



中国科技期刊卓越行动计划项目入选期刊

# 控制与决策

CONTROL AND DECISION



## 考虑多车场出退勤的城轨交通乘务任务配对模型及算法

杨静, 石俊刚, 张玉清, 熊立龙, 杨立兴

引用本文:

杨静, 石俊刚, 张玉清, 熊立龙, 杨立兴. 考虑多车场出退勤的城轨交通乘务任务配对模型及算法[J]. 控制与决策, 2024, 39(7): 2142–2150.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.1858>

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 机器视觉在轨道交通系统状态检测中的应用综述

A survey of the application of machine vision in rail transit system inspection

控制与决策. 2021, 36(2): 257–282 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1199>

#### 多无人机协同直播场景下自适应任务卸载决策

Adaptive task offloading decision of multi-UAVs cooperation in live broadcasting scenario

控制与决策. 2021, 36(4): 974–982 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1104>

#### 多无人机协同直播场景下自适应任务卸载决策

Adaptive task offloading decision of multi-UAVs cooperation in live broadcasting scenario

控制与决策. 2021, 36(4): 974–982 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1104>

#### USV&AUV水下目标协同搜索与打击航迹规划

Coordinated path planning of USV&AUV for an underwater target

控制与决策. 2021, 36(4): 825–834 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1038>

#### 天临空协同对地观测任务规划模型与并行竞争模因算法

Planning model and parallel competing memetic algorithm for space–near space–air based cooperative earth observation missions

控制与决策. 2021, 36(3): 523–533 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0732>

# 考虑多车场出退勤的城轨交通乘务任务配对模型及算法

杨静<sup>1</sup>, 石俊刚<sup>1†</sup>, 张玉清<sup>1</sup>, 熊立龙<sup>1</sup>, 杨立兴<sup>2</sup>

(1. 华东交通大学 交通运输工程学院, 南昌 330013; 2. 北京交通大学 系统科学学院, 北京 100044)

**摘要:** 针对多个出退勤车场的城市轨道交通线路, 研究乘务任务配对问题的数学模型和算法, 在满足各车场出退勤任务守恒的前提下, 尽可能提高整体值乘效率. 首先, 考虑出退勤约束、轮换约束、用餐约束和工作量约束, 构建任务段衔接网络有向图, 并设计广度搜索算法搜寻满足各班种要求的候选任务池. 然后, 在此基础上, 以乘务总值乘费用最小为目标, 构建乘务任务配对问题的集覆盖模型. 接着, 为了提高大规模问题的求解效率, 设计基于列生成思想的启发式求解算法. 最后, 以南昌地铁1号线为例, 通过实例验证发现: 所提出方法能够合理安排早班和夜班任务的出、回场方式, 很好地满足了各车场夜、早任务守恒需求; 相对于现行方案, 有效减少了两个乘务任务, 且任务段平均衔接时间减少了1分17秒; 所提出模型和算法能够满足多车场出退勤需求, 且保证了值乘效率, 能够为实际运营提供决策支持.

**关键词:** 城市轨道交通; 乘务任务配对; 多车场; 出退勤; 集覆盖模型; 列生成算法

中图分类号: U293.5

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyj.2022.1858

**引用格式:** 杨静, 石俊刚, 张玉清, 等. 考虑多车场出退勤的城轨交通乘务任务配对模型及算法[J]. 控制与决策, 2024, 39(7): 2142-2150.

## Optimization model and algorithm for urban rail crew pairing problem with multiple depots

YANG Jing<sup>1</sup>, SHI Jun-gang<sup>1†</sup>, ZHANG Yu-qing<sup>1</sup>, XIONG Li-long<sup>1</sup>, YANG Li-xing<sup>2</sup>

(1. School of Transportation Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China; 2. School of Systems Science, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

**Abstract:** To solve the crew pairing problem for metro lines with multiple depots, this paper studies the optimization model and algorithm to satisfy the equivalences of attendance and leave duties at each depot, and meanwhile improve the work efficiency. By considering the constraints of attendance and leave, alternation, meals, and workload, a space-time network with respect to segments is firstly constructed, and a breadth-first search algorithm is designed to search the required feasible duty pool. Next, a set covering problem with additional constraints for the crew pairing problem is proposed, so as to minimize the total cost. To effectively solve the large-scale cases, a column-generation based algorithm is proposed. The proposed method is tested using the data from Nanchang metro line 1, and experimental results show that, the method can well satisfy the conservation constraints on the entering crews and outgoing crews for each depot. Compared with the existing plan, the obtained schedule by the proposed method reduces 2 crew duties, and the average connecting time for each segment is reduced by 1 minute and 17 seconds. This method can satisfy the requirements of crew pairing with multiple depots, and the work efficiency can also be improved, which can provide decision support for the metro operation in reality.

**Keywords:** urban rail transit; crew pairing; multiple depots; attendance and leave; set covering model; column generation

## 0 引言

城市轨道交通(以下简称城轨)乘务计划编制工作是根据每日行车计划和车底运用计划, 合理安排

乘务员每天驾车任务. 城轨乘务计划编制工作主要分为两部分: 1) 乘务任务配对(crew pairing), 将列车运行图中的服务车次配对形成满足不同班种的乘务

收稿日期: 2022-10-26; 录用日期: 2023-05-10.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71801093); 江西省社会科学基金项目(21GL37D); 江西省教育厅科学技术研究项目(GJJ210654).

责任编辑: 龙建成.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: jgshi@ecjtu.edu.cn.

任务(如早班、白班、夜班等);2)乘务任务轮转(crew rostering problem),根据每日配对好的乘务任务,按照特定轮班规则制定乘务员某一阶段的轮乘计划。目前,乘务任务配对问题是运营企业更为关心的问题,且难度较大。

国外对于乘务任务配对问题的研究起步较早,主要注重降低值乘成本。如Snijders等<sup>[1]</sup>、Portugal等<sup>[2]</sup>、Balakrishnan等<sup>[3]</sup>以及Suyabatmaz等<sup>[4]</sup>,以乘务总成本最小为目标,将该问题建立为集分割或集覆盖模型。Hanafi等<sup>[5]</sup>以任务数最少为目标,考虑乘务员可在多地点出退勤,建立了集分割模型,并设计了模拟退火算法进行求解。Zhou等<sup>[6]</sup>在此基础上,考虑任务量均衡性,进一步完善了该模型。Caprara等<sup>[7]</sup>和Heil等<sup>[8]</sup>对城轨乘务计划编制问题给出了较为全面的综述性分析。虽然国外对于城轨乘务配对问题已有较多研究,但是,所有任务大多采用同一工作标准,如统一的工作量、休息时间等,各任务的出退勤时间相对灵活。而国内大多采用固定轮转方式值乘(如4班2转、5班3转等),乘务员按照班组进行统一管理,以保证管理的规范性和秩序。因此,国内乘务任务的出退勤时间相对集中,并根据出勤时间不同,划分为早班、白班和夜班。

