生碰撞.从图1可以看出,MPC规划轨迹较为平滑,并且避开了众多静态障碍物,到达了目标点附近.注意到无人机集群不能完全飞抵目标点处,这是因为每一架无人机在式(19)所设计的目标误差代价函数驱使下飞向目标点,而式(16)所设计的避碰代价函数则要求无人机间相互保持安全距离.在这两个代价函数的作用下,没有一架无人机能完全飞抵目标,而是呈现集群的形式分布在目标点的一个较近范围内.

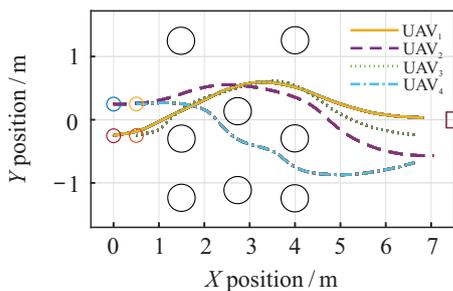


图1 MPC全局规划轨迹

图2展示了集群内无人机的机间距离曲线,其中 d_{ij} 为无人机机间距离.可以看出无人机的间距始终

保持在 d_{safety} 与 d_{coh} 之间,既没有发生碰撞,也构成了一个足够紧凑的集群.整体上看,其平均间距在0.5m左右.图3表现了集群内无人机与障碍物的避障性能, d_{io} 表示无人机与障碍物的距离.从第8s后无人机基本飞出障碍物群,因此曲线快速上升.总体上看,无人机能够始终与障碍物保持一个安全距离,没有碰撞,从而验证了MPC规划轨迹的安全性.

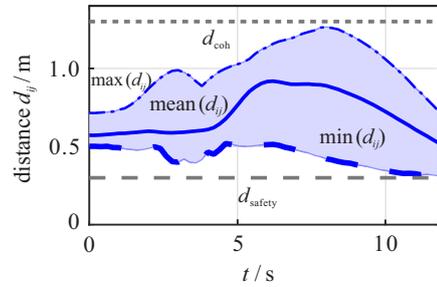


图2 无人机机间距离曲线

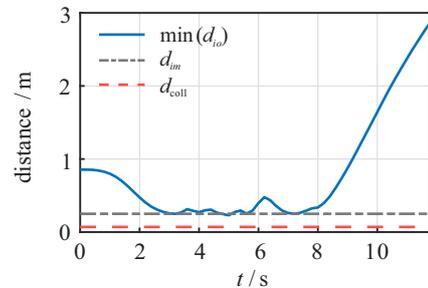


图3 无人机与障碍物距离曲线

图4为无人机的速度曲线,可以看出无人机的平均速度比较稳定,并且最大速度没有超过 v_{max} ,满足动力学可行性约束.集群内无人机在同一时刻的最大速度和最小速度整体差别不大,较为稳定.

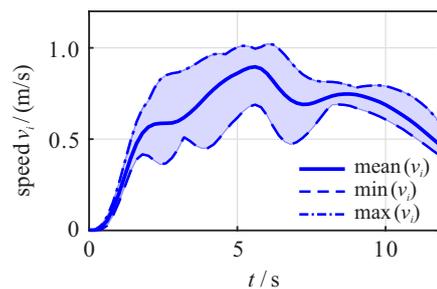


图4 无人机速度曲线

4.2 改进人工势场法局部路径规划仿真

在验证了MPC轨迹的安全性与平滑性之后,可以利用规划轨迹进行下一步的动态避障仿真验证.为了检验改进人工势场法的动态避障效果,设计仿真场景如下:在图1的地图基础上,加入一个动态障碍物,其二维坐标为 $(5.5, y_d)m$,其中 $y_d \in [-1.5, 1.5]m$,速度为 $[0, 0.5]m/s$.当其运动至极限位置 $(5.5, 1.5)m$ 时脱离地图,并在 $(5.5, -1.5)m$ 处生成一个新的动态障碍物.设计引力尺度因子 $K_a = 0.5$,障

碍物斥力尺度因子 $K_{r1} = 0.5$, 无人机斥力尺度因子 $K_{r2} = 0.004$, 斥力作用范围 $\rho_0 = 1.5\text{ m}$, 安全距离 $R_s = 0.5\text{ m}$.

仿真结果如图5~图7所示. 其中黑色方形为动态障碍物, 其速度为 $[0, 0.5]\text{ m/s}$. 4种不同的符号标记代表4架无人机的历史轨迹, 每种轨迹最右侧的标记代表当前时刻无人机的位置. 从图5可以看出, 此时 UAV₁、UAV₂ 和 UAV₃ 的前方遭遇了动态障碍物, 其轨迹具有明显向下回避的趋势. 图6中障碍物远去, 回避完成, 3架无人机继续向目标点运动. 图7中新的障碍物在下方出现, UAV₄ 开始向上回避. 总体上看, 无人机能够避开动态障碍物, 且两架无人机相互之间保持了一定距离, 没有发生碰撞, 避障轨迹十分平滑, 具有良好的动态避障能力.

