



中国科技期刊卓越行动计划项目入选期刊

控制与决策

CONTROL AND DECISION



基于多种群与协同量子化的哈里斯鹰优化算法

李岩, 钱谦

引用本文:

李岩, 钱谦. 基于多种群与协同量子化的哈里斯鹰优化算法[J]. *控制与决策*, 2024, 39(7): 2169–2176.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2022.2076>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于自适应正态云模型的灰狼优化算法

Grey wolf optimization algorithm based on adaptive normal cloud model

控制与决策. 2021, 36(10): 2562–2568 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0233>

求解约束优化问题的改进果蝇优化算法及其工程应用

Improved fruit fly optimization algorithm for solving constrained optimization problems and engineering applications

控制与决策. 2021, 36(2): 314–324 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0557>

嵌入Circle映射和逐维小孔成像反向学习的鲸鱼优化算法

Whale optimization algorithm for embedded Circle mapping and one-dimensional oppositional learning based small hole imaging

控制与决策. 2021, 36(5): 1173–1180 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1362>

融合能量周期性递减与牛顿局部增强的改进HHO算法

Improved harris hawks optimization coupling energy cycle decline mechanism and Newton local enhancement strategy

控制与决策. 2021, 36(3): 629–636 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0810>

基于解空间反向跳跃和信息交互强化的新型混合蛙跳算法

A new shuffled frog leaping algorithm based on reverse leaping in solution space and information interaction enhancement

控制与决策. 2021, 36(1): 105–114 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0719>

基于多种群与协同量子化的哈里斯鹰优化算法

李岩^{1,2}, 钱谦^{1,2†}

- (1. 昆明理工大学 信息工程与自动化学院, 昆明 650500;
2. 昆明理工大学 云南省计算机技术应用重点实验室, 昆明 650500)

摘要: 哈里斯鹰优化算法(Harris Hawks optimization, HHO)存在探索能力和开发能力平衡性不足等问题,导致算法收敛速度较慢,寻优精度较低,容易陷入局部最优.针对这些问题,引入多种群策略解决初始化种群单一的问题,提出基于多种群的多能量策略模拟两只体能不同的猎物的逃跑过程,使两个种群向不同的方向进化,以提高探索阶段与开发阶段的搜索能力.此外,协同量子化策略的加入在迭代前期可避免算法陷入局部极值,在迭代后期可提高算法的寻优精度.最后,通过对测试函数的优化结果进行分析可以得出,与其他一些经典或最新的算法相比,改进后的算法可大大提高最优解的收敛速度和寻优精度,同时具有更强的跳出局部最优的能力.

关键词: 哈里斯鹰优化算法; 多种群; 多能量策略; 量子化; 协同; 群优化

中图分类号: TP301.6 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2022.2076

引用格式: 李岩,钱谦.基于多种群与协同量子化的哈里斯鹰优化算法[J].控制与决策,2024,39(7):2169-2176.

Harris Hawks optimization algorithm based on multigroup and collaborative quantization

LI Yan^{1,2}, QIAN Qian^{1,2†}

- (1. Faculty of Information Engineering and Automation, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China; 2. Yunnan Key Laboratory of Computer Technology Applications, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China)

Abstract: Harris Hawks optimization (HHO) algorithm has some advantages, but it still has some problems, such as insufficient balance between exploration and development abilities, which leads to slow convergence speed, low optimization accuracy and easy to fall into local optimization. Therefore, multi population is introduced and a multi energy strategy is proposed to simulate the escape process of two prey with different physical abilities, so that the two populations evolve in different directions to improve the searching ability of the algorithm. In addition, a cooperative quantization strategy is also proposed to avoid the algorithm from falling into local extremum in the early stage, and to improve optimization accuracy at the later stage of iteration. Finally, based on the optimization results, compared with some other classical or latest algorithms, the improved algorithm greatly improves the convergence speed and optimization accuracy, and has stronger ability to jump out of the local extremum.

Keywords: Harris Hawks optimization; multi population; multi energy strategy; quantization; cooperation; swarm optimization

0 引言

哈里斯鹰生活在美国亚利桑那州南半部,是强大的合作型捕食者.基于其捕食行为,Heidari等^[1]提出了一种元启发式群智能优化算法——哈里斯鹰优化算法(Harris Hawks optimization, HHO). HHO已经启发了不少改进方法,并被应用到很多领域.但该算法仍存在着收敛速度慢、收敛精度不高、容易陷入局部最优的缺点^[2].相关研究举例如下: Kamboj等^[3]基

于正弦余弦算法提出了混合变量算法(hHHO-SCA),该算法增强了HHO的开发能力,但其正弦余弦策略在解的各个维度计算后所得到的随机位置并不能很好地拟合猎物逃跑行为,导致该算法在探索阶段收敛较慢; Bao等^[4]将HHO与差分进化相结合,提出了融合差分进化的哈里斯鹰优化算法(HHO-DE),但该算法未对HHO进行改进,对于其中HHO的亚种群而言,收敛速度较低;在工艺参数优化问题中, Kurtulu等^[5]

收稿日期: 2022-11-30; 录用日期: 2023-04-15.

基金项目: 云南省基础研究计划面上项目(202101AT070082).

责任编辑: 张国山.

†通讯作者. E-mail: qianqian_yn@126.com.