为了满足我国对于乘务班组统一管理的需求,国内学者开始研究满足固定轮转需求的乘务任务配对方法。如许仲豪等<sup>[9]</sup>和石俊刚等<sup>[10]</sup>考虑早、白、夜等不同班种任务,将乘务计划编制问题分别建立为类似的集分割或集覆盖模型,很好地满足了国内乘务配对

需求。潘寒川等<sup>[11]</sup>考虑不同班种的用餐需求,引入了“随乘”和“虚拟班”方式,很好地满足了用餐安排。黄志远等<sup>[12]</sup>提出了基于可预知事件的乘务轮转方案编制方法,考虑了备班、培训等特殊事件的计划安排。金华等<sup>[13]</sup>基于常用的固定轮班制度,构建了乘务任务配对和轮转一体化优化方法,通过协同考虑轮班约束,进一步减少了人员的使用。除考虑成本外,石俊刚等<sup>[14]</sup>考虑乘务任务间的均衡性,构建了以时间均衡性最优为目标的乘务计划编制模型。张增勇等<sup>[15]</sup>在建模时将模型约束分为硬约束和软约束两类,针对违背软约束的乘务任务设置了相应的惩罚值,提高了模型求解的灵活性。

我国城轨常见的乘务轮转制度为4班2转,即“白夜休休”,周期内每日值乘时间大致范围如图1所示。其中:第2个值乘日的夜班和第3日的早班采用连续值乘方式(即“夜早连乘”),第3日白天和第4日则集中休息。由于城轨运营结束一般超过24:00,夜班司机回家较为不便,采用夜早连乘方式可安排司机夜间留宿车场,虽然工作负担有所增加,但是休息时间也较为集中,是目前普遍采用的轮转方式。此时,当线路存在多个车场时,必须保证各车场夜班退勤与次日早班出勤任务数一致。为了满足该需求,在进行乘务任务配对时,需合理安排各夜、早班任务的归属车场及其出、入场方式,现有研究缺乏对于多车场出退勤因素的考虑。本文以此为背景,研究多车场线路的乘务任务配对模型及其算法,在满足各车场出退勤任务一致的前提下,尽可能降低乘务成本,提高值乘效率。

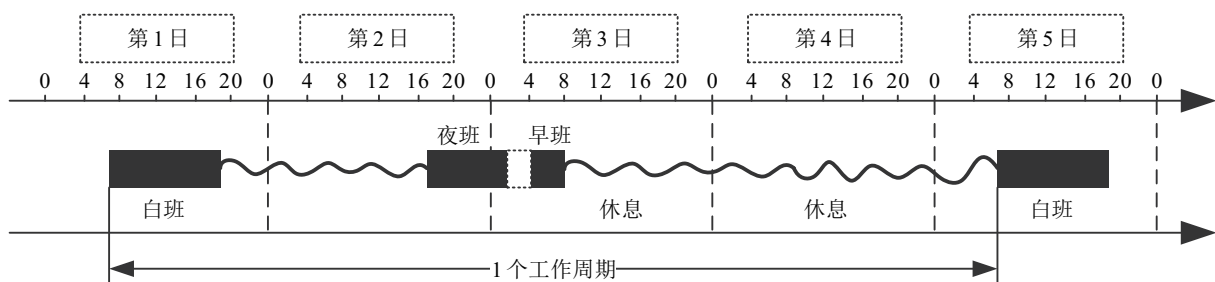


图1 “白夜休休”轮班示意图

需要说明的是,目前国内部分线路实现了全自动驾驶,列车可在无司机监督的情况下运行,此时乘务任务编制无须与车次关联,只需合理安排司机的驻扎车站和时段即可。而本文研究针对的是国内普遍采用的半自动驾驶线路,虽然列车在区间运行、停站和折返时能够实现自动驾驶,但是,列车关门和发车仍然需要司机手动操作,且须对列车运行状态进行监督。因此,乘务任务编制须详细安排每个任务的执行车次。

## 1 问题描述

任务段是乘务任务构成的最小单元,由服务车次根据出退勤车站、轮换车站、用餐车站等拆分而来(如图2所示)。多个任务段可配对为1个乘务任务,每个任务由1个司机单日完成,任务段配对需满足相关值乘要求(如出退勤时间和地点、用餐地点和时间、工作量等)。根据任务值乘的时间范围,通常可分为早班、白班和夜班3个班种,各班种值乘时间大致范围如表

1所示. 无论是单车场还是多车场线路, 乘务任务配对问题均是将所有任务段合理配对为相应班种(早班、白班、夜班)的乘务任务, 并尽可能降低乘务值乘费用. 为了满足国内的轮转值乘需求, 在编制乘务任务时, 各班种间的任务数量应基本一致. 多车场情况下, 为了满足夜早连乘规则, 还须保证各车场夜班回库任务数与早班出库任务数一致. 为了满足该需求, 编制乘务任务配对方案时, 需合理安排各早班任务的出库车场和夜班任务的留宿车场. 值得注意的是, 为了满足城轨司机在值乘过程中的轮换休息和用餐需

求, 在进行乘务值乘时, 值乘司机(即任务)的数量须大于上线列车数. 此时, 在安排出场入场方式时, 部分任务可驾车出入场, 而部分任务则需采用随乘方式完成(如图2所示). 其中: 随乘方式指司机作为乘客, 搭乘相应列车出入场. 多车场情况下, 在进行乘务任务配对时, 需结合随乘手段调配各夜、早班任务的归属车场, 以满足夜早任务数一致的要求. 然而, 过多的随乘又会降低乘务值乘效率, 增加乘务组织成本. 因此, 在满足多车场出退勤要求的情况下, 应尽可能避免不必要的随乘.