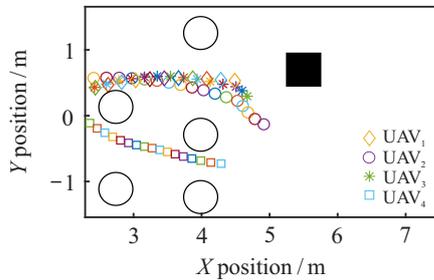


图5 $t = 7.4\text{ s}$ 时动态避障轨迹

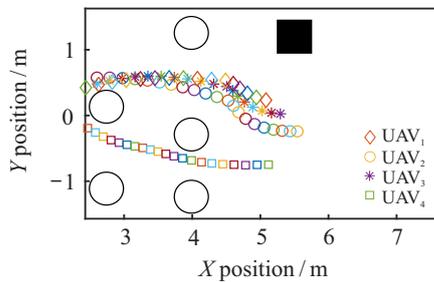


图6 $t = 8.4\text{ s}$ 时动态避障轨迹

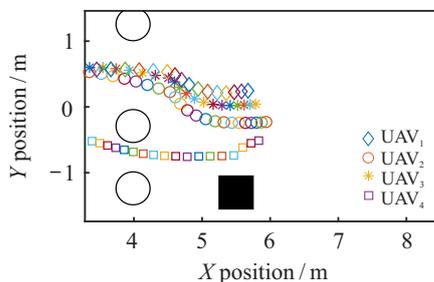


图7 $t = 9.4\text{ s}$ 时动态避障轨迹

5 结论

针对MPC运算量大、计算时间长和实时控制频率低等问题, 本文采用了离线计算的MPC来规划一条全局路径. 另外, 通过人工势场法增强了无人机集群的动态避障能力. 本文将松弛因子引入代价函数, 使约束与代价联系起来, 在适当放松约束条件的同

时增大了优化问题的求解空间. 本文将目标与无人机的相对距离引入斥力函数, 并优化了引力函数, 同时缓解了当目标点处存在其他斥力源时无人机低速徘徊的问题. 针对局部极小值问题, 本文引入了调节力, 以推离受力平衡的无人机. 此外设计了无人机的轨迹变更策略, 完成了无人机的全局规划轨迹跟踪与动态避障的衔接. 本文仅考虑了单个动态障碍物, 且障碍物运动方式较为单一. 未来工作可以加入更多障碍物, 并且丰富其运动方式, 进一步增强无人机集群的动态避障能力.

参考文献(References)

- [1] 伍国华, 毛妮, 徐彬杰, 等. 基于自适应大规模邻域搜索算法的多车辆与多无人机协同配送方法[J]. 控制与决策, 2023, 38(1): 201-210.
(Wu G H, Mao N, Xu B J, et al. The cooperative delivery of multiple vehicles and multiple drones based on adaptive large neighborhood search[J]. Control and Decision, 2023, 38(1): 201-210.)
- [2] 余伶俐, 魏亚东, 霍淑欣. 基于MCPDDPG的智能车辆路径规划方法及应用[J]. 控制与决策, 2021, 36(4): 835-846.
(Yu L L, Wei Y D, Huo S X. The method and application of intelligent vehicle path planning based on MCPDDPG[J]. Control and Decision, 2021, 36(4): 835-846.)
- [3] Chu Z Z, Wang F L, Lei T J, et al. Path planning based on deep reinforcement learning for autonomous underwater vehicles under ocean current disturbance[J]. IEEE Transactions on Intelligent Vehicles, 2023, 8(1): 108-120.
- [4] 鲜斌, 许鸣镝, 王岭. 分布式无人机队列控制与动态障碍规避设计[J]. 控制与决策, 2022, 37(9): 2226-2234.
(Xian B, Xu M D, Wang L. Distributed unmanned aerial vehicle platoon control with dynamic obstacle avoidance[J]. Control and Decision, 2022, 37(9): 2226-2234.)
- [5] 向竹, 杨志伟, 杨克巍, 等. 基于双层稳定匹配的异构无人机集群“分布式”协同算法[J]. 控制与决策, 2022, 37(4): 871-880.
(Xiang Z, Yang Z W, Yang K W, et al. “Decentralized” collaborative algorithm for heterogeneous UAV swarm based on bi-level stable matching[J]. Control and Decision, 2022, 37(4): 871-880.)
- [6] Penicka R, Scaramuzza D. Minimum-time quadrotor waypoint flight in cluttered environments[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2022, 7(2): 5719-5726.
- [7] 赵超轮, 戴邵武, 赵国荣, 等. 基于分布式模型预测控制的无人机编队控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(7):