将模拟退火算法与HHO相结合,提高了算法的全局收敛性能,但混合算法存在过多参数,跳出局部最优的能力较差;在太阳能电池和光伏组件的参数优化问题中,Jiao等^[6]提出了一种基于正交学习(OL)和一般对立学习(GOBL)的改进算法(EHHO),该方法的精度、可靠性和鲁棒性均较为优异,但较多的机制导致算法时间复杂度较高;在解决图像分割问题中,Du等^[7]提出了一种新的多目标算法(MOHHO),但该算法仅在种群数目较少、维度较低时表现较好,且在预测模型中考虑环境因素较少,对于较为复杂的环境预测精度不高;Chen等^[8]提出了一种集成逻辑混沌、拓扑多群和差分进化策略的改进算法,即增强型差分进化的多种群哈里斯鹰优化算法(CMDHHO),但该算法将种群划分为过多的亚种群,并将混沌与差分进化策略应用到每个种群,导致时间复杂度较高;赵世杰等^[9]提出了能量周期递减与牛顿局部增强的HHO,使得全局与局部搜索动态迭代更加平衡,但该算法中的猎物能量 E 会根据 k 周期性递减,在 k 取值较大时会采取较多次数的软围攻策略或硬围攻策略,导致收敛速度较慢;在多种群策略的研究中,Ge等^[10]在差分进化的基础上提出了3个等级不同的子群,利用多群多策略维持种群多样性,显著降低了陷入局部最优的概率;在种群个体协同方法的研究中,Yu等^[11]提出了一种带偏向性轮盘赌的多算子协同粒子群优化算法,使榜样粒子通过预学习优化迭代种群个体及榜样粒子,最终利用协同方法更新种群状态,提高了算法的全局收敛性;在协同量子化的研究中,Sun等^[12]提出了量子行为粒子群优化(QPSO)算法,算法中的粒子根据波函数运动,摆脱了轨迹的束缚,提高了全局搜索能力,但该算法仍存在收敛过早、易陷入局部最优等问题^[13];为了解决该问题,Coelho等^[14]将高斯分布引入QPSO中,以提高全局搜索能力;Li等^[15]在QPSO的基础上提出了协同量子粒子群优化(CQPSO),该算法首先用蒙特卡罗方法得到多个个体,然后个体之间相互协作,得到最优个体,再进行迭代,提高了算法的寻优能力,但该算法在协同过程中直接舍弃旧个体,一定程度上降低了种群的多样性,且对每次迭代的每个个体都进行协同量子化处理,大大增加了时间复杂度.本文在前人研究基础上做出改进,提出一种基于多种群与协同量子化的HHO,即MCQHHO,该算法可显著提高收敛速度和跳出局部极值的能力.

1 哈里斯鹰优化算法(HHO)

假设种群大小为 N ,维度为 D ,定义第 t 代种群的位置向量为 $X_1(t), X_2(t), \dots, X_N(t)$,其中第 i 个个体

表示为

$$X_i(t) = (X_{i1}(t), X_{i2}(t), \dots, X_{iD}(t)), \\ i = 1, 2, \dots, N.$$

猎物的逃跑能量 E 为

$$E = 2E_0 \left(1 - \frac{t}{T}\right). \quad (1)$$

其中: T 是最大迭代次数; t 是当前迭代次数; E_0 是猎物试图逃脱时的能量,取 $(-1, 1)$ 内均匀分布随机数,则有 $-2 < E < 2$.

1.1 探索阶段

当 $|E| \geq 1$ 时,哈里斯鹰随机栖息在搜索空间中,并伺机观察猎物,此时个体根据下式更新位置:

$$X_i(t+1) = \begin{cases} X_{\text{rand}}(t) - r_1 |X_{\text{rand}}(t) - 2r_2 X_i(t)|, & q \geq 0.5; \\ (X_r(t) - X_m(t)) - r_3(\text{lb} + r_4(\text{ub} - \text{lb})), & q < 0.5. \end{cases} \quad (2)$$

其中: $X_i(t+1)$ 是第 i 只鹰第 $t+1$ 次迭代的位置, $X_i(t)$ 是第 i 只鹰第 t 次迭代的位置; $X_{\text{rand}}(t)$ 是第 t 次迭代在种群中随机选择的鹰的位置; r_1, r_2, r_3, r_4, q 均是 $(0, 1)$ 区间内均匀分布的随机数; lb, ub 是取值范围的上下限; $X_r(t)$ 是当前猎物的位置(当前迭代的最优值); $X_m(t)$ 是鹰群的中心位置,其计算公式如下:

$$X_m(t) = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N X_i(t) \right). \quad (3)$$

1.2 开发阶段

当 $|E| < 1$ 时,种群进入开发阶段,此时鹰群会根据猎物的逃跑能量绝对值 $|E|$ 以及一个 $(0, 1)$ 范围内的随机数 β 判断并采取适当的围攻策略,包括以下4种策略.

1.2.1 软围攻

当 $\beta \geq 0.5, |E| \geq 0.5$ 时,猎物有大概率逃出围攻圈,哈里斯鹰能否成功捕捉到猎物具有随机性,鹰的位置将根据下式进行更新:

$$X_i(t+1) = \Delta X_i(t) - E \cdot |J_i \cdot X_r(t) - X_i(t)|, \quad (4)$$

$$\Delta X_i(t) = X_r(t) - X_i(t), \quad (5)$$

$$J_i = 2(1 - r_5). \quad (6)$$

其中: r_5 是 $(0, 1)$ 区间内的随机数; J_i 表示猎物的跳跃能力,数值在 $(0, 2)$ 区间内; $\Delta X_i(t)$ 是第 t 次迭代时猎物位置与鹰位置之差.

1.2.2 硬围攻

当 $\beta \geq 0.5, |E| < 0.5$ 时,猎物几乎没有概率逃出围攻圈,鹰可以捕捉到猎物,位置更新公式如下:

$$X_i(t+1) = X_r(t) - E \cdot |\Delta X_i(t)|. \quad (7)$$

1.2.3 快速俯冲式软围攻

当 $\beta < 0.5, |E| \geq 0.5$ 时, 鹰围攻前首先建立软围攻圈, 然后根据是否成功捕捉到猎物选择性更新位置, 如果适应度的值得到更新, 则执行策略 Y , 如果适应度的值没有得到更新, 则采取随机游走策略 Z , 如果策略失效则返回原地, 更新公式如下:

$$X_i(t+1) = \begin{cases} Y_i(t), & F(Y_i(t)) < F(X_i(t)); \\ Z_i(t), & F(Z_i(t)) < F(X_i(t)). \end{cases} \quad (8)$$

其中: $Y_i(t)$ 和 $Z_i(t)$ 的更新公式如下:

$$Y_i(t) = X_r(t) - E \cdot |J_i \cdot X_r(t) - X_i(t)|, \quad (9)$$

$$Z_i(t) = Y_i(t) + S_i \cdot \text{LF}(D). \quad (10)$$

这里: S_i 是维度为 D 的随机向量, LF 是 Levy 函数.