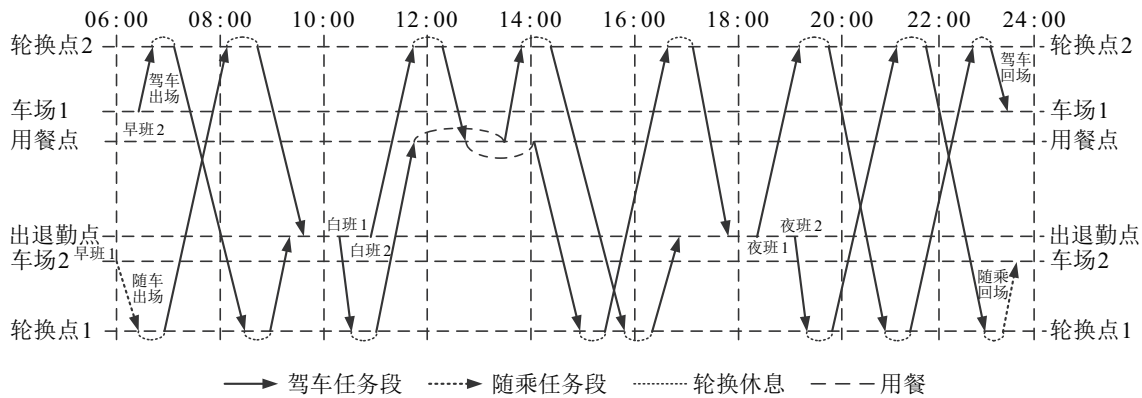


图2 乘务任务示意图

表1 不同班种的值乘要求

班种名称	出勤时间	退勤时间	工作量/h
早班	04:00~08:00	07:00~09:30	1~4
白班	07:00~12:00	16:00~19:30	6~9
夜班	16:00~18:00	21:00~次日01:00	3~8

## 2 乘务任务配对模型和算法

### 2.1 候选乘务任务集的生成

在构建数学优化模型前, 首先需要生成各班种所有可行的候选任务集合. 可行的乘务任务需满足多项值乘约束, 包括出退勤约束、轮换约束、用餐约束以及工作量约束. 采用  $I$  表示任务段集合,  $i, i'$  为任务段编号,  $i, i' \in I; J$  为乘务任务集合,  $j$  为任务段编号,  $j \in J$ . 乘务任务包含早班、白班和夜班3种, 采用  $D$  表示班种集合, 即  $D = \{\text{早, 白, 夜}\}$ .  $J_d$  为班种  $d$  的任务子集合,  $J_d \in J, d \in D$ . 具体约束如下.

#### 1) 出退勤约束.

出退勤约束指乘务任务的出、退勤时间必须满足出、退勤时间窗, 且必须在特定要求的站点进行, 出退勤约束如下所示:

$$S_d^{\min} \leq s_i \leq S_d^{\max}, \forall d \in D, i \in I; \quad (1)$$

$$E_d^{\min} \leq e_i \leq E_d^{\max}, \forall d \in D, i \in I; \quad (2)$$

$$m_i \in M_d, n_i \in N_d, \forall d \in D, i \in I. \quad (3)$$

其中:  $s_i, e_i$  分别为任务段  $i$  的开始和结束时间,  $S_d^{\max}, S_d^{\min}$  分别为班种  $d$  的出勤最早和最晚时间,  $E_d^{\max}, E_d^{\min}$  为班种  $d$  的退勤最早和最晚时间,  $m_i, n_i$  分别为任务段  $i$  的开始和结束车站,  $M_d, N_d$  分别为班种  $d$  的出勤和退勤车站集合, 约束(1)为出勤时间窗约束, 约束(2)为退勤时间窗约束, 约束(3)为出、退勤站点约束. 对于早班和夜班而言, 早班出勤地点和夜班退勤地点必须为车场.

#### 2) 轮换约束.

轮换休息时间指的是任务中前后两个接续任务段间的间隔时间, 必须满足特定要求, 同时衔接必须处于同一轮换车站. 具体约束如下所示:

$$R^{\min} \leq e_i - s_{i'} \leq R^{\max}, \forall i, i' \in I; \quad (4)$$

$$n_i = m_{i'}, \forall i, i' \in I. \quad (5)$$

其中: 约束(4)确保满足轮换休息时间,  $i, i'$  分别为轮换衔接的前后两个任务段,  $R^{\min}, R^{\max}$  分别为最小、最大轮换休息时间, 约束(5)保证衔接必须在同一车站.

#### 3) 用餐约束.

若任务需要安排用餐, 则用餐的时间和站点必须满足特定要求, 具体约束如下所示:

$$e_i \geq K_d^{\min}, \forall d \in D, i \in I; \quad (6)$$

$$s_{i'} \leq K_d^{\max}, \forall d \in D, i' \in I; \quad (7)$$

$$V_d^{\min} \leq e_i - s_{i'} \leq V_d^{\max}, \forall d \in D, i, i' \in I; \quad (8)$$

$$n_i, m_{i'} \in B_d, \forall d \in D, i, i' \in I. \quad (9)$$

其中:约束(6)和(7)保证进行用餐衔接的前后任务段*i*和*i'*必须在用餐时间窗范围内, $K_d^{\max}$ 、 $K_d^{\min}$ 分别为班种*d*的用餐最早开始时间和最晚结束时间;约束(8)为用餐时长约束, $V_d^{\max}$ 、 $V_d^{\min}$ 分别为班种*d*的最大和最小用餐时长;约束(9)表示任务段衔接站点必须为用餐车站, $B_d$ 为班种*d*的用餐车站集合。

4) 工作量约束.

乘务任务的工作量不得小于最小工作量 $T_{d_j}^{\min}$ ,不得超过最大工作量 $T_{d_j}^{\max}$ ,其中 $d_j$ 为任务*j*所属的班种.工作量约束根据实际需求可采用驾驶里程、驾驶时间、工作时间等不同标准进行衡量.本文采用任务的工作时间 $t_j$ 进行衡量(其他衡量标准可根据实际需求参照设置),具体约束如下所示:

$$T_{d_j}^{\min} \leq t_j \leq T_{d_j}^{\max}, \forall d_j \in D, j \in J. \quad (10)$$

本文构建任务段衔接网络有向图 $G=(V, E)$ ,将搜寻可行候选任务转换为搜寻可行路径问题.其中: $V$ 为节点集合, $E$ 为弧边集合.如图3所示,节点分为4类:虚拟起点、虚拟终点、任务段起点、任务段终点,其中所有任务的起点和终点均为虚拟起、终点.任务段起点和终点为时空节点.其中:任务段起点指任务段的开始时间和车站,任务段终点指任务段的结束时间和车站.弧边分为5类:出勤弧、任务段弧、轮换弧、用餐弧和退勤弧.各类型弧构建的依据如下.