- 1763-1771.
(Zhao C L, Dai S W, Zhao G R, et al. Formation control of multi-UAV based on distributed model predictive control algorithm[J]. Control and Decision, 2022, 37(7): 1763-1771.)
- [8] 戴邵武, 赵超轮, 李飞, 等. 一种多约束下无人机编队的模型预测控制算法[J]. 控制与决策, 2023, 38(3): 706-714.
(Dai S W, Zhao C L, Li F, et al. An algorithm of model predictive control for formation control of a multi-UAV system considering multiple constraints[J]. Control and Decision, 2023, 38(3): 706-714.)
- [9] Luis C E, Schoellig A P. Trajectory generation for multiagent point-to-point transitions via distributed model predictive control[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2019, 4(2): 375-382.
- [10] Luis C E, Vukosavljev M, Schoellig A P. Online trajectory generation with distributed model predictive control for multi-robot motion planning[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2020, 5(2): 604-611.
- [11] Soria E, Schiano F, Floreano D. Predictive control of aerial swarms in cluttered environments[J]. Nature Machine Intelligence, 2021, 3(6): 545-554.
- [12] Soria E, Schiano F, Floreano D. Distributed predictive drone swarms in cluttered environments[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2022, 7(1): 73-80.
- [13] 秦明星, 王忠, 李海龙, 等. 基于分布式模型预测的无人机编队避障控制[EB/OL]. (2022-08-25)[2023-11-11]. <https://iffg1b13095ec5284139skvn0ouxfuxun6uf5fgfy.eds.tju.edu.cn/10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0509>.
(Qin M X, Wang Z, Li H L, et al. DMPC for formation of multi-UAV with collision/obstacle avoidance[EB/OL]. (2022-08-25)[2023-11-11]. <https://iffg1b13095ec5284139skvn0ouxfuxun6uf5fgfy.eds.tju.edu.cn/10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0509>.)
- [14] Mellinger D, Kumar V. Minimum snap trajectory generation and control for quadrotors[C]. 2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Shanghai, 2011: 2520-2525.
- [15] van Parys R, Pipeleers G. Online distributed motion planning for multi-vehicle systems[C]. 2016 European Control Conference (ECC). Aalborg, 2016: 1580-1585.
- [16] Gao F, Wu W, Lin Y, et al. Online safe trajectory generation for quadrotors using fast marching method and Bernstein basis polynomial[C]. 2018 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Brisbane, 2018: 344-351.
- [17] 涂柯, 侯宏录, 苏炜. 改进人工势场法的无人机避障路径规划[J]. 西安工业大学学报, 2022, 42(2): 170-177.
(Tu K, Hou H L, Su W. Obstacle avoidance path planning of UAV based on improved artificial potential field method[J]. Journal of Xi'an Technological University, 2022, 42(2): 170-177.)
- [18] 田亚卓, 张勇军. 基于改进人工势场法的动态环境下无人机路径规划[J]. 武汉科技大学学报: 自然科学版, 2017, 40(6): 451-456.
(Tian Y Z, Zhang Y J. UAV path planning based on improved artificial potential field in dynamic environment[J]. Journal of Wuhan University of Science and Technology: Natural Science Edition, 2017, 40(6): 451-456.)
- [19] 翟丽, 张雪莹, 张闲, 等. 基于势场法的无人车局部动态避障路径规划算法[J]. 北京理工大学学报, 2022, 42(7): 696-705.
(Zhai L, Zhang X Y, Zhang X, et al. Local dynamic obstacle avoidance path planning algorithm for unmanned vehicles based on potential field method[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2022, 42(7): 696-705.)
- [20] 陈天德, 黄炎焱, 李琛. 基于二重势函数法的集群航路规划[J]. 控制理论与应用, 2021, 38(1): 90-102.
(Chen T D, Huang Y Y, Li C. Cluster path planning based on double potential fields[J]. Control Theory & Applications, 2021, 38(1): 90-102.)
- [21] 曹博, 毕树生, 郑晶翔, 等. 改进人工势场法的冗余机械臂避障算法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2019, 51(7): 184-191.
(Cao B, Bi S S, Zheng J X, et al. Obstacle avoidance algorithm for redundant manipulator of improved artificial potential field method[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2019, 51(7): 184-191.)
- [22] 郭华, 郭小和. 改进速度障碍法的无人机局部路径规划算法[J]. 航空学报, 2023, 44(11): 271-281.
(Guo H, Guo X H. Local path planning algorithm for UAV based on improved velocity obstacle method[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2023, 44(11): 271-281.)

作者简介

鲜斌(1975—), 男, 教授, 博士生导师, 从事非线性系统控制、无人机系统、实时控制系统及其应用等研究, E-mail: xbin@tju.edu.cn;

宋宁(1999—), 男, 硕士生, 从事多无人机路径规划的研究, E-mail: songning@tju.edu.cn.