1.2.4 快速俯冲式硬围攻

当 $\beta < 0.5, |E| < 0.5$ 时, 鹰围攻前首先建立硬围攻圈, 如果适应度的值得到更新, 则根据平均位置 $X_m(t)$ 进行更新, 并执行策略 Y , 以缩小与猎物的平均距离, 如果适应度的值没有得到更新, 则采取随机游走策略 Z , 如果策略失效则返回原地, 更新公式如下:

$$X_i(t+1) = \begin{cases} Y_i(t), & F(Y_i(t)) < F(X_i(t)); \\ Z_i(t), & F(Z_i(t)) < F(X_i(t)). \end{cases} \quad (11)$$

其中: $Y_i(t)$ 和 $Z_i(t)$ 的更新公式如下:

$$Y_i(t) = X_r(t) - E \cdot |J_i \cdot X_r(t) - X_m(t)|, \quad (12)$$

$$Z_i(t) = Y_i(t) + S_i \cdot \text{LF}(D). \quad (13)$$

基于以上探索和开发过程, HHO 通过判断猎物逃逸能量 E 和随机数 β 的值并根据式 (1)~(13) 完成种群更新, 实现问题求解.

2 基于多种群与协同量子化的 HHO 算法

2.1 HHO 算法的问题分析

HHO 在探索阶段和开发阶段中的 4 种策略主要通过逃跑能量 E 进行判断. 而 E 会在 -2 与 2 之间来回波动, 并且其绝对值不断变小, 最终变为 0. 通过实验测试 HHO 中个体进入各个阶段所占比例, 种群设置为 100, 维度为 30, 最大迭代次数为 500, 实验重复进行 20 次, 结果如表 1 所示.

表 1 各阶段次数测试

	次数	次数占比/%
探索阶段	153 969	15.40
软围攻	125 211	12.52
硬围攻	298 566	29.86
快速俯冲式软围攻	125 048	12.50
快速俯冲式硬围攻	297 206	29.72

由表 1 可以看出, 算法进入探索阶段的占比约为

15.4%, 意味着此时鹰个体的信息会被完全舍弃. 算法进入开发阶段的占比和为 84.6%, 并且 $|E| < 0.5$ 时的硬围攻和快速俯冲式硬围攻的占比较高, 和为 59.58%, 可知算法进入后期收敛的概率远远大于前期探索的概率, 导致算法早熟, 从而易陷入局部极值. 同时基于 Levy 函数的随机游走策略随机性较大, 降低了收敛精度. 为了改进 HHO 的问题, 本文提出一种基于多种群与协同量子化的哈里斯鹰优化算法 MCQHHO, 该算法的改进策略如下所述.

2.2 多种群并行与多能量多逃跑能量策略

MCQHHO 将初始种群平均分为两个子种群, 种群 1 和种群 2 并行执行. 每进行一次迭代, 种群产生的两个猎物位置进行基于协同量子化的信息交流, 并产生一个全局最优位置, 借由种群间的协作提高算法的收敛速度和精度.

此外, 多逃跑能量的策略赋予种群不同的逃跑能量公式. 种群 1 与基本 HHO 一致, $|E_1|$ 的最大值线性递减, 以模拟身体素质较好的猎物逃跑行为, 如式 (1) 所示; 种群 2 以正弦函数模拟, 如下所示:

$$E_2 = 2E_0 \left(1 - \frac{t}{T}\right) \cdot \sin \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{t}{T} + \left(\frac{\pi}{2}\right)^{1 - \frac{t}{T}}\right), \quad (14)$$

$|E_2|$ 的最大值非线性递减, 在算法迭代前期猎物体能消耗下降速度较快, 而在算法迭代后期即使猎物仍有体能也怠于逃跑, 能量下降较慢, 以模拟身体素质较差的猎物逃跑行为.

经测试, 种群 2 的能量公式会使得个体提前进入开发阶段, 使得算法在针对特定函数 (如多峰函数) 时可以跳出局部最优, 并加快收敛速度.

2.3 协同量子化

为了使种群中的个体在每一维度都能得到优化, Gao 等^[16] 提出了背景变量 (context vector) 的概念, 其基本思想是利用当前全局最优 g_{best} 作为背景变量, 为评价个体第 d 维的好坏, 背景变量的第 d 维被个体的第 d 维代替, 得到一个新的个体. 这种协同方法中个体对 g_{best} 的每一维都作出了贡献. 下面给出一个例子. 对于三维函数 $f(x) = |X - Z|^2$, 其中 $Z = (10, 20, 30)$, 可知全局最优值 X^* 等于 Z , 假如当前种群中包含 $X_1 = (5, 18, 24)$ 和 $X_2 = (10, 15, 18)$, 经过 $t - 1$ 次迭代产生当前最优 $g_{\text{best}} = (7, 12, 26)$, 可得 $f(X_1) = 169, f(X_2) = 289, f(g_{\text{best}}) = 225$. 由于 $f(X_1) < f(g_{\text{best}})$, 而 g_{best} 的位置会直接被 X_1 替代, 导致 X_2 会在接下来的迭代中丢失其包含的有价值信息, 即 X_2 的当前第 1 维度值为 10, 而 g_{best} 的第 1 维度却得到了更差的值 5. 如果加入协同方法, 则将 g_{best} 作为背景变量, 利用 X_1 和 X_2 对 g_{best} 的每一维度进行优化, 产生的更优新值成为新的背景变量再进行

下一维度的比较,直到最后一个维度结束,最终得到协同后的最优值.即首先在第1维度开始, X_1 与 g_{best} 协同后生成 $g_1 = (5, 12, 26)$, X_2 与 g_{best} 协同后生成 $g_2 = (10, 12, 26)$,此时 $f(g_2) < f(g_{best}) < f(g_1)$,则舍弃

g_{best} 和 g_1 ,选择 g_2 作为新的背景变量,即 $g_{best} = g_2$,然后在第2维度重复上面的过程,最终得到更加精确的全局最优 $g_{best} = (10, 18, 26)$.经过这样的协同过程计算后会得到更加精确的结果.