1) 出勤弧:出勤须在特定车站和时间范围内.当任务段起点所在车站为出勤站,且开始时间处于对应班种的出勤时间范围内,则该节点可作为该班种任务的出勤起点(即满足约束(1)和(3)),此时可与虚拟起点间构建出勤弧.如对于早班而言,任务段起点必须为车场且处于早班出勤时间范围.

2) 任务段弧:任务段的起点与终点间构建1个任务段弧.

3) 轮换弧:任务段衔接须满足轮换休息时间约束,同时保证前后衔接的两个任务段处于同一站点.因此,只有当某一任务段终点与另一任务段起点所在车站为同一轮换车站,且前后衔接的间隔时间满足轮换休息时间约束,即满足约束(4)和(5),此时可构建两个任务段衔接的轮换弧.

4) 用餐弧:用餐须在特定用餐站点,且需满足用餐时间约束.因此,仅当某一任务段终点与另一任务段起点所在车站为同一用餐车站,到达和出发时间处于用餐时间范围内,且衔接的间隔时间满足用餐时间

约束,即满足约束(6)~(9),此时可构建两个任务段衔接的用餐弧.

5) 退勤弧:退勤须在特定车站和时间范围内.当任务段终点所在车站为退勤站,且结束时间处于对应班种的退勤时间范围内,则该节点可作为该班种任务的退勤终点(即满足约束(2)和(3)),此时可与虚拟终点间构建退勤弧.如对于夜班而言,任务段终点为车场且处于夜班退勤时间范围.

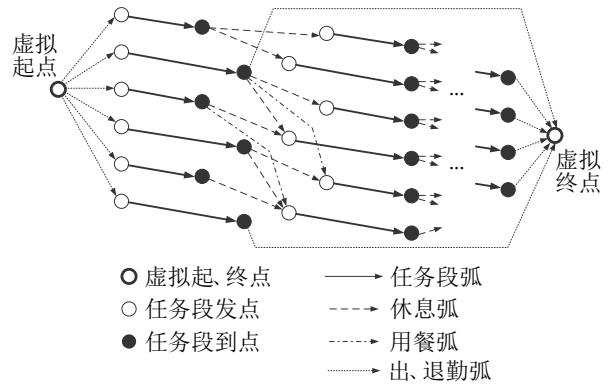


图3 任务段衔接有向图

结合各班种值乘约束,分别构建相应的任务段衔接网络,设计基于广度搜索的候选任务生成算法,即可搜寻各班种所有可行的乘务任务集合.采用*R*表示临时任务集,班种*d*对应的候选任务集 $J_d$ 的搜索步骤如下.

step 1: 初始化 $J_d = \emptyset, R = \emptyset$ .基于班种*d*对应的任务段衔接网络,搜寻所有与虚拟起点衔接的出勤弧,获取出勤弧连接的任务段起点,分别构建一个临时任务,添加至*R*,进入step 2.

step 2: 若 $R \neq \emptyset$ ,则选择*R*中的第1任务作为当前任务*r*,并从*R*中移除该任务,进入step 3;否则,结束搜索,并输出候选任务集 $J_d$ .

step 3: 若任务*r*的末节点为虚拟终点,则进入step 4;否则,进入step 5.

step 4: 判断任务*r*的工作量是否满足约束(10),同时,若班种*d*需要安排用餐,则还须判断*r*中是否存在用餐弧.若均满足,则将任务*r*添加至候选任务集 $J_d$ ;否则,舍弃该任务,返回至step 2.

step 5: 搜寻与临时任务*r*末节点衔接的所有节点集合,将各节点分别添加至任务*r*形成新的临时任务,依次添加至*R*的底部,并返回至step 2.

采用上述搜索算法,能够搜索出各班种所有可行的候选乘务任务,保证问题的全局最优性.需要说明的是,本文构建的任务段衔接有向图,对于出勤弧、退勤弧、轮换弧、用餐弧的构建需严格满足相关值乘约束,且任务必须满足工作量约束.因此,候选任务集的

规模不会呈现爆炸式增长,且搜索时间相对较短.此外,候选任务集必须确保所有任务段全覆盖,否则会造成乘务任务配对问题的不可行性.本文提前生成候选任务集,有利于在进行方案的优化求解前,对任务段的全覆盖性进行检测,及时发现值乘参数的不合理性(包括出勤时间、退勤时间、工作量约束等),并进行相应调整.

## 2.2 乘务配对优化模型的构建

乘务任务配对问题是在候选任务池中,选择若干任务构成乘务任务配对方案.本文将乘务任务配对问题构建为如下带附加约束的集覆盖模型:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{j \in J} c_j x_j + \sum_{i \in I} \phi y_i. \\
 \text{s.t.} \quad & \sum_{j \in J} a_{ij} x_j - y_i = 1, \forall i \in I; \\
 & \sum_{j \in J_g^{\text{早}}} x_j - \sum_{j \in J_g^{\text{夜}}} x_j = 0, \forall g \in G; \\
 & N_{\min}^{\text{早白}} \leq \sum_{j \in J_{\text{早}}} x_j - \sum_{j \in J_{\text{白}}} x_j \leq N_{\max}^{\text{早白}}; \\
 & N_{\min}^{\text{白夜}} \leq \sum_{j \in J_{\text{白}}} x_j - \sum_{j \in J_{\text{夜}}} x_j \leq N_{\max}^{\text{白夜}}; \\
 & x_j \in \{0, 1\}, y_i \in \mathbb{N}, \forall i \in I, j \in J. \quad (11)
 \end{aligned}$$

其中:目标函数为所有任务的总费用最低; $x_j$ 表示任务 $j$ 是否被采用,采用为1,反之则为0; $c_j$ 为任务 $j$ 的费用;此外,增加了对随乘任务段的惩罚,以尽可能减少不必要的随乘, $y_i$ 为任务段 $i$ 的随乘次数,为非负整数, $\phi$ 为随乘惩罚系数.