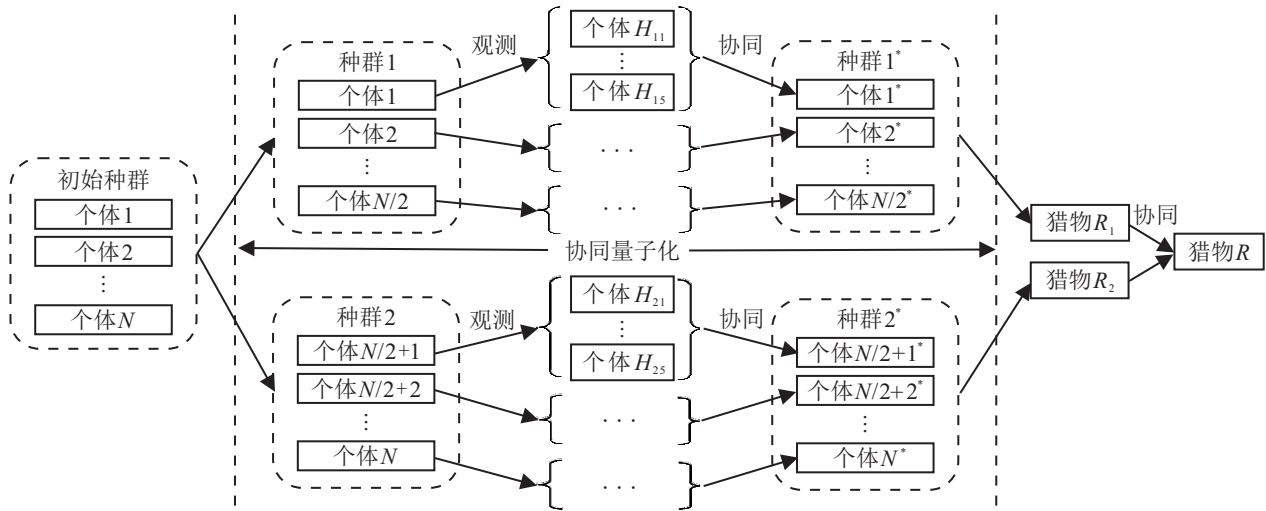


图1 局部探索阶段协同量子化过程

基于上述协同思想,将量子化融入其中.量子世界是一个概率支配的世界,不能精确预言任何事件,只能预测发生某一件事的概率^[17],根据量子力学中的不确定性原理,将量子的不确定性引入到HHO中 $|E| < 0.5$ 时的局部搜索过程中,如图1所示.具体而言,哈里斯鹰个体遵循量子世界的运动规律,在不对个体进行观察时,它的每一维度都可能向着任何一个方向运动,位置是一个完全不确定的位置,任何一个个体都可能栖息在任何一棵树上,并洞察自己周围的猎物,使种群可以搜索到远离当前猎物的其他位置,增加捕捉到更优猎物的几率,提高跳出局部最优的可能性.基于上述思想,对种群1和种群2每次迭代时的哈里斯鹰个体位置进行观测,每个个体利用蒙特卡洛思想^[18]随机观测 n 次,以得到 n 个个体的精确位置.将被观测的个体作为背景变量,利用观测后生成的位置进行协同,得到一个适应度值更优秀的哈里斯鹰个体,并将之前被观测的哈里斯鹰代替.为了使量子化在算法中发挥更好的效果并尽可能地降低成本,本文 n 取5.

2.4 MCQHHO算法流程

算法流程如图2所示.

2.5 算法的时间复杂度分析

种群规模为 N ,维度为 D ,最大迭代次数为 T ,则HHO的时间复杂度为 $O(N \cdot D \cdot T)$.对于MCQHHO,多种群策略不改变时间复杂度,在每次迭代中,子群分别生成猎物且进行协同处理,时间复杂度为 $O(D \cdot T)$.

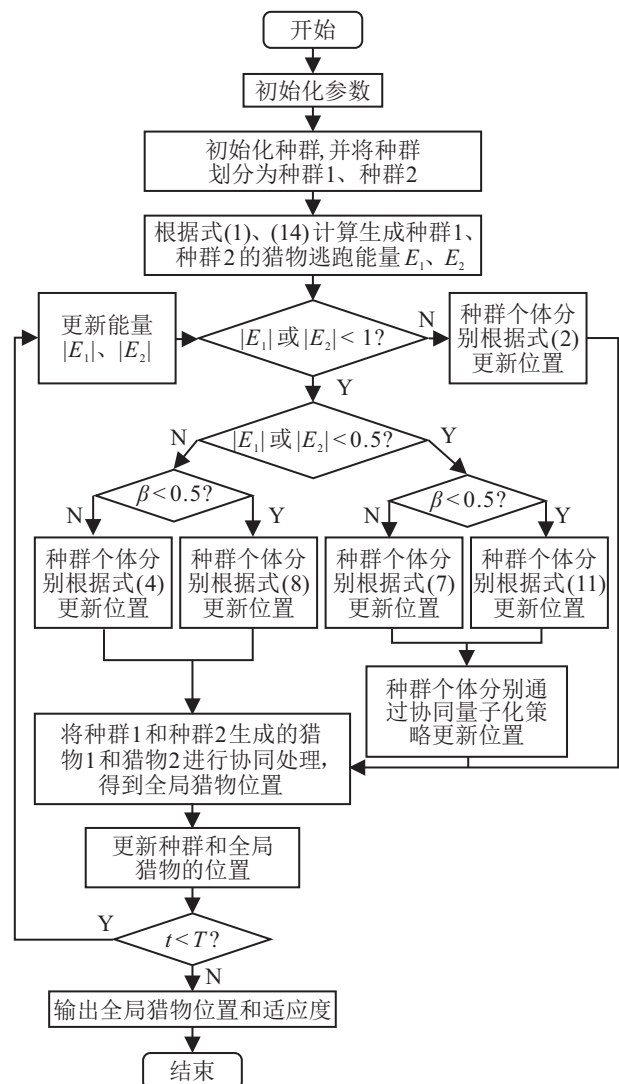


图2 MCQHHO算法流程

当 $|E| < 0.5$ 时, 每个个体进行协同量子化, 时间复杂度为 $O(N \cdot D \cdot D \cdot T)$, 最终得到MCQHHO的时间复杂度为 $O(N \cdot D^2 \cdot T)$.

3 数值实验

仿真环境为: Windows 11 64 bit, AMD Ryzen 7 5800H, 16 GB, Matlab R2019a.

3.1 初始化参数

为了验证MCQHHO的优化效果, 选取9个通用基准函数^[19-21]进行测试. 其中: $f_1 \sim f_5$ 是单峰函数, 能够凸显算法在搜索和收敛方面的能力; $f_6 \sim f_9$ 是多峰函数, 能够凸显函数跳出局部极值的能力. 表2给出了测试函数的详细信息.

3.2 与其他基本算法对比分析实验

将MCQHHO与鲸鱼优化算法(WOA)^[22]、灰狼优化算法(GWO)^[23]、飞蛾扑火优化算法(MFO)^[24]、

表2 基准函数

函数名	解空间	最优值
f_1 Sphere	$[-100, 100]^D$	0
f_2 Sum of Different Power	$[-100, 100]^D$	0
f_3 Bent Cigar	$[-10, 10]^D$	0
f_4 Discus	$[-100, 100]^D$	0
f_5 High Conditioned Elliptic	$[-5, 10]^D$	0
f_6 Zakharov	$[-100, 100]^D$	0
f_7 Levy	$[-10, 10]^D$	0
f_8 Penalized 1	$[-50, 50]^D$	0
f_9 Penalized 2	$[-50, 50]^D$	0

蝴蝶优化算法(BOA)^[25]以及HHO进行比较, 设置种群大小为30, 最大迭代次数为500, 每种算法均独立运行30次. 维度 $D = 30$ (表3中前面的数字)和维度 $D = 90$ (表3中后面的数字), 并记录测试结果的最优值、最差值、平均值、标准差及平均运行时间, 结果如表3所示. 各个算法在函数 f_1 、 f_6 、 f_9 上的平均值的收敛曲线如图3所示.

表3 MCQHHO算法与基本算法的测试结果

算法	最优值	最差值	平均值	标准差	运行时间/s	
f_1	WOA	7.20e-85/2.60e-82	1.20e-69/4.13e-71	5.80e-71/2.30e-72	2.23e-70/8.35e-72	0.027/0.043
	GWO	1.01e-28/2.72e-14	9.87e-27/4.13e-13	1.25e-27/1.38e-13	1.92e-27/8.52e-14	0.071/0.183
	MFO	9.48e-01/2.64e+04	1.00e+04/7.04e+04	2.60e+03/4.28e+04	4.32e+03/1.22e+04	0.059/0.127
	BOA	1.14e-11/1.26e-11	1.50e-11/1.50e-11	1.29e-11/1.38e-11	8.44e-13/6.83e-13	0.043/0.054
	HHO	1.91e-116/2.05e-111	1.16e-95/9.44e-93	4.19e-97/3.35e-94	2.07e-96/1.70e-93	0.058/0.098
	MCQHHO	0/0	0/0	0/0	0/0	0.153/0.236
f_2	WOA	4.73e-130/3.40e-116	2.38e-91/1.93e-64	8.16e-93/6.42e-66	4.26e-92/3.46e-65	0.065/0.156
	GWO	3.40e-87/1.36e-53	1.76e-74/4.69e-35	5.87e-76/1.56e-36	3.16e-75/8.41e-36	0.113/0.337
	MFO	1.01e+28/1.01e+128	1.00e+42/1.00e+154	1.02e+41/3.37e+152	2.99e+41/1.79e+153	0.108/0.258
	BOA	5.73e+42/7.70e+145	4.79e+51/1.06e+166	3.32e+50/3.55e+164	8.91e+50/Inf	0.132/0.322
	HHO	2.93e-156/8.05e-144	3.68e-116/2.78e-122	1.26e-117/1.73e-123	6.61e-117/5.41e-123	0.138/0.359
	MCQHHO	0/0	0/0	0/0	0/0	0.386/0.443
f_3	WOA	5.11e-85/8.58e-84	3.25e-68/1.20e-67	1.66e-69/1.01e-68	5.93e-69/2.81e-68	0.036/0.046
	GWO	1.73e-25/2.50e-10	6.86e-23/5.78e-09	1.11e-23/1.64e-09	1.85e-23/1.16e-09	0.075/0.178
	MFO	8.13e+02/3.06e+08	1.00e+08/6.84e+08	1.34e+07/4.74e+08	3.40e+07/1.12e+08	0.062/0.138
	BOA	1.23e-11/1.36e-11	1.66e-11/1.81e-11	1.52e-11/1.53e-11	9.15e-13/1.06e-12	0.053/0.064
	HHO	2.68e-113/1.02e-107	1.02e-88/6.59e-91	3.42e-90/2.25e-92	1.84e-89/1.18e-91	0.062/0.090
	MCQHHO	0/0	0/0	0/0	0/0	0.210/0.362
f_4	WOA	3.83e-84/8.83e-83	1.39e-68/6.23e-69	5.17e-70/3.61e-70	2.50e-69/1.36e-69	0.032/0.046
	GWO	5.36e-29/6.98e-14	3.72e-26/5.14e-13	4.40e-27/2.27e-13	7.14e-27/1.25e-13	0.071/0.186
	MFO	9.87e-01/2.34e+04	4.00e+04/2.56e+05	1.27e+04/1.63e+05	1.18e+04/6.12e+04	0.070/0.140
	BOA	5.67e-12/9.47e-12	1.36e-11/1.49e-11	1.10e-11/1.20e-11	1.43e-12/1.29e-12	0.054/0.062
	HHO	3.57e-133/6.35e-111	3.69e-89/7.95e-92	1.23e-90/4.61e-93	6.63e-90/1.52e-92	0.066/0.086
	MCQHHO	0/0	0/0	0/0	0/0	0.282/0.225
f_5	WOA	1.08e-81/4.89e-84	7.23e-73/2.08e-69	5.75e-74/1.68e-70	1.46e-73/4.82e-70	0.091/0.193
	GWO	3.81e-28/2.86e-13	8.10e-26/8.50e-12	1.39e-26/1.67e-12	1.99e-26/1.68e-12	0.136/0.336
	MFO	6.83e+03/1.51e+06	9.44e+05/1.78e+07	2.40e+05/8.11e+06	2.45e+05/4.75e+06	0.113/0.285
	BOA	1.17e-11/1.16e-11	1.59e-11/1.73e-11	1.40e-11/1.49e-11	1.03e-12/1.22e-12	0.174/0.367
	HHO	3.70e-114/2.45e-108	1.46e-95/1.17e-90	5.76e-97/4.08e-92	2.63e-96/2.10e-91	0.197/0.405
	MCQHHO	0/0	0/0	0/0	0/0	0.936/0.887
f_6	WOA	7.70e+04/2.41e+05	1.24e+05/3.43e+05	9.82e+04/2.99e+05	1.26e+04/3.07e+04	0.296/0.049
	GWO	5.97e-02/8.39e+04	1.13e+03/1.37e+05	1.67e+02/1.08e+05	2.81e+02/1.49e+04	0.077/0.182
	MFO	2.97e+04/2.41e+05	1.32e+05/5.43e+05	7.84e+04/3.68e+05	2.42e+04/8.09e+04	0.054/0.129
	BOA	9.08e-12/9.76e-12	1.29e-11/1.35e-11	1.12e-11/1.12e-11	8.73e-13/1.13e-12	0.051/0.059
	HHO	2.38e-89/1.28e-47	4.36e-30/3.26e+05	1.45e-31/7.05e+04	7.82e-31/1.15e+05	0.083/0.125
	MCQHHO	3.99e-201/1.32e-191	4.07e-170/4.37e-165	1.37e-171/1.55e-166	0/0	0.211/0.578