乘务任务费用由两部分构成:一部分为基本人力成本 $c^{\text{基}}$ ,即只要任务被采用,则必须支付的最低费用,与任务的工作量无关,为常量.基本人力成本的设置能够使得模型尽可能减少任务的数量.另一部分为任务的绩效成本 $\delta t_j$ ,取决于工作时间 $t_j$ ,其中 $\delta$ 为单位工作时间成本.绩效费用的设置能够使得模型尽可能选择衔接效率较高的任务,减少非必要休息时间.乘务任务费用的计算如下所示:

$$c_j = c^{\text{基}} + \delta t_j, \forall j \in J. \quad (12)$$

模型中第1个约束为覆盖约束,用以保证所有任务段至少被覆盖1次.其中: $a_{ij}$ 表示任务 $j$ 是否覆盖任务段 $i$ ,覆盖为1;反之,则为0.为了满足出、入场的随乘安排,此处允许任务段被多次覆盖.采用 $y_i$ 表示任务段 $i$ 被随乘的次数,为非负整数.当 $y_i$ 为0时,任务段 $i$ 仅被覆盖1次,不会被随乘;当 $y_i > 0$ 时,任务段会被多个任务覆盖,其中1个任务执行该任务段,其他任务则为随乘.乘务任务配对时,部分早、夜班任务

需随乘出入车场,此约束可满足该需求.然而,过多的随乘安排会降低值乘效率,增加成本.本文引入随乘次数 $y_i$ ,并在目标函数中增加随乘惩罚,以避免不必要的随乘.

第2个约束确保各车场夜班回场与次日早班出场任务数一致,以满足多车场情况下的夜早连乘需求.其中: $J_g^{\text{早}}$ 、 $J_g^{\text{夜}}$ 分别为在车场 $g$ 出勤的早班任务集合和退勤的夜班任务集合, $G$ 为车场集合.

第3个和第4个约束确保早、白、夜班间的任务数量差异在一定范围内. $N_{\min}^{\text{早白}}$ 、 $N_{\max}^{\text{早白}}$ 分别为早班和白班任务间数量差异的最小和最大值, $N_{\min}^{\text{白夜}}$ 、 $N_{\max}^{\text{白夜}}$ 分别为白班与夜班任务间数量差异的最小和最大值.乘务任务轮转时,须保证各班种任务数量尽量均衡.

## 2.3 列生成算法设计

集覆盖模型为典型的NP难问题<sup>[1]</sup>,采用传统的分支定界或分支割平面算法难以在多项式时间内求得高质量解.因此,本文设计列生成求解算法<sup>[16]</sup>,以提高大规模问题的求解效率.具体如下.

1) 选取初始子任务集,构建主问题.

初始子任务须保证主问题存在可行解.采用NS表示未覆盖的任务段集合,SD为初始子任务集,Seg为当前未覆盖的任务段.初始子任务集选取方法如下.

step 1: 初始化,SD =  $\emptyset$ ,将所有任务段均添加至NS.

step 2: 若NS  $\neq \emptyset$ ,则令Seg = NS(1),在可行任务集合 $J$ 中寻找任意能够覆盖Seg的任务 $j$ ,进入step 3;否则,结束,输出SD.

step 3: 将任务 $j$ 添加至SD,并删除NS中被任务 $j$ 覆盖的所有任务段,返回至step 2.

获取到初始任务后,以初始任务集为输入构建主问题模型,并将问题松弛为线性问题(即将决策变量松弛为线性变量),如下所示:

$$0 \leq x_j \leq 1, y_i \geq 0, \forall i \in I, j \in J. \quad (13)$$

2) 求解主问题,构建定价子问题.

借助CPLEX求解器中的单纯形算法对主问题进行精确求解,得到主问题的线性最优解,并获取各约束的对偶解.采用 $\pi_i$ 表示任务段 $i$ 的对偶解, $\pi_g$ 为车场 $g$ 的夜早班任务守恒约束的对偶解, $\pi_{\text{早白}}$ 、 $\pi_{\text{白夜}}$ 分别为早白任务差约束和白夜任务差约束的对偶解.定价子问题则是寻找新的候选任务(递减成本为负),使得主问题的目标值下降,且新任务的递减成本越低,主问题目标下降程度越大.因此,定价子问题可构建为

$$\begin{aligned}
 & \min p_j. \\
 & \text{s.t. } p_j = c_j - \sum_{i \in I} a_{ij} \pi_i - \sum_{g \in G} \varepsilon_{jg} \pi_g - \pi_{\text{早白}}, \\
 & \quad \quad \quad \forall j \in J_{\text{早}}; \\
 & p_j = c_j - \sum_{i \in I} a_{ij} \pi_i + \pi_{\text{早白}} - \pi_{\text{白夜}}, \forall j \in J_{\text{白}}; \\
 & p_j = c_j - \sum_{i \in I} a_{ij} \pi_i + \sum_{g \in G} \gamma_{jg} \pi_g + \pi_{\text{白夜}}, \\
 & \quad \quad \quad \forall j \in J_{\text{夜}}; \\
 & p_j < 0, \forall i \in I. \tag{14}
 \end{aligned}$$

其中:第1个约束~第3个约束分别为早、白、夜任务的递减成本计算公式,  $\varepsilon_{jg}$  表示早班任务  $j$  是否在车场  $g$  出勤,  $\gamma_{jg}$  表示夜班任务  $j$  是否在车场  $g$  退勤,第4个约束保证所有新任务的递减成本为负.

需要说明的是,若每次列生成迭代仅向主问题添加最小的递减成本任务,则会导致列生成算法迭代次数过多,求解效率较低.为了提高算法效率,本文在每次列生成迭代时,均选取  $K$  个最小的负成本任务,以提高列生成的迭代效率.

### 3) 潜水分支策略求整数解.

求解线性整数规划问题的常用方法为分支定界算法,通过对线性松弛问题中的非整数变量进行分支求解(0-1问题则是分为0和1两个分支).然而,当问题规模较大时,采用传统的分支策略,分支节点数巨大,求解效率低.潜水分支策略(diving search strategy)是一种启发式分支策略,在求解出线性最优解后,直接将最接近于1的变量固定为1,并仅沿着此分支进行求解.这能够大大缩短求解时间.该策略在很多大规模线性整数规划问题的研究中得到应用,如Liang等<sup>[17]</sup>.因此,本文采用潜水分支策略对问题进行分支求解,即当主问题最优解为非整数解时,若最优解中存在大于0.9的非整数变量,则将其固定为1;否则,将最接近1的非整数变量固定为1,并继续求解,直至找到整数解为止.

## 3 实例验证

### 3.1 案例背景和参数

选取南昌地铁1号线作为实际案例,该线路共有24个正线车站,2个车场,即蛟桥车场和瑶湖车场,分别位于线路两侧,所有早班任务出勤点、夜班任务退勤点均在车场.由于存在2个车场,在编制乘务任务配对方案时需保证各车场的夜班回场与早班出场任务数一致.位于线路中游的卫东站为正线出、退勤车站,除早晚高峰增开列车对应的任务段可在车场出退勤外,所有早班退勤、白班出勤和退勤、夜班出勤均在

该车站.两端的双港站和瑶湖西站为轮换车站,其中瑶湖西站还是白班和夜班的用餐车站.

为了保证司机具有良好的作息,乘务任务须满足如下要求:1)轮换休息时间不少于10 min,不超过50 min.2)白班11:00前出勤,需安排午餐,时间范围为11:00~14:00,用餐时间不少于25 min,不超过50 min;11:00后出勤可不安排午餐.3)夜班17:00前出勤需安排晚餐,时间范围在17:00~20:00,用餐时间不少于25 min,不超过50 min;17:00后出勤可不安排晚餐时间.各班种的出、退勤时间范围如表1所示.为了统一量纲,所有任务的费用均采用小时作为单位,其中每个任务的基本人力成本按照3h工作量进行折算,即只要安排了1个乘务任务,至少须支付3h的基本工作酬劳,同时按照任务工作时间支付绩效酬劳.早、白、夜班间的任务数量差异须小于2个.

以该线路工作日数据为实例,进行乘务任务配对实验.工作日共上线列车26列,其中常规运行列车18列(蛟桥车场出车7列,瑶湖车场出车11列),各车场在早、晚高峰开始时(上午07:00和下午16:40)各增开2列列车,并在高峰结束时(上午09:00和下午19:00)下线2列列车.上、下行共开行服务车次159对,采用单一交路方式运行.根据出退勤、轮换、用餐等要求,拆分任务段459个.实验采用VB.net编程,计算机环境为Windows Server 2008, Intel(R) Xeon(R) 2.8 GHz, 20核40线程,内存为64 GB.

### 3.2 实验结果分析

构建各班种任务段衔接网络图,采用候选任务集生成算法,经过2.5 min的搜索,获得早班候选任务10244个,白班3004134个,夜班342664个,共3357042个.以候选任务集为输入,构建乘务任务配对模型,其中随乘任务段的惩罚系数为10.

首先,尝试直接采用CPLEX求解器进行求解,经过2h的求解,最终仅获取Gap为98.6%的可行解.然后,采用列生成算法求解,经过11.2 min的计算,获取了Gap为1.3%的乘务任务配对方案,其中Gap的下界采用的是列生成算法求解的线性松弛问题的最优解.需要说明的是,由于CPLEX求解器计算效率较低,在2h的计算过程中,最优下界没有得到更新,与线性松弛问题的最优解一致,均为1166.40. CPLEX、列生成算法的各项指标如表2所示.由表2可见,列生成算法在求解效率和质量方面明显优于CPLEX求解器,表明列生成算法在求解大规模乘务任务配对问题具有明显优势.列生成算法在求解过程中,目标值在前40次迭代快速下降,且在160步内找到了线性最优

解,展现了较好的收敛性,同时通过潜水分支策略,能够快速获取高质量整数解。

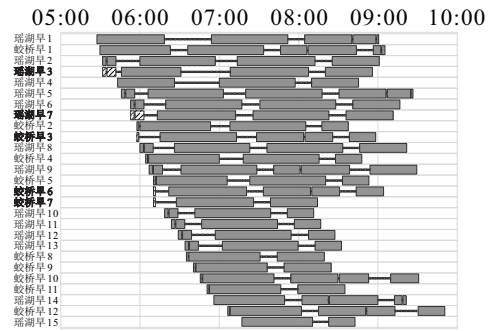
表2 不同算法对比

算法	目标函数	Gap/%	任务数量	总工作时间/h	求解时间/min
CPLEX	83 371.08	98.6	126	752.1	120
列生成	1 181.76	1.3	80	432.7	11.2

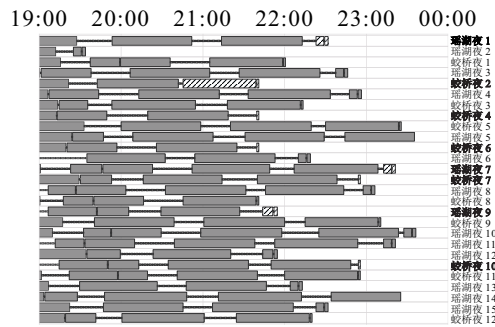
方案中,早、夜任务的出入车场安排如图4所示。任务名称按照归属车场进行编号,加粗的为随乘出勤或退勤的任务。由图4可见:早班任务中,蛟桥车场出勤12个,瑶湖车场出勤15个;夜班任务中,蛟桥车场退勤12个,瑶湖车场退勤15个,保证了各车场早班和夜班出、退勤任务数一致。值得注意的是:早班任务中蛟桥车场有3个任务需随乘出场,瑶湖车场有2个任务需随乘出场;夜班任务中,蛟桥车场有5个任务需随乘回场,瑶湖车场3个任务需随乘回场。通过随乘方式,所提出模型计算的方案很好地调配了各车场的早、夜班出入场任务数,满足了多车场出退勤需求。

在任务的值乘效率方面,求解方案中各班种(早、白、夜班)对应的任务数量、平均工作时间、平均驾车时间、平均休息时间、平均随乘里程、工作效率等详细指标如表3所示。其中:工作效率是驾车时间与总工作时间中的比值,体现有效工作的比例。为了进行对比,特将现场使用的现行方案相关指标也展示于表3中。通过对比发现:求解方案相对于现行方案,在任务

数量方面减少了2个,其中早班、夜班各减少1个;同时,各班种平均休息时间也明显较小,工作效率则更高,表明求解方案在乘务值乘效率方面具有一定的优势;在随乘方面,求解方案的随乘里程仅108.9 km,相对于现行方案也明显降低,很好地避免了不必要的随乘。