表3(序)

	算法	最优值	最差值	平均值	标准差	运行时间/s
f_7	WOA	4.54e-02/5.74e-01	1.40e+00/2.74e+00	4.52e-01/1.80e+00	3.21e-01/4.48e-01	0.045/0.075
	GWO	8.16e-01/4.78e+00	1.45e+00/6.49e+00	1.12e+00/5.80e+00	1.82e-01/4.12e-01	0.096/0.219
	MFO	1.21e+01/1.44e+02	8.44e+01/3.26e+02	3.18e+01/2.27e+02	1.51e+01/4.46e+01	0.073/0.156
	BOA	1.69e+00/8.14e+00	3.00e+00/8.65e+00	2.41e+00/8.44e+00	3.19e-01/1.48e-01	0.079/0.108
	HHO	4.52e-10/4.47e-07	1.36e-04/1.39e-03	3.69e-05/1.73e-04	3.58e-05/2.74e-04	0.126/0.207
	MCQHHO	1.849e-18/3.36e-18	7.17e-13/9.20e-12	4.50e-14/9.28e-13	1.46e-13/1.91e-12	0.485/0.684
f_8	WOA	1.10e-02/3.18e-02	5.02e+06/1.35e+07	4.37e+05/2.64e+06	1.18e+06/4.45e+06	0.037/0.076
	GWO	1.32e-02/1.70e-01	1.37e-01/4.10e-01	5.66e-02/2.68e-01	2.97e-02/6.52e-02	0.081/0.204
	MFO	2.42e+00/5.23e+08	5.12e+08/4.25e+09	7.81e+07/1.64e+09	1.34e+08/8.01e+08	0.083/0.228
	BOA	4.22e-01/7.57e-01	9.76e-01/1.10e+00	6.39e-01/9.57e-01	1.41e-01/9.51e-02	0.063/0.107
	HHO	2.71e-06/2.14e-07	2.94e-02/1.40e-04	1.10e-03/3.47e-05	5.26e-03/3.43e-05	0.107/0.191
	MCQHHO	4.19e-17/3.50e-16	6.60e-12/2.11e-11	7.59e-13/1.66e-12	1.51e-12/4.63e-12	0.370/0.346
f_9	WOA	6.47e-02/1.49e+00	4.77e+05/1.06e+06	2.91e+04/8.15e+04	9.56e+04/2.19e+05	0.042/0.123
	GWO	9.78e-04/5.02e+00	1.23e+00/6.75e+00	6.93e-01/5.79e+00	2.41e-01/4.15e-01	0.086/0.259
	MFO	3.56e+00/1.70e+08	4.10e+08/2.49e+09	1.37e+07/8.86e+08	7.36e+07/5.69e+08	0.097/0.287
	BOA	2.11e+00/8.88e+00	2.90e+00/8.89e+00	2.73e+00/8.89e+00	1.94e-01/3.46e-03	0.068/0.103
	HHO	4.47e-03/2.56e-02	9.56e-01/5.56e+00	3.02e-01/2.05e+00	2.66e-01/1.65e+00	0.124/0.241
	MCQHHO	6.92e-18/4.72e-17	8.44e-14/7.82e-13	7.88e-15/1.00e-13	1.65e-14/1.81e-13	0.388/0.628

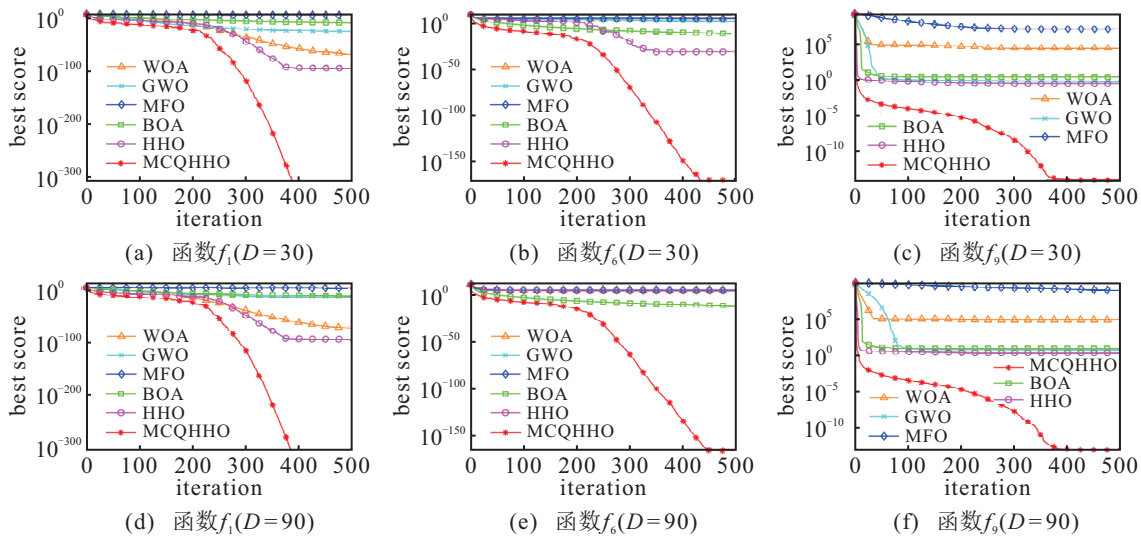


图3 MCQHHO算法与基本算法的收敛曲线

由表3分析可知,MCQHHO在 $f_1 \sim f_9$ 上的结果都优于WOA、GWO、MFO、BOA和HHO,对于 $f_1 \sim f_5$,MCQHHO能够寻找到理论最优值,明显优于其他算法,说明改进算法具有较高的开发能力,能够提高收敛精度.而对于 $f_6 \sim f_9$,MCQHHO也能够寻找到更接近理论最优值的值,表明算法在协同量子化后跳出了函数的局部极值,提高了全局搜索能力.在所有函数中,MCQHHO的最差值较其他算法而言也更优,其标准差也更小,表明其稳定性更强.对比HHO,MCQHHO在 f_6 中的平均值结果提高了140个数量级,在 f_7 中提高了9个数量级,在 f_8 中提高了10个数量级,在 f_9 中提高了14个数量级.此外,MCQHHO在不同维度的表现稳定,而MFO和BOA维度增加后,在 f_2 中效果变得非常差,表明改进算法有较高的稳定性和鲁棒性.

由图3可以看出,MCQHHO的曲线收敛速度更快且更准确,从迭代开始到迭代结束都能够寻找到更优值,且收敛速度明显快于其他函数.MCQHHO在 $f_1 \sim f_5$ 中更是在第380代左右就能达到理论最优值,并且不同维度的收敛曲线没有太大的波动.

3.3 与其他改进的HHO算法对比分析实验

选用文献[9]提出的融合能量周期性递减与牛顿局部增强的改进哈里斯鹰优化算法(IHHO),文献[26]提出的基于方形邻域和随机数组的哈里斯鹰优化算法(MHHO)以及文献[27]提出的融合勘探因子和随机游走策略改进的哈里斯鹰优化算法(ERHHO)进行实验对比.其中:IHHO采用了周期递减的多能量策略平衡算法的探索与开发,与之对比以验证MCQHHO的多能量策略在开发阶段的收敛精度;MHHO将初始种群划分为多个子种群并利用

随机数组提高种群多样性; ERHHO在收敛后期以相同适应度的条件激活随机游走策略, 提高了跳出局部极值的能力, 与之对比以验证MCQHHO的多种群

并结合协同量子化的策略在跳出局部极值时的有效性. 维度 $D = 30$, 种群大小均为30, 最大迭代次数为500. 每种算法运行30次, 结果如表4所示.

表4 4种改进算法的测试结果

	算法	最优值	最差值	平均值	标准差	运行时间/s
f_1	MCQHHO	0	0	0	0	0.175
	IHHO	1.93e-174	2.74e-152	1.32e-153	5.31e-153	0.140
	MHHO	7.21e-141	1.24e-105	6.27e-107	2.47e-106	0.113
	ERHHO	1.97e-143	7.42e-117	2.61e-118	1.33e-117	0.103
f_2	MCQHHO	0	0	0	0	0.380
	IHHO	4.27e-249	4.12e-206	2.51e-207	0	0.366
	MHHO	1.07e-164	2.73e-124	1.19e-125	5.07e-125	0.226
	ERHHO	8.78e-174	3.85e-145	1.44e-146	6.94e-146	0.211
f_3	MCQHHO	0	0	0	0	0.261
	IHHO	2.64e-175	3.53e-142	1.18e-143	6.34e-143	0.167
	MHHO	2.86e-149	3.76e-106	1.27e-107	6.75e-107	0.161
	ERHHO	5.03e-136	1.49e-109	6.24e-111	2.74e-110	0.096
f_4	MCQHHO	0	0	0	0	0.277
	IHHO	4.89e-174	4.17e-137	1.39e-138	7.48e-138	0.168
	MHHO	4.22e-144	7.85e-106	2.62e-107	1.41e-106	0.153
	ERHHO	6.73e-136	8.63e-112	3.02e-113	1.55e-112	0.095
f_5	MCQHHO	0	0	0	0	0.946
	IHHO	4.22e-175	4.93e-151	2.71e-152	9.47e-152	0.732
	MHHO	7.56e-133	4.47e-105	2.28e-106	8.43e-106	0.807
	ERHHO	1.96e-146	2.24e-112	9.96e-114	4.11e-113	0.316
f_6	MCQHHO	1.45e-203	3.17e-178	1.11e-179	0	0.209
	IHHO	4.80e-77	8.05e-39	2.68e-40	1.45e-39	0.180
	MHHO	8.29e-107	1.83e-51	6.11e-53	3.29e-52	0.175
	ERHHO	1.19e-97	1.52e-41	5.05e-43	2.72e-42	0.113
f_7	MCQHHO	2.04e-18	1.53e-12	6.84e-14	2.75e-13	0.559
	IHHO	1.01e-11	1.23e-07	1.18e-08	2.83e-08	0.348
	MHHO	9.52e-07	4.57e-04	6.01e-05	9.78e-05	0.251
	ERHHO	2.52e-08	9.92e-05	1.80e-05	2.32e-05	0.173
f_8	MCQHHO	1.56e-15	2.164e-11	1.954e-12	4.804e-12	0.353
	IHHO	1.82e-12	2.699e-06	1.598e-07	4.937e-07	0.263
	MHHO	4.84e-09	9.032e-04	1.710e-04	2.332e-04	0.189
	ERHHO	2.10e-07	1.738e-03	1.629e-04	3.258e-04	0.138
f_9	MCQHHO	2.66e-19	5.43e-13	3.42e-14	1.04e-13	0.460
	IHHO	1.06e-07	8.29e-01	7.33e-02	1.64e-01	0.322
	MHHO	5.30e-03	1.25e+00	3.37e-01	3.50e-01	0.264
	ERHHO	9.45e-04	8.40e-01	1.99e-01	1.99e-01	0.160

由表4分析可知: 改进算法在 $f_1 \sim f_9$ 均能找到较好的结果, 而MCQHHO的结果从所有指标看为最优. 在 $f_1 \sim f_5$ 中, MCQHHO能够寻找到理论最优值, 而其他3种算法不能, 这表明其拥有更好的开发能力. 在 $f_6 \sim f_9$ 中, MCQHHO也能够寻找到更接近理论最优值的值, 在所有函数中, MCQHHO的最差值较其他算法而言也为最优, 其标准差也较其他算法而言为最小, 表明算法的稳定性更强.

3.4 Wilcoxon秩和检验及Friedman排名

利用 Wilcoxon 秩和检验在 5% 的显著性水平下对维度 30 时的平均值结果进行比较. 当检验结果小于 0.05 时, 显著性判断结果为 Y, 表明 MCQHHO 与其他对比算法的优化结果有显著区别; 当检验结果大于 0.05 时, 显著性判断结果为 N, 表明没有显著区

别. 同时进行 Friedman 检验并计算出算法平均排名, 最终结果如表 5 所示. 由表 5 可以看出, MCQHHO 与其他算法结果存在显著差异, 并且性能优于其他对比算法.