(a) 早班任务甘特图



(b) 夜班任务甘特图

▨ 随乘任务段 ■ 驾车任务段 ——— 任务段衔接弧

图4 早班和夜班任务的出入场安排

表3 方案指标对比

方案类型	班种	任务数	平均工作时间	平均驾车时间	平均休息时间	随乘里程/km	工作效率
工作日计算方案	早	27	2:41:11	2:06:51	0:33:29	13.5	0.787
	白	26	7:57:09	5:42:06	2:11:23	46.8	0.717
	夜	27	5:40:14	4:05:44	1:31:18	48.6	0.721
	总	80	5:24:33	3:56:56	1:25:03	108.9	0.731
工作日现行方案	早	28	2:32:37	1:55:05	0:36:23	19.6	0.754
	白	26	8:06:18	5:40:54	2:14:21	148.2	0.701
	夜	28	5:40:41	4:07:57	1:31:43	19.6	0.728
	总	82	5:22:38	3:52:03	1:26:20	187.4	0.719
双休日计算方案	早	26	2:42:56	1:55:56	0:45:20	24.7	0.712
	白	27	7:05:53	5:11:49	1:54:04	0	0.732
	夜	26	6:20:44	4:39:51	1:39:30	24.7	0.735
	总	79	5:27:14	3:58:54	1:27:20	49.4	0.73
双休日现行方案	早	26	2:36:00	1:53:45	0:40:54	19.2	0.729
	白	28	7:11:10	5:14:34	1:47:01	148.9	0.73
	夜	26	5:57:50	4:17:49	1:38:55	19.2	0.72
	总	80	5:24:47	3:55:53	1:24:33	187.4	0.726

两套方案在用餐和晚高峰回场安排上差异明显。现行方案分别新增2个任务在午餐和晚班时段参与轮换,以增加轮换休息时间来满足用餐需求,如图5(a)中的“白25”和“白26”任务。由于白班出、退勤在地铁大厦站,而用餐在瑶湖西站,该任务需频繁通过随乘在两站之间往返。该安排一方面增加了随乘里程,另一方面,任务间的衔接效率也较低。针对晚高

峰回场列车,现行方案则是安排4个夜班任务来驾车回场,分别为“蛟桥夜4”“蛟桥夜7”“瑶湖夜14”和“瑶湖夜15”。由于回场时间较早,导致这4个任务的工作时间较短,其中“夜25”和夜27”甚至不满足最少工作3h的工作量要求,不仅增加了任务数量,且工作效率较低。由于夜早任务需保持一致,也同步增加了早班任务数量。

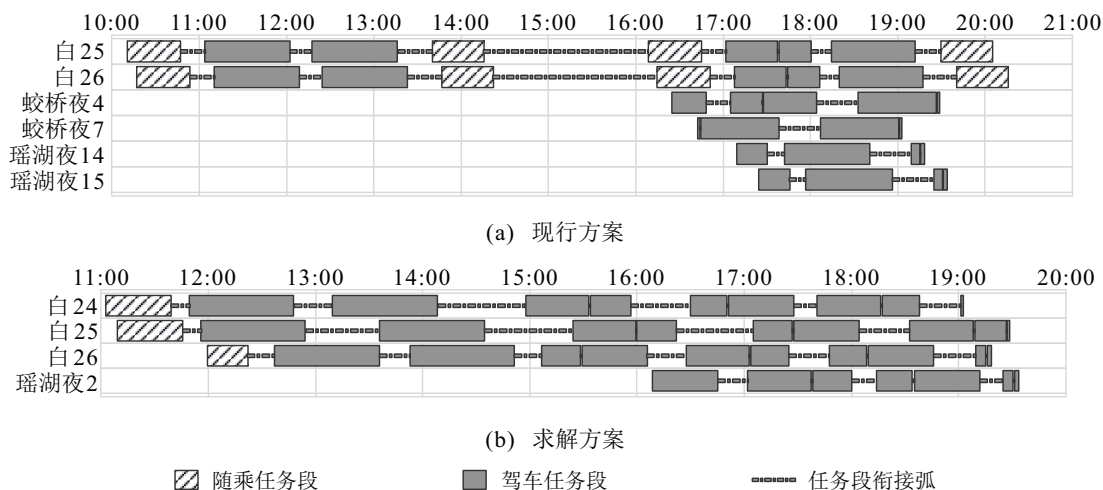


图5 求解方案与现行方案的差异对比

相对而言,求解方案则是安排3个白班任务在上午11:00左右出勤,下午19:00左右退勤,且驾驶晚高峰下线列车回场,如图5(b)中的“白24”“白25”和“白26”任务.由于出退勤时间涵盖了午餐和晚餐时段,可参与午餐、晚餐轮换,满足了用餐需求.此外,驾驶下线列车回场,能够减少夜班回场任务,因此,只需安排1个夜班任务晚高峰后驾车回场,即“瑶湖夜2”任务.由于出勤时间较早,“瑶湖夜2”任务能够满足最少3h的工作时间.得益于上述安排,求解方案最终分别减少1个夜班任务和早班任务,同时任务段衔接也更为紧凑.可见,在满足多车场出退勤前提下,所求解方案还能够很好地提高乘务任务配对方案的整体值乘效率.

为了丰富实验,对双休日运行图也进行了乘务任务配对实验,结果同样展示在表3中.可以看出,求解方案在任务数上减少了1个,同时工作效率也相对更好,且随乘安排也更少.进一步验证了所提出模型在乘务任务配对方面的优势.

### 3.3 灵敏度分析

在实际运营中,为了便于各班组轮流值乘,最理想的情况是各班种任务数相同.但是在实际运营中,全天不同时段的上线列车数存在一定差异,如早、晚高峰较多,平峰较少.而乘务任务受到出、退勤时间、用餐以及工作量等约束,很多情况下难以完全保证任务数量完全一致.因此,本文将任务数差设置为满足一定范围差异的均衡性约束.为了分析班种间任务数差参数对优化方案的影响,特将该参数分别设置为2、1、0,并进行灵敏度分析实验,结果如表4所示.由表4可见,当任务差在1和2时,所求得方案均是相差为1个,此时任务的工作效率较高.当严格将任务差限制在0时,为了配平各班种任务数,且保证各任务

均能够满足相应的值乘约束,各班种任务数均有所增加,而任务的工作效率也大幅降低.可见,严格要求各班种任务数一致,有时会降低整体方案的效率,且会增加值乘成本.需要说明的是,在任务数量不一致的情况下,可通过设置各班任务来配平各班种任务数,既能够保证任务工作效率,也可使得轮乘更加灵活,是实际运营中常用的方式.