表5 Wilcoxon秩和检验及Friedman排名

算法	MCQHHO	WOA	GWO	MFO	BOA	HHO	IHHO	MHHO	ERHHO
Y/N		9/0	9/0	9/0	9/0	9/0	9/0	9/0	9/0
rankings	1	6.778	6.778	8.778	7.667	4.778	2.222	4	3

4 结论

本文将 HHO 初始种群划分为两个采用不同能量递减公式的子种群, 并利用协同与量子化进行进一步优化, 提出了 MCQHHO 算法. 该多种群方法在不增加算法运行时间的基础上丰富了种群的多样性和算

法收敛路径,而协同量子化方法一方面通过量子化提高了全局搜索能力,一方面通过协同提高了局部搜索能力.实验结果表明,MCQHHO不仅具有较好的跳出局部极值的能力,而且还有较高的收敛能力.

参考文献(References)

- [1] Heidari A A, Mirjalili S, Faris H, et al. Harris Hawks optimization: Algorithm and applications[J]. *Future Generation Computer Systems*, 2019, 97: 849-872.
- [2] Al-Betar M A, Awadallah M A, Heidari A A, et al. Survival exploration strategies for Harris Hawks optimizer[J]. *Expert Systems With Applications*, 2021, 168: 114243.
- [3] Kamboj V K, Nandi A, Bhadoria A, et al. An intensify Harris Hawks optimizer for numerical and engineering optimization problems[J]. *Applied Soft Computing*, 2020, 89: 106018.
- [4] Bao X L, Jia H M, Lang C B. A novel hybrid Harris Hawks optimization for color image multilevel thresholding segmentation[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 76529-76546.
- [5] Kurtulu E, Yildiz A R, Sait S M, et al. A novel hybrid Harris Hawks-simulated annealing algorithm and RBF-based metamodel for design optimization of highway guardrails[J]. *Materials Testing*, 2020, 62(3): 251-260.
- [6] Jiao S, Chong G S, Huang C C, et al. Orthogonally adapted Harris Hawks optimization for parameter estimation of photovoltaic models[J]. *Energy*, 2020, 203: 117804.
- [7] Du P, Wang J Z, Hao Y, et al. A novel hybrid model based on multi-objective Harris Hawks optimization algorithm for daily PM2.5 and PM10 forecasting[J]. *Applied Soft Computing*, 2020, 96: 106620.
- [8] Chen H, Heidari A A, Chen H L, et al. Multi-population differential evolution-assisted Harris Hawks optimization: Framework and case studies[J]. *Future Generation Computer Systems*, 2020, 111: 175-198.
- [9] Zhao S J, Gao L F, Yu D M, et al. Improved Harris Hawks optimization coupling energy cycle decline mechanism and Newton local enhancement strategy[J]. *Control and Decision*, 2021, 36(3): 629-636.
- [10] Ge Y Y, Chen D B, Zou F. A large-scale multi-objective optimization based on multi-population and multi-strategy differential algorithm[J]. *Control and Decision*, DOI: 10.13195/j.kzyjc.2022.1154.
- [11] Yu H B, Zhu Q N, Kang L, et al. A multi-operator collaborative particle swarm optimization algorithm with biased roulette[J]. *Control and Decision*, DOI: 10.13195/j.kzyjc.2022.1486.
- [12] Sun J, Feng B, Xu W B. Particle swarm optimization with particles having quantum behavior[C]. *Proceedings of the 2004 Congress on Evolutionary Computation*. Portland, 2004: 325-331.
- [13] Fang W, Sun J, Ding Y R, et al. A review of quantum-behaved particle swarm optimization[J]. *IETE Technical Review*, 2010, 27(4): 336-348.
- [14] Coelho L S. Novel Gaussian quantum-behaved particle swarm optimiser applied to electromagnetic design[J]. *IET Science, Measurement & Technology*, 2007, 1(5): 290-294.
- [15] Li Y Y, Xiang R R, Jiao L C, et al. An improved cooperative quantum-behaved particle swarm optimization[J]. *Soft Computing*, 2012, 16(6): 1061-1069.
- [16] Gao H, Xu W B, Sun J, et al. Multilevel thresholding for image segmentation through an improved quantum-behaved particle swarm algorithm[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2010, 59(4): 934-946.
- [17] Temple G. The physical principles of the quantum theory[J]. *Proceedings of the Royal Society of London Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 1932, 138(836): 479-494.
- [18] James F. Monte Carlo theory and practice[J]. *Reports on Progress in Physics*, 1980, 43(9): 1145-1189.
- [19] Liang J J, Qu B Y, Suganthan P N, et al. Problem definitions and evaluation criteria for the CEC 2013 special session on real-parameter optimization[R]. Zhengzhou: Zhengzhou University, Singapore: Nanyang Technological University, 2013: 281-295.
- [20] Liang J J, Qu B Y, Suganthan P N. Problem definitions and evaluation criteria for the CEC 2014 special session and competition on single objective real-parameter numerical optimization[R]. Zhengzhou: Zhengzhou University, Singapore: Nanyang Technological University, 2013.
- [21] Yao X, Liu Y, Lin G M. Evolutionary programming made faster[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 1999, 3(2): 82-102.
- [22] Mirjalili S, Lewis A. The whale optimization algorithm[J]. *Advances in Engineering Software*, 2016, 95: 51-67.
- [23] Mirjalili S, Mirjalili S M, Lewis A. Grey wolf optimizer[J]. *Advances in Engineering Software*, 2014, 69: 46-61.
- [24] Mirjalili S. Moth-flame optimization algorithm: A novel nature-inspired heuristic paradigm[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2015, 89: 228-249.
- [25] Arora S, Singh S. Butterfly optimization algorithm: A novel approach for global optimization[J]. *Soft Computing*, 2019, 23(3): 715-734.
- [26] Liu X L, Liang T Y. Harris hawk optimization algorithm based on square neighborhood and random array[J]. *Control and Decision*, 2022, 37(10): 2467-2476.
- [27] Song M J, Jia H M, Abualigah L, et al. Modified Harris Hawks optimization algorithm with exploration factor and random walk strategy[J]. *Computational Intelligence and Neuroscience*, 2022, 2022: 1-23.

作者简介

李岩(1996—),男,硕士生,从事计算智能的研究, E-mail: li772431340@126.com;

钱谦(1981—),男,副教授,硕士生导师,从事计算智能、视觉认知等研究, E-mail: qianqian_yn@126.com.