表4 任务差参数的灵敏度实验

任务差	目标值	任务数 (早/白/夜)	随乘 里程/km	工作 效率
2	1181.76	80(27/26/27)	108.9	0.731
1	1181.76	80(27/26/27)	108.9	0.731
0	1275.85	87(29/29/29)	119.4	0.678

## 4 结论

针对具有多个出退勤车场的城轨线路,为了满足夜早连乘的轮班需求,在进行乘务任务配对时,需合理安排各车场的早、夜班出入场任务,使其数量一致,同时尽可能提高整个乘务任务配对方案的效率.以此为背景,本文通过考虑随乘,并引入各车场早、夜班任务数守恒约束,将乘务任务配对问题建立为带附加约束的集覆盖模型.在目标中,通过引入随乘惩罚以尽可能避免不必要的随乘安排.为了提高大规模问题的求解效率,设计了基于列生成思想的启发式求解算法.最后,采用南昌地铁1号线为实例,对所提出模型和算法进行了验证,并得出如下结论:1)针对大规模乘务任务配对问题,相对于直接采用CPLEX求解器而言,所设计的列生成算法具有更好的求解效率和质量;2)结合随乘方式,所求解方案能够合理安排早班和夜班任务的归属车场以及出、入库方式,能够保证各车场夜早班任务数一致,满足了多车场出退勤需求,同时有效避免了不必要的随乘;3)相对于现场

人工方案,模型求解的方案总任务数量更少,效率更高;4)模型能够很好地保证班种间任务的均衡性,且对于任务差参数具有较好的灵敏度.

#### 参考文献(References)

- [1] Snijders H, Saldanha R L. Decision support for scheduling security crews at Netherlands Railways[J]. *Public Transport*, 2017, 9(1): 193-215.
- [2] Portugal R, Lourenço H R, Paixão J P. Driver scheduling problem modelling[J]. *Public Transport*, 2009, 1(2): 103-120.
- [3] Balakrishnan A, Kuo A, Si X Y. Real-time decision support for crew assignment in double-ended districts for U.S. freight railways[J]. *Transportation Science*, 2016, 50(4): 1337-1359.
- [4] Suyabatmaz A Ç, Şahin G. Railway crew capacity planning problem with connectivity of schedules[J]. *Transportation Research—Part E: Logistics and Transportation Review*, 2015, 84: 88-100.
- [5] Hanafi R, Kozan E. A hybrid constructive heuristic and simulated annealing for railway crew scheduling[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2014, 70: 11-19.
- [6] Zhou W L, Yang X, Deng L B, et al. Crew scheduling considering both crew duty time difference and cost on urban rail system[J]. *Promet-Traffic & Transportation*, 2016, 28(5): 449-460.
- [7] Caprara A, Fischetti M, Toth P. Modeling and solving the train timetabling problem[J]. *Operations Research*, 2002, 50(5): 851-861.
- [8] Heil J, Hoffmann K, Buscher U. Railway crew scheduling: Models, methods and applications[J]. *European Journal of Operational Research*, 2020, 283(2): 405-425.
- [9] 许仲豪, 杜鹏. 基于列生成的城市轨道交通乘务计划优化编制方法研究[J]. *铁道学报*, 2019, 41(3): 25-32. (Xu Z H, Du P. A column generation-based crew scheduling optimization method for urban rail transit[J]. *Journal of the China Railway Society*, 2019, 41(3): 25-32.)
- [10] 石俊刚, 史宏杰, 徐瑞华. 城市轨道交通乘务任务划分模型及算法研究[J]. *铁道学报*, 2014, 36(5): 1-7. (Shi J G, Shi H J, Xu R H. Modeling and solving urban rail transit crew pairing problems[J]. *Journal of the China Railway Society*, 2014, 36(5): 1-7.)
- [11] 潘寒川, 刘志钢, 吴强, 等. 考虑用餐约束的城市轨道交通乘务计划编制优化研究[J]. *铁道运输与经济*, 2019, 41(1): 121-126. (Pan H C, Liu Z G, Wu Q, et al. A study on the optimization of crew scheduling in urban rail transit with the meal constraint[J]. *Railway Transport and Economy*, 2019, 41(1): 121-126.)
- [12] 黄志远, 周峰, 张在龙. 基于可预知事件的城市轨道交通乘务轮转计划优化调整[J]. *交通运输系统工程与信息*, 2017, 17(4): 111-117. (Huang Z Y, Zhou F, Zhang Z L. Optimizing adjustment of urban rail transit crew rostering plan based on predictable events[J]. *Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology*, 2017, 17(4): 111-117.)
- [13] 金华, 陈绍宽, 刘爽, 等. 基于固定班制的地铁乘务计划一体化优化方法[J]. *西南交通大学学报*, 2020, 55(5): 955-962. (Jin H, Chen S K, Liu S, et al. Integrated optimum crew planning in fixed shift system for subways[J]. *Journal of Southwest Jiaotong University*, 2020, 55(5): 955-962.)
- [14] 石俊刚, 杨静, 周峰, 等. 基于任务均衡的城市轨道交通乘务任务轮转模型及算法[J]. *铁道学报*, 2017, 39(9): 17-24. (Shi J G, Yang J, Zhou F, et al. Crew rostering model and algorithm based on balanced workload in urban rail transit[J]. *Journal of the China Railway Society*, 2017, 39(9): 17-24.)
- [15] 张增勇, 毛保华, 杜鹏, 等. 基于惩罚费用的城市轨道交通乘务排班优化模型与算法[J]. *交通运输系统工程与信息*, 2014, 14(2): 113-120. (Zhang Z Y, Mao B H, Du P, et al. Urban rail transit crew scheduling model and algorithm based on punishment costs[J]. *Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology*, 2014, 14(2): 113-120.)
- [16] 迟居尚, 何世伟, 宋子龙, 等. 基于分支定价算法的双层轿运车运输问题[J]. *控制与决策*, 2022, 37(1): 185-195. (Chi J S, He S W, Song Z L, et al. Optimization of double stack car carriers transportation problem based on branch-and-price algorithm[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(1): 185-195.)
- [17] Liang Z, Chaovalitwongse W A. A network-based model for the integrated weekly aircraft maintenance routing and fleet assignment problem[J]. *Transportation Science*, 2013, 47(4): 493-507.

#### 作者简介

杨静(1987—),女,博士生,从事轨道交通运输组织优化的研究, E-mail: happyyangjing2006@126.com;

石俊刚(1986—),男,副教授,博士,从事轨道交通运输组织优化、城市轨道交通运输组织优化等研究, E-mail: jgshi@ecjtu.edu.cn;

张玉清(1964—),男,教授,博士,从事运输经济、管理科学与工程等研究, E-mail: zhangyuqingboshi@163.com;

熊立龙(2002—),男,本科生,从事轨道交通运输组织的研究, E-mail: 1528388224@qq.com;

杨立兴(1976—),男,教授,博士,从事轨道交通运输组织优化与管理、交通运输系统优化理论与方法等研究, E-mail: lxyang@bjtu.edu.cn.